

**EXERCICE1** ( 2 points) Recopie le numéro de chaque affirmation suivi de Vrai si l'affirmation est vraie ou Faux si elle est fausse

N°	Enoncés
1	Le conjugué du nombre complexe $1 - \sqrt{3} + 2i$ est $1 + \sqrt{3} - 2i$
2	La fonction log est définie sur $]0 ; +\infty [$ par $\log(x) = \frac{\ln x}{\ln 2}$
3	La fonction $x \mapsto \ln(2 - x)$ est une primitive sur $] -\infty ; 2 [$ de la fonction $x \mapsto \frac{-1}{2-x}$
4	Les racines cubiques de 1 étant 1; $j$ et $\bar{j}$ on a $1 \times j \times \bar{j} = 1$

**EXERCICE2** : (2 points) Pour chaque énoncée du tableau ci-dessous trois réponses sont proposées et une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncée suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	Enoncés	Réponses	
1	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x \ln x }{x+1} =$	A	- 1
		B	1
		C	$-\infty$
2	L'ensemble de définition de la fonction de IR vers IR définie par $f(x) = \ln \left  \frac{x-3}{-x+5} \right $ est	A	$]3 ; 5[$
		B	$] -\infty ; 3[ \cup ]5 ; +\infty [$
		C	$\mathbb{R} \setminus \{3 ; 5\}$
3	L'ensemble des points M du plan complexe tels que $ Z_M + 2i  =  1 + 3i - Z_M $ est	A	Un segment
		B	Une droite
		C	Un cercle
4	Si $\frac{\pi}{6}$ est un argument d'un nombre complexe Z alors un argument de $\frac{i}{z}$ est	A	$\frac{\pi}{6}$
		B	$\frac{\pi}{3}$
		C	$\frac{2\pi}{3}$

**EXERCICE3** : (5 points)

- 1) Déterminer les racines carrées du nombre complexe  $Z = -8 + 6i$ .
- 2) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2 - (3 + 5i)z - 2 + 6i = 0$ .
- 3) Pour tout nombre complexe z, on pose :  $f(z) = z^3 - (3 + 7i)z^2 - 12(1 - i)z + 12 + 4i$ .
  - a- Démontrer qu'il existe un nombre imaginaire pur  $z_0$  tel que  $f(z_0) = 0$ .
  - b- Déterminer deux nombres réels a et b tels que  $f(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$ .
  - c- En déduire les solutions de : (E) :  $f(z) = 0$ .
- 4) Soit A, B et C les points d'affixes respectives :  $z_A = 2i$ ,  $z_B = 1 + i$  et  $z_C = 2 + 4i$ .
  - a- Placer les points A, B et C dans le plan complexe.
  - b- Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
- 5) Déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un rectangle.

**EXERCICE 4 :** (6 points)

Soit  $g$  la fonction dérivable sur  $]0 ; +\infty[$  et définie par  $g(x) = \frac{2}{3}x^3 + 1 - 2 \ln x$ . Son étude a donné le tableau de variation ci-dessous

$x$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		0	
$g(x)$		$\frac{5}{3}$	

Soit  $f$  la fonction dérivable sur  $]0 ; +\infty[$  et définie par  $f(x) = \frac{2}{3}x - 1 + \frac{\ln x}{x^2}$

On note (C) la représentation graphique de  $f$  dans le plan muni du repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

L'unité graphique est 2cm)

- 1-a) Détermine les limites de  $f$  en 0 et en  $+\infty$
- b) Dédus que (C) admet une asymptote verticale
- 2- Démontre que la droite (D) d'équation  $y = \frac{2}{3}x - 1$  est une asymptote oblique à (C).
- 3-a) Démontre que  $\forall x \in ]0 ; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$
- b) Détermine les variations de  $f$  et dresse son tableau de variation.
- 4-a) Démontre que l'équation  $x \in ]0 ; +\infty[ f(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$
- b) Démontre que  $1,15 < \alpha < 1,30$
- 5-a) Démontre que l'ensemble des primitives de  $f$ , sur  $]0 ; +\infty[$  sont les fonctions :
 
$$F(x) = \frac{1}{3}x^2 - x - \frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} + k \quad (k \in \mathbb{R})$$
- b) Détermine la primitive de  $f$  qui s'annule en 1.

**EXERCICES :** (5 points)

Une usine fabrique et commercialise des sachets de poudre de cacao. Sa capacité journalière de production est comprise entre 1000 et 3000. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en milliers de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de  $x$  milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle  $[1;3]$  par la fonction  $B$  définie par  $B(x) = \frac{-1}{2}x^2 + x + 2 + 2 \ln x$ .

Le Directeur de l'usine veut accroître le chiffre de l'entreprise. Il demande donc au comptable de l'usine le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. Le comptable t'associe à ce projet.

En te basant sur tes connaissances mathématiques aide ce comptable à répondre à la préoccupation de son Directeur.