Durée : 2 heures

DEVOIR DE NIVEAU N°1 DE MATHÉMATIQUES

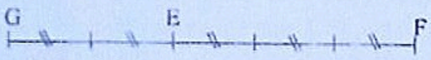
Exercice1 (2,5 points)

Dans cet exercice aucune justification n'est demandée.
Ecris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de « vrai » lorsque l'affirmation est vraie ou de « faux » lorsque celle-ci est fausse. **Exemple : 6.Faux**

N°	AFFIRMATIONS
1	L'ensemble des majorants de $]-\infty\,;5]$ est $]5\,;+\infty[$
2	Pour tout nombre réel positif a, le nombre $\sqrt{a}$ est toujours irrationnel
3	Soient x et y deux nombres réels. Si $\lvert x\rvert = \lvert y\rvert$ alors $x = y$
4	$-1,4$ est solution de l'inéquation $\lvert x+0,7\rvert < 1$
5	On donne $\sqrt{3} = 1,7320508075\ldots$ Le nombre $1,75$ est une valeur approchée de $\sqrt{3}$ à 5×10^{-2} près

Exercice 2 (2,5 points)

Dans cet exercice aucune justification n'est demandée.
Ecris sur ta copie le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondante à la réponse exacte. **Exemple : 6.A**

N°	Affirmations	Propositions de réponses		
		A	B	C
1	Dans la base orthonormée $(\vec{i}\,;\vec{j})$ pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on a	$\lVert\vec{u}-\vec{v}\rVert \leq \lVert\vec{u}\rVert + \lVert\vec{v}\rVert$	$\lVert\vec{u}-\vec{v}\rVert \leq \lVert\vec{u}\rVert - \lVert\vec{v}\rVert$	$\lVert\vec{u}-\vec{v}\rVert > \lVert\vec{u}\rVert + \lVert\vec{v}\rVert$
2	ABCD est un parallélogramme et CD=2×BC. Le couple de coordonnées de C dans le repère $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AD}\right)$ est	$(1\,;\frac{1}{2})$	$(2\,;1)$	$(1\,;1)$
3	Sur la figure ci-dessous  Le produit $\overline{GE}\times\overline{FG}$ est égale à	$-\frac{5}{2}\times\overline{GE}^2$	10	-6
4	Dans une base $(\vec{i},\vec{j})$ de V, deux vecteurs sont non colinéaires si et seulement si leur déterminant est	égal à 1	différent de 0	nul
5	On donne M(2 ; 3) et N(-4 ; 1) deux points du plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). La norme du vecteur $-\overrightarrow{MN}$ est égale à	$-\sqrt{40}$	$2\sqrt{10}$	$2\sqrt{5}$

Exercice 3 (5,5 points)

Soit x et y deux nombres réels tels que : $0 < x < y$. On donne :

$$a = \frac{x+y}{2} \; ; \qquad g = \sqrt{xy} \qquad h = \frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$$

1) Démontre que $\frac{2y}{x+y} > 1$ et déduis-en que $h > x$.
2) Démontre que : $a < y$ et $g^2 < a^2$
3) Démontre que : $g^2 = ah$ et déduis – en que $h < g$
4) Range dans l'ordre décroissant les nombres x, y, a, g et h.

Exercice 4 (6,5 points)

ABC est un triangle et α est un réel différent de -1. Soit M, I et K les points définis par : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$;

$4\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{KB} + \alpha\,\overrightarrow{KC} = \vec{0}$.

Partie A

1) Montre que I est milieu de [CM]
2) a) Montre que : $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{\alpha+1}\overrightarrow{CB}$
   b) Pour quelle valeur de α on a P le milieu de [CK].

Partie B : Dans la suite on prendra $\alpha = 2$

1) Fais une figure.
2) a) Exprime $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   b) Montre que $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
   c) Déduis-en que les points A, I et K sont alignés.
3) Place les points D et J définis par D= S_C(A) et J milieu de [BD].
   a) Montre que $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KD} = \vec{0}$
   b) Montre K est le centre de gravité du triangle CJM

Exercice 5 (3 points)

Deux élèves du Lycée d'excellence Alassane Ouattara de Grand Bassam, ALI et YAO habitent au bord d'une rue rectiligne à 400 m l'un de l'autre. Les parents de YAO lui demandent de ne pas s'éloigner de plus de 300 m de la maison. Ceux de ALI lui demandent de ne pas s'éloigner de plus de 200 m de la maison. Ils souhaitent déterminer la portion du bord de la rue où ils peuvent se rencontrer pour échanger sur des exercices de classe sans désobéir à leurs parents. Soucieux, ils demandent ta contribution.
En utilisant tes connaissances en mathématiques, détermine la portion du bord de la rue où les deux élèves peuvent se retrouver sans désobéir à leurs parents.