



OSCILLATIONS MECANIKES

Exercice 1 :

Un oscillateur mécanique est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur $k = 18 \text{ N/m}$, d'axe horizontal dont une extrémité est fixée à un solide S de dimensions telles qu'il peut être assimilé à un solide ponctuel de masse $m = 500\text{g}$. L'autre extrémité du ressort est fixe. Le solide peut se déplacer, sans frottement, sur un plan horizontal, le long de l'axe du ressort.

On écarte le solide de sa position d'équilibre de $X_m = 2\text{cm}$, puis on le libère sans vitesse initiale.

1/ Schématiser l'oscillateur à un instant t quelconque ; faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le solide à cet instant t puis représenter ces forces.

2/ Par application du théorème du centre d'inertie appelé aussi deuxième loi de Newton :

a/ Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du solide ponctuel S .

b/ Vérifier que $x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi)$ est solution de cette équation différentielle.

c/ Rappeler les paramètres $x(t)$ en donnant également leurs unités dans le système international.

d/ Donner l'expression numérique de $x(t)$. Puis en déduire celles de $\dot{x}(t)$ et $\ddot{x}(t)$.

e/ Déterminer la période propre T_0 et la fréquence propre N_0 des oscillations mécaniques.

3/ Déterminer l'énergie mécanique E de cet oscillateur à l'instant t en fonction de k , m , x et \dot{x} (x est l'abscisse du solide).

L'état de référence des énergies potentielles élastiques est choisi pour le ressort détendu.

4/ Montrer que cette énergie mécanique E est constante. Exprimer sa valeur en fonction de m , ω_0 et X_m puis en fonction de k et X_m .

5/ Représenter sur le même graphe les allures des énergies (E ; E_c et E_p)

6/ Par la méthode énergétique, établir l'équation différentielle du mouvement.

7/ On écarte maintenant le solide S de sa position d'équilibre de $x = 2$ cm. Puis on le libère en le lançant vers les abscisses positives avec une vitesse $\vec{v}^{(0)}$ de norme $v = 0,207$ m/s. Des oscillations prennent alors naissance.

Etablir l'équation différentielle du mouvement à un instant t puis l'expression numérique de la position du centre d'inertie G de S , dans le repère $(O; \vec{i})$ sous la forme $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \phi)$

L'instant du début des oscillations étant pris comme origine des temps.

Exercice 2 :

Un solide S de masse m est accroché à un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur k . Il peut se déplacer sans frottement sur un plan horizontal. Le centre d'inertie G de S est repéré sur un axe horizontal ($x'Ox$) dont l'origine correspond à la position de repos. Le ressort est allongé d'une longueur X_0 et le solide est lâché à l'instant $t = 0$. Un dispositif permet d'enregistrer la variation de l'abscisse en fonction du temps (voir figure ci-dessous).

1/ Déterminer à partir de la figure ci-dessous, les conditions initiales du mouvement (x_0 et v_0) ainsi que le sens du déplacement du solide lorsqu'il passe pour la première fois par l'origine. Quelles sont la période propre T_0 et la pulsation propre ω_0 du mouvement ?

2/ Etude dynamique du mouvement du solide S

a/ Schématiser l'oscillateur à un instant t quelconque puis représenter à cet instant les forces qui s'exercent sur le solide (S).

b/ Par application du théorème du centre d'inertie, établir l'équation différentielle du mouvement.

c/ La solution de cette équation différentielle est de la forme

$$x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \phi).$$

Déduire de la courbe l'expression numérique de $x(t)$.

3/ Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique du ressort à un instant t quelconque en fonction de k, X_0, ω_0 et t .

Sachant que l'énergie potentielle élastique du ressort à l'instant $t = 0$ est $E_{pe} = 3,7 \cdot 10^{-3}$ J. Déterminer la valeur de k , puis en déduire la valeur de m .

