Chapitre 1 : Forces et champs

Objectifs :

- Savoir :
  - Enoncer la loi de l'attraction gravitationnelle
  - Définir le vecteur champ gravitationnel
  - Donner son unité,
  - Préciser l'expression du champ de gravitation terrestre à l'altitude zéro.
  - Enoncer la loi de Coulomb
  - Définir le champ électrostatique
  - Donner ses caractéristiques et donner son unité.
  - Définir la force magnétique
  - Définir le champ magnétique et donner son unité.
  - Définir la force de Lorenz
  - Donner l'expression de la force de Lorentz sur une charge
- Savoir faire théorique
  - Représenter une force gravitationnelle
  - Représenter le champ de gravitation
  - Exprimer et calculer les intensités des forces gravitationnelles
  - Appliquer la notion de champ gravitationnel au cas particulier de la terre pour exprimer le champ de gravitation terrestre en fonction de l'altitude.
  - Exprimer et calculer l'intensité d'une force électrostatique
  - Exprimer le champ crée par une ou plusieurs charges
  - Exprimer le champ en fonction de la tension dans un champ électrique uniforme.
  - Représenter le vecteur champ magnétique en un point
  - Représenter la direction et le sens du vecteur champ magnétique en un point
  - Retrouver la direction et le sens d'un champ magnétique en un point
  - Représenter les lignes d'un champ magnétique.
  - Exprimer la force de Laplace s'exerçant sur un conducteur. Donner les caractéristiques de la force de Laplace.
- Savoir faire expérimental
  - Mettre en évidence les interactions entre les corps chargés d'électricité
  - Réaliser les spectres des champs uniformes
  - Mettre en évidence les interactions entre un aimant et un objet en fer, puis entre deux aimants
  - Mettre en évidence l'existence du champ magnétique terrestre
  - Réaliser le spectre des aimants droit et en U.
  - Mesurer l'intensité de $\vec{B}$ dans une bobine
  - Mettre en évidence la force de Laplace.

1- Les forces gravitationnelles : le champ gravitationnel

1.1- Les forces de gravitation

Les forces de gravitation sont des forces dues au phénomène d'attraction mutuelle entre deux corps matériels. Cette propriété a été découverte par Newton en 1666 à partir du mouvement des planètes.

1.1.1-Enoncé de la loi de gravitation

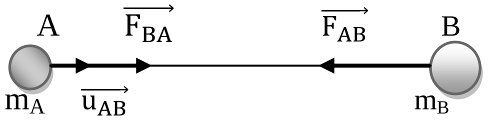
Deux corps ponctuels A et B de masses m_A et m_B exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction directement opposées dont leur intensité commune est proportionnelle à leurs masses et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare.

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \quad \text{et} \quad F_{AB} = F_{BA} = G\frac{m_A.m_B}{AB^2}$$

- m_A et m_B sont les masses des corps A et B en kg ;
- AB est la distance entre les corps A et B en mètre (m)
- G est la constance gravitationnelle de valeur $6{,}67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$.
- F_{AB} et F_{BA} en newton (N).

1.1.2- Expression vectorielle et représentation de la force gravitationnelle

a) Représentation



$\vec{F}_{AB}$ est la force exercée par le corps A sur le corps B et $\vec{F}_{BA}$ est la force exercée par B sur A.

b) Expression vectorielle

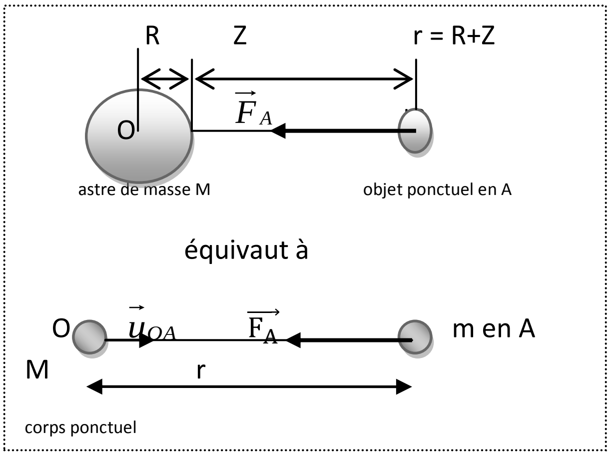
Soit $\vec{u}_{AB}$ le vecteur unitaire de la droite (AB) telle que $\vec{u}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{AB}$. L'expression vectorielle de la force de gravitation est :

$$\vec{F}_{BA} = G\frac{m_A.m_B}{AB^2}\vec{u}_{AB} \quad \text{et} \quad \vec{F}_{AB} = -\,G\frac{m_A.m_B}{AB^2}\vec{u}_{AB}.$$

1.1.3- Loi de gravitation dans le cas d'un astre

Les astres sont des objets à symétrie sphérique (ils ont les mêmes propriétés en particulier la même masse volumique à la distance r de leur centre).

Pour un objet situé à l'extérieur de l'astre, on peut remplacer l'astre par un objet ponctuel coïncident avec son centre de gravité où on place la masse totale de l'astre.



R rayon de la terre ; Z altitude du point de masse m par rapport à la surface de la terre (r= R + Z).

L'intensité de la force gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par la terre de masse M sur le corps de masse m est :

$$F = G\frac{M.m}{(R+Z)^2}$$

1.2-Le champ gravitationnel

1.2.1- Définition du champ gravitationnel

C'est toute région de l'espace dans laquelle un objet ponctuel de masse m est soumis à une force gravitationnelle.

Cette force de gravitation s'exprime en fonction du champ de gravitation par la relation :

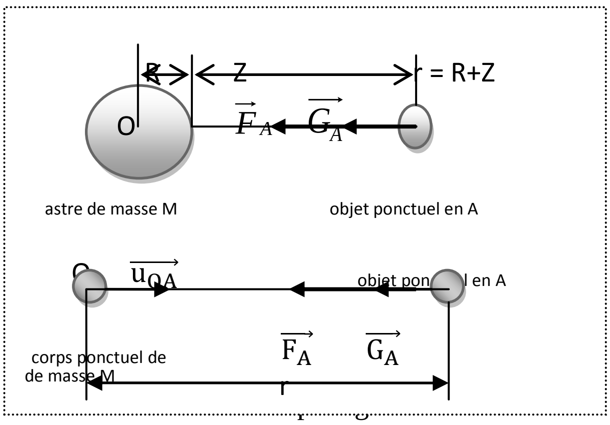
$$\vec{F} = m.\vec{G}_A$$

L'objet de masse m est au point A.

Et son intensité est $F = m.G_A$.

$\vec{F}_A$ et $\vec{G}_A$ ont même direction et même sens car m est une constance positive.

1.2.2- Champ de gravitation d'un astre et d'un point matériel



par l'objet ponctuel de masse M ou par l'astre, on place en A un corps de masse m.

On peut écrire :

$\vec{F}_A = -G\dfrac{M.m}{r^2}\vec{u}_{OA}$ = m.$\vec{G}_A$ d'où :

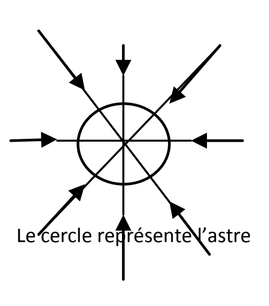
$\vec{G}_A = -G\dfrac{M}{r^2}\vec{u}_{OA}$

On conclut que le champ de gravitation est toujours dirigé vers la masse qui crée le champ et dépend de celle-ci.

Son intensité est: $G_A = G\dfrac{M}{r^2}$

M en kilogramme ; r en mètre et G_A en $N.kg^{-1}$.

Quelques lignes de champ créé par un astre à son voisinage :



Les lignes de champ du champ gravitationnel sont orientées vers le centre de l'astre qui crée le champ. Ce champ est centripète.

1.2.3-Variation du champ de gravitation avec l'altitude.

Au niveau de la surface de la terre, le champ de gravitation terrestre vaut $G_O = G\dfrac{M}{R^2}$ où M est la masse de la terre et R son rayon. (1)

A l'altitude Z au dessus de la terre,

$$G(Z) = G\frac{M}{(R+Z)^2}. \quad (2)$$

De (1) ; $G_O.R^2 = M.G$ et en remplaçant dans (2), on trouve : **G(Z) =** $G_O\dfrac{R^2}{(R+Z)^2}$

Remarque : le **champ de gravitation terrestre** est toute région de l'espace dans laquelle un objet ponctuel est soumis à une force de gravitation terrestre.

1.3- Le champ de pesanteur

Soit $\vec{P}$ le poids d'un corps de masse m. Il est lié au champ de pesanteur g par la relation $\vec{P}$ = m.$\vec{g}$ ou p = m.g. Dans l'environnement d'un astre comme la terre et en négligeant la rotation, le poids P est pratiquement égal à la force gravitationnelle $\vec{F}$ = m. $\vec{G}$

On en déduit que $\vec{g} = \vec{G}$ et g = G.

Ainsi au niveau de la terre, le champ de pesanteur vaut $g_0 = G.\frac{M}{R^2}$

A l'altitude Z au dessus de la terre :

$$g_{(z)} = g_0.\frac{R^2}{(Z+R)^2}$$

g(z) et g_0 en newton par kilogramme (N/kg) ; R et Z en mètre (m).

g_0 à la surface de la terre vaut 9,8 N/kg.

Exercice d'application :

A- Deux objets ponctuels de masse m_A=5,98.10^{24}kg et m_B=7,35.10^{22} kg sont placées respectivement aux points A et B distants de AB = d = 3,850.10^8m. On définit sur la droite (AB) un vecteur unitaire $\vec{u} = \dfrac{\overrightarrow{AB}}{d}$. On appelle $\vec{F}_A$ la force de gravitation que la masse m_A exerce sur la masse m_B et par $\vec{G}_B$ le champ de gravitation que la masse en B crée en A.

A.1 Enoncer la loi d'attraction gravitationnelle. 1pt

A.2- Représenter sans soucis d'échelle les vecteurs $\vec{F}_A$ et $\vec{G}_B$ sur la même figure. 0,5pt x 2

A.3- Donner l'expression vectorielle de $\vec{F}_A$ et calculer son intensité. 0,5pt x 2

A.4- Donner l'expression vectorielle de $\vec{G}_B$ et calculer son intensité. 0,5pt x 2

A.5- Soit $\vec{G}_M$ le champ de gravitation crée par ces deux masses en un point M de la droite (AB). Montrer qu'il existe sur cette droite un point où le champ gravitationnel est nul. 1pt

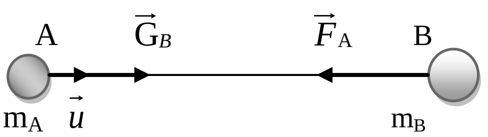
A.6- Déterminer par rapport au point A, la position du point M sur cette droite (AB). 1pt

On donne : G = 6,67.10^{-11}N.m^2.kg^{-2} ; on admettra que $m_A = 81.m_B$.

<u>**Une solution**</u> :

A.1- Voir cours.

A.2- Représentation de $\vec{F}_A$ et $\vec{G}_B$:



A.3_ Expression de $\overrightarrow{F_A}$:

$$\vec{F}_A = G\frac{m_A.m_B}{d^2}\vec{u}$$

AN : $F_A = \frac{6,67.10^{-11} 5,98.10^{24} 7,35.10^{22}}{3,85.^2 10^{16}} = 1,97.10^{20}$ N

A.4-Expression de

$$\overrightarrow{G_B} = -G\frac{m_B}{d^2}\vec{u}$$

$G_B = \frac{6,67.10^{-11} 7,35.10^{22}}{3,85.^2 10^{16}} = 3,3.10^{-5}$ N/kg

A.5- Montrons qu'il existe un point M où le champ gravitationnel est nul.

Pour que le champ soit nul au point M, il faut que :

$\overrightarrow{G_M} = \overrightarrow{G_{AM}} + \overrightarrow{G_{BM}} = 0$

Soit $-G\frac{m_A}{x^2} + G\frac{m_B}{(x-d)^2} = 0$

On obtient : $\frac{(x-d)}{x} = 9$.

Cette équation du second degré a au moins une solution. Donc le point M existe.

A.6- Abscisse du point M :

$x_M = \frac{9d}{10} = \frac{9.10^8.3,85}{10} = 3,465.10^8$ m

2- Forces électriques- champ électrique

2.1- Forces électriques

2.1.1- Expériences :

Frottons un stylo en plastique sur les cheveux et approchons le sur de petits bouts de papiers : ceux-ci sont attirés.

Approchons un bâton de verre frotté d'une petite boule métallique d'un pendule : la boule est repoussée.

Approchons un bâton de plexiglas frotté d'une petite boule métallique d'un pendule : la boule est attirée.

L »attraction ou la répulsion met en évidence l'interaction entre les deux corps considérés : c'est l'interaction électrique.

Il existe deux espèces d'électricité :

- L'électricité positive qui apparait lorsque le corps perd des électrons ;
- L'électricité négative qui apparait lorsque le corps gagne les électrons.

2.1.2- Loi de Coulomb

a) Enoncé de la loi de Coulomb

Deux charges électriques ponctuelles q_A et q_B placées respectivement en A et B exercent l'une sur l'autre des forces d'attraction ou de répulsion directement opposées dont leur intensité commune est proportionnelle à la valeur absolus de leurs charges et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare.

$\overrightarrow{F_{AB}} = -\overrightarrow{F_{BA}}$ **et** $F_{BA} = F_{AB} = \frac{k.|q_A.q_B|}{AB^2}$

AB en mètre (m)

q_A et q_B en coulomb (C)

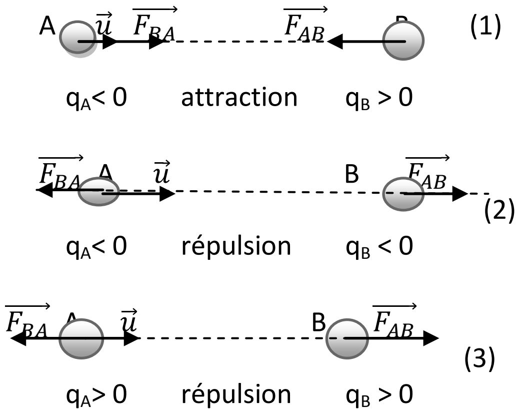
F_{AB} et F_{BA} en newton (N)

$K = 9.10^9 = \frac{1}{4.\pi\varepsilon.}$ en $N.m^2.C^{-2}$

NB : lorsque les charges ne sont pas dans le vide ; k = $\frac{1}{4.\pi\varepsilon.\varepsilon_r}$ où ε_r est la perméabilité du milieu et ε la perméabilité du vide.

b) Expression vectorielle de la loi de Coulomb et représentation.

Représentation de la loi de Coulomb



Expression vectorielle de la loi de Coulomb

$\overrightarrow{F_{AB}} = -\overrightarrow{F_{BA}} = \frac{k.q_A.q_B}{AB^2}.\vec{u}$

2.2- Le champ électrique ou électrostatique.

2.2.1- Définition et unité

On appelle champ électrique toute région de l'espace dans laquelle une charge électrique ponctuelle q est soumise à une force électrique.

Le champ électrique est caractérisé en chacun de ses points par un vecteur champ électrique $\vec{E}$ tel que $\vec{F} = q.\vec{E}$ et de module $E = \frac{F}{|q|}$

$\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de même sens si q>0 et de sens contraire si q<0.

F en newton (N) ; q en coulomb (C) et E en newton par coulomb (N/C).

2.2.2- Champ électrique créé par une charge ponctuelle.

Déterminons le champ électrique $\overrightarrow{E_0}$ crée par une charge ponctuelle q placée en O sur une charge ponctuelle Q placée en A.

La charge q exerce sur Q une force $\overrightarrow{F_{OA}}$ tel que $\overrightarrow{F_{OA}} = \frac{k..q.Q}{OA^2}.\overrightarrow{u_{OA}} = Q.\overrightarrow{E_A}$

D'où

$\overrightarrow{E_A} = \frac{k..q.}{OA^2} . \overrightarrow{u_{OA}}$

On conclut que le champ électrique crée par une charge ponctuelle dépend de la charge qui crée le champ.

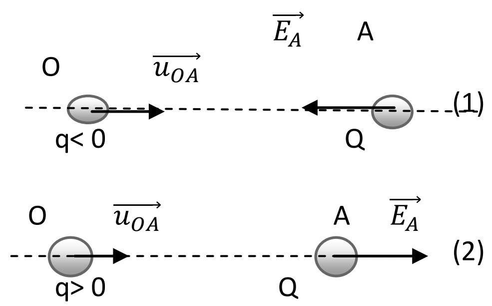
Module: $E_A = \frac{k.q}{OA^2}$

q en C; OA en m; E_A en N/C

q>0 ; le champ électrique est centrifuge (fuit la charge q)

q<0 ; le champ électrique est centripète (dirigé vers la charge).

Représentation du champ électrique créé par une charge ponctuelle q placée en O en un point A où se trouve une charge ponctuelle Q .



Le champ électrique a le sens des potentiels décroissants.

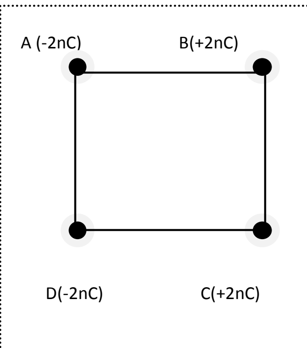
2.2.3- Le champ électrique ou électrostatique crée par une association de charges.

Considérons une distribution de charge q_A ; q_B…q_n placées à des points distincts de l'espace. Le champ électrique crée par cette distribution de charges en un point M de l'espace est égal à la somme des champs partiels crées par chacune de ces charges au point M.

$$\overrightarrow{E_M} = \overrightarrow{E_A} + \overrightarrow{E_B} + \dots + \overrightarrow{E_n}$$

Exercice d'application :

Quatre charges électriques de valeur absolue q = 2.10^{-9} C sont disposées aux sommets A. B. C et D d'un carré de coté a = 20cm.



1-.Reproduire la figure et représenter le vecteur champ électrique crée par chacune des charges au centre du carré.

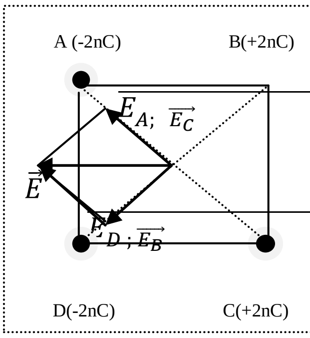
2-Donner l'expression vectorielle du champ résultant au centre du carré.

3- Déterminer les caractéristiques (direction, sens intensité) du champ électrique résultant au centre du carré

4-On place une charge q = -5nC au centre du carré.

Déterminer les caractéristiques (direction, sens et intensité) de la force électrique que subie cette charge.

<u>Une solution</u>



1-.Représentation du champ crée par chaque charge.

2-Expression vectorielle du champ résultant au centre du carré.

$\vec{E} = \overrightarrow{E_A} + \overrightarrow{E_B} + \overrightarrow{E_C} + \overrightarrow{E_D}$

$\overrightarrow{E_A} = \overrightarrow{E_C} = - \frac{2.k.q}{a^2}.\frac{\overrightarrow{AC}}{AC}$ et $\overrightarrow{E_D} = \overrightarrow{E_B} = \frac{2.k.q}{a^2}.\frac{\overrightarrow{BD}}{BD}$

$\vec{E} = 2.\overrightarrow{E_A} + 2.\overrightarrow{E_B} = \frac{4.k.q}{a^2}.\frac{\overrightarrow{AC}}{AC} + \frac{4.k.q}{a^2}.\frac{\overrightarrow{BD}}{BD}$

3-Caractéristiques du champ résultant $\vec{E}$:

$\vec{E}$ est la somme de deux vecteurs perpendiculaires et de même longueur. Le vecteur résultant est la diagonale du parallélogramme formé à partir de ces deux vecteurs.

- Point d'application : centre du carré ;
- Direction : Horizontale :
- Sens : de la droite vers la gauche ;
- Intensité :

  E = $\sqrt{(2.E_A)^2 + (2.E_B)^2}$=2.$E_A$.$\sqrt{2}$

  E = 2. $\frac{2.k.q}{a^2}$.$\sqrt{2}$

AN :

E =2. 2.$\frac{9.10^9.2.10^{-9}}{0,2^2}$.$\sqrt{2}$ = 2,545.10^3N/C

4-Caractéristiques de la force électrique :

$\vec{F}$ = q.$\vec{E}$ et q < 0. D'où :

- Direction de $\vec{F}$: celle de $\vec{E}$;
- Sens : contraire à celui de $\vec{E}$;
- Point d'application : la charge q :
- Module : F = $|q|$ .E

AN : F = 5.10^{-9}. $2{,}55.10^{3}$ = $1{,}272.10^{-6}$N

2.2.4- Champ uniforme

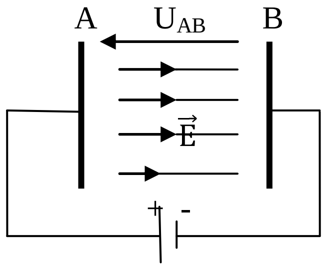
a) Définition :

Un champ électrique est uniforme lorsque le vecteur champ est constant en chacun des points du champ c-à-d qu'il garde la même direction, le même sens et la même intensité.

Dans un champ uniforme, les lignes de champ sont des droites parallèles.

b) Obtention d'un champ uniforme :

On peut obtenir un champ électrique uniforme entre les armatures d'un condensateur chargé.



Les caractéristiques de ce champ sont :

- Direction : perpendiculaire au plan des plaques ;
- Sens : de l'armature chargée positivement vers l'armature chargée négativement ;
- Intensité telle que :
- $E = \frac{|U_{AB}|}{d}$

U_{AB} tension en volt (V) ;

d: distance entre les armatures ;

E : intensité du champ en volt par mètre. V/m.

NB : Dans un champ uniforme,

$U_{AB} = \vec{E} . \overrightarrow{AB}$ = E.AB.cos ($\vec{E}$; $\overrightarrow{AB}$)

Exercice d'application:

Le pendule électrostatique est un objet-test utilisé pour détecter un champ électrique dans une région le espace.

Un pendule électrique, constitué d'une petite bille de masse m=0,10 g et de charge q = $-1{,}4.10^{-8}$C suspendue au bout d'un fil, est placé entre deux plaques verticales d'un condensateur plan. Le pendule dévie vers la droite d'un angle $\alpha=10^{0}$.

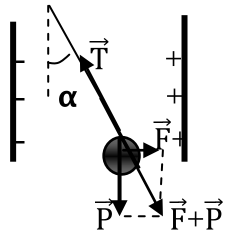
1- Schématiser la situation et indiquer avec justification les charges portées par les armatures du condensateur.

2- Représenter les forces s'exerçant sur la bille du pendule puis déduire l'intensité de la force électrique qui s'exerce sur la boule

3- Déterminer les caractéristiques du champ électrique entre les armatures du condensateur.

Une solution exercice d'application :

17.1- Schéma de la situation :



2- Représentation des forces appliquées sur la bille du pendule :

Voir figure ci-dessus.

Justification : $\vec{F}$= q.$\vec{E}$ avec q<0. $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de sens contraires et $\vec{E}$ a le sens des potentiels décroissants.

Déduisons l'intensité de la force électrique s'exerçant sur la bille :

tan α = $\frac{F}{P}$ d'où F = P.tan α

AN : F = 0,1.9,8.tan 10° = $1{,}73.10^{-1}$N

3- Caractéristiques du champ $\vec{E}$:

$\vec{F}$ = q . $\vec{E}$ avec q < 0

D'où les caractéristiques suivantes :

$\vec{E}$ est perpendiculaire au plan des armatures ;

Sens contraire à $\vec{F}$ (de la droite vers la gauche)

Module :

$E = \frac{F}{|q|} = \frac{1{,}73.10^{-1}}{1{,}4.10^{-8}}$ = $1{,}23.10^{7}$ N/C

Exercice d'application : Exo 18 Classique.

Pour déterminer la masse d'une goutte d'huile, on établit une tension U_{AB}=3,84 KV entre deux plaques conductrices (A) et (B) horizontale, parallèles et distantes de 20 mm entre lesquelles règne le vide. On y pulvérise, à l'aide d'un vaporisateur, des gouttes d'huile de charge électrique q=-5 pc et on observe au microscope des gouttes d'huile immobiles entres les plaque.

1- Donner les caractéristiques du champ électrique entre les plaques et représenter quelques lignes de champ

2- Comparer le poids de la goutte et la force électrique agissant sur elle puis déduire la masse de la goutte.

On néglige la poussée d'Archimède

Une solution exercice d'application :

1- Caractéristiques du champ électrique entre les plaques.

Les plaques sont horizontales et la goutte est en équilibre. D'où $\vec{P}$ = - $\vec{F}$ = - q.$\vec{E}$

Comme q<0 ; $\vec{P}$ et $\vec{E}$ ont même direction et même sens.

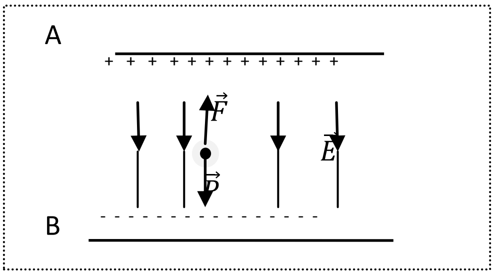
On a les caractéristiques suivantes pour $\vec{E}$:

Direction : Verticale ;

Sens : du haut vers le bas ;

Module : E = $\frac{U_{AB}}{d} = \frac{3{,}84.10^3}{20.10^{-3}}$ = 192.10^3 V/m

- Représentation :



2- Comparaison de $\vec{P}$ et $\vec{F}$

La goutte est en équilibre, $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$

D'où $\vec{P}$ = - $\vec{F}$

- Masse de la goutte d'huile :

m.g = $|q|$ .E d'où m = $\frac{|q|.E}{g}$

m = $\frac{5.10^{-12}}{9{,}8}$.192.10^3 = 9,78.10^{-8}kg

3- Forces magnétiques ; Champ magnétique

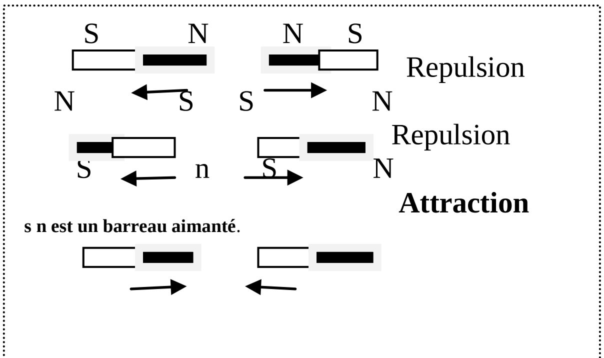
3.1.- Les aimants

Un aimant est un objet qui a les propriétés d'attirer les objets ferromagnétiques.

Une bobine parcourue par un courant a les propriétés d'un aimant : C'est un électro aimant ou aimant temporaire.

3.1.1- Propriétés d'un aimant.

Les propriétés d'un aimant sont celles de ces pôles. Un aimant a deux pôles : le pole nord et le pole sud.



Les pôles de même nom de deux aimants se repoussent tandis que les pôles de noms contraires s'attirent.

On appelle force magnétique la force exercée par un aimant sur un objet ferromagnétique.

3.1.2- Le champ magnétique

a) Définition

On appelle champ magnétique toute région de l'espace dans laquelle un aimant est soumis à des forces magnétiques.

Le champ magnétique en un point est représenté par un vecteur champ magnétique $\vec{B}$ ayant les caractéristiques suivantes :

- Origine : le point du champ magnétique ;
- Direction : celle d'une aiguille aimantée ;
- Sens : du pole sud vers le pole nord de l'aiguille aimantée ;
- Intensité : Elle est mesurée à l'aide d'un tesla mètre ou sonde de Hall et s'exprime en tesla (T).

Intensités de quelques champs magnétiques :

- Champ magnétique crée par un conducteur de longueur d parcouru par un courant électrique d'intensité I :

  B = 2.10^{-7}.$\frac{I}{d}$ (I en A et d en m)
- Champ magnétique crée par une bobine plate de rayon R comportant N spires et parcourue par un courant d'intensité I:

  B = 2.π.10^{-7}. N.$\frac{I}{R}$
- Champ magnétique crée par un solénoïde de longueur ℓ et comprenant n spires par mètre et parcouru par un courant d'intensité I:

  B = 4.π.10^{-7}.n.I où n = $\frac{N}{\ell}$

N : nombre de spires ; ℓ en mètre et I en ampère.

Remarques :

- **U**n champ magnétique qui garde les mêmes caractéristiques en chacun de ses points est dit uniforme.

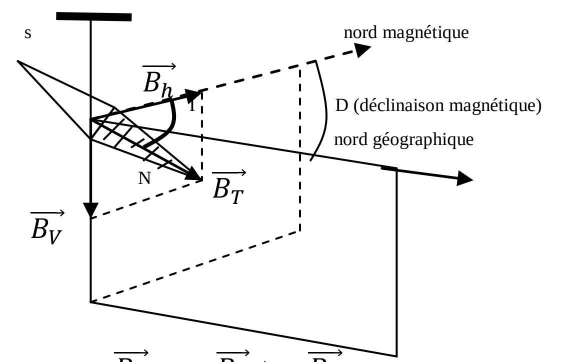
- Le champ magnétique en chacun de ses points est un vecteur tangent aux lignes de champ.

- Le sens du champ magnétique en un point est donné par la règle de l'observateur d'ampère ou par la règle des cinq doigts de la main droite.

- Lorsque plusieurs sources de champ magnétique agissent simultanément en un point, le champ résultant est la somme vectorielle des différents champs magnétiques.

b) Champ magnétique terrestre.

Une aiguille aimantée suspendue à un fil sans torsion, loin de tout autre aimant ou de tout objet ferromagnétique s'oriente toujours dans la direction sud nord du plan du méridien magnétique du lieu : on dit que l'aiguille aimantée est soumise au champ magnétique terrestre



$\overrightarrow{B_T} = \overrightarrow{B_h} + \overrightarrow{B_V}$

$\overrightarrow{B_h}$ composante horizontale du champ magnétique terrestre

$\overrightarrow{B_V}$ composante verticale du champ magnétique terrestre

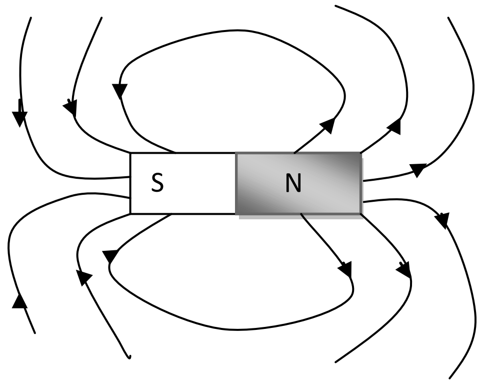
$\overrightarrow{B_T}$ champ magnétique terrestre

$B_h = 2.10^{-5}$ T

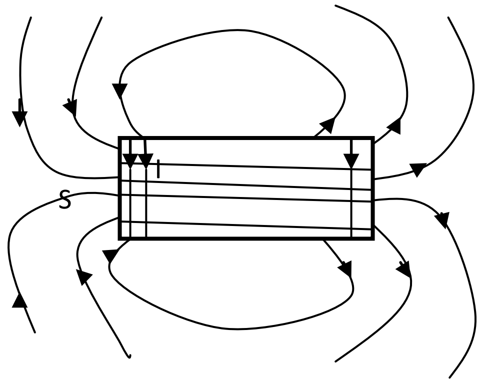
c) Spectre magnétique de quelques aimants

Le spectre magnétique est l'orientation des lignes de champ du champ magnétique.

c.1) Spectre magnétique d'un barreau aimanté

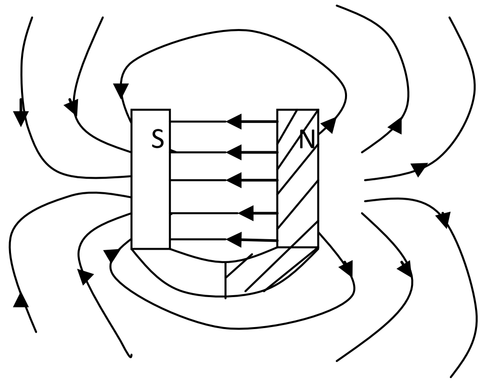


c.2) Spectre magnétique d'un solénoïde



les lignes de champ à l'intérieur du solénoïde sont des droites parallèles :

c.3) Spectre magnétique d'un aimant en U



Les lignes de champ dans les branches de l'aimant sont des droites parallèles.

Quelques sources de champ uniforme :

- Entre les branches d'un aimant en U ;
- Intérieur d'un solénoïde ;
- Entre les bobines de Helmhotz.

<u>Exercice d'application</u> :

Exercice 25 page 25. Collection classique africains

La bobine des tangentes est un dispositif permettant de déterminer la composante horizontale du champ magnétique terrestre en un point. Elle est constituée d'une bobine plate comportant N spires de rayon R au centre de laquelle on place une boussole sur un support horizontal (voir figure).

En l'absence de courant électrique, on dispose le plan de la bobine parallèlement au méridien magnétique du lieu (direction du vecteur champ magnétique terrestre) ; lorsque la bobine est traversée par un courant, on observe une déviation de l'aiguille aimantée d'un angle α due au champ magnétique créé par le courant électrique

1- Représenter par un schéma, au centre de la bobine :

- le vecteur champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B_h}$
- le vecteur champ magnétique créé par le courant $\overrightarrow{B_i}$
- le vecteur champ magnétique résultant $\vec{B}$

2- Donner la relation entre B_h et B_i :

I(A)	1	0,8	0,6	0,4	0,2
α(⁰)	70	65	58	47	28

3- On réalise plusieurs mesurent en faisant varier l'intensité I du courant dans la bobine et on obtient le tableau de valeurs suivant :

Tracer le graphe I=f(tan α)

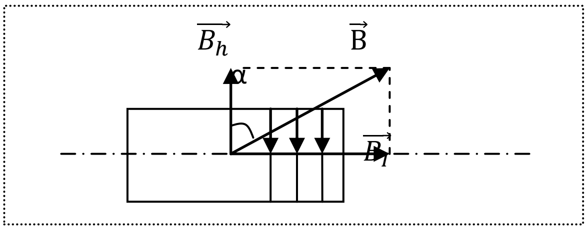
Echelle : 15 cm↔1 A : 5cm →1 unité tanα

4- Déduire, à partir du graphe, la composante horizontale $\overrightarrow{B_h}$ du champ magnétique terrestre. On rappelle que l'intensité du champ magnétique créé au centre d'une bobine plate est :

B= $\mu_0\frac{NI}{R}$. Données : N=10 spires ; R=12 cm ; $\mu_0=4\pi.10^{-7}H.m^{-1}$

Une solution

1- Représentation par un schéma $\overrightarrow{B_h}$; $\overrightarrow{B_I}$ et $\vec{B}$



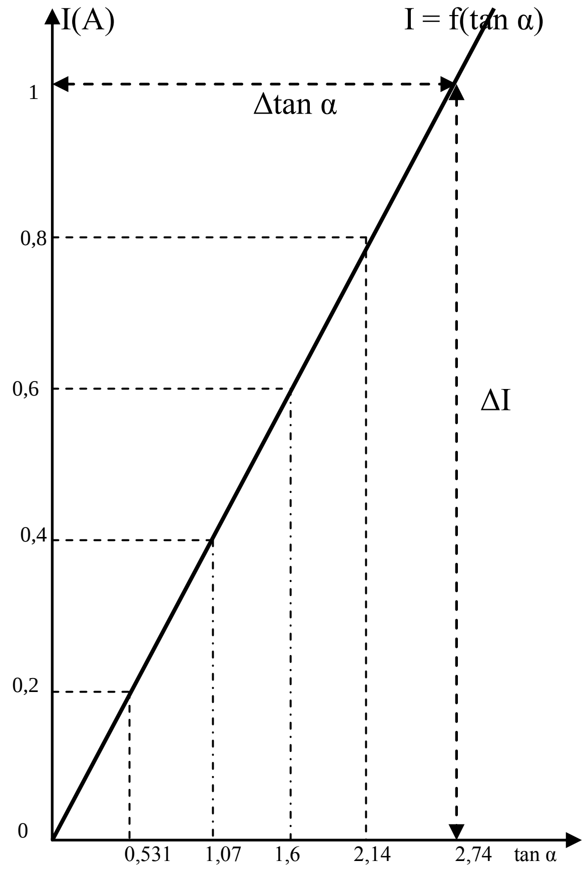
2- Relation entre B_h et B_I.

tan α = $\frac{BI}{Bh}$.

