GRAVITATION UNIVERSELLE

Exercice 1 :

Le tableau suivant rassemble les valeurs numériques des périodes de révolution T et des altitudes z des orbites de quelques satellites artificiels de la Terre.

Base de lancement	Kourou	Baikonour	Chine	Etats-Unis
Satellite	Intelsat-V	Cosmos-197	Feng-Yun	USA-35
T	23 h56 min	11 h14 min	$102,8$ min	12 h
$z(10^4\ \text{km})$	3,58	1,91	0,09	2,02

1. Vérifier, à partir des valeurs numériques du tableau, que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est constant.
2. A partir de la troisième loi de Kepler que l'on établira et de la valeur du rapport $\frac{T^2}{r^3}$, calculer la masse M_T de la terre.

Exercice 2 :

<u>Données</u>: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$SI; rayon de Titan : $R_T = 1,22.10^6$ km; rayon de la planète Saturne: $R_S = 6,0.10^4$ km; période de révolution de Saturne sur ellemême : $M_S = 5{,}69 \cdot 10^{26}$ kg. $T_s = 10$ h 39 min.

En Juillet 2004, la sonde européenne Cassini-Huygens nous a livré ses premiers clichés des anneaux de Saturne. Elle a également photographié Titan, le plus gros satellite de Saturne, situé à une distance R_T de Saturne. L'excentricité orbitale des satellites étant très faible, on supposera leurs trajectoires circulaires. Dans tout l'exercice, on se place dans le référentiel saturno-centrique, centré sur Saturne et dont les trois axes sont orientés vers trois étoiles lointaines supposées fixes. On considère que la planète Saturne et ses planètes sont des corps dont la répartition des masses est sphérique. Les rayons des orbites des satellites sont supposés grands devant leur taille.

1. Quelques caractéristiques de Titan :
   1.1. On considère que la seule force gravitationnelle exercée sur Titan provient de Saturne.
   1.1.1. Nommer la (les) force (s) extérieures appliquée (s) au satellite Titan de masse MT
   1.1.2. Représenter qualitativement sur un schéma, Saturne, Titan, et la (les) force (s) extérieure (s) appliquée (s) sur Titan.
   1.1.3. Donner l'expression vectorielle de cette (ces) force (s).
   1.2. On étudié le mouvement du centre d'inertie de Titan. S est le centre d'inertie de Saturne. Soit le vecteur unitaire porté par (ST) dirigé de S vers T.
   1.2.1. Exprimer son accélération en précisant la loi utilisée.
   1.2.2. Montrer que le mouvement est uniforme.
   1.2.3. Retrouver l'expression de la vitesse de Titan sur une orbite autour de Saturne en fonction de G, Ms et R_T.

2. ***<u>D'autres satellites de Saturne</u>*** : Après le survol de Titan la sonde Cassini a survolé Encelade en Février 2005. On peut remarquer que dans le référentiel saturno-centrique, Encelade a un mouvement de révolution uniforme, dont la période en jour terrestre, est $T_E = 1{,}37$ et le rayon R_E.
2.1. Retrouver la troisième loi de Kepler.
2.2. Utiliser la troisième loi de Kepler pour déterminer la valeur du rayon R_E de l'orbite d'Encelade.

3. ***<u>Sonde Saturno-stationnaire</u>*** : On cherche dans cette partie l'altitude h à laquelle devrait se trouver la sonde Cassin pour être Saturno-stationnaire (immobile au-dessus d'un point de l'équateur de Saturne).
3.1. Quelles conditions doit-on avoir sur les périodes T S (rotation de Saturne sur elle-même) et T C (révolution de Cassini autour de Saturne) pour que la sonde soit géostationnaire ?

3.2. En utilisant la troisième loi de Kepler, calculer l'altitude h de la sonde.

Exercice 3 : (EXTRAIT DU BAC 2020)

Dans le domaine de l'astronautique, une navette spatiale désigne conventionnellement un véhicule spatial pouvant revenir sur Terre en effectuant un atterrissage contrôlé à la manière d'un avion et pouvant être réutilisé pour une mission ultérieure. Le vol d'une navette spatiale comprend trois étapes : le lancement, le vol orbital et l'atterrissage. On se propose d'étudier le vol orbital.

