



INSTITUT SAINT SILVER  
Session Avril 2021  
CE MATHS

**DEVOIR DE MATHS**

Classe : 1<sup>re</sup> D<sub>1</sub>  
Date : Mercredi 28 Avril 2021  
Coefficient : 02  
Durée : 3 heures

**EXERCICE 1 :**

$f$  est une fonction définie de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$ ;  $a$  est un nombre réel et  $(C_f)$  la représentation graphique de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

Recopie le numéro de chaque affirmation suivi de V si elle est VRAIE ou de F si elle est FAUSSE.

- 1) Si  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -3$  alors  $f$  est dérivable en 2 et  $f'(2) = -3$
- 2) La fonction  $g(x) = \sqrt{-2x+3}$  a pour dérivée sur  $]-\infty; \frac{3}{2}[$ ; la fonction  $g'(x) = \frac{1}{\sqrt{-2x+3}}$
- 3) Si  $f$  est dérivable sur  $[-2; 5]$  et réalise une bijection de  $[-2; 5]$  vers  $[-1; 3]$  telle que  $f(4) = 0$  et  $f'(4) = -2$  alors  $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{-2}$ .
- 4) Si  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\infty$  alors  $(C_f)$  admet une tangente horizontale au point d'abscisse  $a$ .
- 5) La fonction  $H(x) = \cos(x^2 - 3)$  est une primitive de  $h(x) = -2x \sin(x^2 - 3)$  sur  $\mathbb{R}$
- 6) L'équation de la tangente  $(T)$  à  $(C_f)$  au point d'abscisse  $-1$  est de la forme :  
 $y - f(-1) = f'(-1)(x + 1)$ .

**EXERCICE 2 :**

Dans chacun des cas suivants ; une seule est correcte. Recopier le numéro suivi de la lettre (la bonne réponse) Exemple : 1-B

N°	ENONCES	REponses												
		A	B	C										
1	Si tous les évènements élémentaires A et B sont équiprobables, alors :	$P(A/B) = P(A \cap B)$	$P(A) = P(B)$	$P(A/B) = P(B)$										
2	Soit A et B deux évènements tels que $P(A) = 1/5$ et que $P(A \cup B) = 1/2$ . Les évènements A et B sont incompatibles alors la probabilité de l'évènement B est égale à :	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{8}$										
3	Soit A et B deux évènements tels que $P(A) = 1/5$ et $P(A \cup B) = 1/2$ . Les évènements A et B sont indépendants alors la probabilité de l'évènement B est égale à :	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{10}$										
4	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td><math>X_i</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>P(X=x_i)</math></td> <td>0,15</td> <td>0,24</td> <td>0,35</td> <td>0,26</td> </tr> </table> L'expérience mathématique $E(x)$ est égale à :	$X_i$	0	1	2	3	$P(X=x_i)$	0,15	0,24	0,35	0,26	1,72	1,27	1
$X_i$	0	1	2	3										
$P(X=x_i)$	0,15	0,24	0,35	0,26										
5	Une urne contient 4 boules noires et 3 boules rouges indiscernables au toucher. On tire deux boules au hasard simultanément. La probabilité de tirer deux boules de mêmes couleurs est :	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$										

### EXERCICE 3 :

Soit les nombres complexes :  $Z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ;  $Z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

1. Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes  $Z_1$  et  $Z_2$ .
2. a) En déduire le module et un argument de  $Z_1 Z_2$ .  
 b) Ecrire  $Z_1 Z_2$  sous forme trigonométrique.
3. a) Ecrire  $Z_1 Z_2$  sous forme algébrique.  
 b) En déduire des questions précédentes la valeur exacte de  $\cos(-\frac{11\pi}{12})$  et celle de  $\sin(-\frac{11\pi}{12})$

### EXERCICE 4

Une jardinière vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35% des plants proviennent de l'horticulteur  $H_1$ , 25% de l'horticulteur  $H_2$  et le reste de l'horticulteur  $H_3$ . Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des feuillus. La livraison de l'horticulteur  $H_1$  comporte 80% des conifères, alors que celle de l'horticulteur  $H_2$  n'en comporte que 50% et celle de l'horticulteur  $H_3$  seulement 30%.

