Année-Scolaire :2023-2024

LYCÉE DE SAPAGA, L.D.N.Z. DE ZITENGA **Date** : 20/01/2024

Prof : M.TIORO α M. OUATTARA **Durée** : 4h

Classe : *TleD* **Coef** :05

DEVOIR SURVEILLÉ N°1 DU DEUXIÈME TRIMESTRE

(Calculatrices non autorisées)

EXERCICE 1

1. Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive de la fonction donnée sur I
   (a) $f(x) = x^2 sin(x^3)\,;\qquad I = \mathbb{R}.$
   (b) $g(x) = \dfrac{1}{(2x-1)^3}\,;\qquad I = \left]-\infty; \dfrac{1}{2}\right[$
   (c) $h(x) = x\sqrt{1+x^2}\,;\qquad I = \mathbb{R}$
   (d) $j(x) = \dfrac{sinx}{(1+cosx)^3}\,;\qquad I =]0;\pi[$
2. f est définie sur $]-\infty; 0[$ par : $f(x) = \dfrac{3x^2-4x+1}{(2x^2-x)^2}$
   (a) Déterminer les nombres réels a et b tels que : $\forall x \in]-\infty; 0[\,;\ f(x) = \dfrac{a}{x^2} + \dfrac{b}{(2x-1)^2}$.
   (b) Déterminer la primitive F de f sur $]-\infty; 0[$ qui s'annule en -1 .

.

EXERCICE 2

1. On considère le polynôme défini par : $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$.
   (a) Factoriser $P(x)$ puis résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) = 0$.
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
   $e^{3x} + 2e^{2x} - 5e^x - 6 = 0\,;\qquad (lnx)^3 + 2(lnx)^2 - 5lnx - 6 = 0$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ les systèmes suivants :
   (a) $\begin{cases} x - 3y = -1 \\ lnx - ln2 = lny \end{cases}$.
   (b) $\begin{cases} e^x - 2e^y = -5 \\ 3e^x + e^y = 13 \end{cases}$

.

PROBLÈME

PARTIE A

Soit la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 + ln\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right| & si \quad x < 0 \\ (2+x)e^{-x} & si \quad x \geqslant 0 \end{cases}$$

1. Montrer que f est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

2. (a) Calculer les limites aux bornes de D_f. Préciser les asymptotes parallèles aux axes de coordonnées.
   (b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (x+2)]$. Interpréter graphiquement ce résultat.
3. (a) Étudier la continuité de f en 0.
   (b) Démontrer que $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{-x} - 1}{x} = -1$ et $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{ln(1-x)}{x} = -1$
   (c) En déduire que f est dérivable à gauche et à droite en 0. f est-elle dérivable en 0 ?
4. Calculer $f'(x)$ pour :
   (a) $x \in]0; +\infty[$.
   (b) $x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0[$.
5. Étudier le signe de $f'(x)$ pour $x \in]0; +\infty[$ et pour $x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0[$.
6. Dresser le tableau de variation de f.
7. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]-3; -2[$.
8. Tracer (C_f), courbe représentative de f dan un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unités $1cm$.

On mettra en évidence l'allure de (C_f) au point d'abscisse 0 et les droites asymptotes.

PARTIE B

Soit g la restriction de f à $]-\infty; -1[$.

1. Montrer que g définit une bijection de $]-\infty; -1[$ sur un intervalle J à préciser .
2. On note g^{-1} sa bijection réciproque.
   (a) Calculer $g(-2)$. Montrer que g^{-1} est dérivable en $ln3$.
   (b) Calculer $(g^{-1})'(ln3)$.
   (c) Représenter la courbe de g^{-1} dans le repère précédent.

BONNE INSPIRATION ! ! !