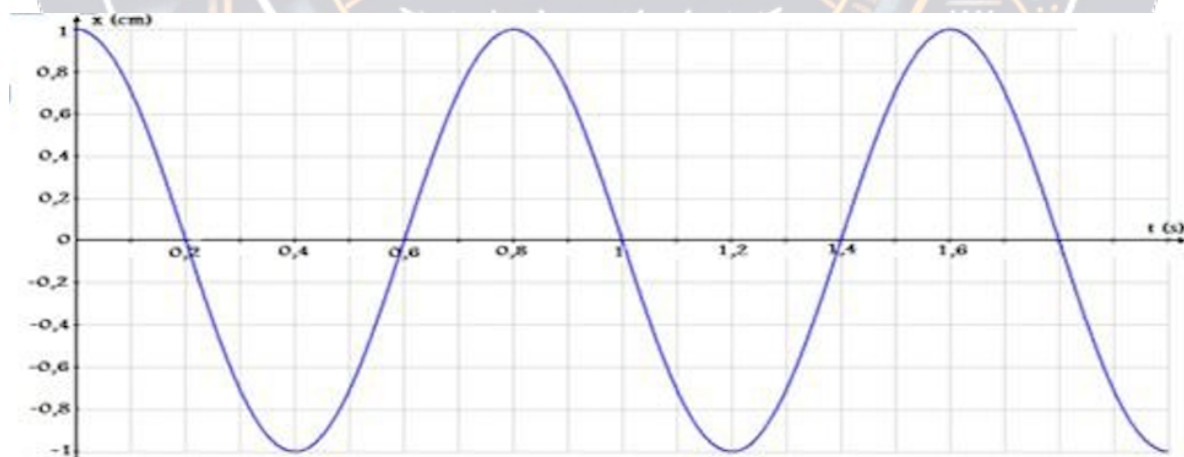
4/ Le solide est maintenant soumis à des forces de frottement. On relève les amplitudes X_i à chaque oscillation et pour les abscisses positives, on obtient les valeurs ci-dessous.

N° de l'oscillation	0	1	2	3	4	5
x_i (mm)	42	38	34	30	26	22

a/ Calculer la pseudo-période T de l'oscillateur amorti si cinq pseudo-périodes durent 11,8s.

b/ Calculer l'énergie mécanique E du système à l'instant $t = 0$, au bout de la deuxième et quatrième oscillation.

c/ Calculer la variation de l'énergie mécanique du système entre la deuxième et quatrième oscillation.



Exercice 3 :

Un oscillateur mécanique est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur k , de longueur à vide $l_0 = 20$ cm, d'axe vertical et

dont l'une de ces extrémités est fixé en un point A.

1/ Sur l'autre extrémité libre on accroche un solide ponctuel de masse $m = 200 \text{ g}$, le ressort s'allonge de $\Delta l_0 = 8 \text{ cm}$.

a/ Schématiser l'oscillateur mécanique lorsqu'il est dans sa position d'équilibre.

b/ Etablir la condition d'équilibre, puis calculer la constante de raideur k du ressort.

2/ On tire le solide S verticalement, vers le bas, en donnant un allongement supplémentaire de $x_0 = 1 \text{ cm}$ au ressort, puis on lâche le solide sans vitesse initiale. Il effectue alors des oscillations autour de sa position d'équilibre.

a/ Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide.

b/ En déduire l'expression de la période propre T_0 des oscillations, en fonction de m et k . Calculer T_0 .

c/ Etablir l'équation horaire du mouvement $x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi)$ en prenant comme origine des temps l'instant du lâcher et comme origine 0 des déplacements la position d'équilibre du ressort avec solide accroché. On choisira un axe ox vertical orienté positivement vers le bas.

3/ Etablir l'expression de l'énergie mécanique du système (terre-ressort-solide S) en fonction de x , v , m , Δl_0 et k .

- L'état de référence des énergies potentielles de pesanteur correspond à la position d'équilibre coïncidant avec l'origine des altitudes.

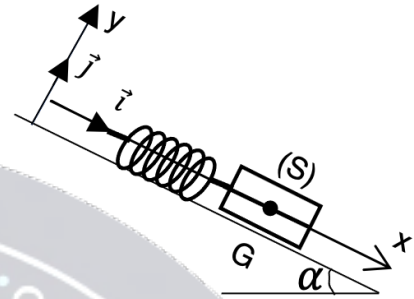
- L'état de référence des énergies potentielles élastiques est choisie pour le ressort détendu.

4/ Retrouver l'équation différentielle à partir de l'étude énergétique.

5 / On écarte maintenant le solide S de sa position d'équilibre de $x_0 = 1 \text{ cm}$. Puis on le libère en le lançant vers le haut avec une vitesse v de norme $v = 0,112 \text{ m/s}$. Des oscillations prennent alors naissance. Etablir l'équation différentielle du mouvement puis l'expression numérique de la position du centre d'inertie G de S , dans le repère $(0, \vec{i})$ sous la forme $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \phi)$ L'instant du début des oscillations étant pris comme origine des temps.