- 1- Le gérant de la jardinière choisit un arbre dans son stock.

On considère les événements suivants :

- $H_1$  : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur  $H_1$  »,
- $H_2$  : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur  $H_2$  »,
- $H_3$  : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur  $H_3$  »,
- C : « l'arbre choisi est un conifère »
- F : « l'arbre choisi est un feuillu »

- a) Construis un arbre pondéré traduisant la situation
- b) Calcule la probabilité pour que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur  $H_1$
- c) Justifie que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,525.  
 L'arbre choisi est un conifère. Détermine la probabilité qu'il l'ait acheté chez l'horticulteur  $H_1$  (On arrondira le résultat à  $10^{-3}$  près).

### EXERCICE 5 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, i, j)$ . Unité 1 cm.

Soit  $f$  la fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :  $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ .

On désigne par (C) la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni du repère  $(O, i, j)$ .

- 1- Détermine l'ensemble de définition  $D_f$  de  $f$ .
- 2-  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- 3- Démontre que la courbe (C) admet une branche parabolique de direction (Oj) en  $-\infty$  et  $+\infty$ .
- 4- On suppose que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ .
- 5- Détermine la fonction dérivée de  $f$ .
- 6- Dresse le tableau de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- 7- Construis (C).

### EXERCICE 6 :

Une usine fabrique et commercialise des sachets de poudre de cacao. Sa capacité journalière de production est comprise entre 1.000 et 3.000 sachets. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en milliers de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de  $x$  milliers de sachets est modélisée sur l'intervalle  $[1; 3]$  par la

fonction  $B$  définie par :  $B(x) = \frac{-1}{2}x^2 + x + 2 + 2\ln x$ .

Le directeur de l'usine veut accroître le chiffre d'affaire de l'entreprise. Il demande donc au comptable de l'usine le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. Le comptable t'associe à ce projet.

Détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.



## DEVOIR COMMUN DE MATHÉMATIQUES Tle D

25/10/2021

Durée : 2h

Ce sujet comporte deux pages

**EXERCICE1 : ( 2 points)** Pour chacune des affirmations suivantes recopie le numéro de la ligne suivi de **Vrai** si l'affirmation est vraie ou **Faux** si l'affirmation est fausse.

- Soit  $U$  l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire. Si  $E$  et  $F$  sont deux événements de  $U$  de probabilités non nulles, alors  $P_F(E) = P_E(F)$ . Vrai
- Si  $f$  est une fonction continue et strictement décroissante sur  $[-2 ; 3]$  et si  $f(-2) \times f(3) < 0$ , alors l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution sur  $]f(3) ; f(-2)[$ .
- $A$  et  $B$  étant deux événements indépendants d'un univers  $\Omega$ , on a  $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ . Faux
- Soit  $f$  une fonction d'un intervalle  $I$  sur un intervalle  $J$ . Si  $f$  est continue et strictement décroissante sur  $I$  alors sa bijection réciproque  $g$  est strictement décroissante sur  $I$ . Faux

**EXERCICE2 : ( 2 points)** Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

N°	ENONCES	Réponses										
1	Soit $f$ une fonction et $\alpha$ un nombre réel. S'il existe une fonction $g$ telle que $f \geq g$ sur l'intervalle $]\alpha ; +\infty[$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$	A	0									
		B	$-\infty$									
		C	$+\infty$ ✓									
		D	$\alpha$									
2	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Fait la maladie</th> <th>Ne fait pas la maladie</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Vacciné</td> <td>15</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>Non vacciné</td> <td>18</td> <td>12</td> </tr> </tbody> </table> <p>Ce tableau donne les résultats d'une enquête effectuée dans une population de 70 personnes. On choisit au hasard un individu. La probabilité que cet individu fasse la maladie sachant qu'il est vacciné est</p>		Fait la maladie	Ne fait pas la maladie	Vacciné	15	25	Non vacciné	18	12	A	$\frac{15}{70}$ ✗
			Fait la maladie	Ne fait pas la maladie								
		Vacciné	15	25								
		Non vacciné	18	12								
B	$\frac{15}{33}$											
C	$\frac{15}{40}$											
D	$\frac{33}{40}$											
3	$a \in \mathbb{R}_+, b \in \mathbb{R}_+, \sqrt[3]{\sqrt{a^5 b}} \times \sqrt[3]{\sqrt{ab^5}} =$	A	$a^5 b^5$									
		B	$ab$ ✗									
		C	$a^{12} b^{11}$									
		D	$a^4 b^3$									
4	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cos\left(\frac{\pi x + 15}{x-1}\right) =$	A	$-\infty$									
		B	$+\infty$									
		C	$\pi$									
		D	n'existe pas ✓									

