Fomesoutra.com ça soutra!

# MATHEMATIQUES

**Niveau** : Tle D
**Prof** : M. TEHUA
**Date** :

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

# TRAVAUX DIRIGES : NOMBRES COMPLEXES-GEOM.

## EXERCICE 1

Ecris sur ta copie le numéro de chacune des affirmations ci – dessous suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si l'affirmation est fausse.

| N° | AFFIRMATIONS |
|---|---|
| 1 | L'écriture complexe $z' = -2iz + 1 - i$ est celle d'une homothétie. |
| 2 | Une similitude directe admet un unique point invariant qui est son centre |
| 3 | Soit A(i) un point du plan $f(z) = iz + 6 - 3i$ l'écriture complexe de la rotation r et $A' = r(A)$ alors l'affixe de $A'$ est $3 - 5i$. |
| 4 | Toute application du plan ayant pour écriture complexe $z' = az + b$ où $a \in \mathbb{C}^*$ et $b \in \mathbb{C}^*$ est une similitude. |

## EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations ci – dessous, trois réponses A, B et C sont données dont une seule est juste.
Recopie sur ta feuille, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse juste.

| N° | AFFIRMATIONS | REPONSES | |
|---|---|---|---|
| 1 | L'écriture complexe de la rotation R de centre $\Omega(\omega)$ et d'angle $\theta$ est : | A | $z' = e^{i\theta}(z - \omega) + \omega$ |
| | | B | $z' = e^{i\theta}z - \omega$ |
| | | C | $z' = e^{i\theta}(z - \omega) - \omega$ |
| 2 | La translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $-1 + 2i$ a pour écriture complexe : | A | $z' = z - 1 + 2i$ |
| | | B | $z' = -z - 1 + 2i$ |
| | | C | $z' = (-1 + 2i)z$ |
| 3 | Toute similitude directe de rapport $\boldsymbol{k}$ multiplie : | A | les distances par $\boldsymbol{k^2}$ et les aires par $\boldsymbol{k}$. |
| | | B | les distances par $\boldsymbol{k}$ et les aires par $\boldsymbol{k^3}$. |
| | | C | les distances par $\boldsymbol{k}$ et les aires par $\boldsymbol{k^2}$. |
| 4 | Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on a : E $(-2 + i)$ et F $(-4)$ l'ensemble des points M(z) tels que : $\lvert z + 2 - i \rvert = \lvert z + 4 \rvert$ est : | A | Le cercle de centre E et de rayon 4. |
| | | B | Le cercle de diamètre [EF]. |
| | | C | La médiatrice du segment [EF]. |



## EXERCICE 3

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J).
Déterminer l'écriture complexe de chacune des transformations suivantes :

a) t la translation de vecteur $\vec{u}(-3;5)$.

b) h l'homothetie de centre $\Omega(1;2)$ et de rapport $-3$.

c) r la rotation d'angle $\frac{-\pi}{3}$ et de centre le point K d'affixe i.

d) S la similitude directe de rapport $\sqrt{2}$, d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de centre le point I.

## EXERCICE 4

Dans chacun des cas suivants, déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation T du plan dont l'écriture complexe est donnée par :

**a)** z'= -2iz +3 + i ; ; **b)** z'= z -1+ i ; **c)** z'= -3z – i; **d)** z'= -iz - 1+2i

## EXERCICE 5

Le plan est muni du repère orthogonal (O, I, J). Unité 2 cm.

1°) On considère les points A, B, et K du plan d'affixes respectives : 1 + i ; 3 - i et 3 + i.

a) Placer les points A, B et K puis montrer que le triangle ABK est isocèle rectangle.

b) Soit ( Γ ) le cercle circonscrit au triangle ABK.

Déterminer le centre G et le rayon r de ( Γ ).

2°) Soit (D) l'ensemble des points M d'affixes z vérifiant $|z-1-i|=|z-3+i|$.

a) Justifier que F d'affixe 4 + 2i appartient à (D).

b) Caractériser géométriquement (D).

c) Démontrer que (D) a pour équation – x + y + 2 = 0

d) Déterminer l'affixe du point E de (D) situé sur l'axe des ordonnées.

3°) Soit S la similitude directe du plan qui applique K sur B et qui a pour centre A.

a) Démontrer que l'ecriture complexe de S est $z'=(1-i)z-1+i$ .

## EXERCICE 7

1. On considère l'équation $(E): z \in \mathbb{C}, z^3+(1+i)z^2+(2-2i)z+8i=0$.
   a) Justifie que $2i$ est une solution de (E).
   b) Justifie que : $\forall z \in \mathbb{C}, z^3+(1+i)z^2+(2-2i)z+8i=(z-2i)[z^2+(1+3i)z-4]$.
   c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E'): z^2+(1+3i)z-4=0$.
   d) Déduis des questions précédentes la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E).
2. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm.
   On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives : $-3i$ ; $1-i$ ; $2i$ *et* $-2-2i$ .
   a) Place les points A, B, C et D sur votre feuille copie.
   b) Démontre que le triangle BAD est rectangle et isocèle en A.
3. Soit S la similitude plane directe de centre D qui transforme A en B.
   a) Démontre que l'écriture complexe de S est : $z'=(1+i)z-2+2i$.
   b) Démontre que : $S(B)=C$.
   c) Détermine l'image du triangle BAD par la similitude S.