

Etude globale d'une fonction rationnelle

➤ Problème 1

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{-x^2 + 3x}{x-2}$ et on note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 1 cm.



1. Déterminer le domaine de définition de f , noté D_f .
2. Démontrer qu'il existe trois nombres a , b et c tels que $g(x) = a x + b + \frac{c}{x-2}$ sur D_f .
5. Étudier les limites de f en 2^+ et en 2^- . En déduire que la courbe C admet une asymptote verticale D dont on précisera l'équation.
6. Étudier les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
7. Démontrer que la droite Δ d'équation $y = -x + 1$ est asymptote oblique à la courbe C en $+\infty$ et en $-\infty$. Préciser la position relative de C et de Δ .
8. Déterminer $f'(x)$, puis dresser le tableau de variation de f .
9. Déterminer une équation de la tangente (T_1) à (C) au point d'abscisse 1, puis une équation de la tangente (T_2) à (C) au point d'abscisse 3.
Construire (C) , (T_1) , (T_2) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$