



CORRIGE FICHE DE PHYSIQUE

OSCILLATIONS MÉCANIQUES LIBRES : SERIE 1

Solution EXERCICE 1

1-Précisons les valeurs de l'amplitude, la période, la fréquence et la phase initiale

La solution est de la forme : $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

L'équation horaire est: $x = 2 \cdot 10^{-2} \cos(40\pi t - \frac{\pi}{6})$. Donc par identification, on a:

- L'amplitude : $X_m = 2 \cdot 10^{-2} m$;
- La période propre : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ or $\omega_0 = 40\pi rad/s$ donc $T_0 = \frac{2\pi}{40\pi} = 0,05 s$ ou $5 \cdot 10^{-2} s$
- La fréquence propre : $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0,05} = 20 Hz$.
- La phase initiale: $\varphi = -\frac{\pi}{6} rad$.

2. Calculons la vitesse et l'accélération du point matériel à l'instant $t = 0s$.

Déterminons d'abord la vitesse v et l'accélération a du point matériel à chaque instant.

- $x = 2 \cdot 10^{-2} \cos(40\pi t - \frac{\pi}{6}) \Rightarrow v = \dot{x} = -2 \cdot 10^{-2} \times 40\pi \sin(40\pi t - \frac{\pi}{6}) = -0,8 \pi \sin(40\pi t - \frac{\pi}{6})$.
- $v = -0,8 \pi \sin(40\pi t - \frac{\pi}{6})$

Solution: EXERCICE 2

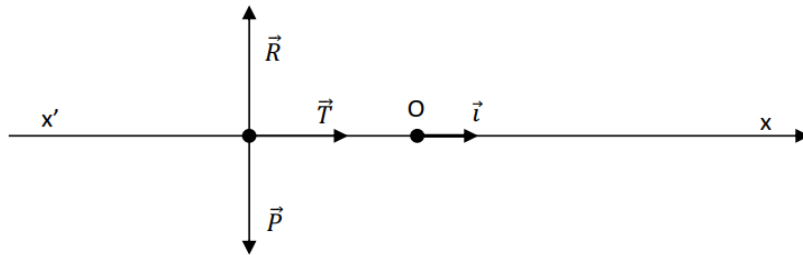
Un oscillateur mécanique effectue un mouvement de va-et-vient autour de sa position d'équilibre. Un va-et-vient représente **une oscillation**. Sa durée correspond à **la période** des oscillations. La **fréquence** des oscillations quant à elle, elle est le nombre de **périodes par semaine**. Lorsque l'oscillateur mécanique n'est pas amorti, son énergie totale **est constante**. Cependant cette énergie **diminue** si les oscillations sont amorties. Dans ce cas, **l'amplitude des oscillations** diminue à cause des pertes d'énergie. Pour compenser ces pertes, un apport extérieur d'énergie est nécessaire.

Solution EXERCICE 3

	Vrai	Faux
1) Un oscillateur est un système qui effectue un mouvement de translation		☒
2) L'oscillateur est dit libre, lorsqu'écarté de sa position d'équilibre et abandonné à lui-même, effectue des oscillations.	☒	
3) Lorsqu'un oscillateur n'est soumis à aucune force dissipative: Il est non amorti.	☒	
4) La durée d'une oscillation complète est une période	☒	
5) La Fréquence correspond au nombre d'oscillations	☒	

1) **Solution: EXERCICE 4**

- 2) Les forces extérieures qui s'exercent sur la voiturette sont :
le poids $\vec{P}$ de la voiturette ; la réaction $\vec{R}$ du support ; la tension $\vec{T}$ du fil.
- 3) Représentation de $\vec{P}$, $\vec{R}$ et $\vec{T}$ pour $x < 0$



- 4) Equation différentielle du mouvement :

$$\text{TCI : } \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Projection suivant $(x'x)$: $T = ma$ avec $T = -kx$

$$\text{Donc } -kx = ma = m\ddot{x} \quad ; \quad \text{soit } \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

- 5) Expression de $x(t)$ et de $v(t)$:

La solution de l'équation différentielle est de la forme $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$$\text{A } t = 0 \text{ s, } x_0 = X_m \cos \varphi = -0,15 \text{ et } v_0 = -X_m \omega_0 \sin \varphi = 0$$

$$\sin \varphi = 0 \quad \varphi = 0 \text{ ou } \varphi = \pi$$

$$\text{Soit } \cos 0 = 1 \text{ ou } \cos \pi = -1$$

$$\text{De plus, } X_m > 0 \longrightarrow \cos \varphi < 0$$

$$\text{D'où } \varphi = \pi \text{ rad cad } x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \pi) \text{ avec } X_m = 0,15 \text{ m et } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{soit } \omega_0 = 20 \text{ rad/s}$$

$$x(t) = 0,15 \cos(20t + \pi) \text{ et } v(t) = -3 \sin(20t + \pi)$$

Solution: EXERCICE 5

- 1) Equation différentielle du mouvement de G.

