

FICHE DE PHYSIQUE

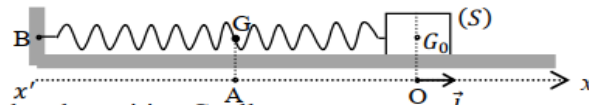
OSCILLATIONS MECANQUES LIBRES



Exercice 1

Un ressort à spires non jointives de constante de raideur $k = 25\text{N/m}$ dont l'axe a une direction constante, est fixé à un point B par l'une de ses extrémités. A l'autre extrémité, est accroché un solide (S) de masse $m = 0,250\text{kg}$. Le solide (S) se déplace sans frottements sur le plan horizontal pris comme origine des énergies potentielles de pesanteur. (Voir figure ci-dessous).

A l'équilibre, le centre d'inertie du solide occupe la position G_0 .



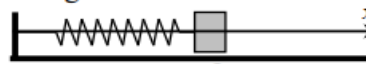
1. On comprime le ressort en déplaçant

le solide (S). le centre d'inertie du solide occupe alors la position G telle que $\vec{OG} = \vec{OA} = -0,14\text{m}$. A l'instant $t = 0$, on lâche le solide (s) sans vitesse initiale.

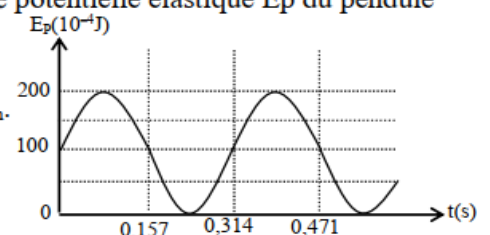
- 1.1 Faire l'inventaire des forces extérieures qui s'exercent sur le solide (S) et les représenter sur un schéma lorsque le solide se trouve entre A et O.
 - 1.2 Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie du solide (S) dans le repère (O, \vec{i}) .
 - 1.3 A quelle condition l'équation horaire $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle de la question 1.2 ?
 - 1.4
 - 1.4.1 Déduire de ce qui précède les expressions de la pulsation propre ω_0 et de la période propre T_0 du mouvement.
 - 1.4.2 Calculer ω_0 et T_0 .
 - 1.5 Déterminer :
 - 1.5.1 l'amplitude X_m et la phase à l'origine φ du mouvement et en déduire l'équation horaire $x(t)$ du mouvement du centre d'inertie du solide(S).
 - 1.5.2 La valeur maximale V_{max} de la vitesse.
 - 2 Déterminer :
 - 2.1 la valeur de l'énergie mécanique $E_m(0)$ à l'instant $t = 0$ (on prendra l'énergie potentielle nulle lorsque $x = 0$) ;
 - 2.2 la valeur maximale de la vitesse du solide en utilisant la conservation de l'énergie mécanique et la comparer au résultat de la question 1.5.2.
- On donne : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.**

Exercice 2

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort (R) de raideur $k = 50\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ et de masse négligeable, enfilé à travers une tige, à l'extrémité duquel est soudé un solide ponctuel (S) de masse m pouvant coulisser sans frottement à travers la tige. A l'origine des dates on écarte le solide (S) de x_0 à partir de sa position d'équilibre dans le sens positif puis on l'abandonne avec une vitesse \vec{v}_0 dans le sens positif. A un instant t quelconque, au cours des oscillations, l'élongation du solide est x et sa vitesse est v . (on prendra $\pi = 3,14$)

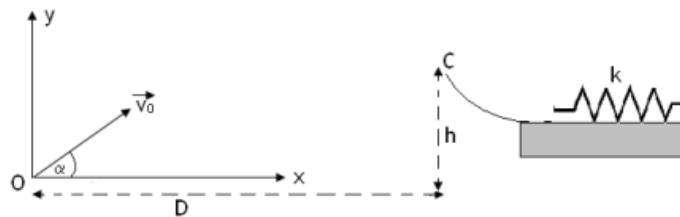


1. Donner l'expression de l'énergie mécanique du pendule en fonction de k , m , x et v .
2. Sachant que le système $\{(S), (R)\}$ est conservatif, déduire l'équation différentielle régissant les oscillations du solide (S).
3. Exprimer la pulsation propre ω_0 et vérifier que $x = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ est une solution de l'équation différentielle obtenue
4. Le graphe de la figure ci-dessous représente les variations de l'énergie potentielle élastique E_p du pendule au cours du temps.
 - 4.1. Etablir l'expression : $E_p = \frac{1}{4} k X_m^2 [1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$
 - 4.2. Déduire l'expression de l'énergie mécanique en fonction de k et x_m .
 - 4.3. Déterminer par exploitation du graphique et de ce qui précède X_m , x_0 , T_0 , m , et v_0 .



Exercice 3

Au cours d'un jeu, un joueur doit réussir le pari d'expédier, par un lancer, une boule de masse $m = 100\text{g}$ dans un circuit C situé à $D = 5\text{m}$ et à une hauteur $h = 1\text{m}$ afin qu'elle aille s'accrocher à un ressort de masse négligeable et de raideur $k = 10\text{ N/m}$. En homme averti, il impose à la vitesse initiale de la boule une inclinaison $\alpha = 45^\circ$ par rapport à l'horizontale. (voir figure)



1. Etablir l'équation de la trajectoire de la boule dans le repère proposé.
2. Montrer que si v_0 est fixée, le joueur a raison de choisir $\alpha = 45^\circ$ pour obtenir une portée maximale. On pourra utiliser la relation $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$.
3. Calculer la valeur de v_0 à communiquer à la boule pour la faire tomber exactement au point C situé à 1m du sol sur lequel est pris l'axe (Ox).
4. Déterminer la valeur de la vitesse au point C.
5. Déterminer l'amplitude des oscillations du système (m, k) dans le cas où le lanceur est réussi et en considérant que le circuit C est suffisamment court pour que la vitesse y reste constante. Les frottements sont négligeables.
6. Déterminer l'équation horaire des oscillations du système (m, k). On prendra $t = 0$, l'instant d'accrochage du solide au ressort.