MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
DIRECTION REGIONALE ABIDJAN 1
GROUPE SCOLAIRE LES FIGUIERS
COLLEGE LE FIGUIER ABIDJAN
DIRECTION DES ETUDES DU SECOND CYCLE

Le Groupe Scolaire Les Figuiers
Le Collège Le Figuier
Humilité - Discipline - Travail

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union-Discipline-Travail

BILAN DE FIN DE TRIMESTRE
SESSION : NOVEMBRE 2026
Date : 18/11/2026

Coefficient : 2
Durée : 4H

DEVOIR BILAN DE MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte quatre (04) pages numérotées 1/4, 2/4, 3/4 et 4/4.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 : (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indique sur ta copie si elle est **Vraie (V)** ou **Fausse (F)**. Aucune justification n'est demandée. *(0,5 point par réponse exacte)*

N°	Affirmations
1	Si f est une fonction continue sur un intervalle $[a, b]$ telle que $f(a) \times f(b) < 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $]a, b[$.
2	$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(5x)}{2x} = \dfrac{5}{2}$.
3	Soit g une fonction définie sur $]0, +\infty[$. Si pour tout $x > 0$, $\left\|g(x) - 3\right\| \leqslant \dfrac{2}{x}$, alors $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 3$.
4	La courbe représentative de la fonction h définie sur $]-1, +\infty[$ par $h(x) = \dfrac{2x^2 + 3x}{x + 1}$ admet en $+\infty$ une asymptote oblique d'équation $y = 2x + 3$.

EXERCICE 2 : (2 points)

Pour chaque item, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Écris sur ta copie le numéro de l'item suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. *(0,5 point par réponse exacte)*

N°	Énoncés	Réponses	
1	La limite $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+6x+1}-x\right)$ est égale à :	a	0
		b	3
		c	$+\infty$
2	Soit f la fonction définie sur $[-8,+\infty[\,\backslash\{1\}$ par $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}$. Pour que f soit prolongeable par continuité en $x_0=1$, il faut lui attribuer en ce point la valeur :	a	$\dfrac{1}{6}$
		b	$\dfrac{1}{3}$
		c	0
3	La valeur de la limite trigonométrique $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}$ est :	a	$\dfrac{1}{2}$
		b	1
		c	2
4	Soit k la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $k(x)=x+\sqrt{x}$. La courbe $(\mathcal{C}_k)$ admet en $+\infty$:	a	Une asymptote oblique d'équation $y=x$
		b	Une branche parabolique de direction l'axe des abscisses (OI)
		c	Une branche parabolique de direction la droite d'équation $y=x$

EXERCICE 3 : (4 points)

Une fabrique artisanale de jouets en bois vérifie la qualité de sa production avant sa commercialisation. Chaque jouet produit est soumis à deux contrôles : d'une part, son aspect est examiné afin de vérifier qu'il ne présente pas de défaut de finition ; d'autre part, sa solidité est testée. Il s'avère, à la suite d'un grand nombre de vérifications, que :

— 92 % des jouets sont sans défaut de finition ;
— parmi les jouets qui sont sans défaut de finition, 95 % réussissent le test de solidité ;
— 2 % des jouets ne satisfont à aucun des deux contrôles.

On prend au hasard un jouet parmi les jouets produits. On note :

— F l'événement : « le jouet est sans défaut de finition » ;
— S l'événement : « le jouet réussit le test de solidité ».

1.) **Construction d'un arbre pondéré associé à cette situation.**
a) En utilisant les données de l'énoncé, détermine : $P(F)$; $P_F(S)$; $P\left(\overline{F}\cap\overline{S}\right)$.
b) Démontre que $P_{\overline{F}}\left(\overline{S}\right)=\dfrac{1}{4}$.
c) Construis un arbre pondéré traduisant la situation.

2.) Un jouet a réussi le test de solidité. Calcule la probabilité qu'il soit sans défaut de finition. On donnera le résultat arrondi au millième.

3.) **Étude d'une variable aléatoire**
Les jouets ayant satisfait aux deux contrôles rapportent un bénéfice de 5 000 francs ; ceux qui n'ont pas satisfait au test de solidité sont mis au rebut (ils ne rapportent donc aucun franc) ; les autres jouets rapportent 2 500 francs. On désigne par X la variable aléatoire qui associe à chaque jouet le bénéfice rapporté.
a) Détermine la loi de probabilité de X.
b) Calcule l'espérance mathématique et la variance de X.