3- Représentation du graphe I=f(tan α).

Echelle : 1cm →0,1A. et .1cm correspond à 0,5 unité de tan α.

I(A)	1	0,8	0,6	0,4	0,2
I(cm)	10	8	6	4	3
α(°)	70	65	58	47	28
tanα	2,747	2,144	1,6	1,07	0,531
tan α (cm)	5,4	4,2	3,2	2,14	1,06



4- Déduisions la valeur de B_h

tan α =$\frac{\mu_o N\,I}{2\,R\,Bh}$.

D'où I= $\frac{2\,R\,Bh}{\mu_o N}$ tan α = $\frac{2R\,Bh}{\mu_o N}$ tan α.

La pante de la droite I=f(tan α) représente $\frac{2R\,Bh}{\mu_o N}$

Soit:

$\frac{\Delta I}{\Delta\tan\alpha}=\frac{2R\,Bh}{\mu_o N}$.

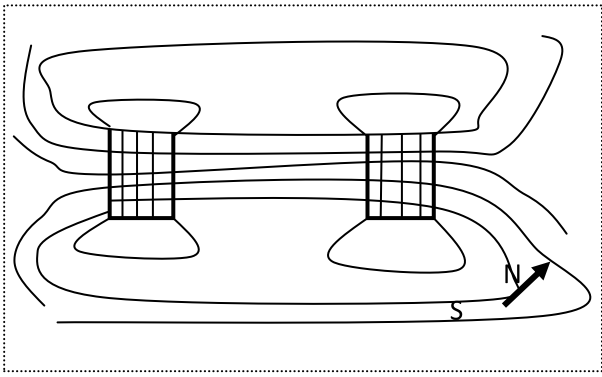
D'où $B_h=\frac{\mu_o N}{2R}.\frac{\Delta I}{\Delta\tan\alpha}$

AN : $B_h=\frac{4\pi.10^{-7}.10}{2.12.10^{-2}}.(\frac{1-o}{\tan 70-tano})$

B_h =1,904.10^{-5} T.

Exercice 24 page 24 classique camerounais.

Le spectre magnétique de deux bobines de Helmhotz est représenté ci-dessous :



1- Orienter quelques lignes de champ du champ magnétique et indiquer le sens du courant dans les bobines.

2- Quelle est la particularité du champ magnétique entre les deux bobines ?

3- L'intensité du champ entre les deux bobines est donnée par la relation expérimentale :

$B\,=0{,}72.\,\mu_0\,\frac{N.I}{R}$.

Déterminer l'intensité du champ magnétique.

Données : N = 100 ; I = 1 A ; R = 10 cm

$\mu_0 = 4.\pi.10\text{-}^7H.m^{-1}$.

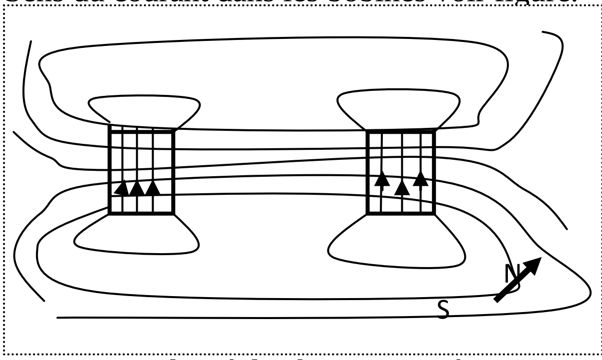
4- Les bobines sont maintenant parcourues par des courants de même intensité mais de sens contraires. Que devient l'intensité du champ magnétique au centre O du système de bobine ?

5- On souhaite créer entre les deux bobine une zone où il n'existe pas de champ magnétique. Quelle manipulation simple doit-on effectuer ?

Une solution :

1- Orientation de quelques lignes de champ et

Sens du courant dans les bobines voir figure.



24.2- Particularité du champ magnétique entre les 2 bobines :

Ce champ est uniforme car les lignes de champ sont des droites parallèles.

3- Intensité du champ magnétique entre les 2 bobines :

$B = 0,72\ \mu_o \frac{NI}{R}$

AN : $B=0,72.4\pi.10^{-7}.\frac{100.1}{10.10^{-2}} = 9,04.10^{-4}$T.

4- Les bobines sont parcourues par le même courant mais en sens contraire.

Le champ magnétique au centre O du système des deux bobines est donc nul.

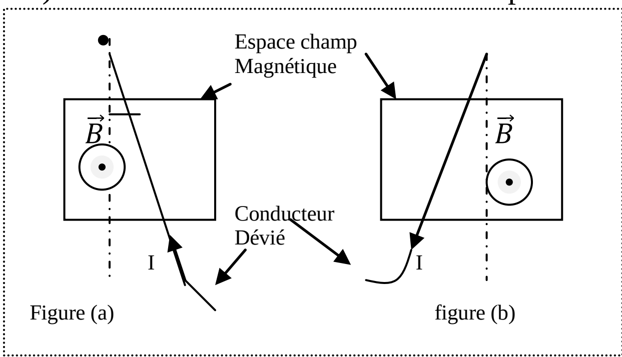
5- Manipulation simple : Inverser le sens du courant dans les deux bobines.

3.2- Forces magnétiques

3.2.1- Action d'un champ magnétique sur un courant et sur une charge.

a) Action d'un champ magnétique sur un courant : la force de Laplace

a.1) Mise en évidence de la force de Laplace



Un conducteur parcouru par un courant constant et placé dans un champ magnétique uniforme est soumis à une force électromagnétique. Le sens de cette force dépend du sens de I et de $\vec{B}$. Cette force est appelée force de Laplace.

a.2) Enonce de la loi de Laplace

Une portion de conducteur de longueur ℓ, parcourue par un courant d'intensité I et placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ est soumise à une forme électromagnétique dite de Laplace donnée par la relation **$\vec{F}=I\ \vec{\ell} \wedge \vec{B}$.**

Les caractéristiques de la force $\vec{F}$ sont :

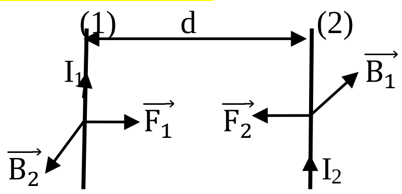
- point d'application : milieu de l'élément conducteur plongé dans le champ.
- Direction perpendiculaire au plan formé par $\overrightarrow{I\ell}$ et $\vec{B}$
- Sens : tel que le trièdre I $\vec{\ell}$, $\vec{B}$, $\vec{F}$ soit direct. Ce sens est donné par la règle de l'observateur d'Ampère ou par la règle des trois doigts de la main droite.

Règle du bon homme d'ampère : le bonhomme d'Ampère couché sur le conducteur de telle sorte que le courant entre par ses pieds et sort par sa tête, regarde en direction du champ magnétique. Son bras gauche disposé perpendiculairement au reste du corps indique la direction et le sens de la force de Laplace.

- Son intensité : $F=I\ell B \left| \sin(\overrightarrow{I\ell}, \vec{B}) \right|$

Unités : ; F en N, ; I en A,
ℓ en m, B en tesla.

a.3) Application de la loi de Laplace à deux fils conducteurs rectilignes et parallèles infiniment longs



Le conducteur (1) exerce sur le conducteur (2) un champ $\vec{B_1}$ et le conducteur (2) exerce sur le conducteur (1) un champ magnérique $\vec{B_2}$ tel que $B_1 = 2.10^{-7}.\frac{I_1}{d}$ et $B_2 = 2.10^{-7}.\frac{I_2}{d}$

La force de Laplace qui s'exerce sur le conducteur (1) est $\vec{F_1} = I_1\vec{\ell_1}\wedge\vec{B_2}$ et $\vec{F_2} = I_2\vec{\ell_2}\wedge\vec{B_1}$.

Si $\ell_1 = \ell_2$, les deux forces ont la même intensité

$$F_1 = F_2 = 2.10^{-7} I_1 . I_2 . \frac{\ell}{d}$$

b) Action d'un champ magnétique sur une charge : la force de Lorentz

La force magnétique s'exerçant sur une charge q se déplaçant dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ à une vitesse $\vec{V}$ est donné par le produit vectoriel. $\vec{F}$=q ($\vec{V} \wedge \vec{B}$).

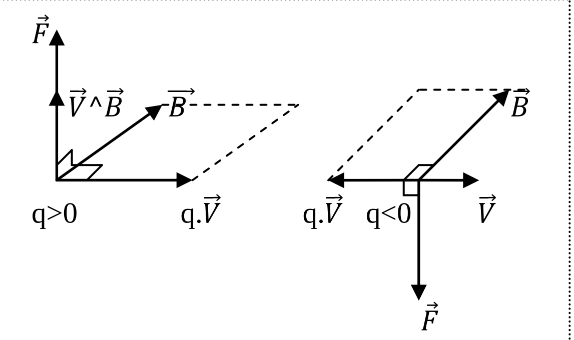
Les caractéristiques de $\vec{F}$ sont :

- Origine : la charge q.
- Direction : perpendiculaire au plan formé par les vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{B}$.
- Sens : Sens de $\vec{V} \wedge \vec{B}$ si q>o et sens contraire si q< 0. (le sens de $\vec{V} \wedge \vec{B}$ est donné par la règle des 3 doigts de la main droite).
- Le pouce dirigé suivant q $\vec{V}$.
- L'index disposé perpendiculairement au pouce indique le champ $\vec{B}$
- Le major disposé perpendiculairement aux 2 autres doigts indique le sens de $\vec{F}$ = q $\vec{V} \wedge \vec{B}$.

→ Son intensité est donné par.

F =/q/V B/sin ($\overrightarrow{I\ell}$; $\vec{B}$

F en N; V en m/s et q en coulomb (C).



Force de Lorentz s'exerçant sur deux particules chargées.

Exercice du chapitre 1

Forces et champs

Les données ci-dessous sont nécessaires dans la résolution de nombreux exercices. Intensité de la pesanteur au niveau du sol : g=9,8m.s^{-2}.
Masses : de la terre M_T=5,98.10^{24}kg ; du soleil : M_s=1,99.10^{30}kg ; de la lune : M_L=7,34.10^{22}kg.
Rayons moyens : de la terre R_T =6380 km ; de la lune : R_L=1840 km.
Distance entre les centres :
$d_{Terre-lune}$=384400 km ; $d_{Terre-soleil}$=1,5.10^8 km.
Constante de gravitation :
G=6.67,10^{-11}m^3.kg^{-1}s^{-2} ou N.m^{2}kg^{-2};
Charge élémentaire e=1,6.10^{-19}C
Masse de l'électron : m_e=9,1.10^{-31} kg ; masse du proton : m_p=1.67.10^{-27} kg

Test de connaissance

Exercice 1

1-Définir
a) Le champ de gravitation ;
b) champ électrostatique ;
c) Champ magnétique ;
d) force de Lorentz.
2- Enoncer
a) La loi d'attraction universelle ;
b) la loi de coulomb ;
c) La loi de Laplace

Une solution exercice 1 :

1-Définition :
a) Le champ de gravitation : C'est toute région de l'espace dans laquelle un objet ponctuel de masse m est soumis à une force de gravitation.

b) Champ électrostatique : C'est toute région de l'espace dans laquelle une charge électrique ponctuelle est soumise à une force électrique.

c) Champ magnétique : C'est toute région de l'espace dans laquelle un aimant est soumis à une force magnétique.

d) Force de Lorentz : C'est la force qui s'exerce sur une particule de charge q animée d'une vitesse $\vec{V}$ dans un champ magnétique.
$\vec{F} = q.(\vec{V} \wedge \vec{B})$.

2-Enoncés des lois : Voir cours.

Exercice 2 :

1- Donner les expressions des intensités des grandeurs physiques suivantes ainsi que leurs unités :
a) Du champ gravitationnel ;
b) du champ électrique ;
c) du champ magnétique dans une bobine plate

Une solution exercice 2 :

Grandeurs physiques	intensités	unités
Champ gravitationnel	$G_{M=G.\frac{m}{d^2}}$	N/kg
Champ électrique	$E = k.\frac{\lvert q_A.q_B\rvert}{AB^2}$	N/C ou V/m
Champ magnétique dans une bobine plate	$B = 2.\pi.\ 10^{-7}.N.\frac{I}{R}$	Tesla (T)

Exercice 3 :.
Répondre par vrai ou faux :
3.1- Le champ de pesanteur terrestre est uniforme.
3.2- Le champ gravitationnel d'un corps homogène de forme sphérique se calcule comme si toute la masse était située en son centre.
3.3- La valeur g du champ de pesanteur terrestre augmente avec l'altitude.
3.4-l'interaction électrostatique est toujours répulsive.
3.5- Dans un condensateur plan, les lignes de champ sont dirigées de l'armature positive vers l'armature négative.
3.6- Les lignes de champ gravitationnel sont toujours centrifuges.
3.7- les aimants sont les seules sources de champ magnétique
3.8- La loi de coulomb traduit l'interaction entre deux aimants
3.9- la force de la place exercée sur une portion de conducteur parcourue par un courant est toujours perpendiculaire au plan formé par le champ et le conducteur
Magnétique.
3.10- Dans une région de champ électrique, la valeur du champ en un point dépend de la charge électrique qui s'y trouve.

Une solution exercice 3

3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
Faux	vrai	Faux	Faux	Vrai
3.6	3.7	3.8	3.9	3.10
Faux	Faux	Faux	Vrai	Faux

Exercice 4 : Question à choix multiple :
4.1- La force d'attraction exercée par la terre sur la lune a pour intensité F=1,98.10^{20} N. Celle exercée par la lune sur la terre est :
a) plus grande, b) identique, c) environ 8 fois moins intense
4.2- la force électrique créée par un champ d'intensité 10^{-6} V.m^{-1} sur une charge de 5.10^{-6}C vaut :
a) 5.10^{-12} N, b) 0,2 N, c) 5 N
4.3- La loi traduisant l'interaction entre deux particules chargées est :
a) la loi de Laplace, b) la loi d'attraction universelle, c) la loi de coulomb
4.4- la force électromagnétique de Laplace est donnée par la relation vectorielle :
a) $\vec{F}$=I$\vec{\ell}$^$\vec{B}$, b) $\vec{F}$=I$\vec{B}$^$\vec{\ell}$, c) $\vec{F}$=q$\vec{v}$^$\vec{B}$
4.5- L'interaction gravitationnelle:
a) Ne s'applique qu'aux planètes et aux astres,
b) Est la constante G=6,67.$10^{-11}$$m^3$$kg^{-1}$$s^{-1}$,
c) Est traduite par la relation $\vec{F}=\frac{m_A m_B}{r^2}\,\vec{u}$.
4.6- Le dispositif permettant d'obtenir un champ magnétique uniforme est :
a) le tesla mètre, b) le solénoïde, c) les bobines de Helmholtz.

Une solution exercice 4

questions	Bonnes réponses
4.1	b) identique
4.2	a) 5.10^{-12} N
4.3	c) la loi de coulomb
4.4	a) $\vec{F}$=I$\vec{\ell}$^$\vec{B}$
4.5	c) Est traduite par la relation $\vec{F}=\frac{m_A m_B}{r^2}\,\vec{u}$.
4.6	b) le solénoïde ; , c) les bobines de Helmholtz.

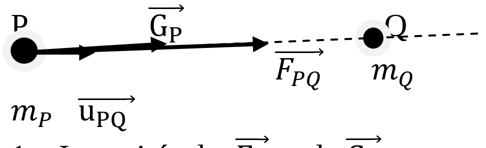
Exercice 5
On place en un point P un objet ponctuel de masse m_P =3kg et en Q un autre objet ponctuel de masse m_Q=3kg tel que PQ=30cm. On note $\overrightarrow{u_{PQ}} = \frac{\overrightarrow{PQ}}{PQ}$ un vecteur unitaire de la droite (PQ).
1- Ecrire l'expression de $\overrightarrow{F_P}$, force d'interaction gravitationnelle exercée par l'objet ponctuel de masse m_Q sur l'objet ponctuel de masse m_P.
2-Représenter sur un même schéma :
- La force $\overrightarrow{F_P}$;
- Le vecteur champ de gravitation $\overrightarrow{G_P}$ créé par l'objet ponctuel de masse m_Q au point P.
3- Calculer les intensités de $\overrightarrow{F_P}$ et de $\overrightarrow{G_P}$.

Une solution exercice 5 :

1- Expression de $\overrightarrow{F_P}$:

$$\overrightarrow{F_P} = G.\frac{m_P.m_Q}{PQ^2}.u_{PQ}$$

2-Représentation de $\overrightarrow{F_P}$ et de $\overrightarrow{G_P}$:



1- Intensités de $\overrightarrow{F_P}$ et de $\overrightarrow{G_P}$:

$$F_P = G.\frac{m_P.m_Q}{PQ^2} = 6{,}67.10^{-11}.\frac{3.3}{0{,}3^2} = 6{,}67.10^{-9}\text{N}$$

$$G_P = G.\frac{m_Q}{PQ^2} = 6{,}67.10^{-11}.\frac{3}{0{,}3^2} = 2{,}22.10^{-9}\text{N/kg}$$

Exercice 6 :

On considère une charge électrique $q_1 > 0$ placée au point A.

1- Représenter autour de A les lignes de champ du champ électrique créé par q_1.

2- On place en B voisin de A une autre charge ponctuelle $q_2 = -q_1$. Représenter sur un même schéma :

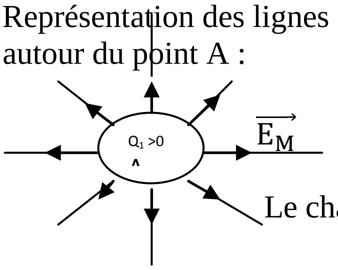
- Les champs électriques $\overrightarrow{E_1}$ créé par q_1 en B et $\overrightarrow{E_2}$ créé par q_2 en A.

- Le champ électrique $\vec{E}$ créé par par les deux charges en un point M situé au milieu de [AB].

3- La direction de $\vec{E}$ change-t-elle lorsque le point M se déplace sur cette droite ? Justifier votre réponse.

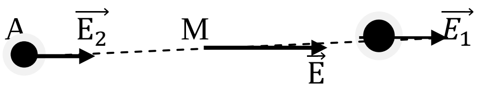
Une solution exercice 6 :

1- Représentation des lignes de champs créés par q_1 autour du point A :



Le champ est centrifuge.

2- Représentation des champs $\overrightarrow{E_1}$; $\overrightarrow{E_2}$ et $\vec{E}$:



NB : La longueur du segment de droite fléchée représentant $\vec{E}$ doit être deux fois la longueur du segment représentant $\overrightarrow{E_1}$ ou $\overrightarrow{E_2}$.

3- La direction de $\vec{E}$ ne change pas en fonction de la position du point M sur la droite (AB) car $\vec{E}$ est la somme de deux vecteurs de même direction.

Cependant, le sens de $\vec{E}$ dépend de la position de M sur la droite (AB).

Exercice 7

On suppose la terre parfaitement sphérique et homogène de rayon moyen R = 6380km.

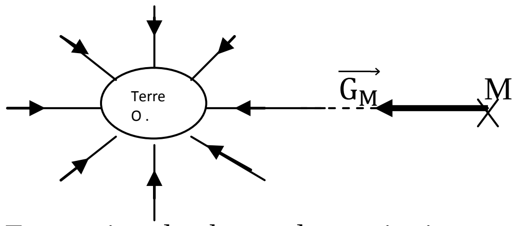
1- Faire un croquis sur lequel on représentera la terre, quelques lignes de son champ de gravitation et la force de gravitation que subit un objet ponctuel de masse m placé en un point M à son voisinage.

2- Donner l'expression du champ de gravitation terrestre au point M.

Calculer sa valeur numérique G_0 à la surface de la terre. Masse de a terre : M = $5{,}98.10^{24}$kg.

Une solution exercice 7

1- Représentation des lignes du champ de gravitation terrestre et du champ $\overrightarrow{G_M}$:



2- Expression du champ de gravitation terrestre au point M.

$\overrightarrow{G_M} = - - G.\frac{M}{OM^2}.\frac{\overrightarrow{OM}}{OM}$ (OM est la distance qui sépare le centre de la terre du point M).

- Valeur numérique G_0 à la surface de la terre.

$G_0 = G.\frac{M}{R^2} = 6{,}67.10^{-11}.\frac{5{,}98.10^{24}}{(6380.10^3)^2} = 9{,}8\text{N/kg}$

Exercice 8

On considère 2 objets ponctuels A et B de masses respectives m_A et m_B, séparés par une distance d. On note $\vec{F}_{BA}$ la force d'attraction gravitationnelle exercée par l'objet B sur l'objet A et $\vec{F}_{AB}$ la force d'attraction gravitationnelle exercée par l'objet A sur l'objet B.

On note $\vec{u}_{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{d}$ le vecteur unitaire de la droite (AB) orienté de A vers B.

On donne la valeur de la constante de gravitation G= $6{,}67.10^{-11}$S.I

Choisir la bonne réponse parmi celles proposées :

1- On a l'égalité :

A) $\vec{F}_{BA}$= G. $\frac{m_A m_B}{d^2}$. $\vec{u}_{AB}$ B) $\vec{F}_{BA} = \vec{F}_{AB}$

C) $\vec{F}_{BA}$= - G. $\frac{m_A m_B}{d^2}$. $\vec{u}_{AB}$

D) $\vec{F}_{BA}$= - G. $\frac{m_B}{d^2}$. $\vec{u}_{AB}$

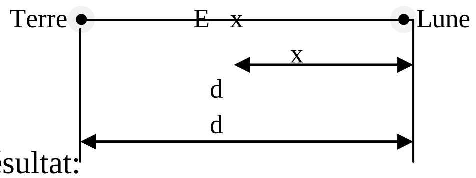
2) Dans le système international d'unités, la constant de gravitation G s'exprime en:

A) $N.m.kg^{-2}$ B) $N.m^2.kg^{-1}$

C) $m^{-2}.kg^{-1}.s^{-2}$ D) $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

3- On cherche le point d'équigravité E entre la terre et la lune (le point où les attractions respectives de la terre et de la lune s'annulent). On considère le schéma suivant (les échelles ne sont pas respectées).

On Donne la masse de la terre $m_T = 6.10^{21}$ tonnes, celle de la lune $m_L = 7.10^{19}$ tonnes, ainsi que la distance terre-lune d= 380 000 km.



On a le résultat:

A) x= $\frac{\sqrt{\frac{m_T}{m_L}}}{1+\sqrt{\frac{m_T}{m_L}}}$.d B) x= $\frac{1+\sqrt{\frac{m_T}{m_L}}}{\sqrt{\frac{m_T}{m_L}}}$.d

C) x= $\frac{1}{1+\sqrt{\frac{m_T}{m_L}}}$.d

D) aucune des 3 réponses précédentes

4- On considère un satellite en orbite autour de la lune, à une altitude h. On donne le rayon de la lune R_L= 1700 km. On considérera dans toute la suite de l'exercice que l'altitude h est suffisamment petite pour que l'attraction terrestre soit négligeable devant celle de la lune. On note g_0 la valeur du champ de pesanteur de la lune à la surface de celle-ci

On a la relation :

A) $g_0 = \frac{G.m_L}{R_L}$ B) $g_0 = \frac{G.m_L}{R^2{}_L}$ C) $g_0 = \frac{G}{R^2{}_l}$

D) $g_0 = \frac{G}{R_L}$

5) En première approximation, on considère que $\frac{R_T}{R_L}$ = 4 et que $\frac{m_T}{m_L}$= 100. On souhaite comparer la valeur du champ de pesanteur de la terre à la surface de celle-ci (g_{terre}) à la valeur g_0 du champ de pesanteur de la lune à la surface de celle-ci.

On a la relation :

A) $g_0 = \frac{16}{100}\, g_{terre}$ B) $g_0 = \frac{1}{6}.G_{terre}$ C) $g_0 = \frac{32}{100}$

Une solution exercice 8:

1- La bonne réponse est :

A) $\vec{F}_{BA}$= G. $\frac{m_A m_B}{d^2}$. $\vec{u}_{AB}$

2- La bonne réponse est: D) $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

A partir de l'expression de G = $\frac{F_{BA}.d^2}{m_A.m_B}$, l'unité de G se déduit des unités de toutes les grandeurs dans cette formule de la manière suivante :

Unité de F_{BA} : N ou $kg.m.s^{-2}$;

Unité de d^2: m^2 ;

Unité de $m_A.m_B$: kg^2

Unité de G : $\frac{kg.m.s^{-2}.m^2.}{kg^2} = m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

3- Expression de x :

La force de gravitation créée au point E sur un objet ponctuel de masse m a pour expression :

$$\overrightarrow{F_E} = m.G\left(\frac{m_L}{x^2} - \frac{m_T}{(d-x)^2}\right).\frac{\overrightarrow{TL}}{TL}$$

Cette force est nulle lorsque : $\left(\frac{m_L}{x^2} - \frac{m_T}{(d-x)^2}\right) = 0$

$\frac{x}{d-x} = \sqrt{\frac{m_L}{m_T}}$ d'où $x = \frac{d;\sqrt{\frac{m_L}{m_T}}}{1+\sqrt{\frac{m_L}{m_T}}} = \frac{d.\sqrt{\frac{\square_L}{m_T}}}{\sqrt{\frac{m_L}{m_T}}(1+\frac{1}{\sqrt{\frac{m_L}{m_T}}})} =$

$\frac{d}{(1+\frac{1}{\sqrt{\frac{m_L}{m_T}}})} = \frac{d}{(1+\sqrt{\frac{m_T}{m_L}})}$

La bonne réponse est : C)

4-La bonne réponse est : A) $g_0 = \frac{G.m_L}{R_L^2}$

5- Comparaison de g_{terre} et g_0 :

$g_0 = \frac{G.m_L}{R_L^2}$ et $g_{terre} = \frac{G.m_T}{R_T^2}$

En divisant les deux grandeurs, on a :

$\frac{g_0}{g_{terre}} = \frac{G.m_L}{R_L^2}.\frac{R_T^2}{G.m_T} = 4^2.\frac{1}{100} = \frac{4}{25}$

D'où $g_0 = \frac{4}{25}.g_{terre} = \frac{16}{100}.g_{terre}$.

La bonne réponse est : A) $g_0 = \frac{16}{100}\, g_{terre}$

Questions	1	2	3	4	5
Réponses	A	D	C	A	A

Exercice 9

L'électron d'un atome d'hydrogène décrit une orbite autour du noyau à une distance moyenne $d=0{,}53.10^{-10}$ m.

1- L'atome étant supposé isolé dans l'espace, calculer les intensités des forces gravitationnelles

puis coulombiennes qui s'exercent entre l'électron et le proton.
2-Comparer les intensités des forces électriques et gravitationnelles s'exerçant entre l'électron et le proton.

Une solution exercice 9

1- Intensité de la force gravitationnelle qui s'exerce entre le proton et l'électron de l'atome d'hydrogène :

$F_{gravitation} = G.\frac{m_p.m_e}{d^2}$

AN :

$F_{gravitation} = 6{,}67.10^{-11}.\frac{1{,}67.10^{-27}.9{,}1.10^{-31}}{(0{,}53.10^{-10})^2} = 3{,}45.10^{-47}N$

Intensité de la force Coulombienne qui s'exerce entre le proton et l'électron de l'atome d'hydrogène :

$$F_{électrique} = k.\frac{q^2}{d^2}$$

AN :

$$F_{électrique} = 9.10^9.\frac{(1{,}6.10^{-19})^2}{(0{,}53.10^{-10})^2} = 8{,}20.10^{-8}N$$

2- Comparaison des deux forces :

$$\frac{F_{électrique}}{F_{gravitationnelle}} = \frac{8{,}20.10^{-8}}{3{,}45.10^{-47}} = 2{,}32.10^{39}$$

On conclut que les forces de gravitation sont très négligeables devant les forces électriques.

Exercice 10

1- Déterminer quelle distance doit séparer deux électrons pour que l'intensité de la force électrique qui s'exerce sur chacun d'eux soit égale au poids d'un électron sur terre.

2- Les électrons pénètrent dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ avec une vitesse $\vec{V}$ perpendiculaire à $\vec{B}$.
2.1- Représenter sur un schéma les vecteurs $\vec{V}$; $\vec{B}$ et $\vec{F}$; force de Lorentz.
2.2- Calculer l'intensité de la force de Lorenz lorsque V=2.10^5 m.s^{-1} et B=200 mT.

.Une solution exercice 10 :

1- Distance qui doit séparer deux électrons :

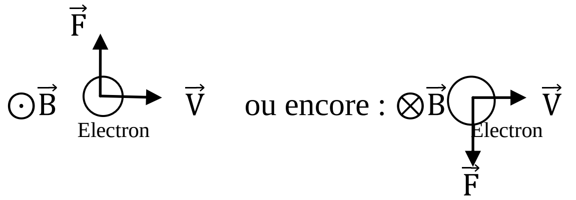
$F_{électrique} = k.\frac{q^2}{d^2} = m.g$

D'où $d = |q|.\sqrt{\frac{k}{m.g}}$

AN: $d = 1{,}6.10^{-19}.\sqrt{\frac{9.10^9}{9{,}1.9{,}8.10^{-31}}} = 5{,}082m$

2-

2.1- Représentation sur un schéma les vecteurs $\vec{V}$; $\vec{B}$ et $\vec{F}$; force de Lorentz



NB : Il y a autres possibilités de représentation.

2.2- l'intensité de la force de Lorenz lorsque V=2.10^5 m.s^{-1} et B=200 mT :

$$F = e.V.B.\sin(\widehat{q\vec{V};\vec{B}})$$

AN :

$F == 1{,}6.10^{-19}.2.10^5.200.10^{-3}.\sin 90° =$ 6,4.10^{-15}N.

Exercice :

On se propose d'étudier, l'influence des champs gravitationnels solaires et lunaires à la surface de la terre. Pour cela :
1-1 Donner l'expression vectoriel lorsque le soleil, la terre et la lune sont alignés dans cet ordre ::
1.1-1 Du champ gravitationnel créée par le soleil en un point p de la surface de la terre.
1.2-Du champ gravitationnel créé par la lune sur un point Q de la surface de la terre plus proche de la lune.
2- Comparer les valeurs trouvées de ces champs à celle du champ G_0 créée par la terre à sa surface.
3-Citer deux phénomènes qui traduisent l'influence de ces champs à la surface de la terre.

Exercice 11:

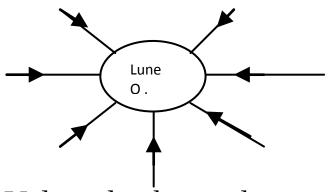
La lune est considérée comme un corps à répartition sphérique de masse, M_L=7,34.10^{22}kg et de rayon R_L=1740 km.
1- Donner l'expression du vecteur champ de gravitation de la lune à la distance r >>R_L de son centre.
2-Représenter sur un schéma la lune et quelques lignes de champ.
3- Calculer la valeur du champ de gravitation lunaire à la surface de la lune et la comparer à la valeur du champ de gravitation terrestre G_O créée par la terre à sa surface..
4- Un astronaute, avec son équipement a une masse de 325 kg. Quel est son poids :
a) A la surface de la lune ? b) A la surface de la terre ?

Une solution exercice 11

1- Expression du vecteur champ de gravitation de la lune à la distance r >>R_L de son centre.

$$\overrightarrow{G_P} = -G.\frac{M_L}{r^2}.\frac{\overrightarrow{OP}}{r}$$

2- Représentons sur un schéma la lune et quelques lignes de champ :



3- Valeur du champ de gravitation lunaire à la surface de la lune :

$G_{OL} = G.\frac{M_L}{R_L^2}$ = 6,67.10^{-11}.$\frac{7{,}34.10^{22}}{(1740.10^3)^2}$ = 1,62 N/kg

Comparaison de G_{OL} à G_O

$$\frac{G_O}{G_{OL}} = \frac{9{,}8}{1{,}62} = 6{,}05$$

Conclusion : $G_O = 6{,}05.G_{OL}$

5- Poids de l'astronaute :

a) A la surface de la lune :

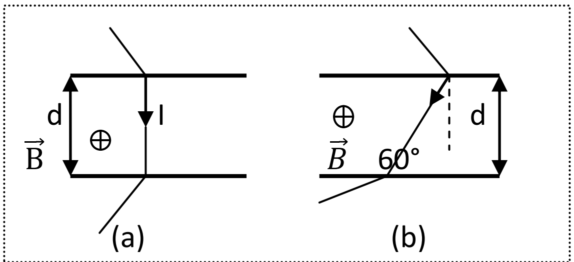
$P = m.G_{OL}$ = 325.1,62 = 526,5 N

b) A la surface de la terre :

$P' = m.G_O$ = 325.9,8 = 3185 N

Exercice 12 :

Une portion de fil conducteur parcouru par un Courant est placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure. B = 0,05T



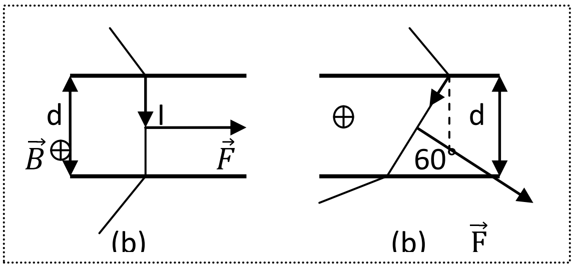
1.1 -Reproduire chacune des deux figures et représenter la force de Laplace s'exerçant sur le conducteur. 0,5pt x 2

1.2-Calculer pour chaque cas l'intensité de cette force lorsque

d = 20cm et I = 0,2A. α = 60° 0,5pt

<u>Une solution exercice 12:</u>

1.1- Représentation de la force de Laplace dans chaque cas :



1.2- Valeur de la force de Laplace :

Cas (a) :

F = I.ℓ.B.sin$(\widehat{\overrightarrow{I\ell};\vec{B}})$ avec ℓ = d et$(\widehat{\overrightarrow{I\ell};\vec{B}})$ = 90°

AN: F =0,2. 20.50.10^{-2}.10^{-3} = 2.10^{-3}N

Cas (b):

$\ell = \frac{d}{\cos 60°}$

et F = I.ℓ.B.sin$(\widehat{\overrightarrow{I\ell};\vec{B}})$ = I.B. $\frac{d}{\cos 60°}$. sin$(\widehat{\overrightarrow{I\ell};\vec{B}})$

avec ℓ = d et $(\widehat{\overrightarrow{I\ell};\vec{B}})$ = 90°.

AN : F = 0,2.20.50. $\frac{10^{-5}}{\cos 60°}$. = 4.10^{-3} N

***Application des savoirs et des savoirs faire* :**

Exercice 13

A-

A.1- Enoncer la loi de coulomb pour deux charges ponctuelles q_A et q_B.

A.2- Ecrire l'expression vectorielle de la force électrique $\overrightarrow{F_A}$ exercée par la charge q_A placée en A sur la charge q_B placée en B.

En déduire l'expression vectorielle du champ électrique $\overrightarrow{E_A}$ crée par la charge q_A au point B.

Sur un schéma représenter $\overrightarrow{F_A}$ et $\overrightarrow{E_A}$ sachant que q_A<0 et q_B>0. 0,25pt x2

A.3-Deux charges ponctuelles q_1 = 2.10^{-6}C et q_2 = 8.10^{-6}C sont placées respectivement en deux points A et **B** distants de d = 50cm.

A.3.1- Déterminer les caractéristiques du vecteur champ électrique en O, milieu de (AB).

A.3.2- Déterminer par rapport à A, la position du point C de la droite (AB) où le champ électrique crée par les 2 charges est nul. 1pt

B- Entre deux plaques A et B, conductrices et parallèles distantes de d = 6 cm entre lesquelles règne le vide, on maintient une ddp U_{AB} = 600V. B est la plaque inférieure. On déplace entre les deux plaques une fine goutte d'huile de charge électrique Q . la goutte est supposée ponctuelle. On constate que la goutte au lieu de tomber elle remonte.