Dix minutes après le décollage, la navette est en mouvement circulaire uniforme autour de la terre à l'altitude h.
Sa masse est $\mathrm{m} = 69{,}68 \cdot 10^{3}\ \mathrm{kg}$. L'intensité du champ de gravitation terrestre à l'altitude h est $\mathrm{Gh} = 6{,}95\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$.
Le rayon de la terre est $\mathrm{R_T} = 6380\ \mathrm{km}$. La masse de la terre sera notée $\mathrm{M_T}$.
3.1 Rappeler l'expression de la force de gravitation universelle, puis établir l'expression de l'intensité du champ de gravitation G_h en fonction de G_0, R_T et $h; G_0$ étant l'intensité du champ de gravitation au sol ($G_0 = 9{,}80\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$).
3.2 En déduire l'expression de l'altitude h de la navette. Calculer sa valeur.
3.3 Etablir l'expression de la vitesse V du centre d'inertie de la navette à l'altitude h en fonction de Gh, R_T et h. Calculer cette vitesse V pour $\mathrm{h} = 1196\ \mathrm{km}$.
3.4 Etablir l'expression de la période T de révolution de la navette à l'altitude h en fonction de R_T, V et h. Calculer la période T.
3.5 La navette se trouvant à l'altitude h, se déplace d'Ouest en Est.

Calculer l'intervalle de temps Δ t qui sépare deux passages successifs de la navette à la verticale d'un point de la Terre. On rappelle que la période de révolution de la Terre autour de l'axe des pôles est $\mathrm{T_T} = 86164\ \mathrm{s}$.
3.6 La navette doit être mise sur l'orbite d'altitude $\mathrm{h}' = 2\ \mathrm{h}$ pour une autre mission avant son retour.

3.6.1 Donner l'expression de l'énergie mécanique de la navette évoluant à l'altitude h en fonction de G_0, R_T, m et h. L'expression de l'énergie potentielle de gravitation du satellite est ;
$Ep(r) = -\frac{KM_T m}{r}$ avec r le rayon de l'orbite de la navette.
3.6.2 Déterminer l'énergie que doivent fournir les moteurs pour faire passer la navette de l'altitude h à l'altitude $h' = 2h$.

Exercice 4 :

La terre est assimilable à une sphère homogène de centre O, de masse M et de rayon R.

Le champ de gravitation créé par la terre en tout point A de l'espace situé à une distance r du point O est $\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\vec{u}$:
G la constante de gravitation universelle et $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{OA}}{OA}$.

1. Un satellite S de masse m décrit d'un mouvement uniforme une orbite circulaire de rayon r autour de laTerre. Le mouvement est rapporté au repère géocentrique et on suppose que S est soumis à la seule action du champ de gravitation terrestre.
   a)) Exprimer la vitesse v de S en fonction de g_o, R et r.

   b)) Déduire l'expression de la période T du mouvement. Calculer T. A.N. : $\mathrm{r = 8000\ km}$.
2. A partir du travail élémentaire $dw = \vec{f} \cdot \overrightarrow{dr}$ de la force de gravitation exercée par la terre sur le satellite, montrer que le travail de $\vec{f}$, lors de son déplacement du sol jusqu'à l'ordre de rayon r est donné par : $\mathrm{W} = mg_oR^2\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$.
3. En déduire l'expression de l'énergie potentielle du système terre - satellite en fonction de g_o, m, r et R. On choisira le niveau du sol comme état de référence pour l'énergie potentielle.
4. Exprimer l'énergie cinétique de S en fonction de $\mathrm{m}, g_o, \mathrm{r}$ et R. Déduire l'expression de l'énergie mécanique totale.
5 . Il se produit une très faible variation dr du rayon, telle que la trajectoire puisse toujours être comme circulaire. Exprimer la

variation dv de la vitesse qui en résulte et montrer que :
$dv = -\frac{\pi}{T}dr$