LCA COURS DE SOUTIEN MATHEMATIQUES TLED année scolaire 2021-2022

EXERCICE 1

On considère la fonction f definie sur $]0; 1[$ par $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

1-Demontrer que f est une bijection de $]0: 1[$ sur un intervalle J à déterminer

2-Soit f^{-1} la bijection réciproque de f, calculer $(f^{-1})'\left(\frac{2}{5}\right)$

EXERCICE 2

Soit la fonction h definie sur $]-\infty; -1[$ par $h(x) = \frac{x^3-x+2}{x^3+1}$

1-Justifier que h est une bijection de $]-\infty; -1[$ sur un intervalle K à préciser

2-Calculer $h(-3)$

3-Justifier que h^{-1} est dérivable en $\frac{11}{13}$ puis calculer $(h^{-1})'\left(\frac{11}{13}\right)$

EXERCICE 3

Soit $f$une fonction definie sur $]-\infty; 1[$ et sur$]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{|x^2-1|+3x-2}{x-1}$

On note (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, I, J)

PARTIE A

1)Démontrer que pour $x \in]-\infty; -1] \cup]1; +\infty[$, $f(x) = \frac{x^2+3x-3}{x-1}$

pour $x \in [-1; 1[$, $f(x) = \frac{-x^2+3x-1}{x-1}$

2)Déterminer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition de f

3)Etudier la dérivabilité de f en -1

4) Justifier que f est strictement croissante sur $]-\infty; -1[$ et sur $]2; +\infty[$

Puis strictement décroissante sur$]-1 ; 1[$ et sur $]1 ; 2[$

5)Dresser le tableau de variation de f

6)Démontrer que pour $x \in]1 ; +\infty[$, $f(x) > 0$

PARTIE B

Soit g la restriction de f sur $[-1 ; 1[$

1)Justifier que g est une bijection de $[-1 ; 1[$ sur un intervalle K à déterminer.

2)On note g^{-1} la bijection réciproque de g. Dresser le tableau de variation de g^{-1}

3)a)Calculer $g\left(\frac{1}{2}\right)$

b)Justifier que g^{-1} est dérivable en $\frac{-1}{2}$ puis calculer $(g^{-1})'\left(\frac{-1}{2}\right)$