B.1- Faire un schéma de la situation et représenter quelques lignes de champ du champ électrique entre les plaques ; le signe des charges portées par chaque plaque ainsi que les forces qui s'exercent sur la goutte d'huile.
B.2- Justifier le signe de la charge Q ?
B.3- Calculer l'intensité du champ électrique entre les plaques ainsi que celle de la force électrostatique qui s'exerce sur la goutte d'huile.
$|Q| = 5.10^{-12}$C 0,75pt x 2 = 1,5 pt

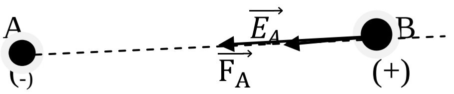
Une solution exercice 13 :
A-
A.1-Enoncé de la loi de Coulomb pour deux charges ponctuelles :
Voir cours.
A.2- Expression vectorielle de la force électrique $\overrightarrow{F_A}$ exercée par la charge q_A placée en A sur la charge q_B placée en B :

$\overrightarrow{F_A} = k.\frac{q_A.q_B}{AB^2}.\frac{\overrightarrow{AB}}{AB}$

Déduction de $\overrightarrow{E_A}$:

$\overrightarrow{F_A} = k.\frac{q_A.q_B}{AB^2}.\frac{\overrightarrow{AB}}{AB} = q_B.\overrightarrow{E_A}$ d'où $\overrightarrow{E_A} = k.\frac{q_A}{AB^2}.\frac{\overrightarrow{AB}}{AB}$

Représentation de $\overrightarrow{F_A}$ et $\overrightarrow{E_A}$:



0,5pt x 2

A.3-
A.3.1- Détermination des caractéristiques du vecteur champ électrique en O, milieu de (AB).

Donnons d'abord l'expression vectorielle de $\overrightarrow{E_0}$:

$$\overrightarrow{E_0} = \frac{4.k}{d^2}(q_1 - q_2).\frac{\overrightarrow{AB}}{d}$$

Avec $q_2 = 4.q_1$;

$$\overrightarrow{E_0} = -\frac{12.k.q_1}{d^2}.\frac{\overrightarrow{AB}}{d}$$

D'où les caractéristiques suivantes pour $\overrightarrow{E_0}$:
- Point d'application : Le point O ;
- La direction : la droite (AB) ;
-Le sens : De B vers A ;
- Module:

$E_0 = \frac{12.k.q_1}{d^2} = 12.9.10^9.\frac{2.10^{-6}}{0,5^2} = 8,64.10^5$N/C

a.3.2-Position par rapport à A du point C où le champ électrique est nul:

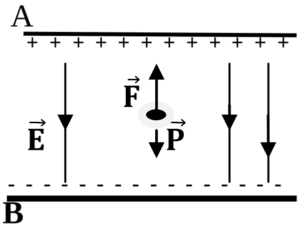
$\overrightarrow{E_C} = \overrightarrow{E_{AC}} + \overrightarrow{E_{BC}} = \vec{0}$ si les champs partiels $\overrightarrow{E_{AC}}$ et $\overrightarrow{E_{BC}}$ sont de sens contraires et ont même intensité.

Le point C est donc entre A et B et on peut écrire : $E_{AC} = E_{BC}$ soit $k.q_1.\frac{1}{x^2} = k.q_1.\frac{4}{(d-x)^2}$

$\frac{1}{x^2} = \frac{4}{(d-x)^2}$ équivaut à : $\frac{d-x}{x} = 2$

$x = \frac{d}{3} = \frac{50}{3} = 16,67\ cm$

B-
B.1- Représentation :



B.2- Signe de Q :
$\vec{F} = Q.\vec{E}$. Comme $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de sens contraires, Q < 0 et son signe est (-).
On peut également dire que : comme la goutte est attirée par la plaque A qui est chargée positivement, elle porte des charges négatives.
B.3- Intensité du champ électrique entre les plaques :

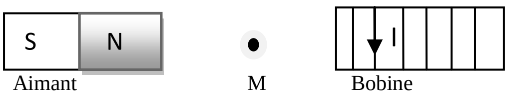
$E = \frac{U_{AB}}{d} = \frac{600}{0,06} = 10^4$ V/m 0,75pt

Intensité de la force électrique :

$F = |Q|.E = 5.10^{-8}\ N$ 0,75pt

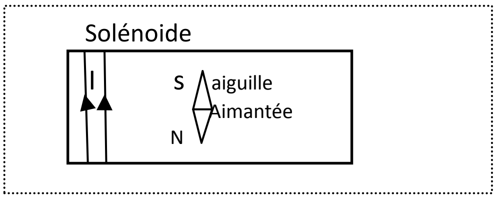
Exercice 14

A- On considère le dispositif suivant :



Les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses.
Exemple : 1- En terminale D on enseigne la physique. Sur votre copie vous répondrez ; 1- faux
1-
A) L'aimant repousse la bobine ;
B) La bobine attire l'aimant ;
C) En M, le champ crée par l'aimant est dirigé vers la bobine ;
D) En M, le champ crée par la bobine est dirigé vers la bobine ;
E) La face droite de la bobine est une face sud ;
F) La valeur du champ magnétique crée par la bobine en M est proportionnel à I.

2-- Relever la proposition exacte :
On considère le dispositif comportant une bobine longue. Lorsqu'aucun courant ne circule dans le solénoïde, l'aiguille aimantée prend la direction indiquée par la figure ci-dessous :



La composante horizontale du champ magnétique terrestre vaut 2.10^{-5}T. Le solénoïde comporte 1000 spires par mètre.

a) Lorsqu'un courant circule dans le solénoïde, les lignes de champ, à l'intérieur du solénoïde sont :
a_1) orienté vers la gauche ; a_2) orienté vers la droite ; a_3à dirigé vers le haut.

b) Lorsque I=20mA, le champ magnétique vaut :
b_1) 1,5mA : b_2) 25µT ; b_3) $2,5.10^4$T.

c) Le pole nord de l'aiguille de la boussole dévie : c_1) vers la droite ; c_2) vers la gauche.

d) L'angle de déviation est égal à : d_1) 45° ; d_2) 30° ; d_3) 60° ; d_4) 51,3°.

Une solution exercice 14 :

A-

L'exemple présenté montre que lorsque la proposition est vraie, on inscrit faux et vice versa Car nous savons qu'en terminale D on enseigne la physique.

1-

A) Le sens du courant montre que la face gauche de la bobine est le face sud. L'aimant attire la bobine et vice versa.

C) Si l'aimant agit seul en M, le pole sud d'une aiguille aimantée placée en M est attiré par le pole nord de l'aimant. Le champ créé par l'aimant est orienté vers la bobine.

D) Si la bobine agit seule en M, le pole sud d'une aiguille aimantée placée en M est à la gauche de l'observateur. Le champ créé par la bobine est orienté vers la bobine.

E) La face droite de la bobine est une face nord conformément à la règle du tire bouchon.

F) Le champ magnétique créé par une bobine est proportionnel à l'intensité du courant.

Tableau des réponses :

A	B	C	D	E	F
Faux	Faux	Faux	Faux	Vrai	Faux

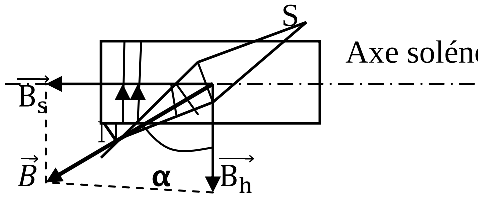
2- Relevons la proposition exacte :

a) Vous l'orientation des lignes de champ dans le cours.

b) L'intensité du champ magnétique dans un solénoïde est donnée par la relation :

$$B = 4.\pi.10^{-7}.n.I$$

c) Le passage du courant dans le solénoïde créé un champ $\overrightarrow{B_s}$ dont le sens est donné par la règle du bonhomme d'ampère. Voir figure



d) Valeur de l'angle de déviation :

$\tan\alpha = \frac{B_s}{B_h} = \frac{25.10^{-6}}{2.10^{-5}} = 1,25$

α = 51,34°

Tableau des réponses :

N°	A	b	c	d
Réponses	a_1	b_2	c_2	d_4

Exercice 15

L'intensité du champ de pesanteur g varie avec l'altitude.

1- Dans quelles conditions peut-on assimiler l'intensité du champ gravitationnel G_0 à l'intensité du champ de pesanteur g_0 à la surface de la terre

2- Donner l'expression du champ de pesanteur g(z) en un point d'altitude z en fonction de g_0, R et z.

3- Montrer que pour de faibles altitudes $z \ll R_T$ ($z < \frac{R_T}{100}$) $\quad g_z \approx g_0(1-\frac{2.z}{R})$

Une solution exercice 15

1- Conditions pour que le champ de gravitation G_0 soit assimilé à l'intensité du champ de pesanteur g_0 :

- Négliger les effets de la rotation de la terre autour de l'axe des pôles ;
- Assimiler la force de gravitation exercée par la terre sur un objet ponctuel au poids de cet objet.

2- Expression du champ de pesanteur g(z) en un point d'altitude z en fonction de g_0, R_T et z.

$$g(z) = g_0.\frac{R^2}{(R+z)^2}$$

3- Montrons que pour de faibles altitudes $z \ll R_T$

$g(z) \approx g_0(1-\frac{2.z}{R})$:

$g(z) = g_0.\frac{R^2}{(R+z)^2} = g_0.\frac{(R+z)^{-2}}{R^{-2}} = g_0.(1+\frac{z}{R})^{-2}$

En utilisant la formule d'approximation

$(1+\epsilon)^n = 1 + n.\varepsilon$; on trouve :

$$g(z) = g_0.(1-2.\frac{z}{R})$$

Exercice 16 :

Dans un repère orthonormé (O ; $\vec{I};\vec{J}$), deux charges ponctuelles positives et égales sont placées aux points A(- a ; 0) et B(a ; 0).

a) Quelles sont les caractéristiques du vecteur champ électrique crée à l'origine des abscisses O(0,0) ?

b) Représenter sur un schéma le champ $\overrightarrow{E_{AM}}$; $\overrightarrow{E_{BM}}$ *puis le champ résultant* $\overrightarrow{E_M}$ *en* un point M(0 ;y) de l'axe des ordonnées ?

c) Donner les caractéristiques de $\overrightarrow{E_M}$.

AN : a = 5cm ; q = 2.10^{-5}C et y = 10 cm.

Une solution exercice 16 :

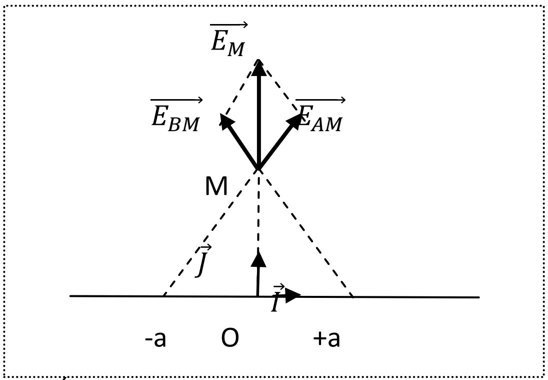
a) Caractéristiques du champ au point O(0,0) :

$\overrightarrow{E_0} = \overrightarrow{E_{AO}} + \overrightarrow{E_{BO}} = \frac{k.q}{AO^3}.\overrightarrow{AO} + \frac{k.q}{BO^3}.\overrightarrow{BO} = \vec{0}$

Le champ électrique en O est nul.

b) Représentation sur un schéma de $\overrightarrow{E_{AM}}$; $\overrightarrow{E_{BM}}$ *puis le champ résultant* $\overrightarrow{E_M}$ *en* un point M(0 ;y) de l'axe des ordonnées ?

Voir figure ci-dessous



c) Caractéristiques de $\overrightarrow{E_M}$:

$\overrightarrow{E_M} = \overrightarrow{E_{AM}} + \overrightarrow{E_{BM}} = \frac{k.q}{AM^3}.\overrightarrow{AM} + \frac{k.q}{BM^3}.\overrightarrow{BM}$

AM = $\sqrt{(0+a)^2+(y-0)^2} = \sqrt{a^2+y^2}$

BM = $\sqrt{(0-a)^2+(y-0)^2} = \sqrt{a^2+y^2}$

$\overrightarrow{AM}$ = a.$\vec{\imath}$+y.$\vec{\jmath}$

$\overrightarrow{BM}$ = - a.$\vec{\imath}$+y.$\vec{\jmath}$

$\overrightarrow{E_M} = \frac{k.q}{(a^2+y^2)\sqrt{a^2+y^2}}.(a.\vec{\imath}+y.\vec{\jmath}) + \frac{k.q}{(a^2+y^2)\sqrt{a^2+y^2}}.(-a.\vec{\imath}+y.\vec{\jmath})$

On trouve : $\overrightarrow{E_M} = \frac{k.q}{(a^2+y^2)\sqrt{a^2+y^2}}.(2.y.\vec{\jmath})$

D'où les caractéristiques suivantes :

- Point d'application : le point M,
- Direction et sens : ceux du vecteur $\vec{\jmath}$;
- Point d'application : le point M ;
- Module :

$E_M = \frac{2.10^{-5}.9.10^9}{(0,05^2+0,1)\sqrt{0,05^2+0,1^2}}.(2.10.10^{-2}.)$

<u>$E_M = 2,57.10^7$V/m</u>

Exercice 17:

A- On place au point O d'une droite (x'x), une charge électrique ponctuelle de valeur $q_0 = 10^{-7}$C. Soit un point M de l'espace autour de O.

A.1- Représenter le vecteur champ électrique $\overrightarrow{E_0(M)}$ créé en M par la charge q_0 ; puis donner son expression. **0,75pt**

A.2- Calculer l'intensité de la force électrique $\overrightarrow{F_M}$ que subit une charge électrique q = 2.10^{-8}C placée en M tel que OM = 20 cm. **0,5pt**

A.3- La charge q_0 étant toujours en O, on place en un point B de la droite (x'x) tel que OB = 10 cm, une charge $q_B = 1,0.10^{-7}$C.

A.3.1-Représenter le champ électrique $\overrightarrow{E_A}$ créé en un point A situé à H= 10cm de (OB) sur la médiatrice du segment [OB].

A.3.2-Calculer E_A.

B-

Deux charges électriques ponctuelles q_1 et q_2 sont placées respectivement aux points A et B distants de 10 cm. On donne $q_1 = + 10^{-8}$ C ; $q_2 = -10^{-8}$C ; k = 9.10^9 uSI.

1-Représenter sur un schéma la force électrique $\vec{F}$ à laquelle est soumise la charge q_2 ; puis calculer son intensité. 1pt

2- Quel est l'ensemble des positions qu'occuperait q_2 dans le Plan de la figure, pour que $\vec{F}$ ait la même intensité que celle calculée ci-dessus ? 0,5pt

3- Soit M un point de la médiatrice du segment [AB], tel que ($\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AM}$)=θ = 60°. (Voir figure)

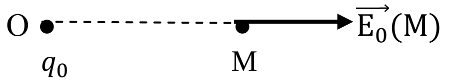
3.1- Représenter les champs $\vec{E_1}$ et $\vec{E_2}$ respectivement créés en M par q_1 et q_2 puis construire leur somme.

3.2- Sachant que $E_1 = E_2 = 9.10^3 N.C^{-1}$, calculer la norme de $\vec{E}$. 0,75pt

Une solution exercice 17:

A- Champ électrique

A.1-Représentation de $\vec{E}_o(M)$ en M.



0,25pt

Expression de $\vec{E}_o(m)$.

$\vec{E}_o(M) = \frac{k.q_0}{OM^3}.\overrightarrow{OM}$ **0,5pt**

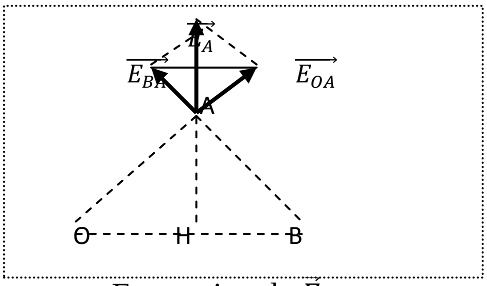
A.2- Intensité de $\overrightarrow{F_M}$.

$F_M = \frac{k\ q_0.q}{OM^2}$. 0,25pt x2

AN: $F_M = \frac{9.90^9.2.10^{-7}.10^{-8}}{20^2.10^{-4}} = 4{,}5.10^{-4}$ N

A.3

A.3.1- représentation de $\vec{E}_A$



- Expression de $\vec{E}_A$

$\vec{E}_A = \vec{E}_{oA} + \vec{E}_{BA}. = \frac{k\ q_0}{OA^3}\overrightarrow{OA} + \frac{k.q_B}{BA^3}\overrightarrow{BA}$. **0,75pt**

A.3.2- Valeur de E_A.

Le triangle OBA est isocèle en A. Les champs partiels $\vec{E}_{oA}$ et $\vec{E}_{BA}$ ont le même module. De ce fait, le parallélogramme formé à partir de ces deux champs est un losange. Les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu et en angle droit. D'où on peut écrire :

$\cos\alpha = \frac{H}{\sqrt{H^2+\frac{OB^2}{4}}} = \frac{E_A}{2.E_{OA}}$

D'où $E_A = 2\ E_{OA} \cos\alpha$. **0,25pt**

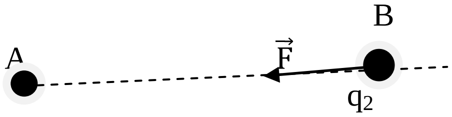
AN :

$E_{OA} = \frac{2.10^{-7}.9.10^9}{0{,}1^2+0{,}05^2} \cdot \frac{0{,}1}{\sqrt{0{,}1^2+0{,}05^2}} = 12879{,}75$ N/C

0,25pt

B-

1- Représentation de la force $\vec{F}$:



q_1

Intensité de $\vec{F}$:

$F = k.\frac{|q_1.q_2|}{AB^2}$1

AN : $F = \frac{9.10^9.10^{-8}.10^{-8}}{(10.10^{-2})^2} = 9.10^{-5}\ N$

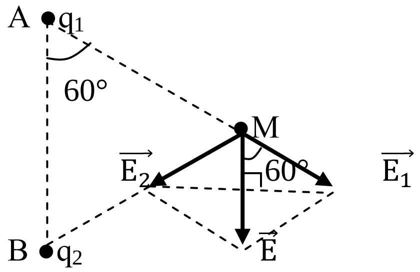
2- Nature de l'ensemble des positions pour lesquelles l'intensité de $\vec{F}$ est celle calculée ci-dessus :

En déplaçant la charge q_2 en tout point M autour de A, il faut que la distance AM soit égale à la distance AB.

L'ensemble des points M occupés est un cercle de centre A et de rayon AB.

3-

3.1- Représentation des champs $\overrightarrow{E_1}$ et $\overrightarrow{E_2}$ pois leur somme en M :



3.2- Calcul de la norme de $\vec{E}$:

Le parallélogramme formé à partir de $\overrightarrow{E_1}$ et $\overrightarrow{E_2}$ est un losange. D'après les propriétés du losange, on peut écrire :

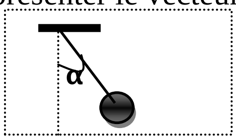
$$E = 2.E_1.\cos 60°$$

AN : $E = 9.10^3.\cos 60° = 4500$ N/C

Exercice 18 / 5pt

1- Dans un champ électrique horizontal $\vec{E}$, une masse ponctuelle m = 18mg portant une charge électrique +q, est suspendue à un fil isolant (voir figure). Sa position à l'équilibre est repérée par l'angle α que fait le fil de suspension avec la verticale.

a) Reproduire la figure et représenter le vecteur champ $\vec{E}$. 0,25pt



b) En déduire la direction et le sens de la force électrostatique $\vec{F}$ qui s'exerce sur m. Représenter les forces qui s'exercent sur m.

c) Ecrire la relation entre les forces qui s'exercent sur m à l'équilibre ; En déduire la relation entre α et E, intensité du champ électrostatique à l'équilibre.

0,5pt x 2

d) Calculer E si $q = 2.10^{-8}$C ; α = 25° et g = 10 N/kg.

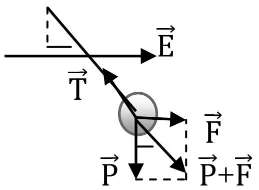
2- Dans le champ électrostatique ci-dessus, on place une charge q' en un point O de l'axe x'Ox horizontal. On déplace la charge suivant cet axe. $\vec{E}$ a la direction et le sens de $\overrightarrow{Ox}$.

a) Calculer les potentiels aux points M(+2cm) ; N(+3cm) et P(-5cm) en supposant le potentiel de O nul.
b) En déduire le travail de la force électrostatique qui permet le déplacement de la charge de N à P. On donne q' = 10^{-6}C.

Une solution exercice 18

1-

a) Représentation du champ électrique $\vec{E}$:



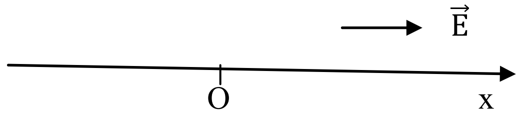
b) Déduction de la direction et du sens de $\vec{F}$:
$\vec{F}$ = q.$\vec{E}$; Comme q > 0, alors $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont la même direction et le même sens. Voir figure ci-dessus.
c) Relation entre les forces qui s'exercent sur m à l'équilibre :
Ces forces sont : Le poids $\vec{P}$; la force électrique $\vec{F}$ et la tension $\vec{T}$ du fil. (Voir figure)
La relation cherchée est :
$\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$
Relation entre E et $\boldsymbol{\alpha}$:
$\vec{P} + \vec{F} = -\vec{T}$ de ce fait, la relation cherchée est :
$\mathbf{\tan\alpha = \frac{q.E}{m.g}}$
d) Valeur de E :

$$E = \frac{m.g.\tan\alpha}{q}$$

AN :

$$E = \frac{18.10^{-6}.10.\tan 25°}{2.10^{-8}} = 4196{,}77\text{N/C}$$

3-



a) Calculons les potentiels des points M(+2cm) ; N(+3cm) et P(-5cm) en supposant le potentiel de O nul.
Soit un point M d'abscisse x dans le repère x'Ox.
La différence de potentielle ente les points O et M est donnée par la relation :
$U_{OM} = V_O - V_M = \vec{E}.\overrightarrow{OM} = \text{E.OM.}\cos\widehat{\vec{E}.\overrightarrow{OM}}$
D'où comme $V_O = 0$;

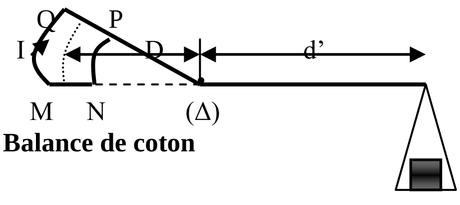
$$V_M = -\text{E.OM.}\cos\widehat{\vec{E}.\overrightarrow{OM}}$$

points	X(en m)	$\widehat{\vec{E}.\overrightarrow{OM}}$	Poteniels en V
M	0 ;02	0°	83,94v
N	0,03	0°	125,90V
P	0,05	180°	-209,84V

b) Travail de la force qui permet de déplacer q' de N à P :
$W(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{NP} = q'.\vec{E}.\overrightarrow{NP}$
$= q'.U_{NP} = q'.(V_N - V_P)$
AN :
$W(\vec{F}) = = 10^{-6}.(125{,}9 + 209{,}8) = 3{,}35.10^{-4}$ J

.Exercice19

Balance de coton. Une balance de coton est le dispositif représenté sur le schéma ci-dessous. Elle est constituée d'une bobine de N spires de forme MNPQ, parcourue par un courant d'intensité I et soumise en partie à un champ magnétique.
On montre que seule la force de Laplace s'exerçant sur le brin MN de longueur d a une influence sur l'équilibre de la balance.
a) Quels doivent-être le sens et la direction du champ magnétique pour que des mesures soient possibles et simples ?
b) Exprimer l'intensité de la force de Laplace s'exerçant sur la bobine soumise à l'action d'un champ magnétique de valeur B.
c) Montrer que pour une valeur de I données, la masse à placer dans le plateau est proportionnelle à B.
d) Expliquer pourquoi la balance de coton permet de mesurer les valeurs des champs magnétiques.

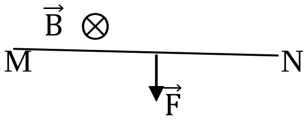


Balance de coton

Une solution exercice 19 :

a) Sens et direction du champ magnétique pour que des mesures soient possibles et simples :
La balance peut effectuer des mesures simples lorsque ses deus bras peuvent osciller dans un plan vertical autour de l'axe (Δ).
De ce fait le poids de la charge placée dans le plateau doit avoir même direction et même sens que celle de la force de Laplace s'exerçant sur [MN].

$\vec{B}$ est perpendiculaire à (MN) et orienté vers l'arrière. Voir figure :



b) Expression de l'intensité de la force magnétique s'exerçant sur [MN] :

$$F = I.d.B$$

c) Montrons que pour une valeur de I données, la masse à placer dans le plateau est proportionnelle à B :

Etudions l'équilibre de la balance :

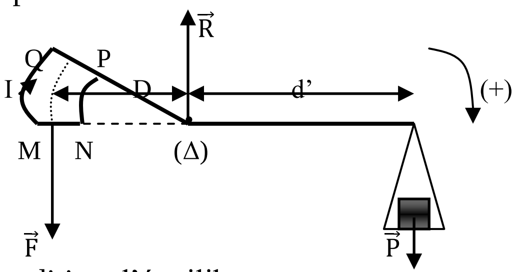
Les forces extérieures appliquées à la balance sont :

Le poids $\vec{P}$ de la charge ;

La force $\vec{F}$ de Laplace ;

La réaction $\vec{R}$ de l'axe :

Représentation :



Condition d'équilibre :

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}ext) = 0$$

$M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{p}) + M_{\Delta}(\vec{F}) = 0$

$M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$ car $\vec{R}$ rencontre l'axe de rotation.

$$m.g.d' - I.d.B.D = 0$$

D'où :

$$m = \frac{d.I.D}{g.d'}.B$$

En posant $k = \frac{d.I.D}{g.d'}$; $m = k.B$.

On conclut que la masse à placer sur la plateau est proportionnelle à B.

d) Expliquons pourquoi la balance de coton permet de mesurer les valeurs des champs magnétiques :

De ce qui précède, $B = \frac{g.d'}{d.I.D}.m$

En posant $\frac{g.d'}{d.I.D} = k'$ où k' est une constante qui caractérise la balance de coton. B = k'.m.

La connaissance de la valeur de m utilisée pour rétablir l'équilibre de la balance permet de calculer B.

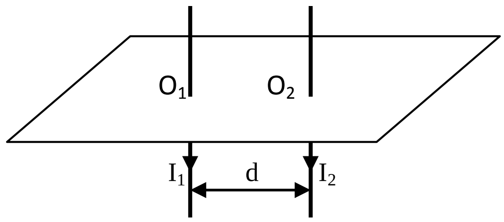
Exercice 20

Deux fils conducteurs de longueur infinie, verticaux, parallèles, distants de d sont parcourus par des courants de même sens d'intensités respectives I_1 et I_2

1- donner les caractéristiques des vecteurs champs $\vec{B_1}$ et $\vec{B_2}$ créés par chacun des conducteurs aux points O_2 et O_1

2- En déduire que chaque élément de conducteur est soumis à une force électromagnétique dont on précisera les caractéristiques aux points O_1 et O_2.

3- Montrer que les conducteurs s'attirent.



Une solution exercice 20

1- Caractéristiques des vecteurs champs $\vec{B_1}$ et $\vec{B_2}$ créés par chacun des conducteurs aux points O_2 et O_1 :

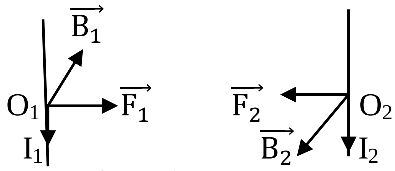
Le conducteur parcouru par le courant I_1 créé en O_2 un champ magnétique B_2 d'intensité $B_2 = 2.10^{-7}.\frac{I_1}{d}$ tandis que le conducteur parcouru par I_2 créé au point O_1 un champ magnétique d'intensité $B_1 = 2.10^{-7}.\frac{I_2}{d}$

Les champs $\vec{B_1}$ et $\vec{B_2}$ sont perpendiculaires aux conducteurs ; $\vec{B_1}$ orienté vers l'arrière et $\vec{B_2}$ vers l'avant.

2- Déduisons que chacun des conducteurs est soumis à une force électrique :

Chacun des 2 conducteurs est parcouru par un courant électrique et placé dans un champ magnétique uniforme. Ils sont donc soumis chacun à une force de Laplace.

Voir figures :



Les forces $\vec{F_2}$ et $\vec{F_1}$ sont d'intensité commune:

$F_1 = I_1.B_1.\ell$ et $F_2 = I_2.B_2.\ell$

$F_1 = F_2 = 2.10^{-7}.I_1.I_2.\frac{\ell}{d}$

3- Montrons que les deux conducteurs s'attirent :

La représentation des deux forces à partir de la règle du bonhomme d'ampère montre que les deux conducteurs s'attirent.

Exercice 21

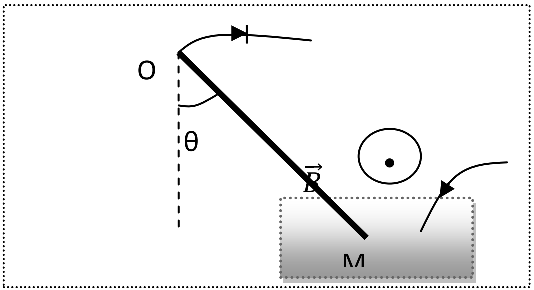
Un fil rectiligne homogène de longueur OM = 30 cm et de masse 10g est suspendu par son extrémité supérieure O autour duquel il tourne librement. Son autre extrémité plonge dans su mercure. Ce fil parcouru par un courant d'intensité 5A est placé dans un champ magnétique homogène et uniforme. Il s'écarte de la verticale d'un angle θ = 11,2°. Le champ agit sur une longueur de 4 cm entre deux points situés à 20 cm et 24 cm de O.

3.1- Faire l'inventaire des forces appliquées à la tige.

3.2-Représenter ces forces sur un schéma.

3.3- En appliquant la 2ème condition d'équilibre d'un solide autour d'un axe fixe, déduire la valeur du champ magnétique.

3.4- Reprendre les calculs pour un champ magnétique formant un angle de 30° au dessus de l'horizontal.



<u>Une solution</u> 21:

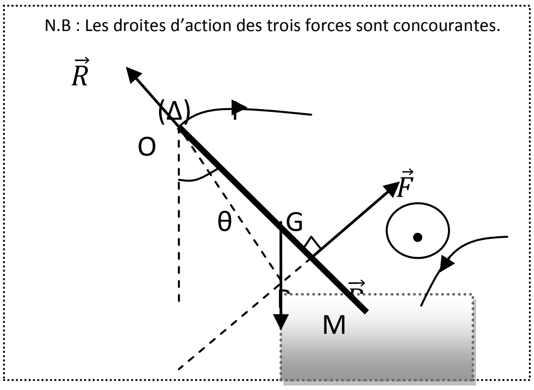
Le champ magnétique agit sur une longueur de 4cm. ℓ=4cm (longueur du conducteur plongé dans le champ)

Soit B le point d'application de la force magnétique : OB=22 cm

3.1- Inventaire des forces appliquées à la tige :

- le poids $\vec{p}$=m. $\vec{g}$ de la tige.
- la réaction $\vec{R}$ de l'axe en O ;
- la force magnétique appliquée en un point B telle que OB=22 cm.

3.2-Représentation des forces :



3.3- Applications de la deuxième condition d'équilibre pour déterminer le champ B.

Supposons que la tige peut tourner autour d'un axe (Δ) perpendiculaire au plan de la figure et passant par O.

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}ext) = 0$$

$M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{p}) + M_{\Delta}(\vec{F}) = 0$

$M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$ car $\vec{R}$ rencontre l'axe de rotation.

$M_{\Delta}(\vec{p}) = -mg.OG \sin\theta = -mg.\frac{OM}{2} \sin\theta$

$M_{\Delta}(\vec{F}) = F.\ OB = I\ell\ B.\ OB$

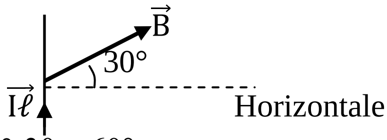
$\sum M_{\Delta}(\vec{F}ext) = 0$ équivaut à

$-mg\ \frac{OM}{2} \sin\theta + I\ell\ B.OB = 0$

$B = \frac{mg.OM.\sin\theta}{2.I.\ell.OB.}$ AN: $B = \frac{10.10^3.9,8.30.10^{-2}\sin 11,2°}{2.5.4.10^{-2}.22.10^{-2}}$

<u>$B = 6,49.10^{-2}$ T</u>

3.4- Déterminons B' lorsque $\vec{B}$ fait un angle de 30° au dessus de l'horizontal :



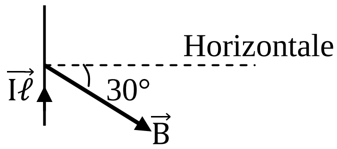
$(\vec{I}\ell, \vec{B}) = 90° - 30 = 60° = \alpha$

Un raisonnement analogue au précédent conduit à : $B' = \frac{mg.OM.si\square\theta}{2.I\ell.OB.\sin 60.}$

AN: $B' = \frac{10.10^3.9,8.30.10^{-2}\sin 11,2°}{2.5.4.10^{-2}.22.10^{-2}.\sin 60°}$ = <u>$7,49.10^{-2}$ T</u>

Remarque : lorsque $\vec{B}$ fait un angle de 30° en dessous de l'horizontal :

On a la situation suivante :



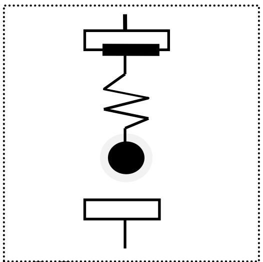
$(\vec{I}\ell, \vec{B}) = 90° + 30 = 120° = \alpha$

<u>Exercice22</u> **<u>: 26 page 25</u> collection Classique Camerounais**

Pour déterminer l'intensité du champ électrique créé entre deux plaques parallèles et horizontales, on utilise le dispositif suivant : un ressort de raideur $k=100.N.m^{-1}$ est fixé à la plaque supérieure par l'intermédiaire d'un isolant (voir figure)

A son extrémité libre, on suspend une petite bille de masse m et de charge $q=6.10^{-7}$C.

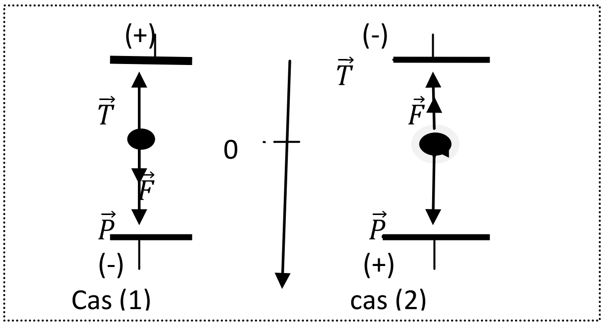
Un générateur créé entre les deux plaques un champ électrique uniforme.



-Lorsque la plaque supérieure est reliée au pole positif du générateur le ressort s'allonge de $\Delta\ell_1$= 2,5cm.

-Lorsqu'elle est reliée au pole négatif, le ressort s'allonge de $\Delta\ell_2$= 1,3cm.
4.1 -Faire le bilan des forces exercées sur la bille et schématiser la situation dans chaque cas
4.2 Déduire l'intensité E du champ électrique
<u>Une solution22</u> :
4.1- Bilan des forces extérieures appliquées à la bille.
Dans chacun des deux cas, la nille est soumise à 3 forces :
- la tension du ressort
- le poids de la p bille
- la force électrique.

