

COMPOSITION UP

NIVEAU : T^{le} D

Coefficient : 4

Durée : 4H

COMPOSITION DE MATHEMATIQUE

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3. L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des énonces suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	Énonces
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4 + \sqrt{2x + 8}}{x - 4} = 0,25$
2	Si $2 \in I, f(2) = 5$ et $(f^{-1})'(5) = -2$ alors $f'(2) = \frac{1}{2}$
3	Si une variable aléatoire X suit une loi binomiale de parametre n et p , alors la variance de X est $np(1 - p)$
4	Si f est une fonction strictement croissante sur IR et si $f(a) \times f(b) > 0$, alors f s'annule entre a et b

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque énoncé, quatre réponses A, B, C sont proposées dont une seule est exacte. Écris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

N°	Énoncés		Réponses proposées																
1	Si E et F sont deux évènements, tels que : $P(E) = 0,3$ et $P_E(F) = 0,5$	A	$P(E \cap F) = 0,8$																
		B	$P(E \cap F) = 0,15$																
		C	$P(E \cap F) = 0,2$																
2	On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$. <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>10</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> L'équation $f(x) = 0$ admet sur $]0; +\infty[$, ...	x	0	1	10	$+\infty$	$f'(x)$	-		+	-	$f(x)$	$+\infty$		-1	0	$-\infty$	A	0 solution
		x	0	1	10	$+\infty$													
		$f'(x)$	-		+	-													
$f(x)$	$+\infty$		-1	0	$-\infty$														
B	1 solution																		
C	2 solutions																		

3	Une primitive sur \mathbb{R} de la fonction $x \rightarrow 3 \cos\left(\frac{3x+2}{2}\right)$ est la fonction :	A	$x \rightarrow -2 \sin\left(\frac{3x+2}{2}\right)$
		B	$x \rightarrow 3 \sin\left(\frac{3x+2}{2}\right)$
		C	$x \rightarrow 2 \sin\left(\frac{3x+2}{2}\right)$
4	Après une expérience aléatoire, on obtient une loi de Probabilité d'une variable aléatoire X indiquée dans le tableau ci-dessous. On désigne par F sa fonction de répartition.	A	$\frac{6}{7}$
		B	$\frac{1}{7}$
		C	1

x_i	-300	200	500
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

La valeur de $F(300)$ est égale à :

EXERCICE 3 (2 points)

Soit la fonction f définie sur $]2; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^2+x+1}{(x^2-1)^2}$

1. Détermine les nombres réels a, b tels que : $f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x+1)^2}$
2. Déduis – en la primitive F de f sur $]1; +\infty[$ qui prend la valeur 0 en 2

EXERCICE 4 (4 points)

(Tous les résultats seront donnés sous la forme de fractions irréductibles)

La constitution d'un groupe de trois élèves devant représenter leurs camarades à un exposé sur l'environnement est soumise à une expérience aléatoire.

On lance trois fois une pièce de monnaie. Un garçon est désigné à chaque apparition de pile et une fille à chaque apparition de face.

Un groupe constitué de filles et de garçons est appelé « groupe mixte » et un groupe constitué uniquement de filles ou uniquement de garçons un « groupe non mixte ».

On désigne par M l'évènement «le groupe est mixte » et par \bar{M} l'évènement contraire de M

- 1) Calculer les probabilités des évènements M et \bar{M} .
- 2) A l'intérieur de la salle où se tient l'exposé, le groupe de trois élèves reçoit en cadeau trois tee-shirts par filles présente au sein du groupe.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tee-shirts reçus.

- a) Détermine les valeurs prises par X .
- b) Déterminer la loi de probabilité de X .
- c) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de X .

- 3) Les tee-shirts reçus sont réparties de manière équitable à tous les membres du groupe.

Déterminer la probabilité que chaque membre du groupe reparte avec au moins deux teeshirts.

EXERCICE 5 (5 points)

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = |2x + 4| + \frac{8}{(x-2)^3}$ et (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, I, J) , $OI = 1 \text{ cm}$, $OJ = 0,5 \text{ cm}$.

- 1-a) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- b) Écrire $f(x)$ sans le symbole $| |$

2-a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

b) Montrer que les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives : $y = -2x - 4$ et $y = 2x + 4$ sont asymptotes à (Cf) respectivement en $-\infty$ et en $+\infty$.

c) Étudier leurs positions relatives par rapport à (Cf) .

3-a) Étudier la continuité de f au point -2 .

b) Étudier la dérivabilité de f au point -2 et interpréter graphiquement les résultats obtenus.

c) Déterminer les équations des demi-tangentes au point -2 .

4- Montrer que :
$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty; -2[, & f'(x) = \frac{-2x(x^2-6x+12)}{(x-2)^3} \\ \forall x \in]-2; 2[\cup]2; +\infty[, & f'(x) = \frac{(2x-8)(x^2-2x+4)}{(x-2)^3} \end{cases}$$

5- Étudier le sens de variation et dresser le tableau de variation de f .

6- Construire (D_1) et (D_2) ; (Cf) et les tangentes à (Cf) au point -2 .

7- Soit h la restriction de f à l'intervalle $[4; +\infty[$.

a) Montrer que h est une bijection de $[4; +\infty[$ dans un intervalle K que l'on précisera.

b) La bijection réciproque h^{-1} de h est-elle dérivable au point 14 ? Justifier.

c) Calculer $(h^{-1})'(14)$

EXERCICE 6 (5 points)

(Tous les résultats seront donnés sous la forme de fractions irréductibles)

Une urne contient trois boules noires et une boule rouge.

On considère l'expérience aléatoire suivante : On lance un jeton parfaitement équilibré, présentant une face noire et une face rouge. Si le jeton tombe sur la face rouge, on ajoute une boule rouge dans l'urne et si le jeton tombe sur la face noir, on ajoute une boule noir dans l'urne, puis un élève de terminal tire simultanément et au hasard trois boules de l'urnes.

Cet enfant informe l'assistance qu'il n'a tiré aucune boule rouge.

Il prétend dans ces conditions qu'il y a une chance sur cinq que le jeton soit tombé sur la face rouge.

L'enfant a-t-il raison ou pas ?