LIMITES ET CONTINUITE

TRAVAUX DIRIGES (TD) 1

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations suivantes, réponds par vrai si l'affirmation est vraie ou par faux si elle est fausse.

	Affirmations	Réponses
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = +\infty$	
2	$\lim\limits_{x\to+\infty} -2x^2+3x+1 = -\infty$	
3	$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3x^2-5x}{x^2-5x} = 3$	
4	$\lim\limits_{x\to0} \frac{cosx-1}{x} = 1$	
5	$\lim\limits_{x\to0_<} \frac{1}{x^5} = +\infty$	
6	$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x-1}{x^2+2} = 0$	

EXERCICE2

Détermine les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x+1}$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x-1}{x^2+5x+4}$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^2-x-6}{2x^2-5x-3}$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty} -3x^5+4x^3-4x+2$

e) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3x^2-x-10}{2x^2-4x}$

f) $\lim\limits_{x\to0} \frac{x}{tanx}$

g) $\lim\limits_{x\to0} \frac{x}{sinx}$

h) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}$

EXERCICE 3

1) On sait que :$\forall x \in \mathbb{R}, \cos(x) \geq -1$. Calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3 + xcos(x)$

2) Calcule les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2x+1+3sinx$,$b)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x+cosx}$, $c)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2xsin(5x^2)}{x^2-1}$,$d)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+\sin(3x)}{2x^3}$

3) Calcule les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to2_>} \sqrt{-2+x}$,$b)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{\frac{4x^2+3}{1+9x^2}}$,$c)$ $\lim\limits_{x\to1_<} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$; $d)$ $\lim\limits_{x\to3_>} \left(\frac{2x}{-x+3}\right)$, $e)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+x-2}$

$f)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{\frac{x+1}{x+2}}$; $g)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$; $h)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} xsin\left(\frac{1}{x}\right)$,$i)$ $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x+1}-\sqrt{x}$;

$j)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}$; $k)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+4x+3}-(x+2)$;

$l)$ $\lim\limits_{x\to3} \frac{\sqrt{x-3}}{x-3}$; $m)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{4x^2+1}+x$; $n)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{2x^2+5x+1}+x+1$;

$p)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{2x^2+5x+1}-3x+1$; $q)$ $\lim\limits_{x\to1} \frac{\sqrt{x}+x-2}{x-1}$; $r)$ $\lim\limits_{x\to4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$.

LIMITES ET CONTINUITE

EXERCICE 4

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).$f$est une fonction numerique de representation graphique (c_f). a et b sont des nombres réels. Réponds par vrai ou faux a chaque affirmation.

1) Si $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty\ (ou + \infty)\ \ et\ \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, alors (c_f) admet une branche parabolique de direction (OI) en $+\infty$.
2) Si $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty\ (ou + \infty)\ \ et\ \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty\ (ou + \infty)$, alors (c_f) admet une branche parabolique de direction (OI) en $+\infty$.
3) Si $\lim_{x\to+\infty} f(x) - (ax + b) = 0$, alors la droite d'équation : $y = ax + b$) est asymptote oblique a (c_f) en $+\infty$.
4) Si $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty\ (ou + \infty)$, alors (c_f) admet la droite d'équation :$x = a$ comme asymptote horyzontale.
5) Si $\lim_{x\to+\infty} f(x) = b$, alors (c_f) admet la droite d'équation :$y = b$ comme asymptote horizontale en $+\infty$.

EXERCICE 5

Dans chacun des cas suivants, f est une fonction et (c_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère (0, I, J).

1) f est definie sur $]0, +\infty[$ par :$f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}$.
   a) Calcule $\lim_{x\to+\infty} f(x)\ \ et\ \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.
   b) Donne une interprétation graphique des resultats.
2) f est definie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + x$.
   a) Calcule $\lim_{x\to-\infty} f(x)\ \ et\ \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$.
   b) Donne une interprétation graphique des resultats.

EXERCICE 6

1) Soit f la fonction de IR vers IR définie par : $f(x) = \frac{x-9}{\sqrt{x-5}-2}$

Démontrez que f admet en 9 un prolongement par continuité et définissez le prolongement continu g.

2) Soit f la fonction définie sur IR \ $\{-1 ; 0 ; 1\}$ par : $f(x) = \frac{x^2+x}{x^2-|x|}$

f est – elle prolongeable par continuité en 0 ?