Représentation :



4.2- Déduction de la valeur de E :
Dans chaque cas la bille est en équilibre sous l'action de trois forces telles que :
$\vec{p}+\overrightarrow{T_1}+\overrightarrow{F_1}=0$
En projetant cette relation vectorielle dans un axe vertical orienté vers le bas, nous avons :

$$mg + qE - k\Delta\ell_1 = 0 \quad cas\ (1)$$
$$mg - qE - k\Delta\ell_2 = 0 \quad cas\ (2)$$

En multipliant l'équation (2) par (-1) et en additionnant, on a :
2q E + k ($\Delta\ell_2$ -$\Delta\ell_1$) =0
D'où.
E= $\frac{k\ (\Delta\ell_1-\Delta\ell_2)}{2q}$ AN: E= $\frac{100(1,5-1,3).10^{-2}}{2.6.10^{-7}}$ = 10^6 V/m
<u>E= 10^6 V/m</u>

Exercice 23 :
Une bobine circulaire comportant 10 spires de rayon R = 2,2cm chacune est placé tel que son plan soit confondu avec le plan du méridien magnétique du lieu. En son centre O se trouve une petite aiguille aimantée pouvant tourner dans un plan horizontal autour d'un axe vertical.
a) En absence du courant dans la bobine, quelle position prend l'aiguille aimantée ?
b) On fait passer un courant dans la bobine et l'aiguille aimantée s'immobilise dans une position qui fait un angle α avec la position précédente.

- Pourquoi l'aiguille dévie-t-elle ?
- Si on inverse le sens du courant dans la bobine, que se passe-t-il ?

c) A l'aide d'un rhéostat, on fait varier l'intensité du courant dans le circuit de la bobine et on note les valeurs correspondantes de l'angle α. On obtient le tableau ci-dessous :

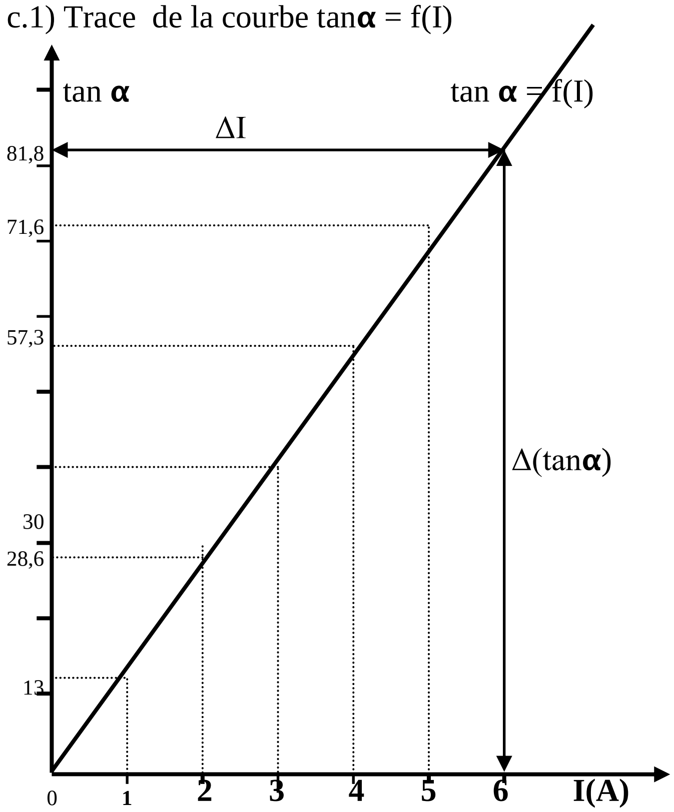
I(A)	0	1	2	3	4	5	6
α(°)	0	85,6	88	88,6	89	89,2	89,3
tan **α**	0	13	28,6	40,9	57,3	71,6	81,8

c.1) Tracer la courbe tan (α) = f(I). Echelle : abscisse 1cm pour 1A ; ordonnées : 1cm pour 10 unité de tan **α**.
c.2) Soit B_0 l'intensité du champ au centre O de la bobine et B_H la composante horizontale du champ magnétique terrestre. Donner l'expression de tan(α) en fonction de B_0 et de B_H. 0,5pt
c.3) Calculer la valeur expérimentale de B_H. On rappelle que le champ magnétique créé au centre d'une bobine plate parcourue par un courant d'intensité I et comportant N spires circulaires de rayon R a pour valeur : $B_0 = 2.\pi.10^{-7}.N.\ \frac{I}{R}$.

<u>Une solution exercice 23 :</u>
a) En absence du courant dans la bobine, l'aiguille aimantée prend la direction du champ magnétique terrestre c'est-à-dire la direction du méridien magnétique du lieu.
b) L'aiguille aimantée dévie parce qu'elle est soumise à l'action de deux champs magnétiques :
- Le champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B_h}$;
- Le champ magnétique créé par la bobine $\overrightarrow{B_0}$.

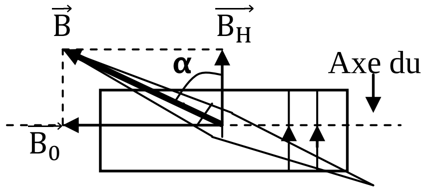
Si on inverse le sens du courant dans la bobine, l'aiguille dévie en sens inverse.

c.1) Trace de la courbe tan**α** = f(I)



c.2) Expression de tan(α) en fonction de B_0 et de B_H :

Schéma de la situation :



L'expression cherchée est :

$$\tan\alpha = \frac{B_0}{B_H}$$

c.3) Valeur expérimentale de B_H :

$$\tan\alpha = \frac{B_0}{B_H} = \frac{2.\pi.10{-}7.N.\dfrac{I}{R}}{B_H} = \frac{2.\pi.10{-}7.N}{R.B_H}.I$$

Le graph tan **α** = f(I) est une droite linéaire dont son coefficient directeur A contient la constante B_H.

A = $\frac{2.\pi.10{-}7.N}{R.B_H} = \frac{\Delta(\tan\alpha)}{\Delta I} = \frac{81{,}8-0}{6-0} = 13{,}63\ A^{-1}$

$$B_H = \frac{2.\pi.10^{-7}N}{R.A}$$

AN: $B_H = \frac{2.\pi.10^{-7}10}{0{,}022.13{,}63} = 2{,}01.10^{-5}\ T$

Exercice 24

Afin de déterminer la composante horizontale du champ magnétique terrestre, on utilise l'aiguille aimantée d'une boussole placée au centre d'un solénoïde à spires non jointives. Le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde a une valeur $B_s = 5.10^{-5}$T. On dispose l'axe du solénoïde horizontalement dans le plan du méridien magnétique du lieu. Le circuit dans lequel est placé le solénoïde comporte un interrupteur.

1- On ferme le circuit et on constate que l'aiguille aimantée tourne de 180°. Interpréter cette observation.

2- Que se passe-t-il lorsqu'on inverse le sens du courant dans la bobine ?

3- Faire une figure représentant la situation en précisant le sens du courant dans le solénoïde, le champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B_h}$ et le champ magnétique $\overleftrightarrow{B_s}$ crée par le solénoïde. 1pt

4- L'axe du solénoïde est placé perpendiculairement au plan du méridien magnétique du lieu. Lorsqu'on ferme l'interrupteur, l'aiguille aimantée tourne d'un angle α = 68°. Calculer la valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre. 1,5pt

__**Une solution exercice 24:**__

1- Interprétation de la situation :

L'aiguille aimantée d'une boussole est sensible à la composante horizontale du champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B_h}$.

Lorsqu'on ferme le circuit, l'aiguille aimantée est soumise à l'action de deux champs magnétiques : $\overrightarrow{B_h}$ et $\overrightarrow{B_s}$. Elle prend le sens de du champ résultant $\vec{B} = \overrightarrow{B_s} + \overrightarrow{B_h}$.

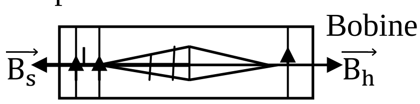
Dans cette expérience, $\overrightarrow{B_s}$ et $\overrightarrow{B_h}$ ont la même direction.

Une déviation de 180° est en sens contraire de $\overrightarrow{B_h}$ et montre que les champs $\overrightarrow{B_s}$ et $\overrightarrow{B_h}$ sont de sens contraires et $\overrightarrow{B_s}$ est le plus intense.

Donc $B_h < 5.10^{-5}$T.

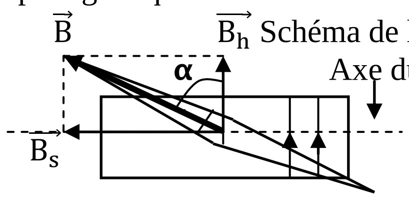
2-En inversant le sens du courant dans la bobine, on inverse B_s qui a maintenant le même sens que B_h. L'aiguille reprend sa position initiale.

3- Schéma représentant la situation :



4- Valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre/

Schéma de la situation :

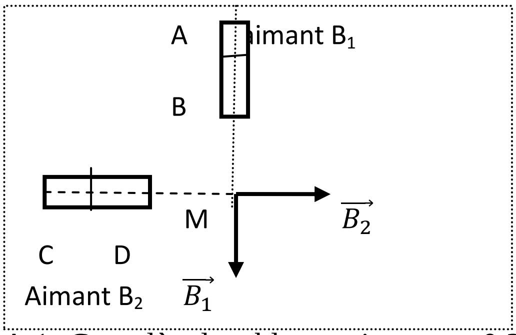


$\tan\alpha = \frac{B_s}{B_h}$ d'où $B_h = \frac{B_s}{\tan\alpha}$

AN : $B_h = \frac{5.10^{-5}}{\tan 68°} = 2{,}01.10^{-5}$ T

Exercice 25

A-En un point de l'espace se superposent deux champs magnétiques $\overrightarrow{B_1}$ et $\overrightarrow{B_2}$ créés par deux aimants droits dont les directions sont orthogonales et de valeurs $B_1 = 3.10^{-3}$T et $B_2 = 4.10^{-3}$T.



A.1- Complète le tableau suivant : **0,25pt x 4**

	Faces	Nom de la face
Aimant B_1	A	
	B	
Aimant B_2	C	
	D	

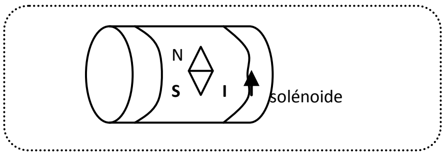
:A.2-Construire graphiquement le champ résultant $\vec{B}$ au point M. **0,25pt**

A.3-Calculer le module de $\vec{B}$. **0,5pt**

A.4-Dessiner une aiguille aimantée témoin placé au point M. **0,25pt**

A.5-Quel est l'appareil de mesure de l'intensité d'un champ Magnétique ? **0,25pt**

B-Un solénoïde long, horizontal, comporte 2000 spires par mètre et renferme, dans sa région centrale, une aiguille aimantée placée sur un pivot vertical. Initialement, l'axe horizontal du solénoïde est dans le plan du méridien magnétique du lieu où on réalise l'expérience.



1- Calculer l'intensité1_0 du courant qui doit passer dans le solénoïde pour que le champ magnétique crée dans sa région centrale ait la même valeur que la composante horizontale du champ magnétique terrestre $B=2.10^{-5}$T.

2- On désire créer, dans le solénoïde, une zone où il n'existe pas de composante horizontale magnétique. Faire un schéma indiquant la position du solénoïde et le sens du courant qui le parcourt.

3 - Le solénoïde conservant la position précédente, on modifie l'intensité du courant sans changer le sens : $1=2I_0$.

a- Quelle position l'aiguille aimantée prend-elle ?

b- De quel angle doit-on faire tourner le solénoïde autour de son axe vertical pour que l'aiguille aimantée tourne de 90° ?

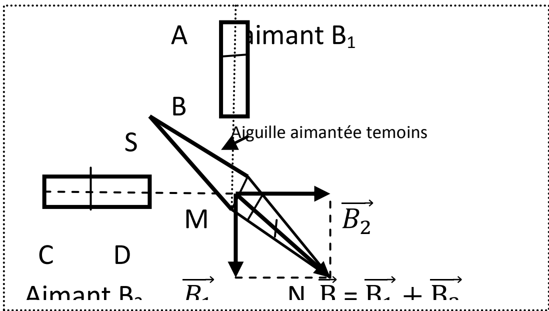
<u>Une solution exercice</u> 25:

A-

A.1- Complétons le tableau :

	Faces	Nom de la face
Aimant B_1	A	Sud
	B	Nord
Aimant B_2	C	Sud
	D	Nord

A.2- Construction graphique de $\vec{B}$:



A.3- Module de $\vec{B}$:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

AN : $B = 10^{-3}.\sqrt{3^2+4^2} = 5.10^{-3}T$

A.4- Aiguille aimantée témoins placée en M : Voir figure question A.2.

A.5- Appareil de mesure d'un champ magnétique : tesla mètre. (On peut accepter sonde de Hall).

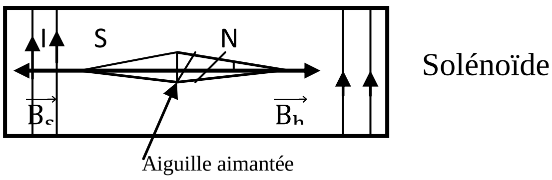
B-

1- Valeur I_0 de I pour que $B_s = B_h$:

$B_s = 4.\pi.10^{-7}.nI_0$ d'où $I_0 = \frac{B_s}{4.\pi.10^{-7}.n}$

AN : $I_0 = \frac{2.10^{-5}}{4.\pi.10^{-7}.2000} = 7{,}95mA$

2-Schéma indiquant la position du solénoïde et le sens du courant :



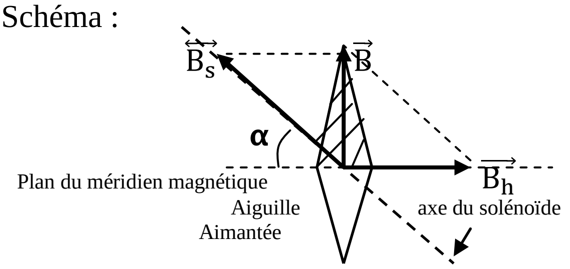
3-

a) Lorsqu'on double I, on double B_S. L'aiguille aimantée dévie de 180°.

b) Angle de rotation du solénoïde autour de son axe vertical pour que l'aiguille aimantée tourne de 90°

L'aiguille aimantée est soumise à l'action de deux champs magnétique et s'oriente dans la direction de $\vec{B} = \vec{B_s} + \vec{B_h}$

Schéma :



$$\cos\alpha = \frac{B_h}{B_s} = \frac{B_h}{2.B_h} = \frac{1}{2}$$

α = 60°.

L'angle de rotation du solénoïde sur son axe est de 60°.

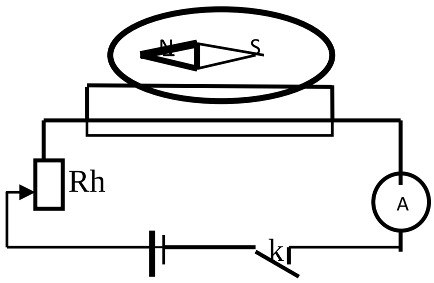
Exercice 26 / 5pt

On utilise le dispositif représenté ci-dessous constitué d'une bobine plate de N spires de rayon R. Au centre de la bobine, sur un support horizontal, se trouve une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical.

On peut faire passer dans la bobine un courant d'intensité réglable grâce à un rhéostat. Lorsque la bobine plate est parcourue par un courant d'intensité I, le champ magnétique en son centre a pour valeur

1- On veut mesurer la valeur B_h de la composante horizontale du champ magnétique terrestre. Lorsque l'interrupteur est ouvert, on oriente le plan de la bobine dans le plan du méridien magnétique Voir figure ci-dessous. On ferme l'interrupteur et l'aiguille aimantée tourne d'un angle α = 52°. Calculer B_h pour N = 5 ; R = 0,12m et I = 1 A.

$$B_0 = \mu_0 \frac{N}{2.R} I$$



2- On veut maintenant mesurer la perméabilité magnétique du vide μ_0, connaissant la composante horizontale du champ magnétique terrestre $B_h = 2.10^{-5}$T. Pour cela, on utilise des spires circulaires de rayons différents et dans lesquelles on fait circuler un courant d'intensité I = 3A. Chaque fois, on mesure l'angle α dont a tourné l'aiguille aimantée lors de la fermeture de K. On trouve les valeurs suivantes :

R en mètre	0,12	0,10	0,08	0,06
α en degré	38	43	50	57
B_s (en 10^{-5}T)				
B_s.R (en 10^{-5} T.m				

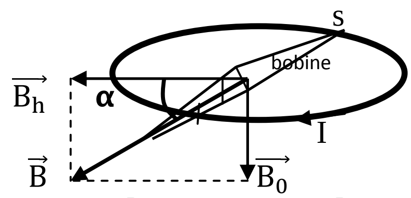
a) Compléter la troisième ligne du tableau en calculant la valeur B_s du champ magnétique crée par chaque spire en son centre.

b) Compléter la quatrième ligne du tableau en calculant le produit B_s.R. Que peut-on dire de ce produit.

C) En déduire une valeur expérimentale de μ_0.

<u>Une solution exercice 26 :</u>

1- Calculons B_h lorsque N = 5 ; R = 0,12m et I = 1 A : Schéma de la situation :



$\tan\alpha = \frac{B_0}{B_h}$ d'où $B_h = \frac{B_0}{\tan\alpha}$

AN :

$$B_h = \frac{\mu_0 \frac{N}{2.R}}{\tan\alpha} = \frac{4.3{,}14.10^{-7}.5.1}{2.0{,}12.\tan 52°} = 2{,}044.10^{-4}\ \text{T}$$

2-

a) Complétons la troisième ligne du tableau :

$\tan\alpha = \frac{B_s}{B_h}$ d'où $B_s = B_h.\tan\alpha$

On obtient les valeurs suivantes dans le tableau :

R en mètre	0,12	0,10	0,08	0,06
α en degré	38	43	50	57
B_s(en 10^{-5}T)	1,56	1,87	2,38	3,08
B_s.R (en 10^{-5} T.m)	0,187	0,187	0,190	0,184

b) Complétons la quatrième ligne du tableau : voir question 2-b).

c) Valeur expérimentale de μ_0 :

Le tableau montre que le produit $B_s.R$ est constant et vaut $0{,}187.10^{-5}$ T.m

Or $B_s.R = \mu_0 \frac{N}{2.} I$ d'où $\mu_0 = \frac{2.B_s.R}{I.N}$

AN:

$\mu_0 = \frac{0{,}187.10^{-5}}{3.1} = 12{,}46.10^{-7}\ \mathrm{T.m.A^{-1}}$

Remarque : N = 1 spire.

EXERCICE 27

On prendra g = 9,8 N/kg

Une tige DC de masse M = 10g de longueur *l* = 8cm peut rouler sans glisser sur les rails horizontaux AA' et BB'. Elle est placée dans un champ magnétique vertical uniforme dirigé vers le bas, de valeur B=500mT. Le courant traverse la tige de D vers C et vaut I = 5A.

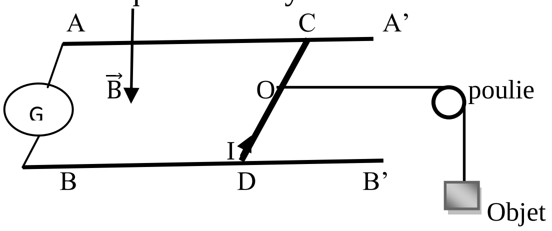
1- Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le système mécanique {tige DC}. Préciser à chaque fois si la force est localisée ou répartie, de contact ou à distance.

2- Le système mécanique peut-il être en équilibre ? Justifier votre réponse.

3- Quelle force appliquée en O milieu de DC et exercée parallèlement aux rails fat-il appliquer pour que la tige soit en équilibre ?

4- On accroche en O, milieu de la tige DC, un objet de masse m = 15g par l'intermédiaire d'un fil et d'une poulie. Quelles sont, sachant que la poulie transmet intégralement les forces, les caractéristiques de la force de tension que le fil exerce en O sur le système ?

Y a-t-il équilibre du système ?



<u>Une solution exercice 27 :</u>

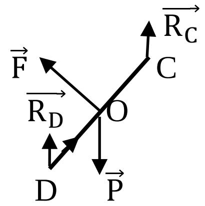
1- bilan des forces qui s'exercent sur le système mécanique {tige DC}. Préciser à chaque fois si la force est localisée ou répartie, de contact ou à distance.

Forces sur {tige DC}.	Force de contact ou à distance	Force répartie ou localisée
Le poids $\vec{P}$ de la tige	A distance	répartie
Les réactions $\vec{R_C}$ et $\vec{R_D}$ en C et D.	De contact	localisée
La force $\vec{F}$ de Laplace	A distance	répartie

2- Ce système ne peut pas être en équilibre. Justification : Leur somme est différente du vecteur nul.

3- Force à appliquer en O sur la tige pour maintenir la **tige** en équilibre :

Représentation des forces sur la tige :



Soit $\vec{T}$ la force à appliquer en O pour rétablir l'équilibre :

$\vec{T} + \vec{F} + \vec{P} + \vec{R_C} + \vec{R_D} = \vec{0}$

Or $\vec{P} + \vec{R_C} + \vec{R_D} = \vec{0}$

On en déduit que $\vec{T} = -\vec{F}$

4- Caractéristiques de la force de tension que le fil transmet en O :

- Point d'application : O ;
- Direction : horizontale ;
- Sens contraire à $\vec{F}$,
- Module : T' = m.g = 0,015.9,8 = 0,147 N

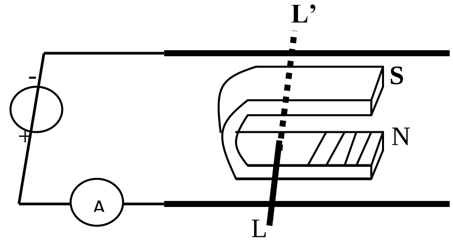
Vérification de l'équilibre :

Calculons le module de la force de Laplace :

$F = I.\ell.B = 5.8.10^{-2}.500.10^{-3} = 0{,}2$ N

Il n'y a pas équilibre car le module de la force de Laplace est supérieur à celui de la tension du fil.

EXERCICE 28



Une tige cylindrique LL' de masse M=2g parcourue de L vers L' par un courant d'intensité I = 10A, repose sur deux rails horizontaux. Elle peut se déplacer sans frottement sur les rails. Un aimant en U crée un champ magnétique uniforme de valeur B = 90 mT qui s'exerce sur une longueur ℓ= 5cm de tige. g = 9,8 N/kg

1- L'aimant est disposé comme l'indique la figure ci-dessus.

a-Préciser les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$ entre les branches de l'aimant en U.

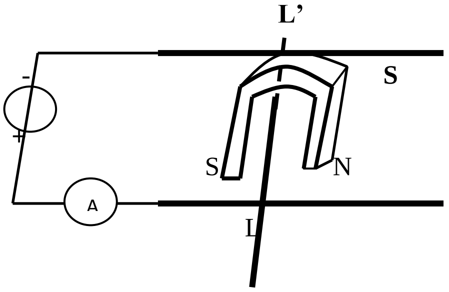
b- Préciser les caractéristiques de la force de Laplace appliquée au milieu de LL'.

c- faire l'inventaire des forces qui s'appliquent sur la tige et les représenter. Quel est son mouvement ?

.2- On dispose l'aimant en U comme il est indiqué figure ci-dessous.

a-Préciser le sens du champ magnétique $\vec{B}$ dans cet autre cas.

b- Préciser les caractéristiques de la force de Laplace agissant sur la tige.
c- La tige garde-t-elle son équilibre ? Quel sera le mouvement de la tige ?



Une solution exercice 28 :

1-

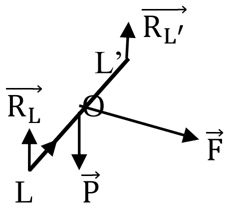
a) Caractéristiques du vecteur champ magnétique :
- Direction : perpendiculaire aux branches de l'aimant en U
- Du pole nord de l'aimant vers son pole sud (vertical ascendant) ;
- Intensité : B = 90mT.

b) Caractéristiques de la force de Laplace :
- Point d'application : Milieu de LL' ;
- Direction : perpendiculaire à (LL') et horizontal ;
- Sens : De la gauche vers la droite.
- Intensité :

$$F = I.\ell.B = 10.0{,}05.0{,}09 = 0{,}045\ N$$

c) Inventaire des forces appliquées sur la tige :
- Le poids $\vec{P}$ de la tige ;
- La réaction $\overrightarrow{R_{L'}}$ de la tige en L' ;
- La réaction $\overrightarrow{R_L}$ de la tige en L ;
- La force $\vec{F}$ de Laplace.

Représentation des forces sur la tige :



Mouvement de ma tige : Mouvement rectiligne.

2-

a) Sens du champ magnétique : horizontal de la droite vers la gauche.

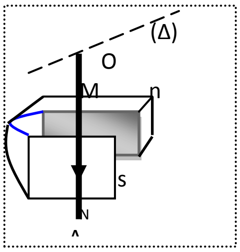
b) Caractéristiques de la force de Laplace agissant sur la tige :
- Point d'application : Milieu de LL' ;
- Direction : perpendiculaire à (LL') et vertical ;
- Sens : Du bas vers le haut.
- Intensité :

$$F = I.\ell.B = 10.0{,}05.0{,}09 = 0{,}045\ N$$

c) La tige n'est pas en équilibre.
Nature du mouvement : Elle rebondit sans cesse sur les rails.
En effet, au contact de la tige avec les rails, la force de Laplace provoque son soulèvement. Elle n'est plus parcourue par le courant électrique, ce qui provoque la disparition de la force de Laplace. Sous l'effet de son poids, elle tombe sur les rails. Il y a à nouveau création de la force de Laplace qui provoque son soulèvement et ainsi sans cesse.

EXERCICE 29

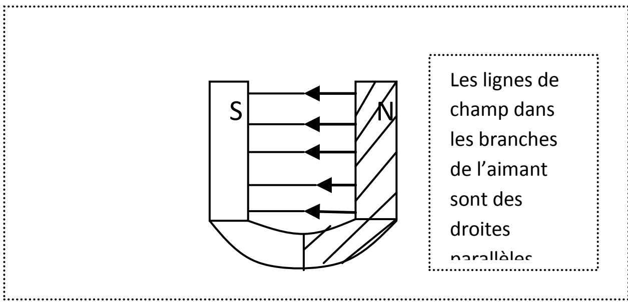
La tige OA est mobile autour d'un axe (Δ) horizontal passant par O. La portion MN de longueur ℓ =5cm est plongée dans l'entrefer d'un aimant en U. Le champ magnétique dans l'entrefer est uniforme et vaut B = 75mT.



1-Dessiner le spectre magnétique du champ magnétique de $\vec{B}$ dans l'entrefer de l'aimant en U.
2-Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.
3-Calculer la valeur de la force de Laplace quand OA est traversée de O vers A par un courant d'intensité I = 3A et dévie d'un petit angle θ = 4°.
4- Quel mouvement la force de Laplace provoque-t-elle sur la tige OA ?
5- Faire l'inventaire des forces appliquées sur la tige OA et les représenter avec soin sur le schéma. On désignera par H le point d'application de la force de Laplace.
6-La tige est de longueur OA = 10 cm et OM = 4,5 cm. en appliquant l'une des conditions d'équilibre à la tige, déterminer sa masse.

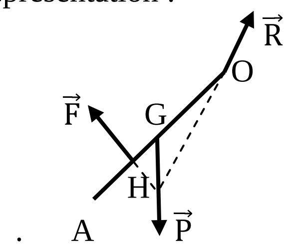
Une solution exercice 29 :

1-Dessinons le spectre magnétique d'un aimant en U :



2-Caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$:

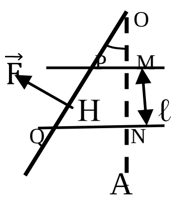
Direction : perpendiculaire aux branches de l'aimant ;
Sens :Du pole nord de l'aimant vers son pole sud ;
Module : B = 75mT
3- Valeur de la force de Laplace :
$F = I.\frac{\ell}{\cos\theta}.B = 3.\frac{5.10^{-2}}{\cos 4°}.75.10^{-3} = 1{,}13.10^{-2}N$
4-mouvement imposé par la force de Laplace :
Déviation de la tige vers la gauche.
5- Inventaire des forces appliquées sur la tige :
- le poids $\vec{p}$=m. $\vec{g}$ de la tige.
- la réaction $\vec{R}$ de l'axe en O ;
- la force magnétique appliquée en un point H.
Représentation :



6- détermination de la masse de la tige :
Appliquons la deuxième condition d'équilibre à la tige :

$$\sum M_\Delta(\vec{F}ext) = 0$$

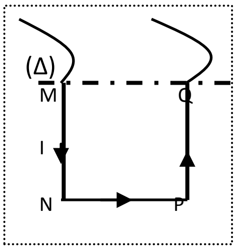
$M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{p}) + M_\Delta(\vec{F}) = 0$
$M_\Delta(\vec{R}) = 0$ car $\vec{R}$ rencontre l'axe de rotation.
$M_\Delta(\vec{p}) = -mg.OG \sin\theta = -mg.\frac{OA}{2} \sin\theta$
$M_\Delta(\vec{F}) = F.\ OH = I.\frac{\ell}{\cos\theta}.B.\ OH$
$\sum M_\Delta(\vec{F}ext) = 0$ équivaut à
$- mg\frac{OA}{2}\sin\theta + I.\frac{\ell}{\cos\theta}.B.\ OH = 0$
$m = \frac{2.I.B.\ell.OH}{g.OA.\sin\theta.\cos\theta.}$ or $OH = \frac{1}{\cos 4°}(OM + \frac{\ell}{2})$
AN :
$m = \frac{2.3.75.10^{-3}.5.10^{-2}.\frac{1}{\cos 4°}(0{,}045+\frac{0{,}05}{2})}{9{,}8.0{,}1.\sin 4°.\cos 4°} = 0{,}023\ kg$
Remarque :



$OP = \frac{OM}{\cos 4°}$
$PQ = \frac{\ell}{\cos 4°}$
$OH = OP + \frac{PQ}{2} =$
$= \frac{1}{\cos 4°}(OM + \frac{\ell}{2})$
$= 7{,}017.10^{-2}m$

EXERCICE 30

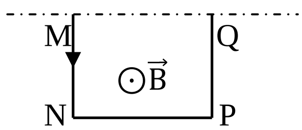
1- Un cadre verticale rigide indéformable est mobile autour d'un axe horizontal (Δ). Il est constitué par trois tiges MN ; NP et PQ parcourues par un courant I et placé dans un champ magnétique uniforme horizontal et perpendiculaire au plan du cadre et dirigé vers l'avant.
a-Représenter sur le schéma le champ magnétique $\vec{B}$.
b- Quelles sont les caractéristiques (direction, sens et valeurs) des forces de Laplace qui s'appliquent sur chaque tige MN ; NP et PQ du cadre.
c- Ces forces provoquent-elles la mise en mouvement du cadre ? Justifier votre réponse.
d-Quel serait l'effet de toutes ces forces si le cadre était non rigide et déformable.



2-Le champ magnétique est maintenant vertical dirigé vers le haut.
a- Quelles sont les caractéristiques (direction, sens et valeur) des forces de Laplace qui s'appliquent sur chaque tige MN ; NP et PQ du cadre ?
b- Ces forces provoquent-elles la mise en mouvement du cadre ? Justifier votre réponse.

<u>Une solution exercice 30 :</u>

1-
a) Représentation du camp magnétique $\vec{B}$:



b)

	MN	NP	PQ
Direction de la force de Laplace	Celle de (MQ)	Celle de la droite (MN)	Celle de (MQ)
Sens	De Q vers M	De M vers N	De M vers Q
Intensité	$F_{MN} = I.MN.B$	$F_{NP} = I.NP.B$	$F_{PQ} = I.PQ.B$

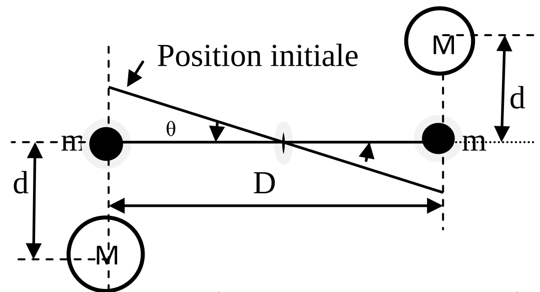
c) Ces forces ne provoquent pas la mise en mouvement du cadre.
Justification : Le mouvement qui est possible est la rotation autour de (Δ). Cependant le moment de chacune de ces forces par rapport à (Δ) est nul car ce sont des forces parallèles ou perpendiculaires à l'axe (Δ).
d) Si le cadre était non rigide et déformable, celui se déformerait ou même se démolirait.
2-Le champ est vertical dirigé vers le haut :
a)

	MN	NP	PQ
Direction de la force de Laplace	Pas de direction	Perpendiculaire au plan de la figure (à (NP))	Pas de direction
Sens	Pas de sens	Orienté vers l'avant	Pas de sens

Intensité	$F_{MN} = 0$	$F_{NP} = I.NP.B$	$F_{PQ} = 0$

b) La seule force de Laplace qui existe sur le cadre est $\overrightarrow{F_{NP}}$. Elle provoque la rotation du cadre.
Justification :
Le moment de cette force par rapport à (Δ) est différent de zéro.

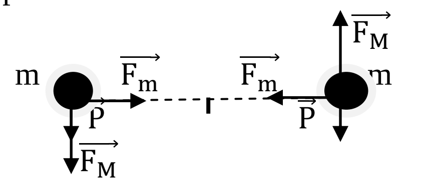
Exercice 31:
La première détermination de la constante de gravitation G a été effectuée par Lord Cavendich en 1798. Il utilise le dispositif ci-dessous.
Deux petites boules de masse m chacune sont fixées à une tige horizontale. Leurs centres sont distants d'une longueur D. La tige horizontale est suspendue par l'intermédiaire d'un fil en quartz dont la constante de torsion est C.
Deux grosses boules de masse M chacune sont disposées à proximité des deux premières. Une méthode optique permet de mesurer avec précision la rotation de l'équipage mobile due aux interactions entre les boules. La distance entre les centres d'une petite boule et d'une grosse boule est alors d lorsque le fil de quartz est tordu d'un angle de mesure θ.



1- Reproduis la figure et représente les forces qui s'exercent sur chaque petite boule.
2- Parmi ces forces, quelles sont celles qui ont un effet de rotation sur le système mobile ?
3- Donne l'expression de la valeur de la force de gravitation qui s'exerce sur chaque petite boule et qui est due à la grosse boule placée à sa proximité.
4- Sachant que la tige qui relie les deux petites boules est en équilibre lorsqu'elle a effectuée une rotation d'angle θ, exprime et calcule la valeur de la constante de gravitation.
On donne : M=10,00kg ; m=10,00g ;
D = 1,000m; d=10,0cm; C=$8,34.10^{-8}$N.m.rad^{-1}.
θ = $7,88.10^{-3}$rad

Une solution 31:

1- Représentation des forces qui s'exercent sur les petites boules :



2- Seule la force $\overrightarrow{F_M}$ sur chaque petite boule a un effet de rotation sur le système mobile car les petites boules ayant la même masse, leur poids ont un effet de rotation qui se compense.
3- Expression de la valeur de la force de gravitation qui s'exerce sur chaque petite boule et qui est due à la grosse boule :

$$F_M = G.\frac{m.M}{d^2}$$

4- Expression de la constance de torsion :
Dans le référentiel terrestre galiléen, le système {tige-petites boules} est soumis à :
- Le poids $\vec{P}$ de chaque petite boule ;
- La force de gravitation $\overrightarrow{F_M}$ pour chaque petite boule ;
- Le couple de torsion du fil de moment $M = -C.\theta$.

Appliquons la deuxième condition d'équilibre au système {tige-petites boules} :

$$M + 2.M_\Delta\left(\overrightarrow{F_M}\right) = 0$$

$$-C.\theta + 2.F_M.\frac{D}{2} = 0 = -C.\theta + 2G.\frac{m.M}{d^2}.\frac{D}{2}.$$

D'où $G = \frac{C.\theta.d^2}{m.M.D}$

AN : $G = \frac{8,34.10^{-8}.7,88.19^{-3}.0,1^2}{0,01.10.1} = 6,57.10^{-11}Nm^2.kg^{-2}$

Exercice 32 :
La terre est un ellipsoïde de révolution aplatie aux pôles. On la considère sphérique de rayon moyen R =6380km.
1- Etablir l'expression du champ de pesanteur g(h) à une altitude h au dessus de la surface de la terre en fonction de g_0 ; champ de pesanteur au niveau de la surface de la terre, de l'altitude h et de R.
2- La terre est un objet à symétrie sphérique. Elle a donc une densité volumique.
2.1- Etablir l'expression de l'intensité du champ de pesanteur terrestre à une distance d inférieure à R de son centre en fonction de g_0, R et d.
2.2- Représenter le graphe g(d) = f(d). On distinguera les cas d<R ; d = R et d>R.
2.3- Calculer l'intensité de la force que la terre exerce sur un objet de masse m = 2kg situé à une distance d = 200km de son centre.

