EXERCICES DE RENFORCEMENT DE MATHEMATIQUES TD

Exercice 1

Calcule chacune des limites suivantes :

1) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$ 2) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos 2x}{x\tan x}$ 3) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x\sin x}{1-\cos 2x}$ 4) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1+\cos x}{\sqrt{x}}$

5) $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\sin(\tan x)}{\tan x}$

Exercice 2

Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Indique la réponse exacte.

N°	Affirmations	Réponses proposées		
		a	b	c
1	$\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 - 1} + 3x =$	$+\infty$	0	$-\infty$
2	$\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{4x^2 + 1} + 2x + 1 =$	$-\infty$	0	1
3	Si f et g sont des fonctions telles que $f \leq g$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$	$+\infty$	0	$-\infty$
4	Si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$	$+\infty$	1	On ne peut pas conclure

Exercice 3

Soit g la fonction définie par : $\begin{cases} g(x) =, \forall x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[\\ g(x) = \frac{-x}{|x|} + 1, \forall x \in \left]-\frac{\pi}{2}; 0\right[\\ g(0) = 2 \end{cases}$

Etudie la continuité de g en 0.

Exercice 4

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -x^3 + 3x + 6$

1. Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation
2. a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]1; +\infty[$.

   b) Vérifier que $2 < \alpha < 3$
3. Démontrer que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) < 0 \end{cases}$
4. Soit h la restriction de g à $]-\infty; -1[$.

   a) Montrer que h réalise une bijection de $]-\infty; -1[$ vers un intervalle à préciser.

   b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}, bijection réciproque de h.

Exercice 5

On donne, ci – dessous, le tableau de variation d'une fonction f continue sur son ensemble de définition $]-3; 1[\, \cup\,]1; +\infty[$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère (O, I, J).

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	$2 \parallel 2$	↘	-3

1. Précise les asymptotes à la courbe (C) en justifiant ta réponse
2. a) Justifie que f est prolongeable par continuité en 1
   b) Définis ce prolongement
3. Détermine l'image par f de l'intervalle $]-3; 1[$
4. On désigne par h la restriction de f à $]1; +\infty[$
   a) Justifie que h réalise une bijection de $]1; +\infty[$dans un intervalle K que l'on précisera.
   b) Donne le sens de variation deh^{-1}, bijection réciproque de h, sur son ensemble de définition
   c) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans$]1; +\infty[$
5. Détermine le signe de f sur son ensemble de définition.