LYCEE CLASSIQUE D'ABIDJAN **DEVOIR DE MATHEMATIQUES TleD** (19/12/22) Durée 2h

EXERCICE1: (2 points) Pour chaque énoncée du tableau ci-dessous trois réponses sont proposées et une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncée suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	Enoncés		Réponses
1	$\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x\ln\|x\|}{x+1} =$	A	- 1
		B	1
		C	$-\infty$
2	L'ensemble de définition de la fonction de IR vers IR définie par $f(x) = \ln\left\|\frac{x-3}{-x+5}\right\|$ est	A	]3 ;5[
		B	$]-\infty;3[\cup]5;+\infty[$
		C	IR\ {3 ;5}
3	La fonction log est définie sur]0 ;+∞ [par $\log(x) =$	A	$\dfrac{\ln x}{\ln 2}$
		B	$\dfrac{\ln x}{\ln 10}$
		C	$\dfrac{\ln x}{\ln e}$
4	Une primitive de la fonction $x \longmapsto \ln x$ sur]0 ;+∞[est la fonction	A	$x \longmapsto x\ln x$
		B	$x \longmapsto x - x\ln x$
		C	$x \longmapsto x\ln x - x$

EXERCICE2 : (2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Recopier le numéro de chaque affirmation en y ajoutant la lettre qui convient.

N°	AFFIRMATIONS	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	A et B sont des événements associés à une expérience aléatoire. Si A et B sont deux événements indépendants de probabilités non nulles, alors	A ∩ B= ∅	P(A ∪ B)= P(A)×P(B)	$P_A(B) = P(B)$
2	A et B sont des événements associés à une expérience aléatoire. Si A et B sont deux événements incompatibles, alors	P(A)=1- P(B)	P(A ∪ B)= P(A)+P(B)	P(A ∩ B)= 1
3	Un système de sécurité comporte deux alarmes indépendantes ayant respectivement des probabilités de déclenchement en cas d'incident égales à 0,95 et 0,90. Lors d'un incident la probabilité que les deux alarmes se déclenchent est :	0,855	$\frac{90}{95} = \frac{18}{19}$	0,995
5	Si un dé truqué est tel que P_2=2P_1 ;P_3=3P_1 ; P_4=4P_1 ; P_5=5P_1 et P_6=6P_1 où (P_i(1≤ i ≤ 6) est la probabilité de sortie du numéro i alors, la probabilité P_1 est :	$\frac{1}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{13}{21}$

EXERCICE 3 : (7 points)

Soit g la fonction dérivable sur]0 ; +∞[et définie par $g(x) = \frac{2}{3}x^3 + 1 - 2\ln x$ .Son étude a donné le tableau de variation ci-dessous

x	0	1	+∞
$g'(x)$	| −	0	
$g(x)$	| ↘	$\frac{5}{3}$	↗

-0,07

0,02

Soit f la fonction dérivable sur]0 ; +∞[et définie par $f(x) = \frac{2}{3}x - 1 + \frac{\ln x}{x^2}$

On note (C) la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J).

L'unité graphique est 2cm)

1-a) Détermine les limites de f en 0 et en $+\infty$

b) Déduis que (C) admet une asymptote verticale

∞

2- Démontre que la droite (D) d'équation $y = \frac{2}{3}x - 1$ est une asymptote oblique à (C).

3-a) Démontre que $\forall x \in]0 ; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

b) Détermine les variations de f et dresse son tableau de variation.

4-a) Démontre que l'équation $x \in]0 ; +\infty[\ f(x) = 0$ admet une unique solution $\propto$

b) Démontre que $1,2 < \propto < 1,3$

5-a) Démontre que l'ensemble des primitives de f, sur $]0 ;+\infty[$ sont les fonctions :

$$F(x) = \frac{1}{3}x^2 - x - \frac{1}{x}\ln x - \frac{1}{x} + k \ (k \in IR)$$

b) Détermine la primitive de f qui s'annule en 1.

Exercice4 : (4 points)

Dans une ville, 30% de la population ont un âge supérieur ou égal à 65 ans.

60% des personnes ayant un âge supérieur ou égal à 65 ans sont atteintes de la Covid-19 ;

0,1% des personnes de moins de 65 ans sont atteintes de la Covid-19.

1) On choisit une personne au hasard et on donne les évènements suivants :

S : la personne a un âge supérieur ou égal à 65ans.

C : la personne est atteinte de la Covid-19.

a. Dresse un arbre pondéré qui représente la situation.

b. Donne la probabilité des personnes atteintes de la Covid-19 sachant qu'elles ont 65 ans et plus.

c. Calcule la probabilité que la personne ait moins de 65ans et soit atteinte de la Covid-19.

2) Justifie que la probabilité que la personne soit atteintes de la Covid-19 est 0,187.

3) On sélectionne au hasard n personnes dans la ville et on note P_n la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 ($n \in IN^*\{1\}$.

a) Justifie que : pour tout $n \in IN^*\backslash\{1\}, P_n = 1 - (0,813)^n$.

b) Détermine le nombre minimal de personnes pour que la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 dépasse 99,99%.

EXERCICE5 : (5 points)

Une usine fabrique et commercialise des sachets de poudre de cacao. Sa capacité journalière de production est comprise entre 1000 et 3000. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en milliers de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle $[1;3]$ par la fonction B définie par $B(x) = \frac{-1}{2}x^2 + x + 2 + 2\ln x$.

Le Directeur de l'usine veut accroître le chiffre d'affaire. A cet effet il demande au comptable de l'usine le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. Le comptable t'associe à ce projet.

En te basant sur tes connaissances mathématiques aide ce comptable à répondre à la préoccupation de son Directeur.