Exercice 4 :

Un solide S , de masse $m = 200 \text{ g}$ et de centre d'inertie G , peut se déplacer d'un mouvement de translation rectiligne, sans frottement, le long d'un banc à coussin d'air. Celui-ci fait un angle $\alpha = 10^\circ$ avec l'horizontale. Le solide est attaché à l'extrémité inférieure d'un ressort de masse négligeable, à spires non jointives et à réponse linéaire ; l'autre extrémité du ressort est fixée en A (voir figure).



On prendra $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1/ Le solide S étant en équilibre, son centre d'inertie est en G_0 . Le ressort dont l'axe est parallèle à la direction du banc, a subi un allongement $\Delta\ell_0 = 6 \text{ cm}$.

a/ Représenter les forces qui s'exercent sur le solide S .

b/ Ecrire la condition d'équilibre du solide S sous forme vectorielle et projeter la relation suivant les deux axes $(0, \vec{i})$ et $(0, \vec{j})$.

c/ Exprimer le coefficient de raideur k du ressort en fonction des données.

Calculer sa valeur numérique.

2/ On écarte le solide de sa position d'équilibre vers le bas. Son centre d'inertie est alors en G_1 . La distance G_0G_1 mesurée le long du banc vaut $d = 5 \text{ cm}$. On abandonne le solide sans vitesse à une date que l'on prendra pour origine des temps. La position G_0 sera prise comme origine des abscisses.

a/ Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide S en appliquant le théorème du centre d'inertie).

b/ Déterminer l'équation horaire du mouvement.

3 / On écarte maintenant le solide S de sa position d'équilibre de $x_0 = 8 \text{ cm}$. Puis on le libère en le lançant vers le haut avec une vitesse $v = 0,3 \text{ m/s}$. Des oscillations prennent alors naissance. Etablir l'équation différentielle du mouvement puis l'expression numérique de la position du centre d'inertie G et S , dans le repère (O, \vec{i}) sous la forme $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \phi)$. L'instant du début des oscillations étant pris comme origine des temps.

Exercice 5 : EXTRAIT DU BAC 2011

Un oscillateur mécanique libre est constitué d'un ressort élastique de constante de raideur k , d'axe horizontal, relié à un solide S supposé ponctuel, de masse m . Le solide S peut se déplacer, sans frottement, sur un plan horizontal, le long de l'axe du ressort.

1/ Schématiser l'oscillateur à un instant où le solide S est écarté de sa position d'équilibre ; représenter à cet instant les forces qui s'exercent sur le solide S .

2/ Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du solide ponctuel S .

3/ L'énergie potentielle de cet oscillateur est nulle quand le solide S est à sa position d'équilibre.

a/ Exprimer l'énergie mécanique de cet oscillateur en fonction de k , m , x et $\frac{dx}{dt}$ (x est l'abscisse du solide).

b/ En déduire l'expression de son énergie mécanique en fonction des grandeurs k et X_m .

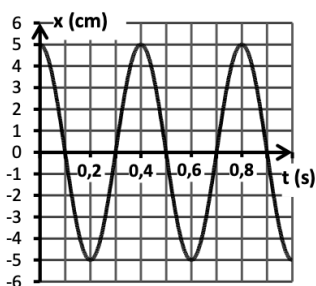
4/ On réalise une série d'expériences et on enregistre, avec un dispositif approprié, l'évolution de la position x du solide ponctuel au cours du mouvement (courbes $C1$, $C2$ et $C3$).

Pour la courbe $C3$, l'enregistrement a été fait avec le solide S supportant une surcharge de masse m' ; les autres courbes ont été enregistrées avec le solide S sans surcharge.

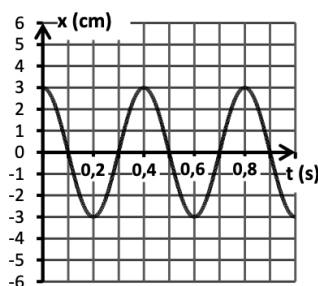
a/ L'amplitude du mouvement du solide S influence-t-elle la période de ses oscillations ? Justifier.

b/ La période des oscillations change-t-elle si on modifie la masse du solide relié au ressort ? Justifier.

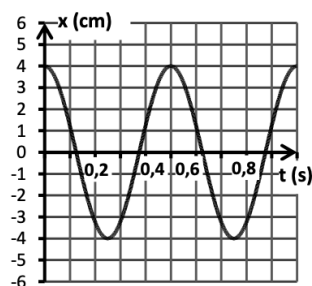
c/ Le solide ponctuel S a une masse $m = 650$ g. Déterminer la constante de raideur k du ressort élastique et la masse m' de la surcharge.



C1 : Oscillation du solide S seul



C2 : Oscillation du solide S seul



C3 : Oscillation du solide S + la surcharge