Formesoutra.com
ça soutra!

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union-Discipline-Travail

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
DIRECTION REGIONALE ABIDJAN 1
GROUPE SCOLAIRE LES FIGUIERS
COLLEGE LE FIGUIER ABIDJAN
DIRECTION DES ETUDES DU SECOND

Le Groupe Scolaire Les Figuiers
Le Collège Le Figuier
Humilité - Discipline - Travail

MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU

Date: 12/10/2026
Durée: 2H
Coefficient: 2
Niveau: Tle D
CE MATHS

Cette épreuve comporte quatre pages numérotées de 1/4 à 4/4. L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 : (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer sur votre copie si elle est **Vraie (V)** ou **Fausse (F)**. Aucune justification n'est demandée. *(0,5 point par réponse exacte)*

N°	Affirmations
1	Si f est une fonction continue et strictement croissante sur un intervalle $[a, b]$, alors pour tout réel $k \in [f(a), f(b)]$, l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution dans $[a, b]$.
2	$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(3x)}{x} = 1$.
3	Soit g une fonction définie sur $]0, +\infty[$. Si pour tout $x > 0$, $\dfrac{x-2}{2x+1} \leqslant g(x) \leqslant \dfrac{x+2}{2x+1}$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \dfrac{1}{2}$.
4	La courbe représentative de la fonction h définie sur $[0, +\infty[$ par $h(x) = \sqrt{x^2+2x} - x$ admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote horizontale d'équation $y = 1$.

EXERCICE 2 : (2 points)

Pour chaque item, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Écrire sur votre copie le numéro de l'item suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. *(0,5 point par réponse exacte)*

N°	Énoncés	Réponses	
1	La limite $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+5}-x\right)$ est égale à :	**a**	0
		b	2
		c	$+\infty$
2	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$. Pour que f soit prolongeable par continuité en $x_0=1$, il faut lui attribuer en ce point la valeur :	**a**	$\dfrac{1}{4}$
		b	$\dfrac{1}{2}$
		c	0
3	La valeur de la limite trigonométrique $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos(2x)}{x^2}$ est :	**a**	1
		b	2
		c	4
4	Soit k la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $k(x)=\sqrt{x^3+1}$. La courbe $(\mathcal{C}_k)$ admet en $+\infty$:	**a**	Une asymptote oblique d'équation $y=x$
		b	Une branche parabolique de direction l'axe des abscisses (OI)
		c	Une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées (OJ)

EXERCICE 3 : (4 points)

Une entreprise fabrique des composants électroniques sur deux chaînes de montage distinctes notées A et B :

— La chaîne A assure $60\,\%$ de la production totale.
— La chaîne B assure le reste de la production.

Les contrôles de qualité révèlent que :

— $2\,\%$ des composants issus de la chaîne A présentent un défaut.
— $5\,\%$ des composants issus de la chaîne B présentent un défaut.

On choisit au hasard un composant dans la production globale. On considère les événements :

— A : « Le composant provient de la chaîne A » ;
— B : « Le composant provient de la chaîne B » ;
— D : « Le composant présente un défaut ».

1.) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
2.) Calculer la probabilité que le composant prélevé provienne de la chaîne A et soit défectueux.
3.) Démontrer que la probabilité globale qu'un composant présente un défaut est égale à $0{,}032$.
4.) Sachant que le composant choisi présente un défaut, calculer la probabilité qu'il provienne de la chaîne B.

EXERCICE 4 : (7 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

Partie A : Étude d'une fonction auxiliaire g

On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2$$

1.) Déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

2.) Calculer la fonction dérivée $g'(x)$ et dresser le tableau de variations complet de g sur $\mathbb{R}$.

3.) **a)** Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution réelle notée α sur $\mathbb{R}$.

b) Vérifier que $1 < \alpha < 2$, puis donner un encadrement de α à 10^{-1} près.

4.) Déterminer le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$ selon les valeurs de x.

Partie B : Étude de la fonction rationnelle f

Soit f la fonction rationnelle définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par :

$$f(x) = \frac{x^3 + 2}{x - 1}$$

On note $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1.) Calculer $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$, puis donner une interprétation graphique de ces limites.

2.) **a)** Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis préciser la nature des branches infinies de $(\mathcal{C}_f)$ en $\pm\infty$.

3.) **a)** Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, la dérivée $f'(x)$ vérifie :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$$

b) En déduire le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations complet de f.

4.) En exploitant l'égalité $g(\alpha) = 0$, établir que :

$$f(\alpha) = \frac{3(\alpha^2 + 2)}{2(\alpha - 1)}$$

5.) Écrire l'équation cartésienne de la droite (T), tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse $x_0 = 0$.

EXERCICE 5 : (5 points)

Une société agroalimentaire basée à Dabou procède à l'installation d'une nouvelle station d'épuration afin de traiter les rejets liquides issus de l'extraction de l'huile de palme avant leur déversement dans la lagune. Le dispositif technique a été calibré pour traiter en continu de grandes quantités d'effluents.

Des études d'ingénierie chimique montrent que le taux de dépollution des effluents, noté $f(x)$ et exprimé en pourcentage (%) pour $x \in [0, +\infty[$, dépend du volume journalier d'eau usée injectée x (exprimé en centaines de mètres cubes). Ce taux est modélisé par la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{90x + 30}{x + 1}$$

Lors d'une réunion d'évaluation environnementale avec les autorités sanitaires locales, deux techniciens de la station soutiennent des points de vue opposés :

— **Technicien 1 :** « D'après mes calculs, le taux de dépollution partira d'une valeur de $30\,\%$ pour 0 m^3 traité, augmentera de façon régulière et continue sans jamais dépasser $90\,\%$, mais atteindra exactement $80\,\%$ pour un volume journalier de 500 m^3 d'eau traitée. »

— **Technicien 2 :** « Je pense au contraire que le système montera en puissance pour atteindre à terme un taux de dépollution maximal de $95\,\%$, et qu'un traitement de 400 m^3 d'eau par jour suffirait amplement pour obtenir un taux de $80\,\%$. »

Le Directeur d'exploitation fait appel à tes compétences en mathématiques de Terminale D pour trancher le débat.

À l'aide d'une démarche argumentée s'appuyant sur tes connaissances mathématiques, analyse les déclarations de chaque technicien et indique qui a raison.