On donne g_0 = 9,8K/kg.
3- Calculer la valeur de l'accélération de la pesanteur à l'altitude des satellites géostationnaires h=36000km.

<u>Une solution exercice 32</u> :

1- Expression de g(h) en fonction de g_0 ; R et h.
A la surface de la terre, le champ de pesanteur a pour valeur $g_0 = G.\frac{M}{R^2}$ (1) où M est la masse de la terre.
A une altitude h au dessus de la surface de la terre, $g(h) = G.\frac{M}{(R+h)^2}$ (2).
En divisant (1) par (2), on trouve : $g(h)=g_0.\frac{R^2}{(R+h)^2}$

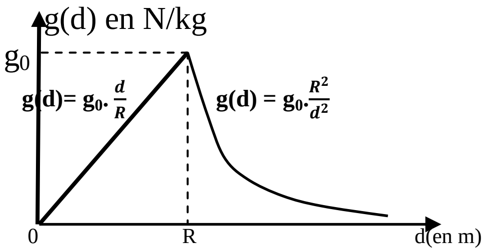
2-
2.1- Expression du champ de pesanteur à une distance d<R du centre de la terre :
Dans ces conditions, une fraction de la masse de la terre de masse M' est responsable de ce champ. Cette fraction est telle que :
$\frac{M'}{\frac{4}{3}\pi.d^3} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi.R^3}$ d'où $M' = M.\frac{d^3}{R^3}$

$$g(d) = G.\frac{M'}{d^2} = G.\frac{M}{d^2}.\frac{d^3}{R^3} = G.\frac{M}{R^2}.\frac{d}{R} = g_0.\frac{d}{R}$$

2.2- Représentation graphique de g(d) = f(d) :

- Pour d<R, $g(d) = g_0.\frac{d}{R}$ est une droite de pente positive.
- Pour d = R, $g(d) = g_0$.
- Pour d>R ; $g(d) = g_0.\frac{R^2}{d^2}$ est l'équation d'une hyperbole.

D'où la représentation suivante :



2.3- Intensité de la force que la terre exerce sur un objet de masse m = 2kg situé à une distance d = 200km de son centre :
$F = m.g(d) = m.\ g_0.\frac{d}{R}$

$$AN : F = 2.9,8.\frac{200}{6380} = 0,614N$$

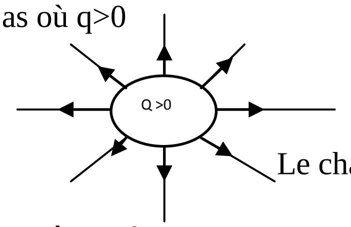
4- Calcul de la valeur de l'accélération de la pesanteur à l'altitude des satellites géostationnaires h=36000km.
$g(h)=g_0.\frac{R^2}{(R+h)^2}$
AN: $g(h)=9,8.\frac{6380^2}{(6380+36000)^2}$ = 0,222N/kg

Exercice 33

Une sphère homogène de charge totale Q et de rayon R est placée en un point de l'espace. On explore le chap électrique créé par cette sphère en un point M.
1- Représenter les lignes de champ créé par une particule de charge q à son voisinage. Distinguer les cas q>0 et q<0.
2-Exprimer l'intensité du champ électrique créé par cette sphère en un point M situé à la distance d de son centre. Vous distinguerez les cas où R = d ; R<d et R>d.
3- Représenter le graphe E(d) = f(d).

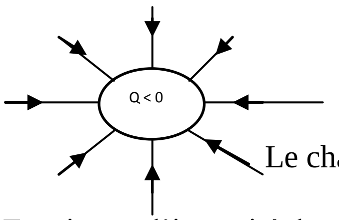
<u>Une solution exercice 33:</u>

1-Représentation des lignes de camp :
Cas où q>0



Le champ est centrifuge.

Cas où q < 0 :



Le champ est centripète.

2- Exprimons l'intensité du champ électrique créé par cette sphère en un point M situé à la distance d de son centre :
Cas où le point M est à la surface de la sphère :
Toute la charge de la sphère est responsable de la création du champ.

$$E_R = k.\frac{|Q|}{R^2}$$

- Cas où le point M est à une distance d > R du centre de la sphère.

Toute la charge de la sphère est responsable du champ créé.
$E_d = k.\frac{|Q|}{(d)^2} = E_R.\frac{R^2}{(d)^2}$

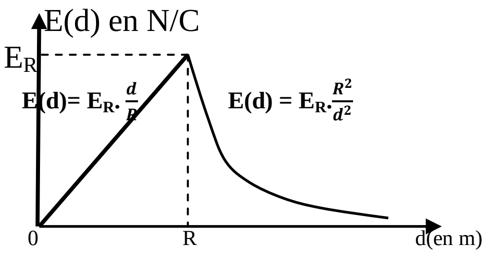
- Cas où le point M est à une distance d < R du centre de la sphère

une fraction seulement de la charge de la sphère est responsable du champ ;
Comme la sphère a one densité volumique de charge, soit q la fraction de charge contenue dans le volume de rayon d. Nous pouvons écrire :

$$\frac{q}{\frac{4}{3}\pi.d^3} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi.R^3} \text{ d'où } q = Q.\frac{d^3}{R^3}$$

$$E_d = k.\frac{|q|}{(d)^2} = k.\frac{Q.\frac{d^3}{R^3}}{d^2} = E_R.\frac{d}{R}$$

3- Représentation graphique de E(d) = f(d)



Exercice 34

On considère le dispositif ci-dessous. Une roue de Barlow mobile autour d'un axe horizontal (Δ) est constituée de rayons rigides en cuivre et régulièrement espacés, de longueur R = 8cm. Ce dispositif est plongé dans un champ magnétique et uniforme $\vec{B}$ de module B = 3.10^{-2}T

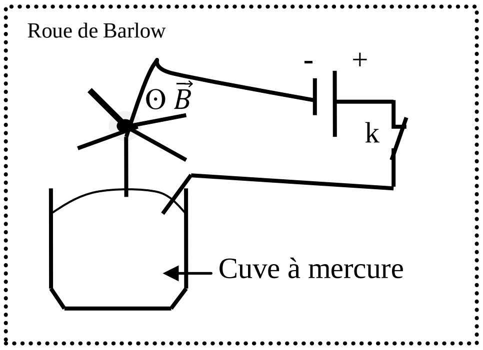
1-On ferme le circuit. Montrer que la roue se met à tourner et indiquer le sens de rotation.

2-Calculer l'intensité de la force magnétique à laquelle est soumis un rayon parcouru par un courant d'intensité I = 5A.

3-Sachant que la roue tourne avec une vitesse de rotation N = 50tr/min, exprimer en fonction de F, N et R la puissance de la force qui est responsable de cette rotation.

Faire l'application numérique.

On rappelle que $P = \frac{W(\vec{F})}{t}$.



<u>Une solution exercice 34 :</u>

1-Montrons que lorsqu'on ferme le circuit la roue se met à tourner :

Lorsque le circuit est fermé, le rayon plongé dans le mercure est parcouru par un courant d'intensité I et plongé dans un champ magnétique uniforme. Ce rayon est alors soumis à la force de Laplace $\vec{F}$ appliquée au milieu du conducteur et perpendiculaire à celui-ci, de moment $M_\Delta(\vec{F}) = I.R.B.\frac{R}{2}$ non nul qui provoque la mise en mouvement de la roue. Lorsque ce rayon sort du mercure, un autre entre et ainsi de suite. Ce qui provoque la rotation de la roue.

Sens de rotation :

Sachant que le courant circule à l'extérieur du générateur de sa borne positive vers sa borne négative et en appliquant la règle des trois doigts de la main droite, on déduit que la roue tourne dans le sens trigonométrique (sens contraire des aiguilles d'une montre).

2- Intensité de la force de Laplace à laquelle est soumis un rayon :

$$F = I.B.R = 5.5.10^{-2}.3.10^{-2} = 7{,}5.10^{-3}T$$

3- Expression en fonction de F ; N et R la puissance de la force qui provoque la rotation de la roue :

$$P = \frac{W(\vec{F})}{t} = \frac{M_\Delta(\vec{F}).2.\pi.n}{t} = M_\Delta(\vec{F}).2.\pi.N = F.\frac{R}{2}.2.\pi.N$$

AN :

$$P = 7{,}5.10^{-3}.5.10^{-2}.3{,}14.\frac{50}{60} = 9{,}81.10^{-4}W$$

Exercice 35

A : Champ électrique uniforme / 2,25 pt

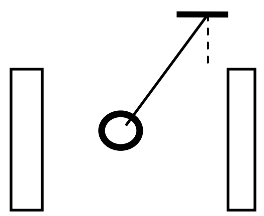
Entre deux plaques métalliques verticales et parallèles distantes de 10 cm et entre lesquelles est maintenue une différence de potentielle U = 600V, on introduit la boule d'un petit pendule électrostatique chargée négativement. Le fil de suspension de la boule fait alors un angle α avec la verticale comme le montre la figure ci-dessous.

A.1- Compléter la figure en indiquant :

- Le signe de la charge de chacune des plaques.
- Quelques lignes du champ électrostatique entre les deux plaques
- Les forces qui s'exercent sur la boule du pendule**. 0,25pt x 3**

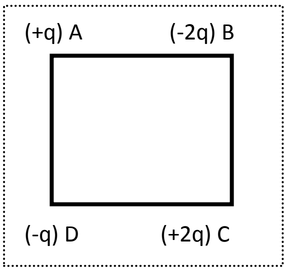
A.2- Quelles sont les caractéristiques du vecteur champ électrostatique entre les plaques ? (direction ; sens et intensité). **0,75pt**

A.3- La charge de la boule est Q = - $4{,}8.10^{-8}$C. Quelle est l'intensité de la force électrique que subie la boule ? **0,75pt**



B- Association de champs électriques

Aux sommets A ; B ; C et D d'un carré de côté a=2cm on place les charges électriques respectives suivantes :+q ; -2q ; +2q et –q. (voir figure).



B.1-Reproduire la figure et construire avec soin les champs électriques partiels créés par chacune de ces quatre charges au centre O du carré. **1pt**

B.2-On donne $q = 2.10^{-7}$C.

Calcule la valeur E_0 du champ électrique crée par la charge placée en A au centre du carré.

B.3- A partir d'une analyse vectorielle, exprimer le champ $\vec{E}$ créé au centre O du carré par cette distribution de charge en fonction de $\overrightarrow{E_{CO}}$ et $\overrightarrow{E_{BO}}$ puis déduire son module. **0,75pt**

B.4- Calcule l'intensité de la force électrique subie par une particule de charge $Q = 10^{-8}$C placée au centre O du carré.

B. 5-Représenter ce camp électrique.

C- **Mouvement d'une particule chargée dans un champ** magnétique / **1,5pt**

Un électron de charge $q = - 1,6.10^{-19}$C pénètre avec une vitesse constante $\vec{V}$ de module $V = 2,5.10^5$m/s dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ de module B = 75mT et orthogonale à $\vec{V}$

C.1-Nomme la force qui s'exerce sur l'électron. On néglige sa masse. 0,25pt

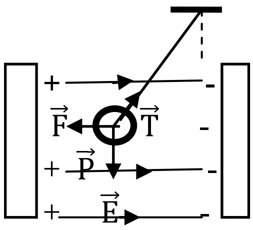
C.2- Représente sur un schéma cet électron dans le champ $\vec{B}$ ainsi que les grandeurs vectorielles $\vec{B}$; $\vec{V}$ et $\vec{F}$. 0,5pt

C.3- En appliquant le théorème du centre d'inertie à l'électron dans le référentiel galiléen, donne la nature de son mouvement et la valeur de son accélération. On néglige son poids devant les autres forces

Une solution exercice 35 :

A : Champ électrique uniforme

A.1- Complétons la figure :



A.2- Caractéristiques du vecteur champ électrique :

Direction : perpendiculaire au plan des plaques :

Sens : De la plaque chargée positivement vers la plaque chargée négativement ;

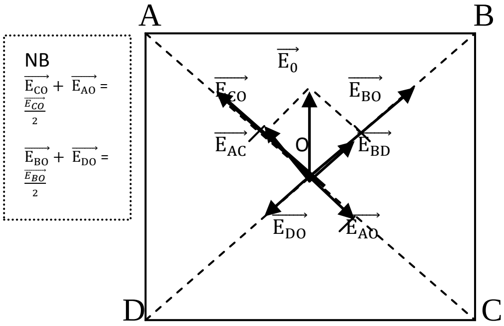
Module : $E = \frac{U}{d} = \frac{600}{0,1} = 6000$ V/m

A.3- Intensité de la force électrostatique:

$F = |Q|.E = 4,8.10^{-8}.6000 = 2,88.10^{-4}$N

B- Association de champs électriques

B.1- Construction des champs partiels au centre O du carré :



B.2- valeur E_0 du champ électrique crée par la charge placée en A au centre du carré :

$E_0 = k.\frac{q}{AO^2} = k.\frac{q}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2} = 9.10^9.\frac{2.10^{-7}}{(\frac{2.10^{-2}}{\sqrt{2}})^2} = 9.10^6$V/m

B.3- Détermination des caractéristiques de $\vec{E}$ à partir d'une analyse vectorielle :

$\vec{E} = \overrightarrow{E_{BO}} + \overrightarrow{E_{DO}} + \overrightarrow{E_{AO}} + \overrightarrow{E_{CO}}$

$= \frac{\overrightarrow{E_{CO}}}{2} + \frac{\overrightarrow{E_{BO}}}{2}$

$\frac{\overrightarrow{E_{CO}}}{2}$ *et* $\frac{\overrightarrow{E_{BO}}}{2}$ font entre eux l'angle de 90° (les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu en formant un angle droit).

De plus $\frac{\overrightarrow{E_{CO}}}{2}$ *et* $\frac{\overrightarrow{E_{BO}}}{2}$ ont chacun pour module E_0.

D'où les caractéristiques suivantes :

Point d'application : le point O ;

Direction : verticale ;

Sens : Du bas vers le haut ;

Module:

$E = E_0.\sqrt{2} = \sqrt{E_0^2 + E_0^2} = 9.\sqrt{2} = 1,27.10^7$V/m

B.4- l'intensité de la force électrique subie par une particule de charge $Q = 10^{-8}$C placée au centre O du carré.

$F = |Q|.E = 10^{-8}. 1,27.10^7 = 0,127N$

B.5- Voir figure.

C- **Mouvement d'une particule chargée dans un champ** magnétique

Exercice 36

On considère un fil de cuivre OA vertical et homogène de longueur L et de masse m qui peut pivoter autour d'un point O de l'axe (Δ). Il Passe dans l'entrefer d'un aimant en U, de largeur des branches d. Le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ a pour module B et le plan de

Symétrie horizontal de l'aimant est à une distance D en dessous de O. Le fil traversé par un courant d'intensité I dévie d'un angle α.

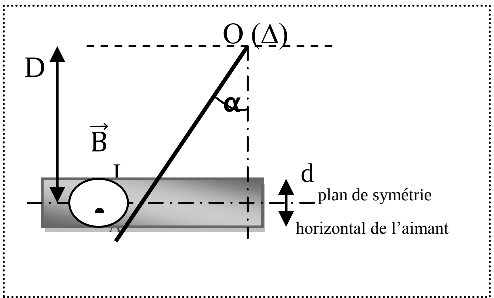
B.1. Dessiner le spectre du champ magnétique dans l'entrefer d'un aimant en U. **0, 5pt**

B.2- Exprimer en fonction de d ; B ; I et α, l'intensité de la force de Laplace lorsque le fil est traversée de O vers A par un courant d'intensité I=2A. **0,5pt**

B.3-Faire à l'aide d'un schéma, l'inventaire des forces appliquées sur le fil de cuivre. **0,5pt**

B.4- Déterminer l'angle α dans le cas de faible déviation (sin α $\approx \tan\alpha \ \approx \alpha(rad)\ et\ \alpha \leq 10°$) lorsque L = 40cm ; m = 5g ; d = 5 cm ; D = 30 cm ;

B = 0,03T g=9,8N/kg I = 2A



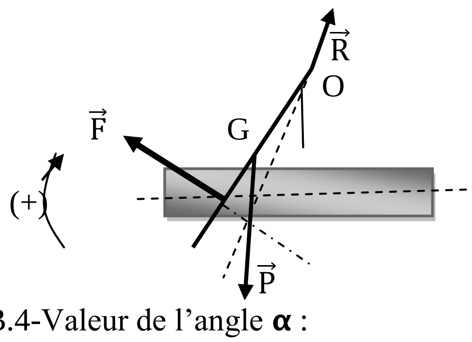
<u>Une solution exercice 36 :</u>

B.1-Dessin du spectre magnétique d'un aimant en U : Voir cours.

B.2-Exprimons l'intensité e la force de Laplace :

$$F = I.\frac{d}{\cos\alpha}.B.$$

B.3- Inventaire es forces appliquées sur le fil avec un schéma : NB les droites d'action des 3 forces doivent être concourantes.



B.4-Valeur de l'angle **α** :

Appliquons la deuxième condition 'équilibre au fil :

$$\sum M_\Delta(\vec{F}ext) = 0$$

$M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{p}) + M_\Delta(\vec{F}) = 0$

$M_\Delta(\vec{R}) = 0$ car $\vec{R}$ rencontre l'axe de rotation.

$I.\frac{d}{\cos\alpha}.B.\frac{D}{\cos\alpha}$ - $\mathrm{m.g.}\frac{L}{2}.\sin\alpha = 0$

Comme $1 + (\tan\alpha)^2 = \frac{1}{(\cos\alpha)^2}$

L'équation devient :

$I.d.B.D\ (1 + (\tan\alpha)^2)$- $\mathrm{m.g.}\frac{L}{2}.\sin\alpha = 0$

Posons A = $I.d.B.D = 9.10^{-4}$ et

K = $\mathrm{m.g.}\frac{L}{2} = 9{,}8.10^{-3}$

Comme **α** est petit, tan **α** ≈ $\sin\alpha = \alpha\ (rad)$

L'équation devient :

$$A.\alpha^2 - K.\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{A} = \mathbf{0}$$

Les solutions de cette équation sont :

$$\alpha_1 = \frac{K + \sqrt{K^2 - 4A^2}}{2.A} = 10{,}79\,rad\ > 10°$$

$$\alpha_2 = \frac{K - \sqrt{K^2 - 4A^2}}{2.A} = 0{,}092\ \mathrm{rad} < 10° = 0{,}174\mathrm{rad}$$

L'angle **α** cherché est : **α** = 0 ,092rad = 5,27°

On pouvait également multiplier l'équation

$I.\frac{d}{\cos\alpha}.B.\frac{D}{\cos\alpha}$ - $\mathrm{m.g.}\frac{L}{2}.\sin\alpha = 0$ par $\sin^2\boldsymbol{\alpha}$ et obtenir:

IdBD. $\tan^2\boldsymbol{\alpha}$_ -mg$\frac{L}{2}$sin $^3\boldsymbol{\alpha}$ =0 et par suite

$\alpha^2(A - K.\boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{0}$ $(\boldsymbol{\alpha} \neq \mathbf{0}°)$

$$\alpha = \frac{A}{K} = \frac{9.10^{-4}}{9{,}8.10^{-3}} = 0{,}092rad = 5{,}27°$$

Exercice 37 : Spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme

Les cotés horizontaux et verticaux d'une spire rectangulaire ACDE ont respectivement pour longueurs a=10cm et b=20cm.

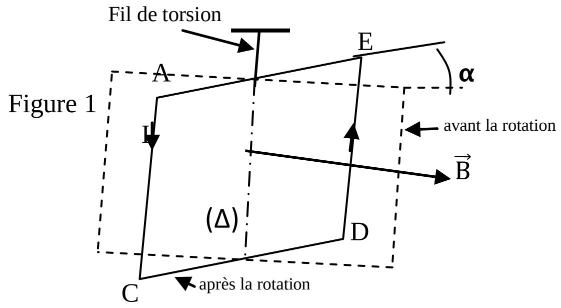
La spire est suspendue à un point O par l'intermédiaire d'un fil de torsion de constante de torsion C et placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ horizontal d'intensité B =0,07T. Le vecteur champ $\vec{B}$ est parallèle aux cotés horizontaux de la spire lorsqu'elle n'est parcourue par aucun courant. Lorsqu'on fait passer un courant d'intensité I = 1,5 A dans la spire, cette dernière effectue une rotation d'angle α = 20° autour de l'axe verticale (Δ) passant parle fil de suspension (figure 1).

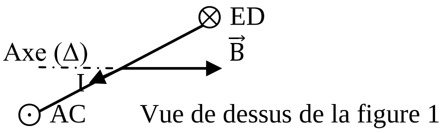
2.1- Reproduire la vue de dessus de la figure 1 et y représenter les forces électromagnétiques $\vec{F_1}$et $\vec{F_2}$ qui s'exercent respectivement sur les cotés verticaux AC et ED de la spire après la rotation. 1pt

Calculer leur intensité commune F.

2.2- Donner les les expressions des deux couples de forces qui s'exercent sur la spire après la rotation.

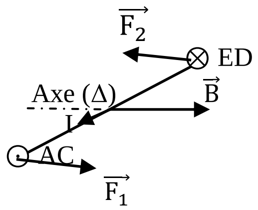
2.3- Calculer la valeur de la constante de torsion C du fil de torsion.





Une solution exercice

2.1- représentation des forces électromagnétiques $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ qui s'exercent respectivement sur les cotés verticaux AC et ED de la spire après la rotation



Valeur de leur intensité commune :

$F_1 = F_2 = I.B.b.\sin(\overrightarrow{Ib};\overrightarrow{B})$

AN : $F_1 = F_2 = 1{,}5.0{,}07.20.\sin 90°$

$F_1 = F_2 = 2{,}1.10^{-2}$ N

2.2- Donnons les deux couples de forces s'exerçant sur la spire après la rotation :

-Le couple de forces électromagnétiques $(\overrightarrow{F_1};\overrightarrow{F_2})$

-Le couple de torsion du fil et de moment $M = -C.\alpha$

2.3- Calcul de la constance de torsion du fil.

La spire est immobile lorsque le moment du couple de torsion équilibre le moment du couple électromagnétique. $F_1.a - C\alpha = 0$.

d'où $C = \dfrac{F_1.a}{\alpha} = \dfrac{2{,}1.10^{-2}.10.10^{-2}.180}{3{,}14.20} =$

$C = 6{,}01.10^{-3}$ N.m.rad^{-1}

Chapitre 2 : Les lois de Newton sur le mouvement

Objectifs :

- Savoirs :

- Enoncer le principe des actions réciproques
- Enoncer le principe de l'inertie
- Donner la relation fondamentale de la dynamique du solide en translation
- Donner la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation
- Donner les limites de validité de la relation $\sum \vec{F} = m.\vec{a}$.

- Savoir faire théorique :

- Utiliser le principe des actions réciproques pour expliquer certains équilibres mécaniques.
- Appliquer le principe d'inertie pour expliquer certains mouvements de systèmes
- Caractériser un système isolé ou pseudo isolé ; forces intérieures et forces extérieures ; référentiel ; centre d'inertie.
- A l'aide du théorème du centre d'inertie, déterminer l'accélération $\overrightarrow{a_G}$ puis en déduire la nature du mouvement.
- Calculer des moments d'inertie.

- Savoir faire expérimental :
- Etudier le mouvement du centre d'inertie d'un mobile autoporteur sur une table parfaitement lisse.

1-Caractéristiques du mouvement d'un objet.

1.1-Repère d'espace ; repère de temps.

Pour caractériser le mouvement d'un objet, on définit le référentiel. C'est un solide par rapport auquel on définit l'état de repos ou de mouvement d'un objet.
Le référentiel étant choisi, on associe plusieurs repères.

1.1.1- Repère d'espace

C'est l'association d'un point O appelé origine des espaces et d'une base formée de 3 vecteurs.
Exemple : repère $(O\,;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$

1.1.2- Repère de temps

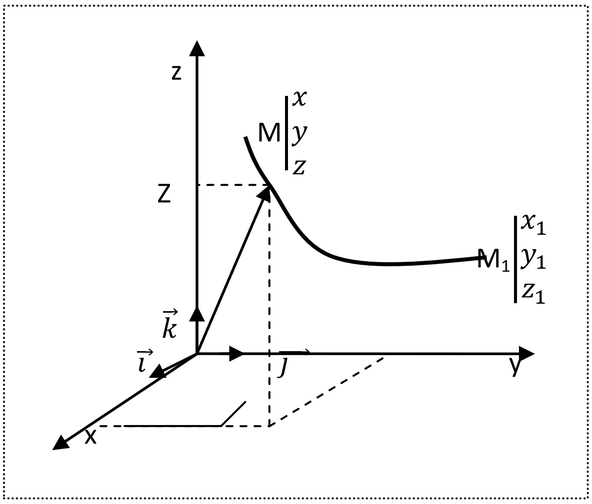
Il permet d'associer à chaque position de l'objet une date notée t. La date t = 0 correspond au début de l'étude du mouvement de l'objet (instant initial).

1.2-Trajectoire

C'est l'ensemble des positions successives occupées par un objet au cours de son mouvement.
Exemples :

- Trajectoire rectiligne : mouvement rectiligne ;
- Trajectoire circulaire : mouvement de rotation.

1.3-Vecteur position - vecteur déplacement



1.3.1- Vecteur position

Considérons un point mobile M en mouvement dans le repère $(O\,;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$. La position du point mobile M à un instant de date t est donnée par le vecteur position $\overrightarrow{OM} = x.\vec{\imath} + y.\vec{\jmath} + z.\vec{k}$ où x =f(t) ;

y = g(t) et z = h(t) sont appelés loi horaires du mouvement du point M.

$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$ et OM = $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ en mètre.

1.3.2- Vecteur déplacement.

Soit $M_1\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{vmatrix}$ la position du point mobile M à l'instant t_1 et $M_2\begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{vmatrix}$ la position du mobile à l'instant t_2.

Le vecteur $\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1} = \Delta\overrightarrow{OM}$

Est le vecteur déplacement du point mobile M entre les instants t_1 et t_2.

1.1- Vecteur vitesse

1.4.1- Vitesse instantanée

C'est la dérivée par rapport au temps du vecteur position.

$$\vec{V} = \frac{d(\overrightarrow{OM})}{dt} = \frac{d(x.\vec{\imath} + y.\vec{\jmath} + z.\vec{k})}{dt} = \dot{x}.\vec{\imath} + \dot{y}.\vec{\jmath} + \dot{z}.\vec{k}$$

$$\vec{V}\begin{vmatrix} V_x = \dot{x} \\ V_y = \dot{y} \\ V_z = \dot{z} \end{vmatrix}$$

Son module est V = $\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2}$ en mètre par seconde m/s ou $m.s^{-1}$.

La vitesse instantanée est tangente à la trajectoire du point mobile.

1.4.2- Vitesse moyenne.

La vitesse moyenne d'on mobile entre deux instants t_1 et t_2 est le quotient du rapport de la distance parcourue par le mobile à la durée $\Delta t = t_2 - t_1$ de la variation.

$\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2-t_1}$ son module est $V_m = \frac{M_1M_2}{t_2-t_1}$

Le vecteur vitesse moyenne a la même direction et le même sens que le vecteur $\textit{déplacement}\ \overrightarrow{M_1M_2}$.

1.5-Vecteur accélération

1.5.1- Accélération instantanée

C'est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse instantanée.

$$\vec{a} = = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{x}.\vec{\imath} + \dot{y}.\vec{\jmath} + \dot{z}.\vec{k}) = \ddot{x}.\vec{\imath} + \ddot{y}.\vec{\jmath} + \ddot{z}.\vec{k}$$

$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = \ddot{x} \\ a_y = \ddot{y} \\ a_z = \ddot{z} \end{vmatrix}$ son module est :

a = $\sqrt{\ddot{x}^2+\ddot{y}^2+\ddot{z}^2}$ en mètre par seconde au carré. (m/s^2 ou $m.s^{-2}$)

1.5.2- Accélération moyenne.

L'accélération moyenne d'un mobile entre deux instants t_1 et t_2 est le quotient du rapport de la variation du vecteur vitesse entre ces deux instants à la variation du temps.

$$\overrightarrow{a_m} = \frac{\overrightarrow{V_2} + (-\overrightarrow{V_1})}{t_2-t_1}$$

1.6-Détermination des caractéristiques du mouvement d'un mobile après un chrono enregistrement

1.6.1- Vecteur vitesse instantanée.

La vitesse instantanée d'un mobile pour une position quelconque M_i est considérée comme la vitesse moyenne entre les positions M_{i-1} et M_{i+1}.

$\overrightarrow{V_i} = \frac{\overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$ son module est $V_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$ en mètre par seconde. (m/s ou $m.s^{-1}$)

1.6.2- Accélération instantanée

C'est le quotient du rapport de la variation du vecteur vitesse à la variation du temps.

$\overrightarrow{a_i} = \frac{\overrightarrow{V_{i+1}} + (-\overrightarrow{V_{i-1}})}{t_{i+1}-t_{i-1}}$ en $m.s^{-2}$.

Exemple d'application. Exercice 19 page 53. Classiques camerounais.

On relève à intervalle de temps égaux de durée θ = 30 ms les positions M_i d'un mobile se déplaçant sur une droite.

M_i	M_1	M_2	M_3	M4	M_5	M_6	M_7	M_8
$X_i$en m	0	70	130	180	220	250	270	280

19.1- Calculer la valeur des vitesses aux points M_3 ; M_5 et M_7. On admettra que $V_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$.

19.2- Calculer les valeurs de l'accélération aux points M_4 et M_6. On admet que : $a_i = \frac{V_{i+1}-V_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$.

19.3-Quelle est la nature du mouvement de ce mobile ? Représenter aux points M_4 et M_6 les accélérations a_4 et a_6.

Une solution :

19.1- Vitesse instantanées :

$V_3 == \frac{x_4-x_2}{2.\theta}.\ \frac{x_4-x_2}{2.30.10^{-3}}. = \frac{(180-70).10^{-3}}{2.30.10^{-3}}. = 1,83$ m/s

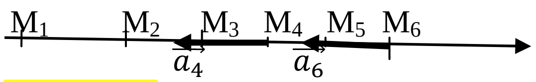
$V_5 = \frac{x_6-x_4}{2.30.10^{-3}}. = \frac{(250-180).10^{-3}}{2.30.10^{-3}}. = 1,17$ m/s

$V_7 = \frac{x_8-x_6}{2.30.10^{-3}}. = \frac{(280-250).10^{-3}}{2.30.10^{-3}}. = 0,5$ m/s

19.2- Valeur de l'accélération :

$a_4 = \frac{V_5 - V_3}{2.\theta} = \frac{1{,}17-1{,}83}{2.30.10^{-3}} = -11 m/s^2$

$a_6 = \frac{V_7 - V_5}{2.\theta} = \frac{0{,}5-1{,}17}{2.30.10^{-3}} = -11{,}1 m/s^2$



19.3- Nature du mouvement:

L'accélération instantanée est constante et inférieure à zéro, le mouvement est rectiligne et ralenti.

1.7-Caractéristiques cinématiques d'un mouvement de rotation

1.7.1-Abscisse angulaire ; abscisse curviligne

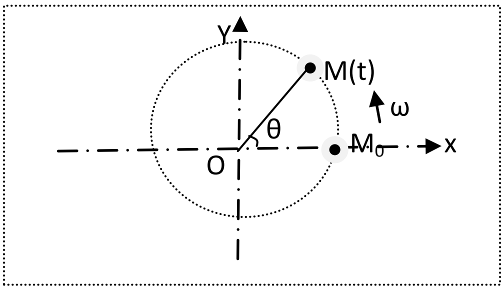
Considérons un point mobile M se déplaçant à vitesse angulaire ω dans le sens trigonométrique sur une trajectoire de rayon r = OM.

La position du point M à l'instant t = 0 est M_0 et à l'instant t, M.

L'abscisse angulaire du point M à l'instant t est la mesure de l'angle θ = $(\overrightarrow{OM_0} ; \overrightarrow{OM})$ en radian.

Le signe de θ dépend du sens positif choisi.

L'abscisse curviligne du point M à l'instant t est la mesure de l'arc $\widehat{M_0M}$=s = r.θ en mètre.



1.7.2- Vitesse angulaire- Vitesse linéaire.

La vitesse angulaire est la dérivée par rapport au temps de l'abscisse angulaire.

$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ en radian par seconde (rad/s)

La vitesse linéaire est la dérivée par rapport au temps de l'abscisse curviligne.

$V = \frac{ds}{dt} = \frac{d(r.\theta)}{dt} = r.\dot{\theta}$ en m/s

La vitesse $\vec{V}$ est tangente à la trajectoire du point mobile.

1.7.3- Accélération normale – accélération tangentielle – repère de Frenet.

Lorsque la trajectoire d'un point mobile est un cercle ou une partie de cercle, il est préférable d'exprimer l'accélération $\vec{a}$ dans la base de Frenet.

C'est un repère mobile ayant pour origine le point M et formé d'un vecteur $\vec{t}$ tangent à la trajectoire et orienté dans le sens positif du mouvement choisi et d'un vecteur $\vec{n}$ normal à la trajectoire et orienté vers l'intérieur de la concavité.

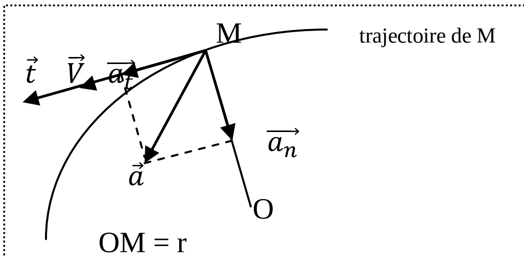
$\vec{a} = a_n.\vec{n} + a_t.\vec{t} = \frac{V^2}{r}.\vec{n} + \frac{dV}{dt}.\vec{t} = \frac{V^2}{r}.\vec{n} + \frac{d(r.\dot{\theta})}{dt}.\vec{t}$

D'où

$$\vec{a} = \frac{V^2}{r}.\vec{n} + r.\ddot{\theta}.\vec{t}$$

$a_n = \frac{V^2}{r}$ est la valeur de l'accélération normale

$a_t = r.\ddot{\theta}$. est la valeur de l'accélération tangentielle.



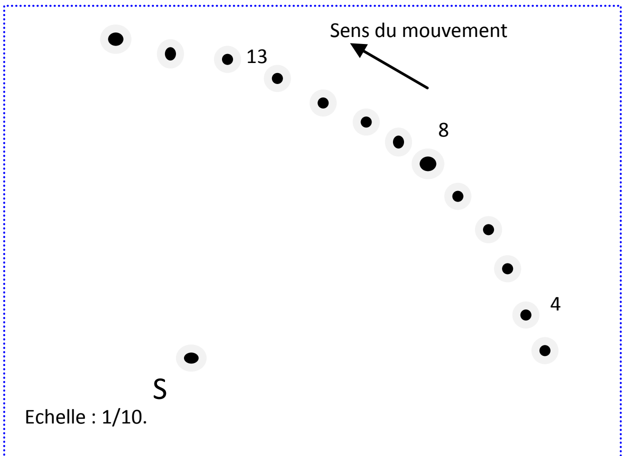
$\ddot{\theta}$ est l'accélération angulaire et vaut $\frac{a}{r}$

Remarques :

- Si V = constante, l'accélération tangentielle est nulle et le mouvement est circulaire et uniforme.
- $\vec{a}.\vec{V} = 0$ ($\vec{a}$perpendiculaire à $\vec{V}$) le mouvement est circulaire et uniforme.

Exercice d'application : exercice 24 page 53 classiques africains.

Un mobile autoporteur de masse m = 0,60kg est fixé à l'extrémité d'un fil inextensibles de masse négligeable. On lance le mobile sur une table à coussin d'air horizontale, le fil étant toujours tendu et l'autre extrémité étant fixe. Les positions successives du centre d'inertie du mobile sont données par l'enregistrement ci-dessous. La durée séparant deux étincèles est de 40 ms.