4.) On prélève au hasard et successivement 3 jouets de la production, les prélèvements étant supposés indépendants.
a) Calcule la probabilité qu'aucun des 3 jouets ne soit mis au rebut.
b) Déduis-en la probabilité qu'au moins un des 3 jouets soit mis au rebut. On donnera les résultats arrondis au millième.

EXERCICE 4 : (3 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur $\left[-\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$ par $f(x) = x\sqrt{2x+1}$.

1.) Détermine trois nombres réels a, b et c tels que la fonction F définie par

$$F(x) = \left(ax^2 + bx + c\right)\sqrt{2x+1}$$

soit une primitive de f sur $\left]-\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$.

2.) Déduis-en la primitive G de f sur $\left]-\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$ qui prend la valeur 1 en 0.

Partie B

On donne les fonctions f, g et h définies sur l'intervalle $I =]0\,;\pi[$ par :

$$f(x) = \frac{\cos x}{\sin^3 x}\,; \qquad g(x) = \frac{1}{\sin^2 x} \qquad \text{et} \qquad h(x) = \frac{3}{\sin^4 x}.$$

On admet que f, g et h sont dérivables sur I.

1.) Détermine les primitives de f sur I.

2.) a) Calcule la dérivée de f et montre que pour tout $x \in I$, $f'(x) = \frac{2}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin^4 x}$.
b) Exprime $h(x)$ en fonction de $f'(x)$ et de $g(x)$.
c) Démontre que la fonction $x \longmapsto -\frac{\cos x}{\sin x}$ est une primitive de g sur I, puis déduis-en que les primitives de h sur I sont les fonctions

$$H_k(x) = -\frac{2\cos x}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin^3 x} + k \qquad (k \in \mathbb{R}).$$

3.) Détermine la primitive H_0 de h sur I qui s'annule en $\frac{\pi}{4}$.

EXERCICE 5 : (5 points)

1.) On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1\right)$.

a) Étudie les variations de g.
b) Calcule la limite de g en $+\infty$.
c) Déduis-en que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) < 0$.

2.) On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 1 + \frac{1}{2}\sqrt{x^2+1}.$$

On désigne par $(\mathcal{C})$ la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
a) Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
b) Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = g(x)$.
c) Étudie le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.

3.) Montre que les droites (D) : $y = 1$ et (Δ) : $y = -x+1$ sont des asymptotes à $(\mathcal{C})$ respectivement en $+\infty$ et en $-\infty$.

4.) a) Étudie la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à chacune des droites (D) et (Δ).
b) Détermine une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 0.
c) Construis les droites (D), (Δ), (T) et la courbe $(\mathcal{C})$.

5.) a) Démontre que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle K à préciser.
b) Donne le sens de variation de la bijection réciproque f^{-1} de f, puis dresse son tableau de variation.
c) Calcule $f(0)$ et démontre que f^{-1} est dérivable en $\frac{3}{2}$.
d) Déduis-en $\left(f^{-1}\right)'\left(\frac{3}{2}\right)$.

6.) a) Construis la courbe $(\mathcal{C}')$ de f^{-1} dans le même repère.
b) Donne une expression explicite de $f^{-1}(x)$.

EXERCICE 6 : (4 points)

Situation complexe

À la veille des congés de Noël, les élèves de Terminale de ton établissement décident d'organiser une journée récréative. À cette journée, ils veulent organiser des jeux dont l'un se présente sous la forme suivante : dans une urne se trouvent dix jetons indiscernables au toucher, dont 4 sont rouges, 2 sont verts, 3 sont blancs et 1 est noir.

Le jeu consiste à miser 200 F, puis à tirer au hasard un jeton de l'urne.

- Si le joueur tire un jeton vert, il gagne 1 000 F et une enveloppe contenant un montant S.
- Si le joueur tire un jeton blanc, il gagne une enveloppe contenant le montant S.
- Si le joueur tire un jeton rouge, il paie 1 000 F aux organisateurs du jeu.
- Si le joueur tire le jeton noir, il le remet dans l'urne et effectue un second tirage :
  - si le nouveau jeton tiré est noir, il paie 300 F aux organisateurs du jeu ;
  - dans les autres cas, il gagne 200 F.

Le président du conseil scolaire veut déterminer la valeur du montant S à mettre dans les enveloppes pour que le gain moyen d'un joueur soit de 2 500 F. Ne sachant pas comment déterminer ce montant S, il te sollicite.

En utilisant tes connaissances mathématiques, trouve une solution à la préoccupation du président du conseil scolaire.