

DEVOIR DE NIVEAU N°2

DATE : 21 / 01 / 2026



NIVEAU : Terminale D

DUREE : 04 Heures

ENSEIGNANT : M. KABY

# MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

## EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, recopie le numéro de la ligne suivi de Vrai si l'affirmation est vraie et de faux si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
①.	La fonction : $x \rightarrow 2 + \cos^5 x$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction : $x \rightarrow -5 \sin x \cos^4 x$
②.	Si B et $\bar{B}$ sont deux évènements contraires alors : $P(\bar{B}) = -P(B) + 1$
③.	Soit $f$ une fonction dérivable sur $[0 ; 5]$ et bijective de $[0 ; 5]$ sur $[-1 ; 3]$ telle que : $f(4) = 2$ . Si $f'(4) = 0$ , alors $f^{-1}$ est dérivable en 2.
④.	$f$ et $g$ sont deux fonctions telles que : $\forall x \in ]0 ; +\infty[ , f(x) \leq g(x)$ . Si : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

## EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule des affirmations est vraie. Écris sur ta copie le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'avoir l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	A	B	C
①.	Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$ , on a :	$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$	$f'(x) = \frac{-x}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$	$f'(x) = \frac{-2x}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$
②.	$f$ et $g$ deux fonctions ; $u, v$ et $l$ sont des réels, soit $-\infty$ , soit $+\infty$ Si $\lim_{x \rightarrow u} f(x) = v$ et $\lim_{x \rightarrow v} g(x) = l$	$\lim_{x \rightarrow v} f \circ g(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow u} g \circ f(x) = l$	$\lim_{x \rightarrow u} g \circ f(x) = v$
③.	Soit la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = +\infty$ , alors	$(C_f)$ admet une demi-tangente horizontale	$(C_f)$ admet une asymptote en $+\infty$ .	$(C_f)$ admet une demi-tangente verticale
④.	Soient A et B deux évènements indépendants de probabilités non nulles, alors	$P(A \cup B) = P(A) \times P(B)$	$A \cap B = \emptyset$	$P_A(B) = P(B)$

**EXERCICE 3****(3 points)**

Soit la fonction numérique définie par :  $f(x) = \frac{3x^3 - 7x^2 + 5x + 1}{(x-1)^2}$ .

- ①. Détermine l'ensemble de définition  $D_f$  de la fonction  $f$
- ②. Détermine les réels  $a$  et  $b$  tels que pour  $x \in D_f$ ,  $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$ .
- ③. Détermine les primitives de  $f$  sur  $]1 ; +\infty[$ .
- ④. Détermine la primitive de  $f$  sur  $]1 ; +\infty[$  qui s'annule en 3.

**EXERCICE 4****(3 points)**

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fond et décide d'ouvrir un restaurant. Après un mois d'activité, elle constate que :

- Pour un jour donné, la probabilité qu'il y ait une affluence de clients est 0,6 ;
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,7 ;
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,4.

On désigne par A l'événement « il y a affluence de clients » et B l'événement « Mariam réalise un bénéfice ».

- ①. On choisit un jour au hasard.
  - a) Calcule la probabilité de l'événement E suivant : « il y a une affluence de clients et Mariam réalise un bénéfice ».
  - b) Démontre que la probabilité  $P(B)$  de l'événement B est 0,58.
  - c) Mariam a réalisé un bénéfice. Calculer la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là.

On donnera l'arrondi d'ordre 2 du résultat.

- ②. Mariam veut faire des prévisions pour trois jours successifs données. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jours où elle réalise un bénéfice sur les 3 jours.
  - a) Détermine les valeurs prises par X.
  - b) Détermine la loi de probabilité de X.
  - c) Calcule l'espérance mathématique  $E(X)$  de X.
- ③. Soit  $n$  un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note  $P_n$  la probabilité que Mariam réalise au moins une fois un bénéfice pendant  $n$  jours successifs sur une période de  $n$  jours.
  - a) Justifie que pour tout nombre entier naturel  $n$  supérieur ou égal à 2 :  $P_n = 1 - (0,42)^n$ .
  - b) Détermine la valeur minimale de  $n$  pour qu'on ait  $P_n \geq 0,9999$ .

**EXERCICE 5****(6 points)**

**Partie A :** On considère la fonction  $g$  dérivable sur  $]0 ; +\infty[$  et définie par :  $g(x) = 4x^2 - \ln x + 1$ .

- ①. Calcule les limites de  $g$  en 0 et en  $+\infty$ .
- ②. a) Montre que :  $\forall x \in ]0 ; +\infty[, g'(x) = \frac{8x^2 - 1}{x}$ .  
b) Étudie le signe de  $g'(x)$  sur  $]0 ; +\infty[$ .
- ③. Étudie le sens de variation de  $g$  puis dresse son tableau de variation.
- ④. Démontre que :  $\forall x \in ]0 ; +\infty[, g(x) > 0$ .

**Partie B :** On considère la fonction  $f$  dérivable sur  $]0 ; +\infty[$  et définie par :  $f(x) = \frac{\ln x}{x} + 4x - 2$ .

On désigne par (C) la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) unité graphique : 2 cm.

- ①. a) Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  puis interprète graphiquement le résultat obtenu.  
b) Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- ②. a) Démontre que la droite (D) d'équation  $y = 4x - 2$  est une asymptote oblique à (C) en  $+\infty$ .  
b) Étudie la position relative de (C) par rapport à (D).
- ③. a) Justifie que :  $\forall x \in ]0 ; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ .  
b) En déduis les variations de  $f$ , puis dresse son tableau de variation.
- ④. a) Démontre que  $\forall x \in ]0 ; +\infty[, l'équation f(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$ .  
b) Justifie que  $0,65 < \alpha < 0,66$ .
- ⑤. Détermine une équation de la (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.
- ⑥. Trace (D), (T) et (C).

### EXERCICE 6

(4 points)

Une entreprise fabrique et vend des téléphones portables. Sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 18 portables. On suppose que toute la production est vendue. Le coût de production en milliers de francs de  $x$  téléphones portables est donné par :  $(x) = x^3 - 25x^2 + 280x + 400$ .

La recette de la vente de  $x$  téléphones portables est  $(x) = 480x - 20x^2$ . L'entreprise veut réaliser un bénéfice maximal.

En tant que stagiaire dans cette entreprise, le directeur te demande de déterminer le nombre de téléphones portables à produire par jour pour que le bénéfice soit maximal.

À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, propose une solution au directeur.