24.1-Déterminer aux points 4 ;8 et 13 la valeur de la vitesse. Que peut-on conclure ?
En déduire, en un oint quelconque, les caractéristiques du vecteur accélération.
24.2- faire l'inventaire des forces exercées sur le mobile.
24.3 Appliquer la deuxième loi de Newton et déterminer les caractéristiques de la tension exercée par le fil.

Une solution

24.1- Valeur de la vitesse aux points 4 ; 8 et 13 :
La photographie est réalisée à l'échelle 1/10, il faut diviser la longueur sur le dessin par l'échelle pour avoir la longueur sur le terrain.

$V_4 = \frac{M_3M_5}{E.2.\theta} = \frac{10.10.10^{-3}}{2.40.10^{-3}} = 1{,}25\text{m/s}$

$V_8 = \frac{M_7M_9}{E.2.\theta} = \frac{10.10.10^{-3}}{2.40.10^{-3}} = 1{,}25 \text{ m/s}$

$V_{13} = \frac{M_{12}M_{14}}{E.2.\theta} = \frac{10.10.10^{-3}}{2.40.10^{-3}} = 1{,}25\text{m/s}$

Conclusion :
La vitesse instantanée est constante ; le mouvement du mobile est circulaire et uniforme.

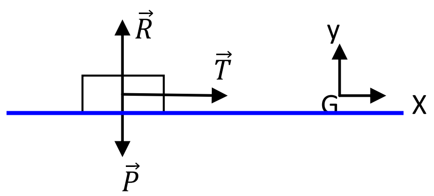
- Déduction des caractéristiques du vecteur accélération en un point quelconque.

- Point d'application : le point considéré ;
- direction : perpendiculaire à la trajectoire ;
-- sens : centripète ;
- Module: $a_n = \frac{V^2}{r} = \frac{1{,}25^2}{0{,}45} = 3{,}47 \text{ m/s}^2$

($r = 45.10^{-3}.10 = 0{,}45$ m).
24.2- Inventaire des forces appliquées au mobile:
Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces appliquées sont :

- Le poids $\vec{P}$ du mobile ;
- La réaction $\vec{R}$ de la table ;
- La tension $\vec{T}$ du fil.

24.3- Détermination de T à partir du T C I :



Représentation des forces appliquées :

Application du TCI : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \text{m}.\vec{a}$

En projetant cette relation vectorielle dans le système d'axe Gx et Gy, on a :

$\vec{P}\begin{cases}0\\-mg\end{cases} + \vec{T}\begin{cases}T\\0\end{cases} + \vec{R}\begin{cases}0\\R\end{cases} = \text{m}.\ \vec{a}\begin{cases}a\\0\end{cases}$

D'où T = m.a.
AN : T = 0,6.3,47 = 2,1 N
D'où les caractéristiques suivantes de la tension :

- Point d'application ; point d'attache du fil sur le mobile autoporteur ;
- Direction ; celle de la ficelle tendue ;
- Sens : centripète ;
- Intensité ; T = 2,1 N.

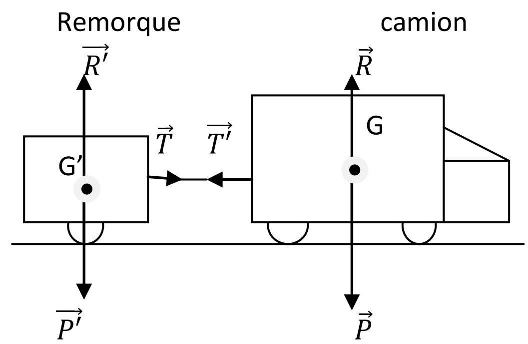
2- Dynamique du point matériel

2.1- vocabulaire

2.1.1- point matériel :
C'est tout point de l'espace auquel on peut affecter une masse m.
2.1.2- Système matériel : ou système mécanique :
C'est un ensemble de points matériels. Lorsqu'il est indéformable on l'appelle solide.

2.1.3- milieu extérieur :
C'est tout ce qui ne fait pas partie d'un système lors d'une étude dynamique. Les agents extérieurs peuvent exercer des forces sur le système.
2.1.4- milieu intérieur :
C'est tout ce qui fait partie du système Les agents intérieurs exercent les uns sur les autres des forces intérieures qui assurent leur cohésion.

Exemple : système formé d'un camion et de sa remarque



Les tensions $\vec{T'}$ exercée par la barre d'attelage sur la remorque et $\vec{T}$exercée par la barre d'attelage sur le camion sont des forces intérieures au système camion + remorque.

2.1.5- Système isolé et système pseudo isolé :

Un système est dit isolé lorsqu'il n'est soumis à aucune action d'origine extérieure.

Un système est pseudo isolé lorsque la somme vectorielle des forces extérieures appliquées est nulle.

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$

2.1.6- Centre d'inertie.

C'est un point particulier du système qui a le même mouvement qu'un point matériel de masse égale à la masse totale du système et auquel seraient appliquées toutes les forces extérieures agissant sur le système.

Pour un système indéformable dans l'environnement terrestre, le centre d'inertie est confondu au centre de gravité, et au centre de masse.

2.2- Enoncé des lois de Newton.

2.2.1- Enoncé du principe de l'inertie ou 1ère loi de Newton

Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie d'un système isolé ou pseudo isolé reste immobile s'il était initialement au repos ($\overrightarrow{V_G} = \overrightarrow{O}$) ; animé d'un mouvement rectiligne et uniforme s'il était initialement en mouvement ($\overrightarrow{V_G}$ = constante).

Ce principe c'écrit :

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ équivaut à $\overrightarrow{V_G} = constante$

Remarque

R_1- Le principe de l'inertie ne s'applique que dans un référentiel galiléen. Le référentiel galiléen étant défini comme celui dans lequel s'applique le principe de l'inertie.

Quelques exemples de référentiel galiléens :

- **Le référentiel héliocentrique ou référentiel de Copernic** qui convient à l'étude du mouvement des planètes ;
- **Le référentiel géocentrique** dont l'origine est le centre de la terre et dont les axes sont orientés vers trois étoiles fixes et lointaines convient à l'étude du mouvement des satellites et au phénomène des marées ;
- **Le référentiel terrestre ou de laboratoire** qui convient à l'étude des expériences de courte durée.

2.2.2- Deuxième loi de Newton ou théorème du centre d'inertie

a) Enoncé

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un solide de masse m est égale au produit de sa masse par l'accélération $\overrightarrow{a_G}$ de son centre d'inertie.

Ecriture du théorème : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m.\overrightarrow{a_G}$

$\overrightarrow{F_{ext}}$ et $\overrightarrow{a_G}$ **Ont même direction et même sens. Ce théorème n'est valable que pour des particules non relativistes c'est-à-dire des systèmes dont la vitesse V est inférieure à 0,14.C. (C = 3.10^8 m/s est la vitesse de la lumière dans le vide).**

b) Relation fondamentale de la dynamique du solide en translation :

Elle s'applique à un point matériel.

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un solide est égale à la dérivée par rapport au temps de sa quantité de mouvement.

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \text{m.}\frac{d.\vec{v}}{dt}$. Or $\frac{d.\vec{v}}{dt}. = \vec{a}.$

- $\vec{a} = \vec{0}$ le movement est uniforme. La conséquence dynamique est $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = 0$
- $\vec{a} \neq \vec{0}$ le mouvement est uniformément varié.

c) Relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation

Un solide en rotation autour d'un axe fixe (Δ) et soumis à l'action des forces extérieures acquiert sous l'action de celles-ci une accélération angulaire telle que $\sum M_{\Delta}(\overrightarrow{F_{ext}}) = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$

- J_{Δ} est le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation (Δ) en kg.m^2 ;
- $\ddot{\theta}$ est l'accélération angulaire en radian par seconde au carré (rad/s^2).
- $\sum M_{\Delta}(\overrightarrow{F_{ext}}) = 0$; le solide effectue un mouvement de rotation uniforme ou est en équilibre.

2.2.3- Principe des actions réciproques ou principe de l'égalité de l'action et de la réaction ou 3ème loi de Newton.

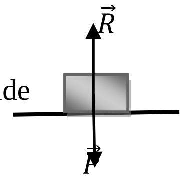
Lorsqu'un système A exerce sur un système B une force $\overrightarrow{F_{AB}}$, simultanément, le système B exerce sur le système A une force $\overrightarrow{F_{BA}}$ de même direction, de même intensité et de sens contraire.

Ce principe s'écrit : $\overrightarrow{F_{AB}} = -\overrightarrow{F_{BA}}$.

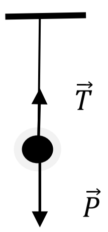
Exemples :

Solide posé sur un support horizontal.

Interaction solide
Support



Solide suspendu à un fil inextensible.
Interaction solide- fil



2.3- Résolution d'un problème de dynamique

Pour déterminer le vecteur accélération et par conséquent la nature du mouvement du centre d'inertie dans un référentiel galiléen, on procède comme suit :

- Délimiter avec soin le système étudié ;
- Choisir le référentiel galiléen le plus approprié ;
- Faire le bilan des forces appliquées au système et les représenter ;
- Ecrire la relation traduisant le théorème du centre d'inertie dans le référentiel galiléen choisi et projeter cette relation vectorielle sur un système d'axes approprié et en déduire l'accélération du centre d'inertie du système.

Exemple. Exercice 13 p 50. Classiques Camerounais.

Un ascenseur a une masse de 1000 kg et une charge maximale admissible de 800 kg. Son mouvement vers le haut est freiné par un frottement constant de 4000 N.

Quelle est l'intensité de la force de traction $\vec{T}$ que doit exercer le moteur pour imprimer une accélération constante vers le haut de valeur a = 1,0 m.$^{-2}$.

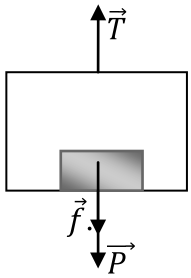
Valeur littérale de la force de traction du moteur.

Système : {ascenseur + charge}

Référentiel : terrestre galiléen ;

Forces appliquées :

- Le poids $\vec{P} = (M+m).\vec{g}$;
- La force de traction $\vec{T}$ du câble.
- La force de frottement $\vec{f}$.
- Représentation :



Théorème du centre d'inertie :

$\vec{T}|T + \vec{P}|-(M+m).g + \vec{f}|-f$ = (M+m).$\vec{a}|a$

D'où T = (M+m).(a + g) + f

AN !

T = = (1000+800).(1 + 9,8) + 4000= 23440N.

Exemple 2 : Exercice 10 p 50

Dans un magasin, un employé pousse en ligne droite sur le plancher plan et horizontal 10 chariots de masse m = 25 kg chacun.

L »accélération de l'attelage ainsi formé est a = 0,050m.s^{-2}. Quelle est l'intensité de la force globale exercée par l'employé sur les chariots ? On néglige les frottements.

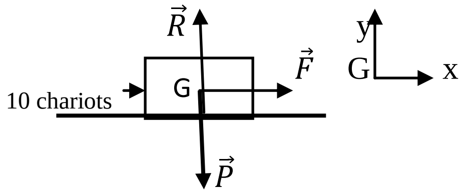
Une solution :

Etudions le système constitué par l'ensemble des 10 chariots de masse M = 10.m dans le référentiel terrestre galiléen auquel on associe le repère (Gxy).

Les forces appliquées au système sont :

- Le poids $\vec{P} = 10.m.\vec{g}$ des 10 chariots ;
- La réaction $\vec{R}$ du plancher ;
- La force exercée par l'employé$\vec{F}$.

Représentation :



Application du T C I :

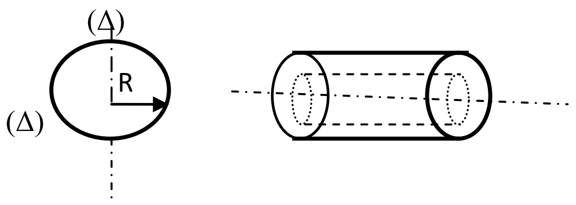
$\vec{P}\left|\begin{matrix}0\\-10.m.g\end{matrix}\right. + \vec{R}\left|\begin{matrix}0\\R\end{matrix}\right. + \vec{F}\left|\begin{matrix}F\\0\end{matrix}\right. = 10.m.\vec{a}\left|\begin{matrix}a\\0\end{matrix}\right.$

D'où F = 10.m.a

AN : F = 10.25.0,05 = 12,5N

3-Moments d'inertie de quelques solides par rapport à leur axe de symétrie (Δ).

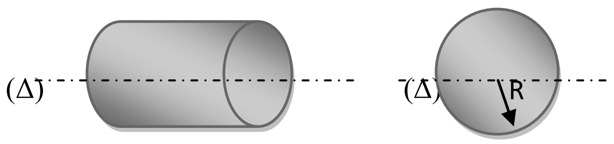
3.1-Cas d'un cylindre creux, d'une poulie, d'un cerceau ou d'une circonférence pesante de masse M et de rayon R.



Circonférence pesante **cylindre creux**
Poulie, cerceau

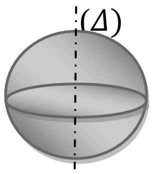
Moment d'inertie : $\mathbf{J_\Delta = M.R^2}$.

3.2- Cas d'un disque homogène, cylindre plein et homogène.



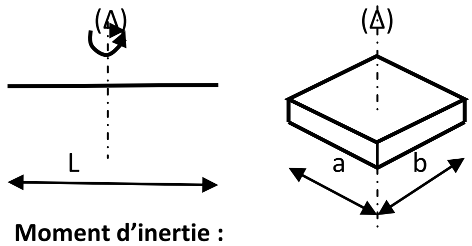
Cylindre plein et homogène Disque homogène
Moment d'inertie : $\mathbf{J_\Delta = \frac{1}{2}.M.R^2}$.

3.3- Sphère pleine et homogène



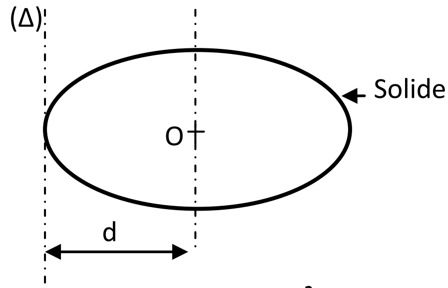
Moment d'inertie :
$\mathbf{J_\Delta = \frac{2}{5}.M.R^2}$.

3.4- Tige homogène de longueur L et plaque rectangulaire.



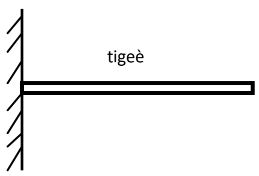
Moment d'inertie :
$\mathbf{J_\Delta = \frac{1}{12}.M.L^2}$. $\mathbf{J_\Delta = \frac{1}{12}.M.(a^2 + b^2)}$

3.5- Théorème de Huygens
Le moment d'inertie d'un solide de masse m par rapport à un axe quelconque (Δ) ne passant pas son centre de symétrie est égal à son moment d'inertie par rapport à son axe de symétrie augmenté du produit de sa masse par le carré de la distance qui sépare (Δ) de son axe de symétrie.



Moment d'inertie : $\mathbf{J_\Delta = J_0 + m.d^2}$.

Exemple d'application : Exercice 20 p 52.
Classiques Camerounais.
Une tige homogène de masse M = 200g et de longueur L = 30 cm initialement au repos tourne sans frottement autour d'un point situé à l'une de ses extrémités.
20.1- Déterminer le moment d'inertie de la tige par rapport à son axe de rotation.
20.2- La tige étant initialement au repos, appliquer la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation et déterminer son accélération angulaire.

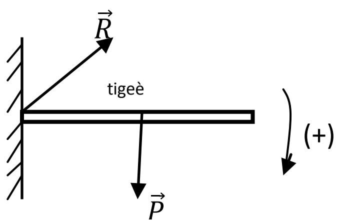


<u>Une solution</u> :
20.1- Moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe de rotation.
Soit A l'extrémité de la tige fixée à l'axe de rotation et O le point par où passe l'axe de symétrie de la tige.

$J_A = J_O + M.(\frac{L}{2})^2 = \mathbf{\frac{1}{12}.M.L^2 + M.\frac{L^2}{4}} = \ = \mathbf{\frac{1}{3}.M.L^2}$

AN : $J_A = \ = \mathbf{\frac{1}{3}.0,2.0,3^2 = 6.10^{-3} kg.m^2}$

20.2- Accélération angulaire
Système ; la tige,
Référentiel : terrestre galiléen,
Forces appliquées : $\vec{P}$ et $\vec{R}$.
Représentation :



Relation fondamentale de la dynamique :
$M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{P}) = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$
0 + M.g.$\frac{L}{2}$ = $J_{\Delta}.\ddot{\theta}$ d'où $\ddot{\theta} = \frac{M.g.L}{2.J_{\Delta}}$
AN : $\ddot{\theta} = \frac{9{,}8.0{,}2.0{,}3}{2.0{,}006}$ = 49 rad / s^2.

EXERCICES : Chapitre 2 : Les lois de Newton

Tests de connaissances

Exercice 1 :

Définir : Référentiel ; système pseudo isolé ; référentiel galiléen ; centre d'inertie ; force extérieure ; force intérieure ;

Une solution exercice 1

Référentiel :

Solide par rapport auquel on définit l'état de mouvement ou de repos d'un autre objet.

Système pseudo isolé : un système est pseudo isolé lorsque la somme vectorielle des forces extérieures appliquées sur ce système est nulle.

Référentiel galiléen : c'est un référentiel dans lequel s'applique le principe d'inertie.

Centre inertie : le centre d'inertie d'un système est un point particulier du système qui a les mêmes propriétés qu'un point matériel ; de masse égale à celle du système et auquel seraient appliquées toutes les forces extérieures du système.

Force extérieures : ce sont les forces exercées sur le système par des agents extérieurs.

Forces intérieures : ce sont les forces qui assurent la cohésion d'un système.

Exercice 2

Enoncé.

Le principe d'inertie ; le théorème du centre d'inertie ; le principe des actions réciproques.

Une solution exercice 2 :

Voir cours

Exercice 3

Ecrire la relation traduisant :

Le principe de l'inertie ; le théorème du centre d'inertie en précisant les limites de validité de cette expression ; le principe des actions réciproques.

Une solution exercice 3 :

Ecrire la relation traduisant :
→ le principe d'inertie :
$\sum \vec{F}\, ext = \vec{O}$
→ Le théorème du centre d'inertie
$\sum \vec{F}\, ext = m\overrightarrow{a_G}$
Les limites de validité de ces 2 lois :
Elles sont valables :

- Dans un référentiel galiléen.
- Aux particules non relativistes c à d des particules dont la vitesse est inférieure à 0,14.C. (C est la vitesse de la lumière dans le vide et vaut 3.10^8 m/s).

→ Principe des actions réciproques.
$\overrightarrow{F_{AB}} = -\overrightarrow{F_{BA}}$

Exercice 4 :
Donner :
4.1- la relation fondamentale de la dynamique du solide en translation.
4.2- la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation en explicitant tous les termes.
4.3- Les grandeurs analogues en les classant deux à deux.

Une solution exercice 4 :
4.1- Donnons la relation fondamentale de la dynamique du solide en translation.
$\sum \vec{F} = m\,\frac{d\vec{v}}{dt}$
4.2- Donnons la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation.
$\sum M_\Delta(\vec{F}ext) = J_\Delta\ddot{\theta}$.
Signification des grandeurs :
- $\sum M_\Delta(\vec{F}ext)$ est la somme des moments des forces extérieures en N.m.
- J_Δ : moment d'inertie du système par rapport à l'axe (Δ) en kg.m^2
-$\ddot{\theta}$: Accélération angulaire du système en rad/s^2.
4.3- Donnons les grandeurs analogues en les classant :

Mouvement de translation	Mouvement de rotation
R F D du solide en translation	R F D du solide en rotation
$\sum F_{ext}$ en newton (N)	$\sum\ M_\Delta(\overrightarrow{F_{ext}})$ en N.m
Masse m en kg	Moment d'inertie en kg.m^2
$\frac{dV}{dt} = a_G$, accélération linéaire en m.s^{-2}.	$\frac{d\dot{\theta}}{dt} = \ddot{\theta}$; accélération angulaire en rad.s^{-2}.

Exercice 5 :
Répondre par vrai ou par faux :
5.1-Un livre posé sur une table n'est soumis à aucune force ;
5.2-Le principe des actions réciproques ne s'applique que si les corps sont au repos.
5.3- Un repère ayant pour origine le centre de la terre est un repère du référentiel galiléen.
5.4- Le centre d'inertie d'un système pseudo isolé effectue toujours un mouvement rectiligne uniforme dans un référentiel galiléen.
5.5-Au cours du mouvement rectiligne uniforme d'un mobile, l'accélération est nulle.
5.6- L'accélération subie par un corps de masse constante m est proportionnelle à l'intensité de la somme des forces extérieures qui s'y appliquent.
5.7- La terre exerce sur un objet une force d'intensité supérieure à celle de la force exercée par l'objet sur la terre.
5.8- Un newton équivaut à la force nécessaire qu'il faut appliquer à une masse de 1kg pour lui communiquer une accélération de 1m/s^2.
5.9- Un solide est d'autant plus inerte que son moment d'inertie est faible.

Une solution exercice 5

5.1-faux	5.6- faux
5.2- Vrai	5.7- vrai
5.3- vrai	5.8- faux
5.4- faux	5.9- faux
5.5-vrai	

Exercice 6 :
Questions à choix multiples :
6.1- Le théorème du centre d'inertie s'applique :
a) Dans un référentiel unique ;
b) dans un référentiel galiléen ;
c) dans tout type de référentiel.

6.2 -La somme des forces appliquées à un solide et le vecteur accélération de son centre d'inertie sont

a) perpendiculaire ; b) de même sens ; de sens opposés.

6.3 -Un objet de masse 2kg soumis à une force globale d'intensité 6N subit une accélération de

a) $12 m/s^2$; b) $412 m/s^2$; c) $3 m.S^{-2}$

6.4 -La terre est un système pseudo isolé dans le référentiel :

a) géocentrique ; b) Terrestre ; c) héliocentrique

6.5- Dans la RFD du solide en rotation, la somme des moments des forces extérieures appliquées à un solide est égale à :

a) $J_\Delta.\theta$; b) $J_\Delta\ddot{\theta}$; c) $J_\Delta.\ddot{\theta}^2$

Une solution exercice 6

6.1	b) dans un référentiel galiléen
6.2	b) de même sens
6.3	c) $3 m.S^{-2}$
6.4	a) géocentrique
6.5	b) $J_\Delta\ddot{\theta}$

Exercice 7

Une tondeuse à gazon de masse m =12kg est posé sur un terrain plat et horizontal. On suppose un contact sans frottement entre la tondeuse et la pelouse.

7.1- Faire l'inventaire des forces appliquées à la tondeuse et les représenter.

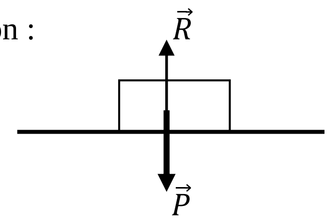
7.2-Un jardinier pousse la tondeuse, y applique une force constante horizontale d'intensité F = 10N. Calculer l'accélération du centre d'inertie de la tondeuse.

Une solution exercice 7

7.1 Inventaire des forces appliquées à la tondeuse. Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces appliquées à la tondeuse sont :

- Le poids $\vec{p}$ de la tondeuse.
- La réaction $\vec{R}$ de la pelouse.

Représentation :



7.2- KLe jardinier exerce ue force horizontale d'intensité F= 10N sur la tondeuse

Accélération du centre d'inertie de la tondeuse :

Appliquons le T C I au centre d'inertie de la tondeuse :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$$

$\vec{P} + \vec{R} = \vec{O}$; $\vec{F} = m\vec{a}$

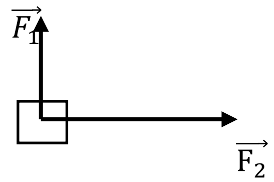
Par projection sur un axe horizontal orienté dans le sens du mouvement,

F= m a d'où $a = \frac{F}{m}$

AN: $a = \frac{10}{12} = 0,83 m/s^2$

Exercice 8

Deux forces perpendiculaires d'intensités respectives F_1= 30N et F_2= 40N s'exercent sur un solide de masse m= 4kg.



8.1- Reproduire la figure et représenter les forces à l'échelle 1 cm correspond à 10N.

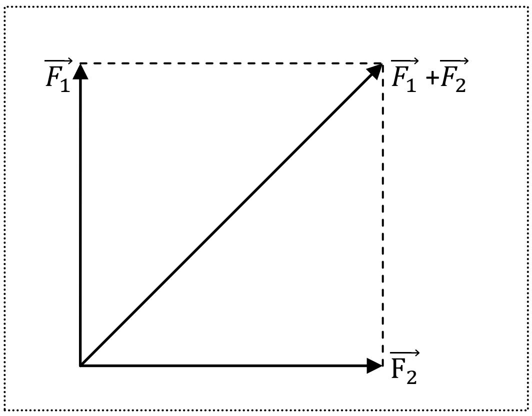
8.2-Déterminer la direction et l'intensité de la force résultante.

8.3- Sous l'action de ces deux forces, le solide se déplace sans frottement sur une surface plane et horizontale. Quelle est la valeur de l'accélération de son centre d'inertie ?

Une solution exercice 8

8.1 Représentations les forces.

Echelle 1cm↔10N



8.2- Direction de la force résultante :

celle de la diagonale du parallélogramme formé à partir de $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$.

- Intensité de $\vec{F}$.

La longueur de cette diagonale est de 5cm.
Compte tenu de l'échelle utilisée, F= 50N

8.3- Le solide se déplace sous l'action de ces 2 forces sur une surface plane et horizontale.
Déterminons $\vec{a}$.
Si le solide se déplace sur une surface plane et horizontale alors $\vec{p}+\vec{F_1}+\vec{F_2}= m\,\vec{a}$

$\vec{F_2}= m\,\vec{a}$ equivaur à $F_2 = m\,a$

$a = \frac{F_2}{m} = \frac{40}{4}= 10$

a= 10 $m.s^{-2}$

Exercice 9

Lors du service, un joueur de tennis exerce sur la balle de masse m = 58mg une force $\vec{F}$ d'intensité 130N.

9.1- Comparer les intensités du poids et de la force $\vec{F}$.

9.2- Déterminer l'accélération initiale de la balle. On néglige la résistance de l'air.

Une solution exercice 9

9.1 Comparaisons de P et F

$$\frac{F}{P} = \frac{F}{m.g} = \frac{130}{58.9{,}8.10^{-3}} = 228{,}71$$

On conclut que P est négligeable devant F.

9.2- Déterminons l'accélération initiale de la balle.

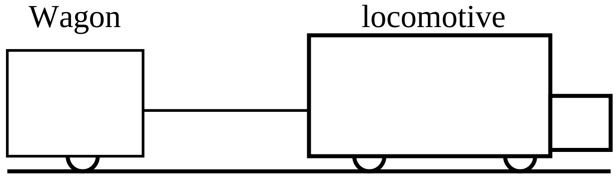
P<<< F, on peut considérer que la seule force appliquée à la balle au départ est F= 130N.

D'où F= m a et $a = \frac{F}{m}$

AN: $a= \frac{130}{58.10^{-3}} = 2{,}24.10^{3} m.s^{-2}$.

Exercice 10

11.1-Une locomotive tire un wagon sur une voie ferrée horizontale.

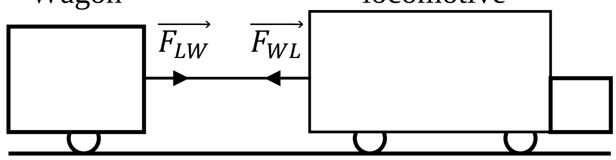


Représenter les forces $\overrightarrow{F_{LW}}$ que la locomotive exerce sur le wagon et $\overrightarrow{F_{WL}}$ que le wagon exerce sur la locomotive.

11.2-Com11.3- Le wagon et la locomotive sont-ils toujours en interaction ?

Une solution exercice 10

11.1- Représentation des forces $\overrightarrow{F_{LW}}$ et $\overrightarrow{F_{WL}}$:



11.2-Comparaison des intensités:

$F_{WIL}= F_{LW}$ car c'est le principe de l'égalité de l'action et de la réaction.

a) voiture roule à la vitesse constante :

$\overrightarrow{F_{LW}} + \overrightarrow{F_{WL}} = \vec{o}$.

Les 2 forces ont même intensité

b) La locomotive démarre $F_{LW} > F_{WL}$

c) La locomotive ralentie $F_{WL} > F_{LW}$.

11.3- Le wagon et la locomotive sont toujours en interaction.

Exercice 11

Un objet de masse m est suspendu par une corde légère fixée au plafond.

1- Dans quelle interaction sont engagés :

a) Le plafond ?

b) La ficelle ?

c) L'objet ?

2- Représenter ces interactions en précisant pour chacun des systèmes l'action et la réaction.

Une solution exercice 11 :

1 . a) Le plafond est engagé dans les interactions suivantes :

- La tension de la corde
- La réaction du plafond.

b) La ficelle

- Le poids du corps
- La réaction du plafond

c) L'objet

- Le poids de l'objet
- La tension de la corde

2-

système	action	réaction	représentation
Plafond	Tension du fil	Réaction du plafond	$\vec{R}$ ↑ ↓ $\vec{T}$
objet	Le poids de l'objet	La tension du fil	$\vec{T}$ ↑ ↓ $\vec{P}$
ficelle	Le poids de l'objet	La réaction du plafond	$\vec{R}$ ↑ ↓ $\vec{P}$

Application des savoirs et des savoir faire :

Exercice 12

Une roue de 1 m de diamètre tourne sans frottement autour d'un axe fixe et horizontal. Son moment d'inertie par rapport à l'axe est J_Δ= 5kg.m^2. On maintient une tension constante de valeur 20N sur une corde enroulée autour de la jante de façon à imposer une accélération à la roue. Sachant qu'à l'instant initial, la roue est au repos, déterminer :

1- Son accélération angulaire.

2- Sa vitesse angulaire à t = 3s.

3- La longueur de la corde déroulée au cours des trois premières secondes.

Une solution exercice 12 :

1- Détermination de l'accélération angulaire.

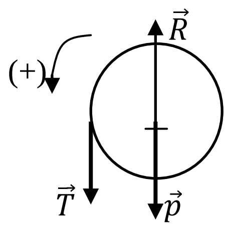
Système : la roue,

Référentiel : terrestre galiléen,

Forces appliquées :

- Le poids $\vec{p}$ de la roue ;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe ;
- La tension $\vec{T}$ de la corde..

Représentation :



Appliquons la RFD du solide en rotation à la roue.

$$M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{T}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

0 + 0 + T.$\frac{D}{2}$ = $J_\Delta.\ddot{\theta}$

D'où $\ddot{\theta} = \frac{T.D}{2.J_\Delta}$. AN : $\ddot{\theta} = \frac{20.1}{2.5}$ = 2 rad / s^2

2- Vitesse angulaire à t=3S.

$\dot{\theta}$ (t) = $\ddot{\theta}$. t

AN : $\dot{\theta}$ (t)= 2.3= 6 rad/s

3- Longueur de la corde déroulée au cours des 3 premières seconde.

L=$R.\theta = \frac{D}{2}\theta = \frac{D}{2}.\frac{1}{2}\ddot{\theta}\, t^2 = \frac{D.\ddot{\theta}.t^2}{4}$

AN : L= $\frac{1.6.3^2}{4}$ = 13,5 m

Exercice 13

Trois solides homogènes: une sphère pleine, un cylindre plein et un cylindre creux tous immobiles, sont placés au sommet d'un plan incliné à une même hauteur et leur roulement s'effectue sans dérapage.

1- Lequel atteindra le bas de la pente le premier ?

2- Lequel va perdre la course ?

3- Ce résultat dépend-t-il de la masse des solides et de leur rayon ?

4- Quelle conclusion peut-on tirer de l'influence du moment d'inertie d'un solide sur son mouvement ?

<u>Une solution exercice 13 :</u>

1- Déterminons lequel des solides, atteindra le bas de la pente le premier.

Le solide qui atteint le bas de la pente le premier a la plus grande accélération.

Déterminons l'accélération du mouvement de chaque solide.

Chaque solide effectue deux types de mouvement : une rotation et une translation. Le Théorème du centre d'inertie ne s'applique pas.

Exprimons la variation de l'énergie cinétique de chaque solide au cours d'un intervalle de temps donné :

Dans le référentiel terrestre galiléen, chacun d'eux est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ du plan (voir question précédente)

$$\Delta E_C = \sum W(\overrightarrow{F_{ext}})$$

$\frac{1}{2}m.V^2 + \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 = W(\vec{P})$ + W($\vec{R}$)
Comme le roulement se fait sans dérrapage,
$V = R.\dot{\theta}$. La variation de Ec devient :

$$\frac{1}{2}m.V^2 + \frac{1}{2}J_\Delta.\frac{V^2}{R^2} = m.g.x.\sin\alpha$$

Pour avoir l'accélération, dérivons la variation de l'énergie cinétique par rapport au temps :

$$\frac{d(\Delta E_C)}{dt} = \frac{d(\sum W(\overrightarrow{F_{ext}}))}{dt}$$

$$\frac{d(\frac{1}{2}m.V^2+\frac{1}{2}J_\Delta.\frac{V^2}{R^2} - E_{C0}\ )}{dt} = \frac{d(m.g.x.\sin\alpha)}{dt}$$

$$\mathrm{m.V.}\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{dt}} + \frac{\mathrm{J}_\Delta}{\mathrm{R}^2}.\mathrm{V.}\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{dt}} - 0 = \mathrm{m.g.}\frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{dt}}.\sin\alpha$$

$$\mathrm{m.V.a} + \mathrm{a.}\frac{\mathrm{J}_\Delta}{\mathrm{R}^2}.\mathrm{V} = \mathrm{m.g.V.}\sin\alpha$$

D'où $\mathrm{a} = \frac{\mathrm{m.g.}\sin\alpha}{\mathrm{m}+\frac{\mathrm{J}_\Delta}{\mathrm{R}^2}}$

- Le cylindre creux a pour moment d'inertie :
  $J_{\Delta c}$ = m.R^2 d'où $a_c = \frac{1}{2}.g.\sin\alpha$
- La sphère pleine et homogène a pour moment d'inertie : $J_{\Delta s} = \frac{2}{5}$.m.$R^2$ d'où $a_s = \frac{5}{7}.g.\sin\alpha$
- Le cylindre plein a pour moment d'inertie :
  $J_{\Delta cp} = \frac{1}{2}$.m.$R^2$ d'où $a_{cp} = \frac{2}{3}.g.\sin\alpha$

$$a_c < a_{cp} < a_s$$

La sphère pleine et homogène arrivera le premier au bas de la pente.

2- Le cylindre creux va perdre la course.
3- Le résultat est indépendant de la masse et du rayon.
4- Conclusion
Un solide se déplace d'autant plus facilement que son moment d'inertie est petit.

Exercice 14

Une petite bille de masse m= 120g est suspendue au plafond d'un wagon par un fil inextensible sans masse. On réalise des essais sur un tronçon de chemin de fer rectiligne et horizontal.
14.1-Un référentiel lié au wagon est-il galiléen ? Justifier votre réponse.
14.2- Le train étant à l'arrêt ou se déplaçant à vitesse constante de 60 km/h, Le fil est vertical. Expliquer pourquoi ?
14.3- A un instant donné, le fil est incliné de 12° vers l'avant du wagon puis quelques instants plus tard de 4° vers l'arrière. Quelles sont les accélérations de la rame à ces deux instants ?
14.4- Expliquer comment un pendule simple suspendu au plafond d'un wagon peut servir d'accéléromètre.

<u>Une solution exercice 14:</u>

14.1- Un référentiel lié au wagon n'est pas galiléen.
Justification : Il est en translation par rapport au référentiel terrestre galiléen.
14.2- Le train est à l'arrêt ou en mouvement rectiligne et uniforme à la vitesse V= 60km/h le fil est verticale.
Expliquons pourquoi.
Etudions le mouvement du train dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
Sa vitesse est constante alors son accélération est nulle.
La bille suspendue à son plafond subit l'accélération du train et $\sum)\vec{F}\,ext = \vec{O}$ pour la bille.
Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées à la bille du pendule sont :

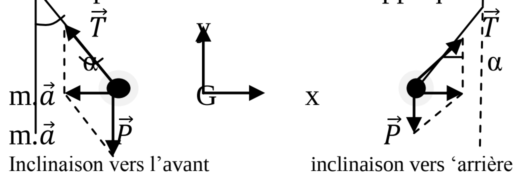
- Le poids $\vec{p}$ de la bille ;
- La tension $\vec{T}$ du fil.

