Fomesoutra.com
ça soutra!

MINESEC	LYCEE BILINGUE D'EKOUNOU	REPUBLIQUE DU CAMEROUN	
EPREUVE DE : MATHEMATIQUES		COEF. : 04	DUREE : 04h
CLASSE : TD 1	ANNEE SCOLAIRE : 2025-2026	EXAMINATEUR : M. BONDOUA André	
EVALUATION N°I DU TRIMESTRE I			

L'épreuve comporte deux parties sur deux pages. Le candidat devra répondre à toutes les questions. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 13 points

EXERCICE 1 : (5points)

I- On donne les nombres complexes $z_1 = -2 - 3i$; $z_2 = 3 - 2i$ et $Z = \frac{(z_1)^5}{(z_2)^8}$

1- Déterminer la forme algébrique de $z_1 \times (z_2)^3$ **0,5pt**

2- Déterminer le module de z_1 et celui de Z **0,5pt**

3- Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

(E_1): $-2iz + 1 - 6i = 3\bar{z} + 6 - 5i$. **0,75pt**

II- On considère le polynôme P défini par $P(z) = z^4 - 4z^3 + 9z^2 - 4z + 8$

1- Démontrer que $\overline{P(z)} = P(\bar{z})$ **0,5pt**

2- Calculer $P(i)$ et en déduire $P(-i)$ **0,75pt**

3- Déterminer les nombres complexes a et b tel que $P(z) = (z^2 + 1)(z^2 + az + b)$ **1pt**

4- Dans la suite on suppose que $a = -4$ et $b = 8$,

Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$ **1pt**

EXERCICE 2 : (5points)

1- Résoudre dans $\mathbb{C}^2$ le système d'équations suivants $\begin{cases} 2iz + 4\overline{z'} = 2 + 2i \\ -\bar{z} + (2 - i)z' = -1 \end{cases}$ **0,75pt**

2- On donne le polynôme Q définie par

$Q(z) = z^3 + (4 - 10i)z^2 - (32 + 38i)z - 84 + 48i$

a- Déterminer un nombre complexe imaginaire pur z_0 racine du polynôme Q **0,5pt**

b- Démontrer que $Q(z) = (z - 6i)(z^2 + (4 - 4i)z - 8 - 14i)$ **0,5pt**

3- On considère le nombre complexe $u = 32 + 24i$

a- Déterminer les racines carrées de u **0,5pt**

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'equation $z^2 + (4 - 4i)z - 8 - 14i = 0$ **0,75pt**

c- En déduire toutes les racines du polynôme Q **0,5pt**

3- On considère les nombres complexes $U = i + \frac{2}{z}$ et $z = x + iy$ avec $z \neq 0$.

a- Montrer $Re(U) = \frac{2x}{x^2+y^2}$ et $Im(U) = \frac{x^2+y^2-2y}{x^2+y^2}$. **0,5pt**

b- En déduire les ensembles des points M(x ;y) du plan tels que :

i) U soit un nombre réel. **0,5pt**

ii) U soit imaginaire pur. **0,5pt**

EXERCICE 3 : (5 points)

On définit les fonctions numériques d'une variable réelle f, g, t et h par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x} + x \; ; t(x) = \frac{4x^2}{1 - cos5x} \; ; g(x) = \frac{x^2 \, sin(x)}{x^3 + 1} \; ;$$

$u(x) = x + 1 - \sqrt{3x^2 + x}$; $v(x) = \frac{2sinx-1}{6x-\pi}$ et $h(x) = \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$

1- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} u(x)$; $\lim\limits_{x\to 2} h(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}} v(x)$ et $\lim\limits_{x\to 0} t(x)$. **(5×0,75pt)**

2- a- Démontrer que pour tous nombres réels x, on a $\frac{-x^2}{x^3+1} \leq g(x) \leq \frac{x^2}{x^3+1}$ **0,5pt**

b-Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$, en précisant le nom du théorème utilisé **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 5 points

Situation :

Dans son projet de développement, la municipalité de la ville de Yokadouma prévoit de construire une usine de fabrication de produits chimiques et une route pour acheminer les produits agricoles vers Bertoua. Concernant la construction de l'usine, les services du ministère de l'environnement ont précisé que cette usine doit être construite à au moins 20km des villages de cette ville. Dans le repère de la ville (unité le km), on dénombre trois villages matérialisés par les points P(2 ;14), N(-5 ;20) et B(2 ;10). L'ingénieur en charge de la réalisation décide de construire cette usine au centre de l'ensemble des points dont les coordonnées (x ;y) vérifient $|iz + 1 + i| = 7$ avec z = x + iy. La route quant à elle doit passer par les points dont les coordonnées (x ;y) vérifient $\left|\frac{iz+i+1}{z+2}\right| = 1$ avec z = x + iy .Il a été convenu que tout bien détruit pour la construction de cette route entrainera le dédommagement de son propriétaire. M. AI possède une plantation matérialisée par le point E(1;1) dans cette ville. La sous filiale chimique de cette société dans son laboratoire a mis sur pied un gel hydro-alcoolique. Des études faites ont permis d'établir que la recette $R(x)$ (en millions de francs CFA) résultante de la vente de x centaines de litres de gel hydro-alcoolique est définie sur $[1; 5]$ par $R(x) = 17x$. Le laboratoire livre ce gel à un fournisseur pour le vendre à ses clients au cout $C(x) = x(-x^2 + 29) - 16$ (en millions de francs CFA). Le bénéfice du fournisseur pour x centaines de litres vendus est $B(x) = R(x) - C(x)$ défini sur $[1; 5]$.

Tâches :

1. L'ingénieur chargé de la construction de l'usine a-t-il respecté les instructions du ministère ? **1,5 pt**
2. M. ALI sera-t-il dédommagé pour sa plantation ? **1,5 pt**
3. Après la vente de combien de litres de gel la société pourra-t-elle commencer à réaliser un bénéfice ? **1,5pt**

Présentation : [0,5pt]