LYCEE CLASSIQUE ABIDJAN
08 BP 39 ABIDJAN 08
22 44 35 17
Cherche, trouve et jamais n'abandonne

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES n°2

Prof : CE MATH.

Classe : $T^{le}D$ Durée : 2 h Date : Lundi 16 janvier 2023

Ce devoir comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2

EXERCICE 1 (2 pts)

Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro suivi de Vrai si elle est correcte ou le numéro suivi de Faux si elle ne l'est pas.

1. La fonction $H: \mapsto 2x^2\sqrt{x}$ est une primitive sur $[0; +\infty[$ de la fonction $h: \mapsto 5x\sqrt{x}$.
2. On lance une pièce de monnaie 3 fois de suite. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de fois où pile apparait.
   Alors $p(X = 2) = \frac{3}{8}$.
3. Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

x_i	1	2	3	4
$p(X = x_i)$	0,2	0,4	0,1	0,3

Alors :

a. $E(X) = 2$

b. $V(X) = \frac{5}{2}$

c. $\sigma(X) = \frac{\sqrt{5}}{2}$

d. F étant la fonction de répartition de la variable aléatoire X , on a : $F(3{,}5) = 0{,}6$.

EXERCICE 2 (2 pts)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une, et une seule est exacte. Indique-la en notant par exemple : $1.a$ *ou* $1.b$ *ou* $1.c$.

Questions	Réponses		
	a	b	c
1. L'égalité $lnx^2 = 2lnx$ est vraie pour tout x de …	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$	$]0; +\infty[$	$\mathbb{R}$
2. $ln\left(\frac{1}{2}\right) + 3ln4 + ln(2e) = \cdots$	$-3lne$	$1 + 6ln2$	4
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \cdots$	$+\infty$	$-\infty$	0
4. Soit g la fonction définie sur $]-1; +\infty[$ par $g(x) = ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$. Alors, $\forall x \in]-1; +\infty[, g'(x) = \cdots$	$\frac{1}{(x+1)(x+2)}$	$\frac{-1}{(x+1)(x+2)}$	$\frac{1}{(x+2)^2}$

EXERCICE 3 (pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$ par $f(x) = \frac{-x^2+4x-2}{(x-3)^2}$.

1. Détermine trois nombres a, b et c tels que $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{3\}, f(x) = a + \frac{b}{x-3} + \frac{c}{(x-3)^2}$.
2. Déduis-en la primitive F de f sur $]-\infty; 3[$ qui s'annule en 2 .

EXERCICE 4 (pts)

On considère la fonction g définie sur $[0;+\infty[$ par $\begin{cases} \forall x > 0\,, g(x) = x(lnx)^2 + x - 1 \\ g(0) = -1 \end{cases}$

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de g dans le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). L'unité graphique est 5 cm

1. Etudie la continuité de g en 0.
2. **a.** Justifie que : $\lim\limits_{x\to 0}\frac{g(x)+1}{x} = +\infty$.

   b. g est-elle dérivable en 0 ?

   c. Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.
3. **a.** Calcule la limite de g en $+\infty$.

   b. Justifie que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{g(x)}{x} = +\infty$.

   c. Donne une interprétation graphique des résultats précédents.
4. On admet que g est dérivable sur $]0;+\infty[$.

   a. Démontre que $\forall\, x \in]0;+\infty[\ \ g'(x) = (1 + lnx)^2$.

   b. Déduis-en les variations de g puis dresse son tableau de variation.
5. Justifie que le point $A\left(\frac{1}{e};\frac{2}{e} - 1\right)$ est un point d'inflexion de $(\mathcal{C})$.
6. **a.** Détermine une équation de la tangente $(\mathcal{T})$ à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 1.

   b. Etudie la position relative de $(\mathcal{C})$ et de $(\mathcal{T})$.
7. Construis $(\mathcal{T})$ et $(\mathcal{C})$ sur $[0;3]$.

EXERCICE 5 (pts)

Au cours d'une kermesse, le jeu suivant est proposé aux élèves.

Le joueur pioche trois boules en prenant successivement une dans chacune des urnes suivantes :

- L'urne 1 contenant une boule rouge et une boule noire ;
- L'urne 2 contenant une boule rouge et deux boules noires ;
- L'urne 3 contenant une boule rouge et trois boules noires.

Voulant participer à la partie, un élève affirme qu'il a plus de chance de tirer un nombre impair de boules rouges.

En te basant sur tes connaissances mathématiques, donne ton point de vue sur ses affirmations.