Le principe de l'inertie appliqué à la bille du pendule s'écrit : $\vec{T} + \vec{P} = \vec{O}$

D'où $\vec{T} = -\vec{P}$. Le ^poids est vertical et la tension verticale. Par conséquent, le fil est vertical.
14.3- Accélération du mouvement de la rame.
Comme la bille du pendule effectue le même mouvement que la rame, étudions le mouvement de la bille du pendule dans le référentiel terrestre galiléen.
Les forces appliquées à la bille sont :

- Le poids $\vec{p}$ de la bille;
- La tension $\vec{T}$ du fil.

Représentation des forces appliquées



Inclinaison vers l'avant inclinaison vers 'arrière

Application du T C I :

- **Le fil est incliné de 12° vers l'avant.**

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}$

$\vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -mg \end{vmatrix} + \vec{T}\begin{vmatrix} -T\sin\alpha \\ T\cos\alpha \end{vmatrix} = m.\ \vec{a}\begin{vmatrix} a \\ 0 \end{vmatrix}$

$\begin{cases} -T\sin\alpha = m\ a \\ -mg + T\cos\alpha = 0 \ \text{ d'où } T = \frac{mg}{\cos\alpha} \end{cases}$

a= $\frac{-T\sin\alpha}{m}$

= - $\frac{mg\sin\alpha}{m\cos\alpha}$ = -g tanα

Pour une inclinaison de 12° vers l'avant :

a_1= -g tanα= -9,8 tan 12°

a_1= -2, 08 m/s^2

- **Le fil est incline de 4° vers l'arrière.**

$\vec{T}\begin{vmatrix} T\sin\alpha \\ T\cos\alpha \end{vmatrix} + \vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -mg \end{vmatrix} = m\ \vec{a}\begin{vmatrix} a \\ 0 \end{vmatrix}$

$\begin{cases} T\sin\alpha = m\ a \\ -mg + T\cos\alpha = 0 \rightarrow T = \frac{mg}{\cos\alpha} \end{cases}$

T sinα= m a

Equivaut à sin α($\frac{mg}{\cos\alpha}$) = m a d'où **a= g.tanα**

AN : a_2= 9,8 tan 4°= 0,68

a_2= 0,68m/s^2

14.4- Expliquons comment un pendule peut servir d'accéléromètre.

L'expérience précédente montre que la bille d'un pendule simple accroché au plafond d'un train a le même mouvement que le train. Cette accélération a pour valeur a = ∓ **g.tanα** (a< 0 quand l'inclinaison est vers l'avant et a> 0 lorsque l'inclinaison est vers l'arrière).

Exercice 15

Deux solides S_1 et S_2 de masses respectives m_1 et m_2 sont reliés par une tige de masse négligeable. L'ensemble se déplace sur un plan horizontal sans frottement grâce à une force de traction $\vec{F}$ de direction horizontale et d'intensité constante qui s'exerce sur le solide S_2. Exprimer en fonction de F ; $m_1$et m_2 :

15.1-L'accélération a du centre d'inertie du système.

15.2- Les tensions T_1et T_2 exercées par la tige respectivement sur les solides S_1 et S_2. Calculer leurs valeurs numériques pour F = 10N ; et m_1= m_2.

<u>Une solution exercice 15</u> :

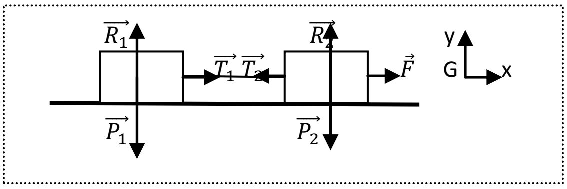
15.1- Expression en fonction de F, m_1, m_2 de l'accélération du centre d'inertie du système.

Système 1 : solide S_1

Référentiel : terrestre galiléen ;

Forces appliquées : $\vec{R_1}$; $\vec{P_1}$ et $\vec{T_1}$.

Représentation :



Théorème du centre d'inertie :

$\vec{P_1} + \vec{T_1} + \vec{R_1} = m_1\ \vec{a_1}$

Soit $\vec{P_1}\begin{vmatrix} 0 \\ m_1g \end{vmatrix} + \vec{R_1}\begin{vmatrix} 0 \\ R_1 \end{vmatrix} + T_1\begin{vmatrix} T_1 \\ o \end{vmatrix} = m_1\ \vec{a_1}\begin{vmatrix} a_1 \\ o \end{vmatrix}$

Soit **T_1= m_1 a_1 (1)**

Système 2 : solide S_2.

Forces appliquées : : $\vec{F}$; $\vec{R_2}$; $\vec{P_2}$ et $\vec{T_2}$.

Théorème du centre d'inertie :

$\vec{P_2}\begin{vmatrix} 0 \\ m_2g \end{vmatrix} + \vec{R_2}\begin{vmatrix} o \\ R_2 \end{vmatrix} + \vec{F}\begin{vmatrix} F \\ 0 \end{vmatrix} + \vec{T_2}\begin{vmatrix} -T_2 \\ 0 \end{vmatrix} = m_2\ \vec{a_2}\begin{vmatrix} a_2 \\ 0 \end{vmatrix}$

Soit : F – T_2 = m_2.a_2 (2)

$\vec{T_1}$ et $\vec{T_2}$ sont des forces intérieures au système formé par les deux solides d'où T_1- T_2= 0

S_1 et S_2 ont la même accélération car la tige est inextensible. soit a_1= a_2=a

En additionnant (1) et (2)

On a : F = (m_1 + m_2).a

D'où a = $\frac{F}{m_1+m_2}$

15.2- Déterminons les tensions T_1 et T_2.

T_1= m_1a = $\frac{m_1F}{m_1+m_2}$

T_2= F – m_2a = F - $\frac{m_2F}{m_1+m_2}$ = $\frac{F\,m_1+m_2F-m_2F}{m_1+m_2}$

T_2= $\frac{m_1F}{m_1+m_2}$

AN : m_1= m_2 et F= 10N

T_1= T_2= $\frac{m\,F}{2\,m}$ = $\frac{F}{2}$

T_1= T_2= $\frac{10}{2}$ = 5 **T_1= T_2= 5N**

NB : A la question 15.1 , on peut considéré le système {S_1 + S_2} et on n'aurait pas les tensions comme forces extérieures.

Exercice 16

Une personne pèse un poisson de masse m = 50kg à l'aide d'une balance à ressort fixée au plafond d'un ascenseur.

16.1-Déterminer en fonction de m et g, la valeur T de la tension du ressort de la balance.

a) Lorsque l'ascenseur se déplace vers le haut avec une accélération a = 2m/s^2.

b) Lorsque l'ascenseur se déplace vers le bas avec une accélération a = 2m/s^2.

16.2- Quelle est l'indication en kilogrammes données par la balance dans chaque cas ?

16.3- S'il vous arrive d'acheter du poisson dans une cabine d'un ascenseur, quel moment sera le plus profitable ?

<u>Une solution exercice 16 :</u>

16.1- Déterminons en fonction de m et g la valeur de la tension T du ressort.

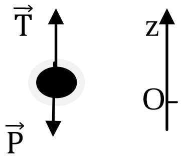
Dans chacun des cas :

Système : poisson ;

Référentiel : terrestre galiléen ;

Forces appliquées : Le poids du poisson et la tension du ressort.

Représentation :



a) L'ascenseur se déplace vers le haut avec une accélération de 2m/s^2

Appliquons le TCI au poisson :

$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{T_1} = m\,\overrightarrow{a_1}$

En projetant cette relation sur l'axe (Oz) on a :

$$T_1 - mg = m.a_1$$

D'où

$$T_1 = m(g+.a_1)$$

$T_1 = 50(9{,}8 + 2) = 590N$

b) L'ascenseur se déplace vers le bas avec une accélération $\overrightarrow{a_2}\left|\begin{matrix} O \\ -2 \end{matrix}\right.$.

Le même raisonnement conduit à :

$$T_2 - mg = m.a_2$$

$T_2 = m\,(g-2) = 390N$

16.2- Indication en kg de la balance.

Lors d'une pesée, la tension du ressort de la balance est égale au poids du corps pesé lorsque celle-ci est juste

Alors $T_1 = m_1 g$ d'où $m_1 = \frac{T_1}{g}$

$T_2 = m_2 g$ d'où $m_2 = \frac{T_2}{g}$

AN : $m_1 = \frac{590}{9{,}8}$ $m_1 = 60{,}2$ kg

$m_2 = \frac{390}{9{,}8} = 39{,}8$ $\mathbf{m_2 = 39{,}8}$ kg

16.3- Le moment profitable d'acheter le poisson dans un ascenseur en mouvement est lorsque celui-ci se déplace vers le bas.

Exercice : 17 :

Un solide de masse m = 10kg, tracté par une corde faisant un angle $\boldsymbol{\alpha}$ = 30° avec l'horizontale effectue un mouvement de translation uniforme dans un plan horizontal. L'intensité de la force de traction est F = 50N.

17.1- Faire le bilan des forces, la représentation du système et de toutes les forces appliquées.

17.2- Déterminer les caractéristiques de la réaction $\vec{R}$ que le plan exerce sur le solide. Déduire la valeur de la force de frottement.

<u>Une solution exercice 17</u> :

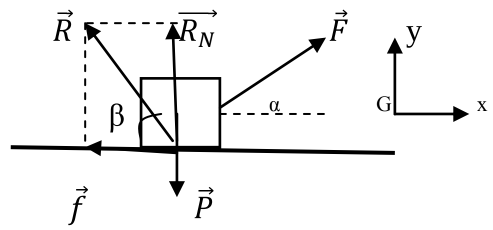
17.1- Bilan des forces :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le système est soumis à l'action de :

- - Le poids $\vec{p}$ du système;
- La réaction $\vec{R}$ du plan;
- La force $\vec{F}$.

Représentation du système et de toutes les forces appliquées.

Du fait de la constante de la vitesse, le solide constitue un système pseudo isolé. D'où la représentation des forces :



17.2- Déterminons les caractéristiques de la réaction $\vec{R}$ du plan.

Le mouvement étant uniforme. Le principe de l'inertie s'applique :

$$\vec{P}\Big|\begin{matrix}0\\-mg\end{matrix} + \vec{F}\Big|\begin{matrix}Fcos\alpha\\Fsin\alpha\end{matrix} + \vec{R}\Big|\begin{matrix}-f\\R_N\end{matrix} = \vec{O}\Big|\begin{matrix}0\\o\end{matrix}$$

$$\vec{R}\left|\begin{array}{l} f = F\cos\alpha = \sqrt{\frac{3}{2}}.50 = 25\sqrt{3} \\ R_N = F\sin\alpha + mg = -25 + 10.9{,}8 = 73 \end{array}\right.$$

D'où : $R = \sqrt{(F.\cos\alpha)^2 + (F.\sin\alpha + mg)^2}$

AN : $R= \sqrt{(25\sqrt{3})^2 + 73^2}$= 84,88 N

- Direction de $\vec{R}$:

$\tan\beta = \frac{R_N}{f} = \frac{73}{25\sqrt{3}} = 1{,}68; \quad \beta = 59{,}32°$

La réaction fait un angle β= 59,32° avec le plan horizontal.

- Sens : Du bas vers le haut ;
- Point d'application : centre de gravité du solide.
- valeur de la force de frottement.

  F= F cos α = 25√3= 43,3N

Autre méthode :

17.2- Le système étant pseudo isolé on a :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$$
$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{F}$$

Les caractéristiques de $\vec{R}$ sont :

Point d'application : centre de gravité du solide ;

Direction : celle du vecteur $\vec{P} + \vec{F}$

Sens : contraire à celui du vecteur $\vec{P} + \vec{F}$;

Module:

$$R = \sqrt{P^2 + F^2 + 2.P.F.\cos(90° + 30°)}$$

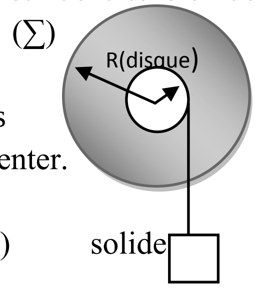
Exercice 18

Un système (∑) formé d'un disque plat et homogène de masse M_1 et de rayon R, solidaire à une poulie de rayon r et de masse M tourne sans frottement autour d'un axe horizontal. L'axe du disque et de la poulie coïncident. Une corde inextensible de masse négligeable enroulée autour de la poulie, supporte un solide de masse m. L'ensemble est abandonné sans vitesse initial.

18.1- Etablir l'expression du moment d'inertie J_Δ du système (∑) en fonction de M_1 ; M ; R et r.

18.2- a) Faire le bilan des forces extérieures appliquées au solide et les représenter.

b) Appliquer le théorème du centre d'inertie au solide et déterminer l'expression de l'accélération linéaire a_G de son centre d'inertie en fonction de m ; g et T (valeur de la tension de la corde).



18.3- a) Faire le bilan des forces extérieures appliquées au système (∑) et les représenter.

b) Appliquer la relation fondamentale au système (∑) et établir l'expression de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ du système (∑) en fonction de T ; r et J_Δ.

18.4- a) « La corde se déroule sans glisser dans la gorge de la poulie ». Quelle relation peut-on déduire de cette information entre l'accélération linéaire a de la poulie et l'accélération linéaire a_G du centre d'inertie du solide ?

b) Déduire des relations obtenues en 18.2.b) et 18.3.b) l'expression de l'accélération linéaire a en fonction de M ; M_1 ; r ; R m et g.

Calculer la valeur numérique de a. On donne : Moment d'inertie d'un disque homogène de masse m et de rayon R : $\frac{1}{2}.mR^2$; Moment d'inertie d'une poulie de masse m et de rayon R : mR^2 ; R = 10 cm ; r = 2cm ; M_1 = 1kg ; M = 0,5kg ; m = 1kg ; g = 9,8N/kg

18.5-Calculer T et $\ddot{\theta}$.

Une solution exercice 18 :

18.1- Expression du moment d'inertie J_Δ :

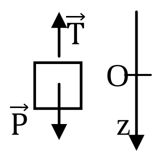
$$J_\Delta = \frac{1}{2}.M_1.R^2 + M.r^2$$

18.2-

a) Bilan des forces extérieures appliquées au solide :

- Le poids $\vec{P}$ du solide ;
- La tension $\vec{T}$ de la corde.

Représentation :



b) Expression de l'accélération linéaire a_G du centre d'inertie du solide à partir du TCI en fonction de T ; m et g:

$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a_G}$

En projetant cette relation sur l'axe (Oz), on obtient : $m.g - T = m.a_G$

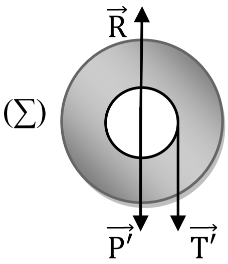
D'où $a_G = \frac{m.g-T}{m}$ (1)

18.3-

a) Bilan des forces extérieures appliquées au système ($\sum$) :

- Le poids $\vec{P'}$ du système ;
- la réaction $\vec{R}$ de l'axe ;
- La tension $\vec{T'}$ de la corde.

Représentation :



b) Exprimons l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ du système ($\sum$) en fonction de T ; r et J_Δ.

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation au système ($\sum$) :

$M_\Delta(\vec{P'}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{T'}) = J_\Delta\ddot{\theta}$

$$0 + +T'.r = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$\vec{T} = -\vec{T'}$ et T = T'

On en déduit que $\ddot{\theta} = \frac{T.r}{J_\Delta}$ (2)

18.4-

a) Relation entre a et a_G :

Le système ($\sum$) et le solide ont la même accélération linéaire.

$$a = a_G$$

b) Déduisons l'expression de l'accélération linéaire a en fonction de M ; M_1 ; r ; R m et g.

de (1), T = m.g - m.a (4)

De (2), $T = \frac{a.J_\Delta}{r^2}$ (5)

(5) = (4) donne : $a = \frac{m.g}{\frac{M_1R^2}{2.r^2}+M-m}$

AN : $a = \frac{1.9,8}{\frac{1.0,1^2}{2.0,02^2}+0,5+1} = 0,7\ m.s^{-2}$

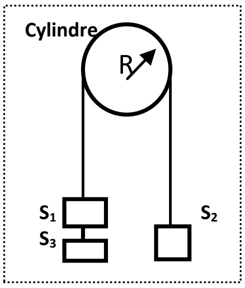
18.5- Calcul de T et $\ddot{\theta}$:

$\ddot{\theta} = \frac{a}{r} = \frac{0,7}{0,02} = 35\ rad.s^{-2}$

T = m.g - m.a = 1.(9,8 – 0,7) = 9,1N

Exercice é 19:

Un cylindre homogène de masse M=250g et de rayon R=2,5 cm tourne sans frottement autour d'un axe horizontal confondu avec son axe de rotation.



1- Calculer le moment d'inertie du cylindre par rapport à son axe de rotation.

2- Un fil de longueur 4 m, inextensible et sans masse, supportant a l'une de ses extrémités un solide S_1 de masse m_1, passe sans glissement sur ce cylindre et supporte à l'autre extrémité un solide S_2 de masse $m_2= m_1= 87,5$g. Sous le solide S_1, on fixe un autre solide S_3, plus petit, de masse $m_3= 12,5$g et on abandonne le système à l'instant où les solides S_1 et S_2 sont au même niveau

2.1- Appliquer les relations de la dynamique appropriées aux solides et au cylindre puis établir l'expression de l'accélération prise par les masses

2.2- Au bout de combien de temps le solide S_1 aura-t-il parcouru une distance d=1,25 m ? Quelle sera alors sa vitesse ?

2.3- Quelle sera, au même instant, la vitesse de rotation du cylindre, en tours par minute ?

<u>Une solution exercice 19</u> :

1- valeur du moment d'inertie du cylindre

$J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}.0,25.(2,5.10^{-2})^2$

$J_\Delta = 7,81.10^{-5}\ kg.m^2$

2-

2.1- Etablissons l'expression de l'accélération du mouvement pris par les masses :

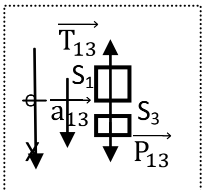
<u>Sous système 1</u>: Solides S_1 et S_3

Référentiel : terrestre galiléen

Forces appliquées

- Le poids $\vec{P_{13}} = (m_1 + m_3)\vec{g}$
- La tension $\vec{T_{13}}$ du fil relié à m_1

Représentation



Application du TCI :

$\vec{P_{13}} + \vec{T_{13}} = (m_1 + m_3)\vec{a_{13}}$

Projections cette relation sur l'axe (Ox)

$(m_1 + m_3)g - T_{13} = (m_1 + m_3)a_{13}$

D'où $T_{13} = (m_1 + m_3)(g - a_{13})$ (1)

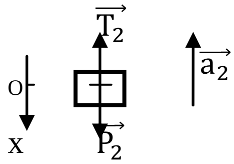
<u>Sous système 2</u>: Solide S_2

Référentiel: terrestre galiléen

Forces appliqués

- Le poids $\vec{P_2} = m_2g$ de S_2

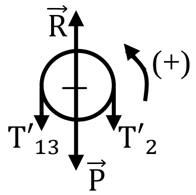
- La tension $\overrightarrow{T_2}$ du fil relié à S_2
Représentation :



Application du TCI :
$\overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{T_2} = m_2\,\overrightarrow{a_2}$
Projectons cette relation sur (Ox)
$M_2 g - T_2 = m_2\,(-a_2)$
D'où $T_2 = m_2\,(g + a_2)$
Le fil étant inextensible, $\overrightarrow{a_{13}} = -\overrightarrow{a_2}$ et $a_{13} = a_2 = a$
<u>Sous système3</u> : cylindre homogène
Référentiel : terrestre galiléen
Forces appliquées

- Le poids $\vec{P}$ du cylindre
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe du cylindre ;
- La tension $\overrightarrow{T'_{13}}$ du fil relié à S_1 ;
- La tension $\overrightarrow{T'_2}$ du fil relié à S_2

Représentation :



Appliquons la RFDS en rotation au cylindre :
$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\overrightarrow{T'_{13}}) + M_\Delta(\overrightarrow{T'_2}) = J_\Delta \ddot{\theta}$
$0 + 0 + T'_{13}.R - T'_2.R = J_\Delta \frac{a}{R}$ (3)
Or $\overrightarrow{T_{13}} = -\overrightarrow{T'_{13}}$ et $\overrightarrow{T_2} = -\overrightarrow{T'_2}$
D'où $T'_{13} = T_{13}$ et $T_2 = T'_2$
La relation «3 devient
$(m_1 + m_3)\,g - (m_1 + m_3)\,a - m_2 g + m_2 a = J_\Delta \frac{a}{R^2}$

D'où $\mathbf{a} = \dfrac{(\mathbf{m_1} + \mathbf{m_3} + \mathbf{m_2})\mathbf{g}}{\mathbf{m_1} + \mathbf{m_2} + \mathbf{m_3} + \frac{\mathbf{J_\Delta}}{\mathbf{R^2}}}$

AN : $a = \dfrac{(87{,}5 + 12{,}5 - 87{,}5).9{,}8.10^{-3}}{(87{,}5 + 87{,}5 + 12{,}5).10^{-3} + \frac{0{,}25}{2}}$

$a = 0{,}392$ m/s^2
2.2- temps mis par S_1 pour parcourir d= 1,25 m :
Le mouvement de S_1 est rectiligne et accéléré.
$d = \frac{1}{2}\,a\,t^2$ d'où $t = \sqrt{\frac{2d}{a}}$

$t = \sqrt{\frac{2.1{,}25}{0{,}392}} =$ **2,53 s**

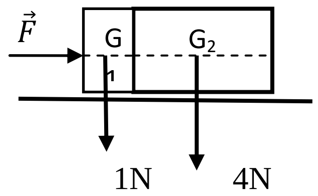
- Vitesse de S_1 à t

V= a.t.= 0,392. 2,53= **0,99 m/s**
2.2.3- Vitesse de rotation du cylindre à cette date
$V = 2\pi N$ d'où $N = \frac{V}{2\pi}$

AN : $N = \frac{0{,}99}{2.3{,}14} =$ **0,158 tr/s**

Exercice 20

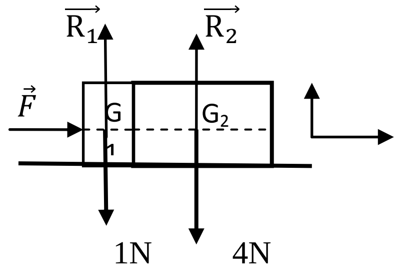
On pousse avec une force $\vec{F}$ un bloc de 1 N accolé à un bloc de 4 N comme l'indique la figure ci-dessous :



Les blocs se déplacent sur une surface polie et prennent une accélération de 5 m.s^{-2}.
1-Quelle est l'intensité de la force exercée ?
2-Quelle est l'intensité F_1 de la force que ces blocs exercent l'un sur l'autre ?
3-Quelle est l'intensité F_2 de la force que les blocs exercent l'un sur l'autre lorsque l'on pousse le bloc de 4N avec la force $\vec{F}$?

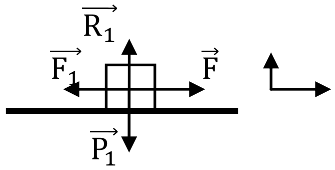
<u>Solution exercice 20</u>

1-Intensité de la force exercée :
Etudions le système formé par l'ensemble des deux blocs :.
Dans le référentiel terrestre galiléen ce système est soumis à l'action de :
Son poids $\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2}$; la réaction du support $\overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{R_2}$; la force $\vec{F}$.
Représentation :



Application du T C I :
$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{R_2} + \vec{F} = \frac{P_1 + P_2}{g}.\vec{a}$
Par projection sur l'axe horizontal, on trouve :
$F = \frac{P_1 + P_2}{g}.a = \frac{1+4}{9{,}8}.5 = 2{,}55$ N
2- Intensité F_1 de la force que ces blocs exercent l'un sur l'autre :
Etudions le système qui est le bloc de poids 1N :
Dans le référentiel terrestre galiléen, ce bloc est soumis à $\overrightarrow{P_1}$; $\overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{F_1}$ et $\vec{F}$

Représentation :



Application du T C I :

$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{R_1} + \vec{F} = \frac{P_1}{g}.\vec{a}$

Par projection sur l'horizontale on a :

$F - F_1 = \frac{P_1}{g}.a$ d'où $F_1 = F - \frac{P_1}{g}.a = \frac{P_2}{g}.a$

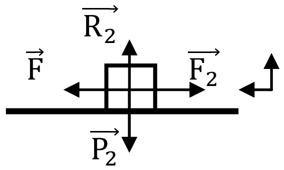
AN : $F_1 = 2{,}55 - \frac{1}{9{,}8}.5 = 2{,}04$ N

3- Intensité F_2 de la force que les blocs exercent l'un sur l'autre lorsque l'on pousse le bloc de 4N avec la force $\vec{F}$

Etudions le système formé par le bloc de 4N :

Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées sont : $\overrightarrow{P_2}$; $\overrightarrow{R_2}$; $\overrightarrow{F_2}$ et $\vec{F}$.

Représentation :



On peut remarquer qu'en étudiant le mouvement du solide de poids P_1 lorsqu'on exerce $\vec{F}$ sur celui-ci, on trouve que $F_1 = \frac{P_2}{g}.a$. Par analogie en poussant le solide de poids P_2 avec $\vec{F}$ on doit trouver $F_2 = \frac{P_1}{g}.a$.

Application du T C I :

$\overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{R_2} + \vec{F} = \frac{P_2}{g}.\vec{a}$

Par projection sur l'horizontale on a :

$F - F_2 = \frac{P_2}{g}.a$ d'où $F_2 = \frac{P_1+P_2}{g}.a - \frac{P_2}{g}.a = \frac{P_1}{g}.a$.

AN : $F_2 = 2{,}55 - \frac{4}{9{,}8}.5 = 0{,}509$ N

Exercice 21 :

Une sphère (S) et un cylindre plein (C) partent ensemble du haut d'un plan incliné faisant un angle θ= 37° avec l'horizontale.

1- Quelles sont les accélérations a_S et a_C du centre de masse de chacun des mobiles si le plan est poli ?

2- Calculer les accélérations $\overline{a_S}$ et $\overline{a_C}$ du centre de masse de chacun des mobiles si le plan est rugueux, c'est-a-dire si les mobiles tournent sans glisser.

3- Quelles sont les distances d_S et d_C parcourues sur le plan incliné par chaque mobile au bout d'une seconde ?

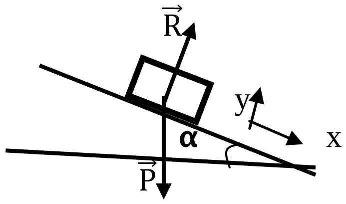
<u>Solution exercice 21</u> :

1- Accélérations a_S et a_C du centre de masse de chacun des mobiles si le plan est poli :

Dans ces conditions, chaque solide se comporte comme un point matériel.

Dans le référentiel terrestre galiléen, chacun d'eux est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ du plan.

Représentation :



Application du TCI dans le repère ci-dessus :

$$\vec{P}\begin{vmatrix} m.g.\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix} 0 \\ R \end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix} a \\ 0 \end{vmatrix}$$

On en déduit que : $a = g.\sin\alpha$

$$a_c = a_c = g.\sin\alpha$$

2- Calculons les accélérations $\overline{a_S}$ et $\overline{a_C}$ du centre de masse de chacun des mobiles si le plan est rugueux, c'est-a-dire si les mobiles tournent sans glisser.

$\overline{a_S}$ et $\overline{\square_C}$ se déduisent de l'application du théorème de l'énergie cinétique au mouvement de chacun des solides dans un intervalle de temps donné.

Dans le référentiel terrestre galiléen, chacun d'eux est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ du plan (voir question précédente)

T E C :

$$\Delta E_C = \sum W(\overrightarrow{F_{ext}})$$

$\frac{1}{2}m.V^2 + \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$$\frac{1}{2}m.V^2 + \frac{1}{2}J_\Delta.\frac{V^2}{R^2} = m.g.x.\sin\alpha$$

Dérivons la variation de l'énergie cinétique par rapport au temps :

$$\frac{d(\Delta E_C)}{dt} = \frac{d(\sum W(\overrightarrow{F_{ext}}))}{dt}$$

$$\frac{d(\frac{1}{2}m.V^2 + \frac{1}{2}J_\Delta.\frac{V^2}{R^2} - E_{c0})}{dt} = \frac{d(m.g.x.\sin\alpha)}{dt}$$

$$m.V.\frac{dV}{dt} + \frac{J_\Delta}{R^2}.V.\frac{dV}{dt} - 0 = m.g.\frac{dx}{dt}.\sin\alpha$$

$$m.V.a + a.\frac{J_\Delta}{R^2}.V = m.g.V.\sin\alpha$$

D'où $a = \dfrac{m.g.\sin\alpha}{m + \frac{J_\Delta}{R^2}}$

Comme le moment d'inertie d'un cylindre plein par rapport à son axe de révolution est $J_\Delta = \frac{1}{2}mr^2$ et celui d'une sphère pleine $J_\Delta = \frac{2}{5}mr^2$, on en déduit ;

$\overline{a_c} = \frac{2.g.\sin\alpha}{3} = \frac{2.9{,}8.\sin 37°}{3} = 3{,}93\text{m}/s^2$

$\overline{a_s} = \frac{5.g.\sin\alpha}{7} = \frac{5.9{,}8.\sin 37°}{7} = 4{,}21\ m/s^2$

3- Distances d_S et d_C parcourues sur le plan incliné par chaque mobile au bout d'une seconde :

$d = \frac{1}{2}.a.t^2$

AN : $d_s = \frac{1}{2}.a_{s.t^2} = \frac{1}{2}.4{,}21.1^2 = 2{,}10m$

$d_c = \frac{1}{2}.a_{c.t^2} = \frac{1}{2}.3{,}93.1^2 = 1{,}97\ m$

Exercice 22

Dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ (voir zone grise de la figure), on fit passer dans les tiges conductrices (1) ; (2) et (3) un courant de même intensité dans le sens et la direction indiquée par la figure (1) ci-dessous :

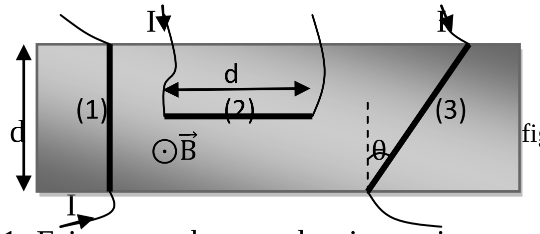


figure (1)

1- Faire pour chacune des tiges suivantes un schéma sur lequel on reprendra le sens de $\vec{B}$; celui du courant dans la tige, puis la force magnétique qu'elle subit.

2- Quelle est parmi ces forces, celle dont l'intensité est la plus grande ? Justifier votre choix.

3-On retire les tiges (2) et (3) et on installe deux rails parallèles AB et PQ pour permettre la circulation du courant de telle sorte que le plan, que forment les deux rails soit horizontal. (Voir figure 2 ci-dessous). La tige (1) étant au repos, on fait passer un courant d'intensité I =1,2A dans la tige.

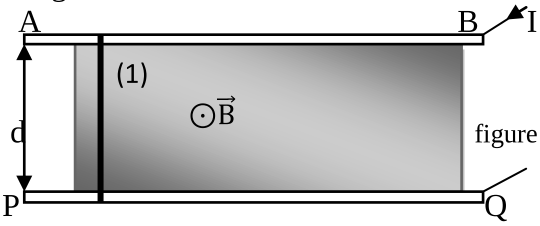


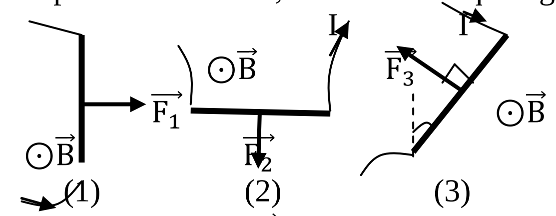
figure (2)

3.1-En appliquant les lois de Newton sur le mouvement à la tige (1), calculer l'accélération du mouvement de son centre d'inertie. On prendra d = 10cm, B = 0,4T et la masse de la tige (1), m = 18g. On négligera le phénomène d'induction et on admettra que la tige glisse sans frottement sur le rail en restant parallèle à elle-même.

3.2- Déterminer la vitesse aquise par le centre d'inertie de la tige (1) au bout de 0,6s.

Une solution exercice 22

1- Représentation de I ; $\vec{B}$ et $\vec{F}$ sur chaque tige:



2- Parmi ces forces, $\vec{F_3}$ est la plus intense.

Justification :

L'intensité de la force magnétique est proportionnelle à la longueur de conducteur plongé dans le champ magnétique.

$$F = I.\ell.B.|\sin(\overrightarrow{I\ell};\ \vec{B})$$

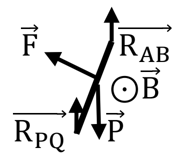
Dans les cas (1) et (2) ; $\ell = d$ et dans le cas (3) $\ell = \frac{d}{\cos\theta} > d.$

3-

3.1- calcul de l'accélération de la tige à partir du théorème du centre d'inertie :

Dans le référentiel terrestre galiléen, la tige est soumise à son poids $\vec{P}$, à la force magnétique $\vec{F}$ et aux réactions sur les rails AB et PQ.

Représentation :



Application du TCI :

$\vec{P} + \overrightarrow{R_{AB}} + \overrightarrow{R_{PQ}} + \vec{F} = \text{m}.\vec{a}$

La tige ne se soulève pas des rails :

$\vec{P} + \overrightarrow{R_{AB}} + \overrightarrow{R_{PQ}} = \vec{0}$

D'où $\vec{F} = \text{m}.\vec{a}$

Par projection sur un axe horizontal, F = m.a et $a = \frac{F}{m} = \frac{I.d.B}{m}$

AN :

$$a = \frac{1{,}2.0{,}1.0{,}4}{0{,}018} = 2{,}67\ m/s^2$$

3.1- Vitesse aquise par le centre d'inertie de la tige (1) au bout de 0,6s.

Le mouvement de la tige est rectiligne et accéléré car >0.

$V = a.t = 2{,}67.0{,}6 = 1{,}6m/s$

Exercice23: les lois de newton 8pt

A-

Afin d'étudier les lois de newton, un élève réalise différentes expériences à l'aide d'un mobile autoporteur de masse m=100g sur une table de marquage. On néglige les forces de frottement dans l'ensemble de l'expérience et on prendra g=9,8N/Kg.

A.1 - Pour réaliser la première expérience, on place simplement le mobile autoporteur sur la table parfaitement lissé et horizontale. Aucun mouvement n'est observé. Après avoir fait le bilan des forces extérieures sur le mobile, énoncer le principe des actions réciproques et calculer l'intensité de la réaction de la table.

A.2 - On pousse le mobile. Il est maintenant animé d'un mouvement rectiligne et uniforme. Enoncer la loi de newton vérifiée par le mobile autoporteur et écrire une relation entre les différentes forces exercées. 0,5pt+0,5pt =1pt

A.3- Pour finir, on place le mobile sur une table inclinée de α=30° par rapport à l'horizontale puis on lâche. Enoncer la loi de newton qui permet de calculer son accélération puis calculer cette accélération.

B-

On repère à intervalle de temps de durée ɵ =30ms, les positions M_i du centre d'inertie d'un mobile se déplaçant sur une table horizontale.

M_i	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8
X_i (mm)	0	70	130	180	220	250	270	280

Pour $2 \leq i \leq 7$; $V_i = \dfrac{X_{i+1} - X_{i-1}}{2\theta}$

B.1- Reproduire et compléter le tableau suivant : 1,5pt

M_i	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
V_i (m/s)						

B.2- Représenter le graphe V=f (t). Echelle : 1cm↔0,1m/s en ordonnées et 2cm↔30ms en abscisse. 2pt

B.3- Quelle est la nature de la courbe obtenue ? Donner la signification physique du coefficient directeur de cette droite. 0,5pt .

