BACCALAUREAT BLANC UEMOA
SESSION 2021

coefficient : 4
Durée : 4 H

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte quatre (03) pages numérotées 1 sur 3 ; 2 sur 3 et 3 sur 3.
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles de calculs sont aussi autorisées

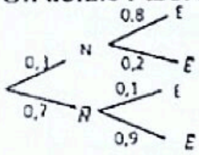
Exercice 1 (2 points)

Pour chaque énoncé, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule est exacte.
Écris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

N°	Énoncé	Réponses proposées	
1	Soit f une fonction et α un nombre réel. S'il existe une fonction g telle que $f \geq g$ sur un intervalle $]\alpha; +\infty[$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$, alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$	A	$-\infty$
		B	0
		C	α
		D	$+\infty$
2	Soient a et b des nombres réels tels que $a < b$. Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur un intervalle fermé $[a ; b]$, alors $f([a ; b])$ est l'intervalle	A	$[f(b); +\infty[$
		B	$]f(a) ; f(b)[$
		C	$[f(b) ; f(a)]$
		D	$]-\infty ; f(a)]$
3	Soit f une fonction, d'un intervalle I sur un intervalle J. Si f est continue et strictement décroissante sur I alors sa bijection réciproque g est :	A	strictement croissante sur I
		B	strictement croissante sur J
		C	strictement décroissante sur I
		D	strictement décroissante sur J
4	$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} =$	A	$-\infty$
		B	0
		C	1
		D	$+\infty$

Exercice 2 (2 points)

Pour chaque énoncé, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule est exacte.
Écris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

N°	Énoncé	Réponses proposées	
1	$\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x} =$	A	$-\infty$
		B	0
		C	1
		D	$+\infty$
2	On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 3 + \frac{1}{x^2+1}$ La représentation graphique de f, dans un repère, admet en $+\infty$, une asymptote oblique d'équation :	A	$y = x$
		B	$y = -x + 3$
		C	$y = x - 3$
		D	$y = -3$
3	On donne l'arbre pondéré suivant :  La probabilité $P_N(E)$ est :	A	0,3
		B	0,2
		C	0,8
		D	$\frac{3}{8}$
4	Soient A et B deux évènements tels que $P_B(A) = 0{,}25$; $P(A \cap B) = 0{,}15$ et $P(A) = 0{,}4$; La valeur de $P(\bar{B})$ est :	A	0,06
		B	0,0375
		C	0,6
		D	0,3

Exercice 3 (3 points)

1. Soient a est un nombre réel et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = 2ax^2 + 2 & \text{si } x \leq 2 \\ f(x) = \frac{\sqrt{x+14} - 4}{x - 2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Détermine a pour que f soit continue en 2.

2. Soit g le prolongement par continuité de f en 2.
Définis la fonction g.

Exercice 4 (3 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1; 1\}$ par : $f(x) = \frac{x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 2x + 5}{x^2 - 1}$.

1. Justifie que : $\forall\, x \in \mathbb{R}\setminus\{-1; 1\}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3 + \frac{2}{x^2 - 1}$.

2. Détermine les nombres réels a et b tels que : $\forall\, x \in \mathbb{R}\setminus\{-1; 1\}$, $\frac{2}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$.

3. *a*) Détermine les primitives de f sur $]1 ; +\infty[$.

   b) Détermine la primitive de f qui s'annule en 2.

Exercice résolu 6. (Etude globale de fonction)

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = 4x^2 - \ln x + 1$.

1. Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

2. a) Montrer que $\forall x \in]0 ; +\infty[$, $g'(x) = \dfrac{8x^2 - 1}{x}$.

b) Etudier le signe de $g'(x)$ sur $]0 ; +\infty[$.

3. Etudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.

4. Démontrer que $\forall x \in]0 ; +\infty[$, $g(x) > 0$.

Partie B

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \dfrac{\ln x}{x} + 4x - 2$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) unité graphique : 2 cm.

1. a) Déterminer l'ensemble de définition Df de f.

b) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

c) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2. a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = 4x - 2$ est une asymptote oblique à (C) en $+\infty$.

b) Etudier la position relative de (C) et de (D).

3. a) Vérifier que $\forall x \in]0 ; +\infty[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

b) En déduire les variations de f, puis dresser son tableau de variation.

4. a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $\dfrac{1}{2} < \alpha < 1$.

b) Donner un encadrement de α à 10^{-2} près.

5. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe (C) en son point d'abscisse 1.

6. a) Démontrer que f détermine une bijection de l'intervalle $]0 ; +\infty[$ dans un intervalle K que l'on précisera.

b) On désigne par f^{-1} la bijection réciproque de f et (C') sa courbe représentative.

Déterminer le sens de variation de f^{-1} puis établir son tableau de variation.

7. Construire (C), (C'), et (D).