Système : solide de masse m

Forces extérieures :

le poids $\vec{P}$ de la voiturette ; la réaction $\vec{R}$ du support ; la tension $\vec{T}$ du fil.

$$\text{Théorème du centre d'inertie : } \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Projection suivant $(x'x)$: $-T = ma$

$$\text{Donc } -kx = ma = m\ddot{x} \quad ; \quad \text{soit } \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$2.1) \text{ Période propre } T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad \text{AN } T_0 = \frac{2 \times 3,14}{7,85} = 0,8 \text{ s}$$

2.2) Phase φ et amplitude X_m

$$\text{A } t = 0 \text{ s, } x(0) = X_m \cos \varphi = 0 \text{ et } v(0) = -X_m \omega_0 \sin \varphi = -0,5$$

$$\cos \varphi = 0 \longrightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ ou } \varphi = +\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Or } X_m > 0 ; \text{ d'où } \sin \varphi > 0 \text{ cad } \varphi = +\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Par conséquent, } X_m = \frac{0,5}{\omega_0 \sin \varphi} \longrightarrow X_m = \frac{0,5}{7,85 \times 1} \longrightarrow X_m = 0,064 \text{ m}$$

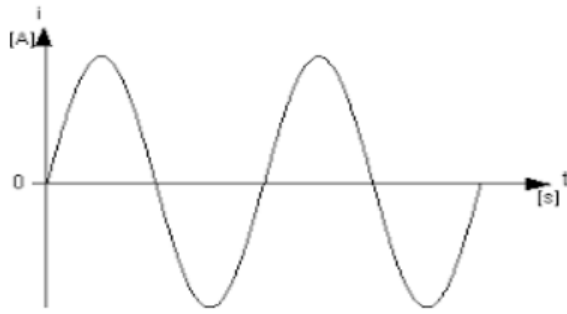
2.3) la constante de raideur k .

$$k = \frac{\omega_0^2}{m} \quad \text{AN : } k = \frac{(7,85)^2}{0,1} = 616 \text{ N.m}^{-1}$$

2.4) l'équation horaire de G

$$x(t) = 6,4 \cdot 10^{-2} \cos(7,85t + \frac{\pi}{2})$$

3) Représentation de $x(t)$



Solution SITUATION D'EVALUATION

1) Energie mécanique de l'oscillateur à $t=0s$

$$E_0 = E_{C0} + E_{P0} = \frac{1}{2} m V_0^2 + \frac{1}{2} k x_0^2 \quad \text{AN : } E_0 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

2)

2-1- La vitesse de C à la position d'équilibre

$$E = \text{cste} \text{ donc } E_0 = E_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2E_0}{m}} \quad \text{AN : } V_1 = 0,28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2-2- Les positions de C

$$V=0 ; E_0 = E_2 = \frac{1}{2} k X^2 \Rightarrow X = \pm \sqrt{\frac{2E_0}{k}} \quad \text{AN : } X = 0,028 \text{ m ou } X = -0,028 \text{ m}$$

3)

3-1-Equation différentielle et équation horaire.

- Système : le cylindre
- Bilan des forces : Poids $\vec{P}$, la tension $\vec{T}$ du ressort et la réaction normale $\vec{R}$.

En appliquant le théorème du centre d'inertie on obtient : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

Par projection sur l'axe Ax : $-T = m \cdot a$ donc

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad \text{Soit } \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

3-2-Equation horaire du mouvement

Une des solutions de cette équation est de la forme : $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ et $\dot{x} = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

A $t=0s$, $x_0 = x = X_m \cos(\varphi)$ et $\dot{x} = -\omega_0 X_m \sin(\varphi) = v_0$ ce qui donne:

$$\tan(\varphi) = -\frac{v_0}{\omega_0 x_0} \quad \text{AN } \varphi = \pi/4 \text{ rad. Et } X_m = \frac{x_0}{\cos(\varphi)} \text{ d'où } X_m = 2,82 \text{ cm.}$$

L'équation horaire est donc : $2,82 \cdot 10^{-2} \cos(10t + \pi/4)$