

Soutien Maths TD janv2

Exo 1 :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.
 L'unité graphique est 2 cm.

1. Résous l'équation : $z \in \mathbb{C}, z^2 + (1 - 3i)z - 4 = 0$.
2. On pose : $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 + (1 - i)z^2 + (2 + 2i)z - 8i$.
 - a) Justifie que : $P(-2i) = 0$.
 - b) Détermine les nombres complexes a et b tels que : $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = (z + 2i)(z^2 + az + b)$.
 - c) Dédus des questions précédentes les solutions de l'équation : $z \in \mathbb{C}, P(z) = 0$.
3. Soit A, B et C les points d'affixes respectives $-2i ; -2 + 2i$ et $1 + i$.
 On note D le symétrique de A par rapport au point O .
 - a) Place les points A, B, C et D dans le plan complexe.
 - b) Démontre que le triangle ABC est rectangle et isocèle en C .
 - c) Démontre que les points A, B, C et D sont cocycliques.

EXERCICE 2

1. Soit dans \mathbb{C} , l'équation $(E) : 2z^2 - \sqrt{3}(\sqrt{3} + i)z + 1 + i\sqrt{3} = 0$.
 Résoudre (E) .

Dans la suite, le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

2. On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}$ et $z_B = iz_A$.

On désigne par K le milieu de $[AB]$ et on note z_K l'affixe de K .

- a) Donne la forme exponentielle de z_A et z_B .
- b) Place les points A, B et K dans le repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) .
3. a) Justifie que le triangle OAB est isocèle rectangle.
- b) Dédus-en que $OK = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et que $(\vec{u}, \overrightarrow{OK}) = \frac{7\pi}{12} + 2k\pi$.

- c) Ecris z_K sous la forme algébrique et en déduis la valeur exacte de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$.

Situation complexe :

Une entreprise fabrique et commercialise des engins mécanique. Sa capacité journalière de production est comprise entre 200 et 1000 engins. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier exprimé en millions de francs, réalisé pour la production et la vente de x centaines d'engins est modélisé sur l'intervalle $[2; 10]$ par la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2}x - \ln(2x + 4)$.

Le directeur veut savoir le nombre minimal d'engins à produire pour que l'entreprise soit bénéficiaire.

N'ayant pas les compétences requises pour effectuer les calculs, le comptable te sollicite.

A l'aide de tes connaissances en mathématiques réponds à la préoccupation.