

EXERCICE 2 (4 points)

À l'instant $t = 0$, une bille est lâchée à la surface d'une colonne de liquide.

On note $v(t)$ la vitesse instantanée de cette bille, exprimée en $m \cdot s^{-1}$, à un instant t donné.

On admet que la fonction v est définie et dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$ et qu'elle est solution de l'équation différentielle (E) : $y' + 140y = 5,88$.

1. Résoudre l'équation différentielle (H) : $z' + 140z = 0$, où z désigne une fonction inconnue de la variable t , dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
2. On pose, pour tout nombre réel t appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$, $y(t) = z(t) + 0,042$, où la fonction z est une solution de l'équation différentielle (H) .
 - a. Démontrer que la fonction y est une solution de l'équation différentielle (E) .
 - b. Parmi les fonctions y précédentes, démontrer que celle, notée v , qui s'annule pour $t = 0$, est définie par $v(t) = 0,042(1 - e^{-140t})$.
3. Deux utilisations de l'expression trouvée de $v(t)$.
 - a. Démontrer, en étudiant la limite de $v(t)$ lorsque t tend vers $+\infty$, que la vitesse de la bille admet une valeur limite notée ℓ dont on donnera la valeur numérique.
 - b. À quel instant t la bille atteint-elle 95 % de sa vitesse limite ?