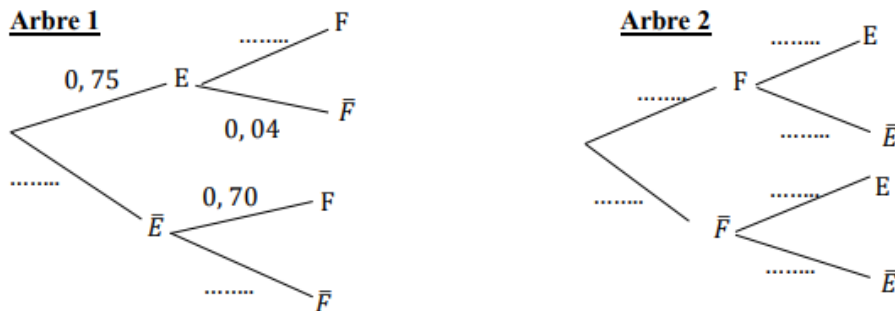


DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1

Réproduis et complète les arbres de probabilité suivants



EXERCICE 2

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Écris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse juste

N°	Énoncés	A	B	C
1	$f(x) = (x^2 + 1)\left(\frac{1}{x} - \ln x^2\right)$, $Df =$	\mathbb{R}^*	$]0 ; +\infty[$	\mathbb{R}
2	(C) la représentation de g et $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 2$, alors	(C) admet une asymptote verticale d'équation $x = -1$	(C) admet une asymptote horizontale d'équation $y = 2$	(C) n'admet pas d'asymptote en -1
3	Une épreuve de Bernoulli est une épreuve aléatoire comportant	Trois issues : succès , échec , neutre	Une issue : succès	Deux issues : succès , échec
4	Une primitive de la fonction f définie par $f(x) = -4x^2 + 12x - 3$ est	$-\frac{4}{3}x^3 + 12x^2 - 3x$	$-4x^3 + 6x^2 - 3x$	$-\frac{4}{3}x^3 + 6x^2 - 3x + 2$

EXERCICE 3

On considère les fonctions f, g, h et k définies sur $] -\infty ; 1[$ respectivement par :

$$f(x) = \frac{2x+1}{(x-1)^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} ; g(x) = \frac{2x+1}{(x-1)^2} ; h(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \text{ et } k(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$$

- Démontre que $\forall x \in] -\infty ; 1[; g(x) = \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1}$
 - Déduis-en une primitive G de la fonction g sur l'intervalle $] -\infty ; 1[$
- On admet que la fonction k est dérivable sur $] -\infty ; 1[$ et k' sa dérivée
 - Détermine $k'(x)$
 - Déduis-en que k est une primitive de la fonction h sur l'intervalle $] -\infty ; 1[$
- Détermine les primitives F de la fonction f sur l'intervalle $] -\infty ; 1[$
 - Détermine la primitive F de f sur $] -\infty ; 1[$ qui s'annule en 0

EXERCICE 4

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Chaque résultat sera donné sous la forme d'un nombre décimal d'ordre 3. On admet que dans l'équipe des éléphants de Côte d'Ivoire qui participera à la CAN 2023, il y a 70% des joueurs qui sont droitiers du pied. Par ailleurs un joueur non droitier du pied tire le ballon du côté gauche du gardien adverse dans 85% des cas et un joueur non gaucher du pied tire le ballon du côté droit gardien de but adverse dans 60% des cas.

On note les évènements suivants :

D : « le joueur est droitier du pied » et

C : « le joueur tire du côté gauche du gardien de but adverse »

1. Traduis la situation par un arbre de probabilité .
2. Calcule la probabilité pour que
 - a) un joueur soit droitier et qu'il tire à droite du gardien de but adverse
 - b) un joueur soit gaucher et qu'il tire à droite du gardien de but adverse .
3. Démontre que la probabilité pour qu'un joueur tire le ballon à droite du gardien du but adverse est 0,465 .
4. Un joueur tire à gauche du gardien de but adverse .

Détermine la probabilité pour qu'il soit droitier du pied

Partie B

On donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X suivant où α est un nombre réel.

x_i	1	2	3	4
p_i	$\frac{1}{6}$	α	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$

1. a) Calcule la valeur du nombre α
- b) Calcule $F(X \leq 3,5)$
2. Calcule l'espérance mathématique de X
3. Calcule la variance de X
4. Calcule l'écart-type de X
5. a) Définis F , fonction de répartition de X
- b) Construis la représentation graphique de F dans le plan muni d'un repère orthogonal
Échelle : abscisse : $1 \text{ cm} \rightarrow 1$; ordonnée : $1 \text{ cm} \rightarrow \frac{1}{12}$

EXERCICE 5

Soit f une fonction dérivable et définie sur $]0 ; +\infty[$ Par $f(x) = \frac{1+2\ln x}{x^2}$.

On désigne par (Cf) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; I ; J)$. L'unité graphique est 2 cm

1. a) Justifie que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
- b) Justifie que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$
- c) Interprète graphiquement chacun des résultats des questions 1. a) et 1. b)

2. a) Justifie que $\forall x \in]0 ; +\infty[; f'(x) = \frac{-4\ln x}{x^3}$
 b) Etudie les variations de f
 c) Dresse le tableau de variation de f
3. Représente graphiquement la courbe (C_f)
4. On considère la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = 1 - x + 2\ln x$.
 a) Détermine les limites de g aux bornes de son ensemble de définition .
 b) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation .
 c) Justifie que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]2 ; +\infty[$
 d) Sachant que $g(1) = 0$, justifie que $\begin{cases} \forall x \in]0 ; 1[\cup]\alpha ; +\infty[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]1 ; \alpha[, g(x) > 0 \end{cases}$
5. Soit h la restriction de g à l'intervalle $]2 ; +\infty[$
 a) Justifie h est une bijection de $]2 ; +\infty[$ sur intervalle K à préciser .
 b) Soit h^{-1} la bijection réciproque de h .
 Donne le sens de variation de h^{-1} et dresse son tableau de variation
 c) Calcule $h(e)$ et justifie h^{-1} est dérivable en $\frac{3}{e^2}$. Précise la valeur de $(h^{-1})'(\frac{3}{e^2})$

EXERCICE 6

Une usine fabrique et commercialise des sachets de chocolat. Sa capacité mensuelle est comprise entre 2 millions et 5 millions de sachets. On suppose que toute la production est commercialisée . Une étude a révélé le bénéfice mensuel. Exprimé en millions de francs, réalisé pour la production et la vente est modélisée sur l'intervalle $[2 ; 5]$ par la fonction B définie par $B(x) = \frac{x^3 - 20x - 9}{x - 7}$. Le directeur veut accroître le bénéfice de l'entreprise pour cela il voudrait connaître le nombre de sachets à produire , au millier près , par mois , pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal . N'ayant pas de personnel qualifié , il te sollicite. À l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques , réponds à la préoccupation du directeur .