Fomesoutra.com
ça soutra!

COLLEGE SAINT PIERRE *MERCREDI 08 DECEMBRE 2021*
CELLULE PEDAGOGIQUE DE MATHS *TS2*

DEVOIR N°2 DU PREMIER SEMESTRE

(DUREE : 03 HEURES)

Il sera tenu compte, pour l'évaluation des copies, de la présentation ainsi que de la clarté et de la rigueur des solutions proposées.

Problème n°1 :

Dans cet exercice la ***Partie A*** et la ***Partie B*** sont indépendantes.

Partie A :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$ d'unité graphique 1cm. On considère le nombre complexe : $Z = \frac{3-z}{z+2i}$.

On pose $z = x + iy$ et $Z = X + iY$.

1. Exprimer X et Y en fonction de x et y. $(\mathbf{01pt})$
2. En déduire l'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que :

a. $(E): Z \in IR$. $(\mathbf{0,75pt})$

b. $(F): Z \in iIR^*$. $(\mathbf{0,75pt})$

c. Faire une figure complète. $(\mathbf{0,75pt})$

Partie B :

On note (P) le plan complexe et $A(3-i)$ et $B(-1-2i)$ deux points du plan (P).

Soit f l'application de $(P)-\{A\}$ dans (P) qui a tout $M(z)$ associe le point $M'(z')$ défini par : $z' = \frac{2iz-4+2i}{z-3+i}$.

1. Déterminer le point Q dont l'image par f est le point Q' d'affixe $1+i$. $(\mathbf{0,75pt})$
2. a. Interpréter géométriquement le module et un argument Z. $(\mathbf{01pt})$

   b. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :

a. $(G): Z \in IR_-^*$. $(\mathbf{0,75pt})$

b. $(H): Z \in iIR_-^*$. $(\mathbf{0,75pt})$

c. $(I): |Z| = 1$. $(\mathbf{0,75pt})$

d. $(K): |Z| = 2$. $(\mathbf{0,75pt})$

Problème n°2 :

$f(x) = \begin{cases} \frac{-x^3}{x^2+2x+1} & si\ x < 0 \\ x + 2 - 2\sqrt{2x+1} & si\ x \geq 0 \end{cases}$ et C_f sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

Partie A :

1. Démontrer que $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$. $(\mathbf{0,5pt})$

2. Etudier la continuité de f en 0. $(\mathbf{0,5pt})$

3. Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement les résultats obtenus. $(\mathbf{01pt})$

4. **a.** Calculer les limites de f aux bornes de D_f. En déduire une asymptote de C_f. $(\mathbf{1,25pt})$

BON COURAGE

b. Montrer que $(\Delta): y = -x + 2$ est asymptote à C_f en $-\infty$. $(\mathbf{0,75pt})$

c. Etudier la position de C_f par rapport à (Δ) sur $]-\infty ; -1[\cup]-1 ; 0[$. $(\mathbf{0,5pt})$

d. Rechercher la branche infinie de C_f en $+\infty$. $(\mathbf{0,75pt})$

e. Etudier la position de C_f par rapport à la droite $(D): y = x$ sur $[0, +\infty[$ $(\mathbf{0,75pt})$

5. Calculer $f'(x)$ dans les intervalles où f est dérivable. $(\mathbf{0,75pt})$

6. Dresser le tableau de variation de f. $(\mathbf{0,75pt})$

7. Construire C_f $(\mathbf{1,5pt})$

Partie B :

Soit g la restriction de f à $I = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$.

1. Montrer que g admet une bijection réciproque g^{-1} sur un intervalle J à préciser. $(\mathbf{0,75pt})$

2. g^{-1} est-elle dérivable sur J ? Justifier votre réponse. $(\mathbf{0,75pt})$

3. Dresser le tableau de variation de g^{-1}. $(\mathbf{0,75pt})$

4. Construire $C_{g^{-1}}$ $(\mathbf{0,75pt})$