MATHEMATIQUES

Niveau : Tle D
Prof : M. TEHUA
Date :

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

FONCTIONS EXPONENTIELLES

EXERCICE 1

Répondre par Vrai (V) ou par Faux (F) à chacune des affirmations suivantes :

	Affirmations	Réponses
1	L'ensemble de définition de la fonction $x \longmapsto \mathrm{e}^{x}$ est $[0; +\infty[$	
2	La fonction exponentielle est la dérivée de la fonction logarithme népérien	
3	La fonction exponentielle est la bijection réciproque de la fonction logarithme népérien	
4	La fonction exponentielle est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.	
5	Les courbes représentatives des respectives des fonctions exponentielle et logarithme népérien sont symétriques par rapport à la première bissectrice	
6	la fonction $x \longmapsto \mathrm{e}^{x}$ est une bijection de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$	

EXERCICE 2

Pour chacune ders affirmations suivantes, choisir la bonne réponse.

	Affirmations	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	u étant une fonction dérivable, on a	$(\mathrm{e}^{u})' = u\mathrm{e}^{u'}$	$(\mathrm{e}^{u})' = \mathrm{e}^{u'}$	$(\mathrm{e}^{u})' = u'\mathrm{e}^{u}$
2	u étant une fonction dérivable sur un intervalle K, une primitive sur K de $u'\mathrm{e}^{u}$ est	e^{u}	$\mathrm{e}^{u'}$	$u'\mathrm{e}^{u}$
3	$\mathrm{e}^{\ln(4)}.\mathrm{e}^{\ln(3)}$ est égal à	1	12	7
4	e^{-x} est égal à	$\frac{1}{\mathrm{e}x}$	$1-\mathrm{e}^{x}$	$\frac{1}{\mathrm{e}^{x}}$

EXERCICE 3

x désigne un nombre réel strictement positif. Simplifier chacune des expressions suivantes :

$A = e^{\ln 3}$; $B = e^{(x+\ln 3)}$; $C = e^{2\ln 4}$; $D = e^{x+\ln x}$; $F =; (e^{x}+2)(e^{x}-2)$

$G = e^{\ln 4 - \ln 3}$; $H = \dfrac{e^{x}}{e^{2x}}$; $I = \dfrac{e^{x}-1}{e^{2x}-1}$; $K = \dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}+1}$.

EXERCICE 4

Calculer les limites suivantes.

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}(e^{x}+x+1)$; **2)** $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^{x}-x^{2})$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{2}e^{-x}$;

5) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left|e^{\frac{x}{2}}-e^{x}\right|$; **6)** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^{x}-e}{x-1}$; **7)** $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} x^{2}e^{\frac{1}{x}}$; **8)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-e^{x}}{e^{x}+1}$

EXERCICE 5

Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $e^{3x+2} = e$; **b)** $e^{2x} - 9 = 0$; **c)** $e^{2x} - 5e^{x} + 4 = 0$

d) $e^{x} = -\frac{1}{2}$; **e)** $e^{x} + 3 = 4e^{-x}$; **f)** $\ln(e^{x} - 5) = 0$

EXERCICE 6

Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

a) $e^{x-3} \geq 1$; **b)** $\frac{e^{x}+3}{e^{x}-1} < e^{x}$; **c)** $e^{4-x} < 0$;

d) $e^{2x} + e^{x} - 2 \geq 0$; **e)** $(e^{2x}-1)(3-e^{x}) > 0$; **f)** $e^{x} - e^{-x} > 0$

EXERCICE 7

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ chacun des systèmes suivants :

$(S_1)\ \begin{cases} e^{x} + e^{y} = 2 \\ 3e^{x} - 2e^{y} = 11 \end{cases}$ $(S_2)\ \begin{cases} 2e^{x} - e^{y} = 15 \\ e^{x} + 2e^{y} = 40 \end{cases}$ $(S_3)\ \begin{cases} 2e^{x} + 3e^{y} = 1 \\ e^{x} - 5e^{y} = 7 \end{cases}$

EXERCICE 8

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'ensemble de définition de la fonctions f et la dérivée f'.

1) $f(x) = e^{-x} + 2e^{x}$; **2)** $f(x) = e^{x^2+1}$; **3)** $f(x) = \ln\left(1+e^{x}\right)$; **4)** $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$;

5) $f(x) = (2x+1)e^{2x}$; **6)** $f(x) = e^{-x}(1-x)+1$; **7)** $f(x) = \frac{e^{x}+1}{e^{x}-1}$; **8)** $f(x) = e^{x}\ln x$.

EXERCICE 9

Dans chacun des cas suivants , déterminer une primitive F de la fonction numérique f sur un intervalle I que l'on précisera.

1) $f(x) = e^{1-x}$; 2) $f(x) = \frac{-e^{x} + e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}}$; 3) $f(x) = (-2x+5)e^{-x^2+5x-2}$;1)

4) $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$; 5) $f(x) = \frac{1}{1+e^{x}}$; 6) $f(x) = \frac{e^{3x} + 2e^{2x} + 3e^{x} - 1}{e^{x}}$.

ETUDE DE FONTION

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = 2x + e^{-x}$. On appelle (C) la courbe représentative de f dans un plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J). (Unité 2 cm).

1 Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2. a) Justifier que pour tout nombre réel x, $f'(x) = \frac{2e^{x}-1}{e^{x}}$.

b) Etudier les variations de f, puis dresser son tableau de variation.

3. a) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = 2x$ est asymptote oblique à (C_f) en $+\infty$.

b) Préciser la position relative de (C) par rapport à la droite (Δ).

c) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

4 .Tracer les droites (Δ) ; (T) et la courbe (C).