

Lycée Classique d'Abidjan	DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES	2022 - 2023
Classe : 1 ^{re} D	Durée : 2h	Date : 18/03/22

Exercice 1 (2pts)

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque affirmation suivie de **VRAI** si celle-ci est vraie ou **FAUX** si celle-ci est fausse.

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \left(\frac{1-x^2}{x}\right) e^{-x}$ et g définie par : $g(x) = x^3 - x^2 - x - 1$

- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- 2) La droite d'équation $y = 0$ est une asymptote à la courbe représentative de f en $+\infty$.
- 3) La fonction dérivée de f et la fonction g ont le même signe.
- 4) La fonction f atteint un minimum pour $x = 1$.

Exercice 2 (2pts)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque affirmation suivie de la lettre correspondante à la bonne réponse.

N°	Affirmations	Réponses
1	$Z' = 2(1-i)Z - 2 + 3i$ est l'écriture complexe d'une similitude directe de rapport :	A 2
		B $2\sqrt{2}$
		C $\sqrt{2}$
2	La symétrie centrale de centre Q d'affixe $\sqrt{2} - i$ a pour écriture complexe :	A $Z' = -Z + \sqrt{2} - 2i$
		B $Z' = Z + \sqrt{2} - i$
		C $Z' = -Z + \sqrt{2} - i$
3	La similitude S qui applique $A(1-i)$ sur $B(5-i)$ et $C(3i)$ sur $D(2i)$ a pour centre Ω d'affixe :	A $3 - i$
		B $-3 - i$
		C $-1 + 3i$
4	La transformation du plan ayant pour écriture complexe $Z' = -2Z + 2 - i$ est un(e) :	A Translation
		B Homothétie
		C Rotation

Exercice 3 (7pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (o, \vec{u}, \vec{v}) . Unité graphique : 2 cm.

On considère les points A, B , et F d'affixe respectives :

$$Z_A = -2 ; Z_B = 1 - i ; Z_C = 2 - 2i ; Z_F = -1 + 3i$$

- 1) Place les points A, B et C
- 2) Justifie que le triangle ABC est rectangle isocèle en B .
- 3) On considère la similitude directe S de centre B qui transforme C en F .
 - a) Justifie que l'écriture complexe de S est : $Z' = (1+i)Z - 1 - i$
 - b) Détermine le rapport et l'angle de S .
- 4) Soit M un point et M' son image par la similitude S .
 - a) Démontre que le triangle BMM' est rectangle isocèle en M et de sens direct.
 - b) En déduis la construction de F' image de F par S (on donnera le programme de construction)
- 5) a) Calcule l'affixe $Z_{F'}$ de F'
- b) Détermine la décomposition canonique de la similitude directe S .

Exercice 4 (5pts)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x}{e^x - x}$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthogonal (o, i, j) .

- 1) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^x - xe^x + 1$
 - a) Détermine le tableau de variations de la fonction g sur \mathbb{R} .
 - b) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]1,2 ; 1,3[$
- 2) a) Calcule les limites de la fonction f en $+\infty$ et $-\infty$.
- b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
- 3) a) Justifie que $f'(x) = \frac{e^x(1-x)}{(e^x-x)^2}$, f' désignant la fonction dérivée de f .
- b) Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

4) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0.

Exercice 5 (4pts)

Monsieur KONE est un ouvrier dans une entreprise qui fabrique un matériau éphémère. Il s'est rendu compte que lorsque la production dépasse un certain seuil, les dirigeants disent que les bénéfices diminuent. Il n'arrive pas à comprendre cet état de fait. Selon le comptable, une étude a prouvé que lorsque l'entreprise fabrique x milliers de matériaux de ce type, avec $x \geq 0,5$; le bénéfice qu'elle réalise est modélisé par $f(x)$, où f est une fonction définie par $f(x) = (4 - 2x)e^x$

KONE explique la situation de son entreprise à son fils Ali, en classe de Terminale.

Ce dernier vous soumet la préoccupation de son père.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de Monsieur KONE.