



DEVOIR DE MATHÉMATIQUES TleD

2 heures



*Cette épreuve comporte 2 pages numérotées 1 et 2
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.*

Exercice 1

Pour chaque énoncé, écris **Vrai** si l'énoncé est vrai ou **Faux** si l'énoncé est fausse. Aucune justification n'est demandée. Exemple **6. Faux**

N°	Énoncé
1	Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ alors l'axe (OJ) est une asymptote à (C) dans le repère orthogonal (O,I,J).
2	Si $\forall x \in]0 ; +\infty[, f(x) \leq \sqrt{x} - x^2$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
3	Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ alors (C) la courbe de f dans le repère orthogonal (O,I,J) admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des abscisses en $+\infty$.
4	Si f est une fonction telle que : $\forall x \in]0 ; +\infty[, f(x) \leq \frac{3}{1+x}$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

Exercice 2

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. Exemple **5.A**

N°	Énoncé	Réponses	
1	f et g sont deux fonctions définies sur un intervalle I avec $a \in I$. Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ et $\lim_{x \rightarrow b} g(x) = k$ alors	A	$\lim_{x \rightarrow a} fog(x) = k$
		B	$\lim_{x \rightarrow a} gof(x) = b$
		C	$\lim_{x \rightarrow a} fof(x) = k$
		D	$\lim_{x \rightarrow a} fof(x) = b$
2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\tan(2x)}{\sin(6x)} =$	A	0
		B	1
		C	$\frac{1}{3}$
		D	$+\infty$
3	Si une fonction f est croissante sur $]a; b[$ et non majorée alors	A	sa limite à gauche de b est $+\infty$
		B	sa limite à gauche de b est $-\infty$
		C	sa limite à gauche de b est finie
		D	sa limite à gauche de b n'existe pas
4	Si une fonction f est décroissante sur $]a; b[$ et minorée alors	A	sa limite à gauche de b est $+\infty$
		B	sa limite à gauche de b est $-\infty$
		C	sa limite à gauche de b est finie
		D	sa limite à gauche de b n'existe pas

Exercice 3

Soit g la fonction définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{3 - \sqrt{9 - x}}{x}$

et (C_g) sa courbe représentative.

1) Détermine l'ensemble de définition de g , D_g .

2) Détermine que $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.

3) En utilisant $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$, calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{9 - 2x}}{3x}$

4) Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ puis interprète graphiquement le résultat obtenu.

Exercice 4

Une fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} a pour tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	3	6	$+\infty$
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$

Le tableau de variation est complété avec des flèches indiquant la direction de la fonction : une flèche descendante de 1 à $-\infty$ entre $x=3$ et $x=6$, une flèche descendante de $+\infty$ à $-\infty$ entre $x=6$ et $x=+\infty$, et une flèche ascendante de $-\infty$ à $+\infty$ entre $x=-\infty$ et $x=3$.

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J)

On donne $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

1.a) Détermine D_f

b) Donne sans justification $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2) Dédus-en toutes les asymptotes de (C) .

3) Justifie l'existence d'une branche parabolique de (C) dont on précisera la direction.

4) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{x+1}{x^2}\right)$ et $\lim_{x \rightarrow 2} f(\sqrt{9x^2})$

5) Construis (C) et ses asymptotes. **Unité graphique 1cm.**

Exercice 5

Lors d'une recherche pour le cours de géographie, les élèves d'une classe de Terminale D du Collège notre dame des lacs découvrent une ville d'Afrique créée en 1960. La population de cette ville évolue selon une fonction croissante f telle que:

$$f(x) = \frac{80x + 10}{20 + x}$$

où x est le nombre d'années écoulées depuis la fin de l'année 1960 et $f(x)$ est exprimée en dizaines de milliers d'habitants. Un élève de la classe affirme que la population de cette ville ne pourra jamais dépasser 700 000 habitants mais certains élèves de la classe pensent le contraire. Une discussion s'engage entre eux. En tant que major de ta classe en mathématiques, utilise tes connaissances mathématiques pour les départager.

$\lim_{x \rightarrow \text{Etudier}} (\text{Élève de Terminale D}) = \text{ADMIS (E)}$