

1S₁ : DEVOIR SURVEILLÉ N°5 (2 heures)

Exercice 1 (6 points)

Étudier les limites suivantes.

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-5}{x} + x^2 \right)$

d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{2}{x+2} + \frac{1}{2} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} + 3x^2 - 2 \right)$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{3}{x-2} + 5x + 7 \right)$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x)$

Exercice 2 (2 points)

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{(x^2 - 1)(x - 2000)}{2000}$

Étudier la limite de g en $+\infty$.

Exercice 3 (9 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ par :

$$f(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 - x + 6}{x^2 - 3x + 2}$$

On note C la courbe représentant f .

1. Soit $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 6$.

Vérifier que 2 est racine de P , puis factoriser P par $x - 2$.

2. Étudier la limite de f en 2. La droite d'équation $x = 2$ est-elle une asymptote verticale à la courbe C ?

3. Étudier la limite de f en $+\infty$.

Préciser, s'il y a lieu, l'équation de l'asymptote horizontale à la courbe C en $+\infty$.

4. Montrer que la droite d'équation $x = 1$ est asymptote verticale à la courbe C .

Exercice 4 (3 points)

Soit f la fonction définie pour $x \in [1; +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}$.

Le but de l'exercice est d'étudier la limite de f en $+\infty$.

1. Démontrer que pour tous réels A et B strictement positifs, on a : $\sqrt{A} - \sqrt{B} = \frac{A - B}{\sqrt{A} + \sqrt{B}}$

2. En déduire que pour tout $x \in [1; +\infty[$ on a : $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}$.

3. En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.