

Devoir n°1 de mathématiques

Exercice 1

Pour chacune des propositions ci-dessous, trois réponses sont données, choisis la bonne réponse.

N°	Énoncés	Réponses		
		a	b	c
1	$z = 5 - i\sqrt{2}$ a pour module	27	$\sqrt{27}$	$\sqrt{29}$
2	$z = -\sqrt{3} + i\sqrt{3}$ a pour argument	$\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{3\pi}{4}$
3	$z = -2 \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right)$ a pour argument	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$
4	La forme exponentielle de $z = \frac{5\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right)$ est	$\frac{15}{2} e^{i\frac{\pi}{3}}$	$\frac{5\sqrt{3}}{2} e^{i\frac{\pi}{6}}$	$\frac{5\sqrt{3}}{2} e^{i\frac{\pi}{3}}$
5	$(1+i)^{72}$ est égal à:	2^{72}	2^{36}	0
6	On considère les points A(2+i) et B(2-4i). Le triangle OAB est:	Rectangle	Équilatéral	Isocèle
7	L'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie $ z - 1 + i = z + 2i $ est:	Un cercle	La médiatrice de [AB] avec A(-1+i) et B(2i)	La médiatrice de [AB] avec A(1-i) et B(-2i)

Exercice 2

1. Pour tout nombre complexe Z , on pose $P(Z) = Z^3 - 7Z^2 + 19Z - 13$.
 - (a) Calculer $P(1)$.
 - (b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout Z on a : $P(Z) = (Z - 1)(Z^2 + aZ + b)$.
 - (c) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(Z) = 0$.
2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
Soient les points A, B, C d'affixes respectives $Z_A = 1$; $Z_B = 3 - 3i$ et $Z_C = 4 + 2i$.
 - (a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
 - (b) Déterminer la nature du triangle ABC.
 - (c) Déterminer l'affixe Z_D du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.
3. Pour tout nombre $Z \neq 3 - 3i$, on pose $f(Z) = \frac{Z-4-2i}{Z-3+3i}$.

- (a) Vérifier que $f(Z_D) = -i$ et interpréter graphiquement.
- (b) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe Z tel que $|f(Z)| = 1$.
- (c) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M du plan d'affixe Z tel que $f(Z)$ soit imaginaire pur.
- (d) Déterminer et construire Γ_3 l'ensemble des points M du plan d'affixe Z tel que $|f(Z) - 1| = \sqrt{2}$.

Situation d'intégration

À sa mise en retraite, papa Ibrahima envisage aménager trois sites champêtres qu'il vient d'acheter pour y faire des cultures de haricot, maïs et manioc. Après consultation des experts il en ressort que dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) où les dimensions sont en Km.

- Le premier site sur lequel il envisage cultiver du haricot a la forme d'un disque dont le cercle passe par les points A et B et C d'affixes respectives z_A, z_B et z_C où z_A et z_B sont solution dans \mathbb{C} de l'équation (E1) : $(iz + 3i + 3)^2 - 2(iz + 3i + 3) + 2 = 0$, z_B étant la solution ayant la plus petite partie réelle et $z_C = 2z_B$.
- Le deuxième site lequel il envisage cultiver le maïs a la forme d'un triangle EFG dont les affixes z_E, z_F et z_G sont solutions dans \mathbb{C} de l'équation (E2) : $z^3 + (-3 + 2i)z^2 + (7 - 12i)z - 21 + 18i = 0$ avec z_E la solution réelle.
- Le troisième site est l'ensemble E_3 des points M d'affixes z tels que $\left| \frac{z - z_R}{z - z_S} \right| = 2$ où z_R et z_S sont les racines carrées de $3 + 4i$, z_R ayant pour partie réelle négative.

Il décide tout d'abord avant le début des travaux de les sécuriser à l'aide d'un grillage dont le mètre coûte 3500 FCFA.

1. Combien devra dépenser papa Ibrahima pour l'achat du grillage nécessaire du premier site ? Prendre $\pi = 3,14$
2. Combien devra dépenser papa Ibrahima pour l'achat du grillage nécessaire du deuxième site ?
3. Combien devra dépenser papa Ibrahima pour l'achat du grillage nécessaire pour le troisième site ?

BONNE INSPIRATION !!!