**EXERCICE3 : ( 7 points)**

$f$  est une fonction continue sur son ensemble de définition, de représentation graphique  $(C_f)$  dans un repère orthonormé  $(O,I,J)$  et admettant le tableau de variation ci-dessous :

$x$	$-\infty$	$-3$	$2$	$4,5$	$+\infty$
$f(x)$	$-1$	$0$	$-\infty$	$9,5$	$1$

Diagramme du tableau de variation :  
 - À  $x = -\infty$ ,  $f(x) = -1$ .  
 - Une flèche pointe vers le haut jusqu'à  $x = -3$ , où  $f(x) = 0$ .  
 - Une flèche pointe vers le bas jusqu'à  $x = 2$ , où  $f(x) = -\infty$ .  
 - À  $x = 2$ , il y a une asymptote verticale.  
 - Une flèche pointe vers le haut jusqu'à  $x = 4,5$ , où  $f(x) = 9,5$ .  
 - Une flèche pointe vers le bas jusqu'à  $x = +\infty$ , où  $f(x) = 1$ .  
 - À  $x = 4,5$ , il y a une asymptote verticale.

- Détermine l'ensemble de définition  $D_f$  de la fonction  $f$ .
- Précise les asymptotes éventuelles à  $(C_f)$ . Justifie ta réponse.
- $f$  est-elle prolongeable par continuité en  $2$  ? en  $4,5$  ? Si oui définis ces prolongements.
- Détermine les images par des intervalles  $] -\infty; 2[$  et  $]4,5; +\infty[$  par  $f$ .
- Démontre que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $]2; 4,5[$ .
- Détermine le signe de  $f$  sur  $D_f$ .
- Soit  $g$  la restriction de  $f$  à  $] -\infty; -3[$ .
  - Justifie que  $g$  réalise une bijection de  $] -\infty; -3[$  dans un intervalle  $J$  à déterminer.
  - Dresse le tableau de variation de  $g^{-1}$ , bijection réciproque de  $g$  sur son ensemble de définition.
- Calcule les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(2 - \frac{1}{x})$  et  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x)-3}{5-3f(x)}$

**EXERCICE4 ( 4 points)** Une urne contient 5 boules : 3 blanches et 2 noires.

On tire au hasard une boule de l'urne, puis sans la remettre dans l'urne, on en tire une seconde.

On note :  $B_1$  l'évènement « la 1<sup>ère</sup> boule tirée est une boule blanche » ;

$N_1$  l'évènement « la 1<sup>ère</sup> boule tirée est une boule noire » ;  $B_2$  l'évènement « la seconde boule tirée est une boule blanche » ;  $N_2$  l'évènement « la seconde boule tirée est une boule noire ».

- Construis l'arbre pondéré de cette expérience aléatoire.
- Donne les probabilités suivantes :
  - $P(N_1)$
  - $P_{N_1}(B_2)$ .
- Justifie que  $P(N_1 \cap B_2) = 0,3$
  - Calcule  $P(B_2)$ .

**EXERCICE5 (Situation complexe) ( 5 points) :**

Un cordonnier fabrique des sacs à main. Il réussit à vendre tous ses sacs chaque mois à des touristes. Sa marge bénéficiaire mensuelle en centaines de francs est modélisée par la fonction

$$B(x) = x^3 - \frac{75}{2}x^2 + 450x + 150, \quad x \text{ représentant le nombre de sacs fabriqués et vendus.}$$

Il aimerait connaître l'intervalle de sa marge bénéficiaire pour un nombre de sacs fabriqués compris entre 5 et 17.

En te basant sur tes connaissances mathématiques et à l'aide d'un raisonnement cohérent, aide ce cordonnier à répondre à sa préoccupation.

arbre B1  
B2  
B1