LYCEE CLASSIQUE ABIDJAN
08 BP 39 ABIDJAN 08
22 44 35 17
Cherche, trouve et jamais n'abandonne

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES n°1

Prof : CE MATH.

Classe : $T^{le}D$ Durée : 2 h Date : Lundi 24 octobre 2022

Ce devoir comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2

EXERCICE 1 (2 *pts*)

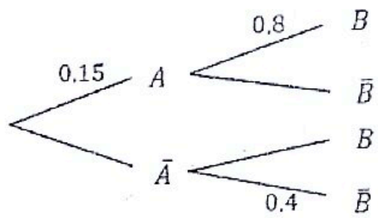
Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro suivi de Vrai si elle est correcte ou le numéro suivi de Faux si elle ne l'est pas.

1. On a : $\lim_{x \to +\infty} sin\left(\frac{\pi x}{2x+1}\right) = 1$.
2. La fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = \frac{2|x|}{x}$ admet un prolongement par continuité en 0.
3. Soit h est une fonction décroissante sur un intervalle $]a; b[$ telle :$\forall \in\ ]a; b[$ il n'existe pas de réel M tel que $h(x) \leq M$. Alors $\lim_{\substack{x \to a \\ >}} h(x) = +\infty$
4. Soit $f\ et\ g$ sont deux fonctions définies sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt[5]{x}$ et $g(x) = x^5$.
   Alors les courbes représentatives de de $f\ et\ g$ sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.

EXERCICE 2 (2 *pts*)

Pour chacune des questions ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une, et une seule est exacte. Indique la réponse exacte en notant par exemple : $1.a$ *ou* $1.b$ *ou* $1.c$

1) A et B sont deux évènements d'une expérience aléatoire telles que $P(A) = 0{,}2$, $P(B) = 0{,}3$ et $P(A \cup B) = 0{,}44$. Alors $A\ et\ B$ sont des évènements….
   a) incompatibles **b)** indépendants **c)** contraires
2) On considère l'arbre de probabilité ci-contre.
   La probabilité que B soit réalisé sachant que A ne l'est pas est :
   a) 0,85 b) 0,6 c) 0,4
3) Une expérience aléatoire où interviennent deux évènements A et B a donné l'arbre ci-contre.
   La probabilité que l'évènement B se réalise est :
   a. 0,63 b) 0,12 c) 0,8



EXERCICE 3 (4 *pts*)

Une librairie d'Abidjan vend des calculatrices d'une certaine marque. Le service après-vente s'est aperçu qu'elles pourraient présenter deux types de défauts, l'un lié au clavier et l'autre lié à l'affichage.

Des études statistiques ont permis à la librairie d'utiliser la modélisation suivante :

- La probabilité qu'une calculatrice tirée au hasard présente un défaut de clavier est égale à 0,04.
- Si le clavier est défaillant, la probabilité que la calculatrice soit en panne d'affichage est 0,03.
- En absence de défaut de clavier, la probabilité de ne pas présenter de défaut d'affichage est de 0,94.

On note C l'évènement « *la calculatrice présente un défaut de clavier* » et A l'évènement « *la calculatrice présente un défaut d'affichage* ».

1. a) Précise à l'aide de l'énoncé les probabilités suivantes : $P_{\bar{C}}(\bar{A})$; $P_C(A)\ et\ P(C)$.
   b) Construis un arbre pondéré décrivant cette situation.

2. On choisit une calculatrice de cette marque au hasard.
   a) Calcule la probabilité pour que la calculatrice présente les deux défauts.

b) Détermine la probabilité pour que la calculatrice présente le défaut d'affichage mais pas le défaut de clavier.

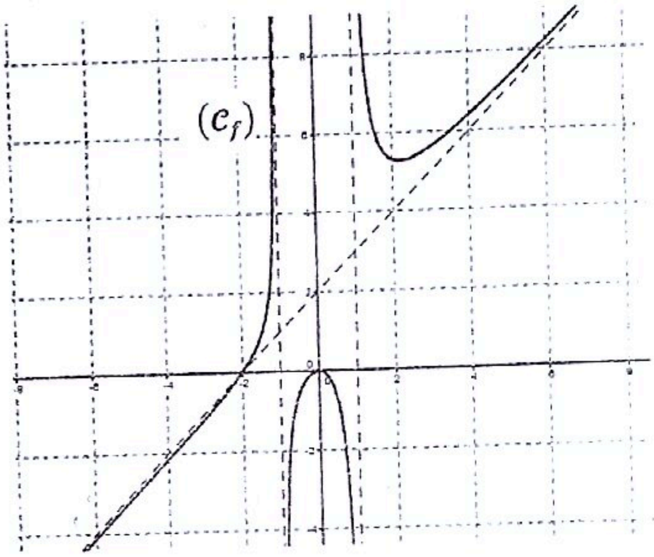
3. Emmanuelle, élève en classe de terminale D, s'est rendue dans cette librairie pour acquérir une calculatrice.
   a) Calcule la probabilité qu'elle achète une calculatrice présentant un défaut d'affichage.
   b) La calculatrice achetée par Emmanuelle présente effectivement un défaut d'affichage. Détermine la probabilité qu'elle ait acheté une calculatrice dont le clavier est défaillant.

EXERCICE 4 ($7\ pts$)

Le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J).

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ par : $f(x) = \frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ de courbe représentative $(\mathcal{C}_f)$.

1. Calcule $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. Détermine les limites de f à gauche et à droite en -1.
   Donne si possible une interprétation graphique des résultats obtenus.
3. Justifie que $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$, $f(x) = x + 2 + \frac{x+2}{x^2-1}$.
4. a. Démontre que $(\mathcal{C}_f)$ admet une asymptote oblique (D) d'équation $y = x + 2$.
   b. Etudie la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ et (D).
5. Détermine les points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des abscisses.
6. On admet que $(\mathcal{C}_f)$ est représentée par la courbe ci-contre.
   On note h la restriction de la fonction f à l'intervalle $]-\infty;-1[$.
   a) Précise le sens de variation de h.
   b) Démontre que h est une bijection de $]-\infty;-1[$ vers un intervalle K que l'on précisera.
   c) Dresse le tableau de variation de la bijection réciproque h^{-1} de h.



EXERCICE 5 ($5\ pts$)

Des élèves de terminale D découvrent que *dans un pays africain, le nombre de ménages équipés de téléviseur a évolué selon la fonction f définie par :*

$$f(x) = 6 - \frac{20}{x+5}$$

où x *est le nombre d'années écoulées depuis la fin des années* 2000, *et* $f(x)$ *est exprimée* en millions de téléviseurs.

Emerveillé, l'un d'eux fait les affirmations suivantes :

- Le nombre de ménages équipés de téléviseur est en baisse ;
- Il y a une et une seule année au cours de laquelle le nombre de ménages équipés de téléviseur atteint 5 millions ;
- L'on peut prévoir, à long terme, le nombre de ménages équipés de téléviseur.

A l'aide d'une production argumentée, basée sur tes connaissances mathématiques, donne ton avis sur les affirmations de cet élève.