B.4- Déterminer la valeur a, du coefficient directeur de la droite. 0,75pt

B.5- En déduire une représentation des forces extérieures appliquées au mobile. On supposera que le mobile se déplace de la gauche vers la droite.

Une solution exercice 23

A-

A.1- Bilan des fores extérieures sur le mobile :

- Le poids $\vec{P}$ du mobile ;
- La réaction $\vec{R}$ de la table.

Enoncé du principe des actions réciproques : Lorsqu'un système A exerce sur un système B une fore $\overrightarrow{F_A}$, simultanément, le système B exerce sur le système A une force $\overrightarrow{F_B}$ de même direction, de même intensité et de sens contraire.

Calcul de l'intensité de la réaction de la table :

$\vec{R} = -\vec{P}$ d'où R = P = m.g = 0,1.9,8 = 0,98N

A.2- La loi de Newton vérifié par le mobile est le <u>principe de l'inertie</u>.

Enoncé : dans un référentiel galiléen, un système isolé ou pseudo isolé est au repos s'il était initialement au repos ou animé d'un mouvement rectiligne et uniforme s'il était initialement en mouvement.

Relation entre les différentes fores exercées :

$$\vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$$

A.3-Enoncé de la loi de Newton qui permet de calculer son accélération :

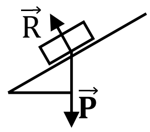
Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un système est égale au produit de sa masse par l'accélération a_G de son centre d'inertie.

Calcul de cette accélération :

Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées au mobile sont :

Le poids $\vec{P}$ du mobile ;

- La réaction $\vec{R}$ de la table



Représentation :

Application du TCI au mobile :

$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

Projetons ette relation sur un axe parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné et orienté vers le bas. On a :

$$m.g.\sin\alpha = m.g$$

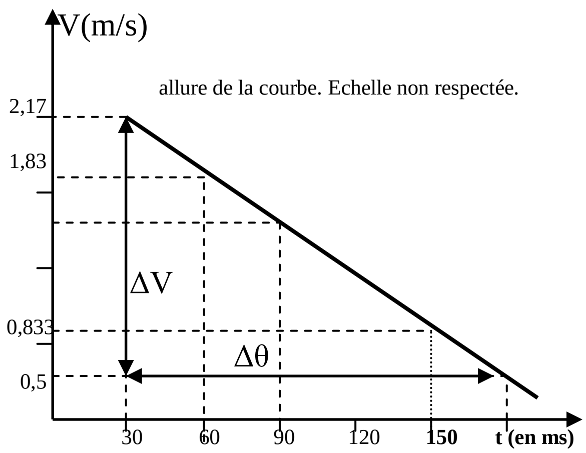
D'où $a = g.\sin\alpha = 9{,}8.\sin 30° = 4{,}9\ m.s^{-2}$

B-

B.1-Complétons le tableau :

M_i	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
V_i (m/s)	2,17	1,83	1,5	1,17	0,833	0,5

B.2-Représentation du graphe V=f (t). Echelle : 1cm↔0,5m/s. en ordonnées et 1 cm↔30ms en abscisse :



B.3- Nature de la courbe : droite affine de pente négative c'est-à-dire de la forme y = ax +b avec a < 0.

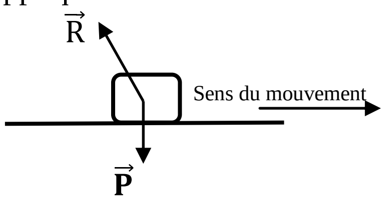
Signification physique du coefficient directeur de la courbe :

C'est l'accélération du mouvement du centre d'inertie du mobile.

B.4- Valeur du coefficient directeur de la courbe :

$a = \frac{\theta V}{\Delta\theta} = \frac{V_7 - V_2}{5.\theta} = \frac{0,5-2,17}{5.30.10^{-3}} = -11,13\ m.s^{-2}$

B.5- Déduisons une représentation des forces extérieures appliquées au mobile :

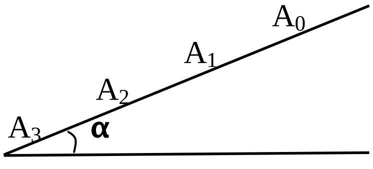


EXERCICE 24 **Extrait BAC D 2008**

Un mobile de masse m = 0,1kg glisse le long de la ligne de plus grande pente d'une table inclinée d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale. Ce mobile est lâché sans vitesse initiale et l'enregistrement du mouvement de son centre d'inertie a été déclenché lorsque celui-ci passait en A_0. On prend cet instant comme instant initial et on donne g = 10m.s^{-2}

position	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
t (s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
X (m)	0	0,075	0,202	0,327	0,507	0,685
V (m/s)						
V^2 (m^2/s^2)						

Les intervalles de temps qui séparent deux positions consécutives sont suffisamment petits pour qu'on puisse confondre les valeurs des vitesses instantanées et moyennes.



1- Calculer les vitesses V_i aux points A_1, A_2, A_3 et A_4 et compléter le tableau. On rappelle que ;

$V_i = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$.

2- Calculer la variation de l'énergie cinétique entre les positions A_1 et A_4.

3- Calculer le travail du poids entre A_1 et A_4.

4- Déduire que les frottements ne sont pas négligeables pendant le mouvement du mobile.

5- Appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre les positions A_0 et une position quelconque A s'abscisse x pour montrer que la vitesse V du mobile en A peut se mettre sous la forme

$V^2 = 2.(g.\sin\alpha - \frac{f}{m})x + V_0^2$

(où V_0 est la vitesse du solide en A_0.

6- Tracer le graphe V^2= f(x) et en déduire la valeur de V_0 ainsi que l'intensité de la force de frottement. Echelle : 2cm pour 0,25 m en abscisses ; et 1cm pour 0,20m^2/s^2 en ordonnées.

Le papier millimétré est nécessaire.

Une solution exercice 24 :

1- Complétons le tableau :

$V_1 = \frac{0,202-0}{0,2-0,1} = 1,01\ m/s$ On en déduit le calcul de la valeur des autres vitesses.

position	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
t (s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
X (m)	0	0,075	0,202	0,327	0,507	0,685
V (m/s)		1,01	1,26	1,525	1,79	
V^2 (m^2/s^2)		1,02	1,587	2,325	3,204	

2- Calcul de la variation de l'énergie cinétique entre A_1 et A_4 :

$\frac{1}{2}m.V_4^2 - \frac{1}{2}.m.V_1^2 = \frac{1}{2}.0,1.(1,79^2 - 1,01^2) = 1,092.10^{-1} J$

3- Travail du poids entre A_1 et A_4 :

$W_{1\to4}(\vec{P}) = m.g.(X_4 - X_1).\sin\alpha$

AN :

$W_{1\to4}(\vec{P}) = 0,1.10.(0,507 - 0,075).\sin 30° = 0,216\ J$

4-Déduisons que les forces de frottement ne sont pas négligeables :

Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées au mobile sont :

- Le poids $\vec{P}$ du mobile ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné.

Le théorème de l'énergie cinétique entre les positions A_1 et A_4 s'écrit :

$Ec_4 - Ec_1 = W_{1\to4}(\vec{P}) + W_{1\to4}(\vec{R})$

D'où $Ec_4 - Ec_1 - W_{1\to4}(\vec{P}) = W_{1\to4}(\vec{R}) \neq 0$

Comme $\vec{R} = \overrightarrow{R_n} + \vec{f}$ travaille, on conclut qu'il existe des forces de frottement.

5- Montrons que V est tel que

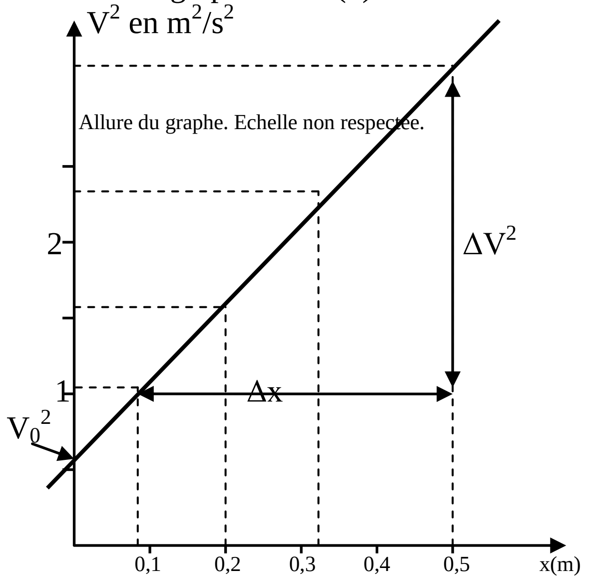
$V^2 = 2.(g.\sin\alpha - \frac{f}{m})x + V_0^2$

$Ec - Ec_0 = W_{AA_0}(\vec{P}) + W_{AA_0}(\vec{R})$

$\frac{1}{2}m.V^2 - \frac{1}{2}.m.V_0^2 = m.g.x.\sin\boldsymbol{\alpha} - f.x$

D'où : $V^2 = 2.(g.\sin\alpha - \frac{f}{m})x + V_0^2$

6- Tracé du graphe $V^2 = f(x)$:



Déduction de l'intensité de la force de frottement :

Le coefficient directeur de ce graphe $A = \frac{\Delta V^2}{\Delta x}$ représente $2.(g.\sin\alpha - \frac{f}{m})$.

$$A = \frac{3,204 - 1,02}{0,507 - 0,075} = 5,06 m/s^2$$

$$f = m(g.\sin\alpha - \frac{A}{2})$$

AN : $f = 0,1.(10.\sin 30° - \frac{5,06}{2}) = 0,247N$

Valeur de V_0 :

C'est la racine carrée de l'ordonnée du point d'intersection de la courbe avec l'axe des ordonnées.

Par lecture sur le graphe, $V_0^2 = 0,64 m^2/s^2$

D'où $V_0 = 0,8$ m/s.

Exercice 26 / 5,5pt

La comète Honda-pajdusakova passa à son périhélie (point le plus proche du soleil) le soir de Noël 1996 à 22h 17 min 39s. La figure ci-contre où S désigne le soleil présente les positions de la comète tous les 10 jours avant et après son passage au périhélie.

1- Reproduire et compléter le tableau suivant : **0,25pt x 4**

	P_0P_2	P_2P4
Distance en mètre (m)		
Vitesse $V_i = \frac{P_{i-1}P_{i+1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$ en m / s	$V_1 =$	$V_3 =$

2- Représenter sur la figure les vecteurs $\overrightarrow{V_1}$ *au point* P_1 ; $\overrightarrow{V_3}$ *au point* P_3 *et* $\Delta\overrightarrow{V_2}$ en P_2. **0,5pt x 3 = 1,5pt**

- En déduire la direction, le sens et la valeur de l'accélération $\vec{a}$ de la comète au point P_2.

On rappelle que $\vec{a} = \frac{\Delta\overrightarrow{V_2}}{t_{i+1}-t_{i-1}} = \frac{\overrightarrow{V_3}+(-\overrightarrow{V_1})}{t_{i+1}-t_{i-1}}$

3- Construire sur la figure du document à remettre avec la copie le vecteur $\vec{a}$.

4- En appliquant le théorème du centre d'inertie à la comète dans le référentiel géocentrique galiléen exprimer son accélération en fonction de M (masse du soleil), d (distance soleil-comète) et G constance gravitationnelle.

5- En déduire la masse M du soleil.

On donne : L'unité astronomique $1UA = 1,49.10^{11}$m ; $G = 6,67.10^{-11}Nm^2kg^{-2}$.

L'échelle de la figure est 1cm =0,25UA. On prendra pour échelle de $\vec{V_i}$: 5cm ↔ $5,17.10^4$m/s.

<u>Une solution exercice 26</u>:

1. Complétons le tableau :

	P_0P_2	P_2P_4
Distance en mètre (m)	$2,4.0,25.1,49.10^{11} = 8,94.10^{10}$m	$2,2.0,25.1,49.10^{11} = 8,195.10^{10}$ m
Vitesse V_i (m/s)	$V_1 = \frac{8,94.10^{10}}{2.10.24.60.60} = 5,17.10^4$	$V_3 = \frac{8,195.10^{10}}{2.10.24.60.60} = 4,74.10^4$

2- Représentation les vecteurs $\overrightarrow{V_1}$ *au point* P_1 ; $\overrightarrow{V_3}$ *au point* P_3 *et* $\Delta\overrightarrow{V_2}$ en P_2. **0,5pt x 3**

Voir document annexe

$\overrightarrow{V_1}$ est représenté par un segment de 5cm et $\Delta\overrightarrow{V_2}$ par 4,6cm

- Déduction des caractéristiques de l'accélération de la comète :

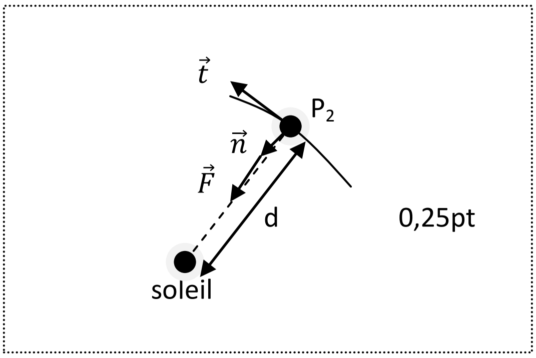
$\vec{a} = \frac{\overrightarrow{V_2}+(-\overrightarrow{V_1})}{2.\theta} = \frac{\Delta\overrightarrow{V_2}}{2.\theta}$ d'où les caractéristiques suivantes :

- Direction et sens : ceux de $\vec{\Delta}V_2$
- Intensité **:**

$a = \frac{\Delta V_2}{2.\theta} = \frac{5,17.10^4.3,3}{5.2.10.24.60.60} .= 1,975.10^{-2}$ m.s^{-2}.

3- Construction de $\vec{a}$: voir document annexe.

4- Déterminons l'accélération $\vec{a}$ de la comète en appliquant le TCI et la loi e gravitation à la comète en fonction de M ; d et G :
Système : comète ; référentiel : géocentrique ; force appliquée : la force de gravitation
$\vec{F} = \frac{G.m.M}{d^2}.\vec{n}$
Représentation :



T C I :
$\vec{F}\left|\begin{matrix}\frac{G.m.M}{d^2}.\\0\end{matrix}\right. = m.\vec{a}\left|\begin{matrix}a\\0\end{matrix}\right.$ d'où $a = \frac{G.M}{d^2}.$ **0,5pt**

5- déduisons la masse du soleil :

M = $\frac{a.d^2}{G}. = \frac{(2,2.0,251,49.10^{11}.)^2 1,975.10^{-2}}{6,67.10^{-11}}$

M = 1,98.10^{30} kg   **0,75pt**

Chapitre : 3

Application des lois de Newton à l'étude des mouvements dans un champ uniforme.

Objectifs :

- <u>Savoir :</u>
- Donner les caractéristiques cinématiques d'un mouvement.
- Définir un mouvement rectiligne uniformément varié.
- Donner les caractéristiques de ce mouvement..
- Citer les applications de la déflection électrique.
- Expliquer le principe de fonctionnement d'un oscilloscope.
- <u>Savoir-faire théorique</u>
- Appliquer
  le théorème du centre d'inertie pour déterminer les caractéristiques (accélération, vitesse, équation horaire, trajectoire) dans les cas suivants :
- Glissement d'un solide sur un plan incliné,
- Mouvement d'un solide ou d'un système soumis à une force motrice ou une traction constante,
- Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme,
- Mouvement d'un projectile.
- <u>Savoir-faire expérimental</u>
- Déterminer expérimentalement l'accélération du mouvement de chute libre.
- Déterminer expérimentalement l'accélération d'un solide sur un plan incliné.
- Mettre en évidence la relation entre l'angle de tir d'un projectile et la portée.
- Mettre en évidence la déviation d'un faisceau d'électrons par un champ éclectique.

Utiliser l'oscilloscope pour mesure une tension.

1- Généralités sur les mouvements

1.1-caractéristiques cinématiques du mouvement d'un Objet.

Les caractéristiques cinématiques du mouvement d'un objet sont :

- la position du mobile
- sa vitesse
- son accélération
- sa loi horaire(ou équations horaires*)*
- sa trajectoire

1.2-caractéristiques cinématiques d'un mouvement rectiligne.

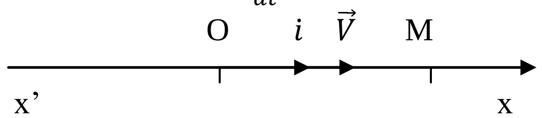
Un mobile effectue un mouvement rectiligne lorsque sa trajectoire est une droite ou un segment de droite.
On étudie le mouvement rectiligne dans un repère à une dimension (O ; $\vec{\imath}$); (O; $\vec{\jmath}$) ou (O ; $\vec{k}$).

Les paramètres cinématiques du mouvement d'un point mobile M dans un repère (O ,$\vec{\imath}$) porté par la trajectoire sont :

La position : $\overrightarrow{OM}$= x $\vec{\imath}$

Le vecteur vitesse : $\vec{V} = \dot{x}.\vec{\imath}$

L'accélération $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{dv}}{dt} = \ddot{x}\,\vec{\imath}$



La loi horaire du mouvement du mobile est de la forme x=f(t).
Pour un mouvement rectiligne, les vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ sont portés par la droite trajectoire.

1.2.1-le mouvement rectiligne uniforme.

La trajectoire du mouvement rectiligne et uniforme est une droite et sa vitesse est constante (v=constante).
D'où les caractéristiques cinématiques suivantes.

a = o

V(t) = constante

x(t)= v .t +x_o.

(x_o est la position du point mobile à l'instant initial (t =0).

L'interprétation dynamique du mouvement rectiligne uniforme dans le référentiel galiléen est que le système est pseudo isolé.$\sum \vec{F} = \vec{o}$.

1.2.2-Le mouvement rectiligne et uniformément varié.

La trajectoire est une droite et la vitesse varie uniformément avec le temps.

D'où les équations caractéristiques suivantes :

a=constant

$v = a.t + v_0$ (v_o vitesse initiale)

$x = \frac{1}{2}.a.t + V_o\,t + x_o$.

a>0 ; le mouvement est accéléré.

a<0 ; le mouvement est ralenti

En éliminant le temps dans ces équations, nous obtenons la relation :

$$V^2 - V_O^2 = 2\,a\,(x - x_o)$$

L'interprétation dynamique du mouvement rectiligne uniformément varié dans le référentiel galiléen est que $\sum \vec{F} = m.\ \vec{a}$.

Remarque :

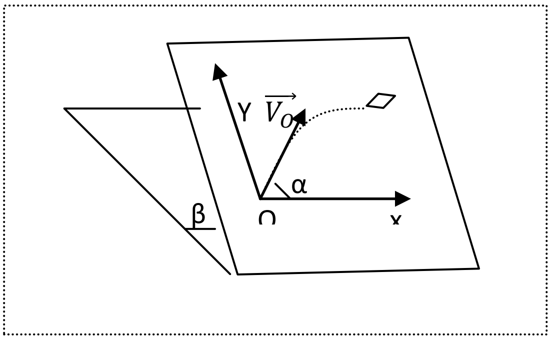
Pour un mouvement rectiligne et uniformément varié, les espaces parcourus au cours des intervalles de temps successifs égaux de durée θ forment une suite arithmétique de raison $r = a.\theta^2$ où a est l'accélération de ce mouvement.

Exemple d'application :

Exercice 2 : 4pt

A-Un palet est mis en mouvement sur une table à coussin d'air inclinée d'un angle β = 60° sur le plan horizontal. A l'instant t = 0, son centre d'inertie est au point O, origine du repère $(O\ ;\ \vec{i}\ :\ \vec{j}\,)$. On le lance vers le haut et dans le plan de la table. Le vecteur vitesse initiale, $\overrightarrow{V_0}$ est dans le plan incliné et fait un angle α = 45° avec la direction horizontale. Voir figure.

$g=9,8\ m.s^{-2}$.



Un ordinateur lié à la table et à une imprimante enregistre les différentes positions successives occupées par le centre d'inertie G du palet à des intervalles de temps réguliers de durée θ = 50 ms.

L'impression de ces positions et leur traitement a permis d'obtenir le tableau suivant :

Xi (10^{-2} m)	8,5	17	25,5	34	42,5	51	59,5	68
Yi (10^{-2} m)	7,5	13	16	17	16	13	7,5	0
a_i=(xi+1-xi) (10^{-2} m								
bi=(yi+1-yi) (10^{-2} m								

1-Reproduire le tableau suivant et compléter les deux dernières lignes. 0,5pt x 2

2-On voudrait déterminer le module de la vitesse $\overrightarrow{V_0}$ et l'accélération expérimentale a_e du mouvement du palet.

2.1- Montrer à partir des termes a_i et b_i obtenus dans le tableau que le mouvement du palet est uniforme suivant l'axe Ox et uniformément varié suivant Oy.

2.2- Déterminer le module de la vitesse initiale V_0 et de l'accélération a_e du mouvement du palet.

2.3-En appliquant le théorème du centre d'inertie au mouvement du palet sur la table dans l'hypothèse où les forces de frottement sont négligeables, exprimer le module du vecteur accélération théorique $\overrightarrow{a_{th}}$ en fonction de g, β. Faire l'application numérique.

Une solution :

1- Complétons le tableau :

X_i (10^{-2} m)	8,5	17	25,5	34	42,5	51	59,5	68
Y_i (10^{-2} m)	7,5	13	16	17	16	13	7,5	0
$a_i=(x_{i+1}-x_i)$ (10^{-2} m	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	
$b_i=(y_{i+1}-y_i)$ (10^{-2} m	5	3	1	-1	-3	-5,5	-7,5	

2-

2.1- Les valeurs de a_i sont identiques. On conclut que les espaces parcourus au cours des intervalles de temps égaux θ = 50 ms sont égaux suivant l'axe $(O,\vec{i})$. Le mouvement du palet est uniforme suivant cet axe.

Suivant $(O,\vec{j})$, on constate que $b_{i+1} - b_i = -2.10^{-2}$m. On conclut que les espaces parcourus au cours des intervalles de temps successifs égaux à θ = 50 ms forment une suite arithmétique de raison $r = -2.10^{-2}$m suivant l'axe $(O,\vec{j})$. Le mouvement du palet est uniformément varié suivant cet axe.

2.2- Valeur de la vitesse initiale V_0 :

Le mouvement du palet étant uniforme suivant $(O,\vec{\imath})$; on peut écrire :

$a_i = V_x.\theta = (V_0.\cos\alpha).\theta$ d'où $V_0 = \frac{a_i}{\theta.\cos\alpha}$

AN : $V_0 = \frac{8{,}5.10^{-2}}{50.10^{-3}.\cos 45°} = 2{,}43$ m/s

- Valeur de l'accélération expérimentale:

$r = a_e . \theta^2$ d'où $a_e = \frac{r}{\theta^2}$

$a_e = \frac{-2.10^{-2}}{0{,}05^2} = -8$ m/s^2

2.3- Expression du vecteur accélération théorique en fonction de g et β:

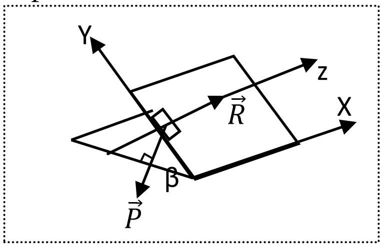
Système : palet ;

Référentiel : terrestre galiléen :

Forces appliquées :

- Le poids $\vec{P} = m.\vec{g}$ du palet ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan.

Représentation :



Appliquons le théorème du centre d'inertie au palet :

$$\vec{P}\begin{cases} 0 \\ -m.g.\sin\beta \\ -m.g.\cos\beta \end{cases} + \vec{R}\begin{cases} 0 \\ 0 \\ R \end{cases} = m.\ \overrightarrow{a_{th}}\begin{cases} a_x \\ a_y \\ a_{z=0} \end{cases}$$

D'où:

$$\overrightarrow{a_{th}}\begin{cases} a_{x=0} \\ a_y = -\ g.\sin\beta \\ a_z = 0 \end{cases}$$

$a_{th} = -g.\sin\beta. = -9{,}8.\sin 60° = -8{,}4$m/s^2.

2- Application des lois de Newton au mouvement rectiligne.

2.1- Chute libre des solides

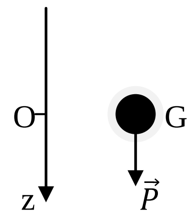
2.1.1-Définition

Un solide effectue un mouvement de chute libre lorsqu'il n'est soumis qu'à la seule action de son poids. Pour qu'un solide effectue une chute libre, il faut qu'il soit dense et tombe d'une petite hauteur pour qu'on puisse négliger les résistances de l'air et la poussée d'Archimède.

2.1.2- L'accélération du mouvement de chute libre

Dans le référentiel terrestre galiléen, la seule force soumise à un solide de masse m en chute libre est son poids $\vec{P} = m.\vec{g}$

Représentation :



$\vec{P} = m.\vec{g} = m.\vec{a}$

D'où $.\vec{g} = \vec{a}$

$a = g$

$V_z = g.t + V_0$

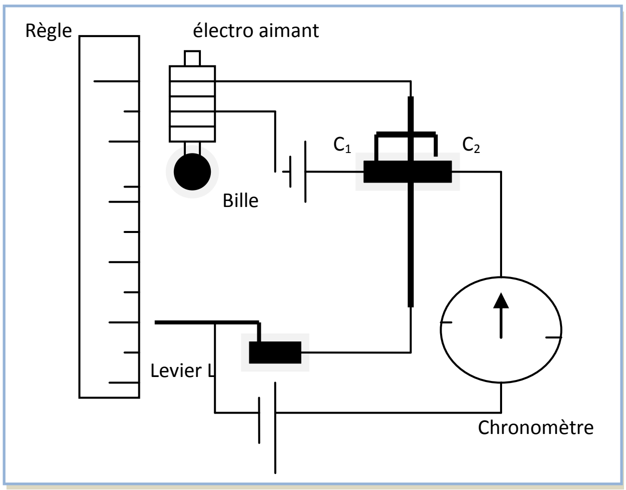
$Z = \frac{1}{2}.g.t^2 + V_0.t + x_0$

On conclut que pour toute chute libre, l'accélération du centre d'inertie du corps tombant est égale à l'accélération de la pesanteur.

N.B : les signes de a et de V_0 dépendent de l'orientation de l'axe (O ;Z).

2.1.3- Détermination expérimentale de l'accélération du mouvement de chute libre sans vitesse initiale

a) Dispositif expérimental

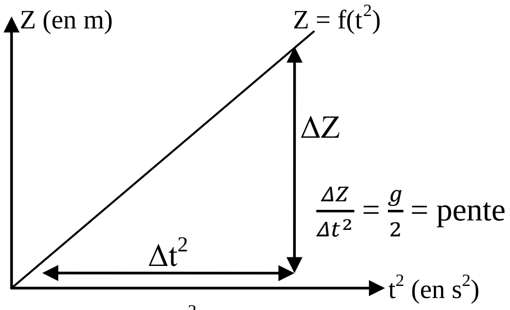


Lorsqu'on actionne le curseur c_2, le circuit de l'électroaimant s'ouvre et celui du chronomètre se ferme. La bille est libérée et tombe sur le levier L puis ouvre le circuit du chronomètre qui s'arrêt aussitôt.

On lit le temps de chute t sur le chronomètre et la hauteur z de chute sur la règle graduée. Plusieurs mesures de z et t sont effectuées et les résultats enregistrés dans un tableau.

b) Interprétation des résultats.

La représentation graphique de $z=f(t^2)$ donne une droite linéaire donc le coefficient directeur est $\frac{g}{2}$.



Graphe $Z = f(t^2)$

Exercice d'application.

<u>Exercice 14</u>,p,70 classique camerounais

On lance du haut du toit d'un édifice de 45m une pierre avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ de module V_0 = 20m/s dirigée verticalement vers le haut. La pierre s'élève puis retombe jusqu'au sol. En prenant pour origine des dates l'instant du lancé de la pierre, pour origine des espaces le point de lancement et en choisissant un repère (O ; $\vec{k}$) orienté vers le haut, déterminer :

14.1- Les équations horaires de la vitesse et de la position du centre d'inertie de la pierre.

14.2- La durée nécessaire pour que la pierre repasse près de sa position de lancement puis la vitesse à cet instant.

14.3- La vitesse et la position de la pierre 5 secondes après son lancement.

14.4- La vitesse de la pierre juste avant qu'elle ne touche le sol.

<u>Une solution</u>

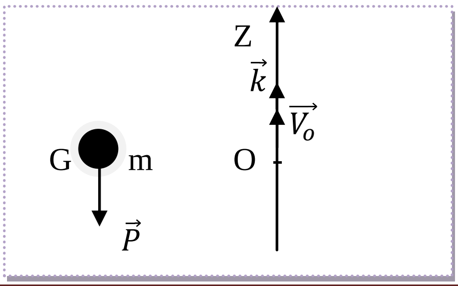
le vecteur vitesse initiale $\vec{V}_o$ est vertical.

14.1-1 Équations horaires de la vitesse et du centre d'inertie de la pierre.

Etudions le mouvement de la pierre dans le référentiel terrestre galiléen auquel on associe le repère (o, $\vec{k}$) verticale et oriente vers le haut.

La force appliquée à la pierre est son poids $\vec{p}$= m.$\vec{g}$

Représentation :



Application le TCI à la pierre.

$\vec{p}$/-mg = m $\vec{a}$/a_z d'où a_z=-g

Equations horaires.

- Vitesse :

V_z = - g.t + V_0 = - 9,8.t + 20

- Position :

$Z = -\frac{1}{2}.g.t^2 + V_0.t + Z_0 = -4,9.t^2 + 20.t$

14.2- Durée pour que la pierre repasse en O.

Z=o équivaut à : $-4,9t^2 + 20t\ 20 = 0$

t.(20-4,9t) = 0

d'où t=0 ou $t = \frac{20}{4,9}$=4,08 S

La date t = 0 correspond à la date de lancement de la pierre.

- vitesse à cet instant :

V(z=0) =-9,8.t +20 = -9,8 - $\frac{20}{4,9}$ + 20= -20m/s

<u>V(z =0)=-20m/s.</u>

14.3- Vitesse et position de la pierre 5 s après son lancement :

- Vitesse :

V(t = 5s) = - 9,8.5 + 20 = 29 m/s

- Position :

Z (t=5s) = $-4,9.5^2 + 20.5 = -22,5$m

14.4- Vitesse de la pierre juste avant qu'elle ne touche le sol :

$V^2 - V_0^2 = 2.a.(Z - Z_0)$

D'où $V = \sqrt{V_0^2 + 2.a.(Z - Z_0)}$

AN :

$V = \sqrt{-2.9,8.(-45-0)+20^2}$ = 35,5m/s

Autres exemples : Exercice 17 page 71. Collection classique Camerounais.

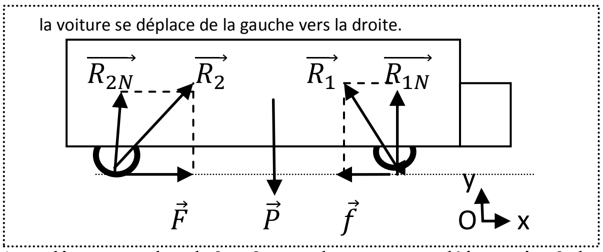
2.2- Solide en mouvement sur un plan horizontal

Etudions le mouvement d'une voiture à traction arrière (les roues arrière sont motrices) sur une route horizontale. La force motrice résultant de l'action de contact des pneumatiques des roues motrices sur le sol est $\vec{F}$. Cette force est encore appelée composante tangentielle de la réaction sur les roues motrices.

Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces appliquées à la voiture sont :

- Le poids $\vec{P}$ de la voiture ;
- La réaction $\overrightarrow{R_2} = \overrightarrow{R_{2N}} + \vec{F}$ de la route sur les roues motrices ;
- La réaction $\overrightarrow{R_1} = \overrightarrow{R_{1N}} + \vec{f}$ de la route sur les roues non motrices ;

Représentation :



Appliquons le théorème du centre d'inertie à la voiture dans le repère indiqué sur la figure ci-dessus:

$$\vec{P}\begin{cases} 0 \\ -\,m.g \end{cases} + \overrightarrow{R_2}\begin{cases} F \\ R_{2N} \end{cases} + \overrightarrow{R_1}\begin{cases} -f \\ R_{1N} \end{cases} = m.\vec{a}\begin{cases} a \\ 0 \end{cases}$$

Soit :

$$\begin{cases} F - f = m.a \\ -m.g + R_{2N} + R_{1N} = 0 \end{cases}$$

D'où : $a = \frac{F-f}{m}$

L'accélération est constante, la voiture effectue un mouvement rectiligne uniformément varié.

2.3- Solide en mouvement sur un plan incliné.

Exercice 26 collection Afrédit.

Un objet de masse m = 20 kg glisse le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'angle α = 30° par rapport à l'horizontale. La somme $\vec{R}$ supposée constante, des forces de contact réparties en surface et exercées par le plan sur l'objet, fait un angle β avec la normale au plan.

26.1- Exprimer le module du vecteur accélération du mobile en fonction de α ; β ; m ; R et g.

26.2- Lâché sans vitesse initiale ; ce mobile parcourt une distance d = 5m en une durée t = 1,7s.. Calculer l'accélération.

26.3- Calculer l'angle β et le module de $\vec{R}$.

Une solution :

26.1- Expression du module de $\vec{a}$.

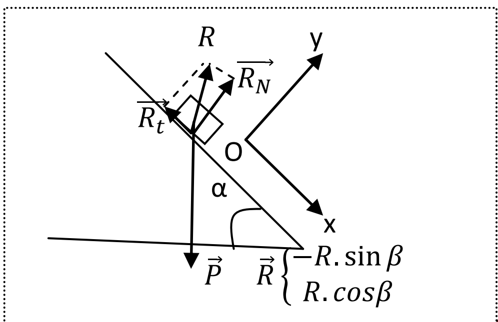
Système : objet ;

Référentiel : terrestre galiléen ;

Forces appliquées :

- Le poids $\vec{P}$ de l'objet ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné ;

Représentation :



Appliquons le théorème du centre d'inertie à l'objet :

$$\vec{P}\begin{cases} m.g.\sin\alpha \\ -\,m.g.\cos\alpha \end{cases} + \vec{R}\begin{cases} -R_{t=\,-R.\sin\beta} \\ R_N \end{cases} = m.\vec{a}\begin{cases} a \\ 0 \end{cases}$$

D'où

$$\boxed{a = g.\sin\alpha - \frac{R.\sin\beta}{m}}$$

26.2- Valeur de a :

L'accélération a étant constante, le mouvement de l'objet est uniformément varié et son équation horaire est :

$d = \frac{1}{2}.a.t^2$ d'où $a = \frac{2.d}{t^2}$

AN: $a = \frac{2.5}{1{,}7^2} = 3{,}46$ m/s².

26.3- Valeur de l'angle β :

$a = g.\sin\alpha - \frac{R.\sin\beta}{m}$ (1)

$R_N - m.g.\cos\alpha = 0$ (2)

De l'équation (2) on a:

$R_N = R.\cos\beta = m.g.\cos\alpha$ d'où $R = m.g.\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$.

En remplaçant R dans l'équation (1) on a :

$a = g.\sin\alpha - \frac{m.g.(\cos\alpha).\sin\beta}{m.\cos\beta}$

$= g.\sin\alpha - \frac{g.(\cos\alpha).\sin\beta}{\cos\beta}$

$= g.\sin\alpha - \cos\alpha.\,\mathrm{Tan}\,\beta$

D'où $\tan\beta = \frac{g.\sin\alpha - a}{g.\cos\alpha}$

AN : $\tan\beta = \frac{9{,}8.\sin 30° - 3{,}46}{9{,}8.\cos 30°} = 0{,}169$

On trouve β = 9,63°

- Valeur de la réaction R:

$R = m.g.\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = 20.9{,}8.\frac{\cos 30°}{\cos 9{,}63} = 172{,}16$ N

3- Application des lois de Newton aux mouvements plans.

3.1-Définition

Le mouvement d'un objet dans un repère (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$) lié à un référentiel galiléen est dit plan lorsque l'une des coordonnées du vecteur position du centre d'inertie de cet objet dans ce repère est constamment nulle.

Les équations horaires s'expriment en fonction de deux axes de coordonnées.

3.2- Mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur

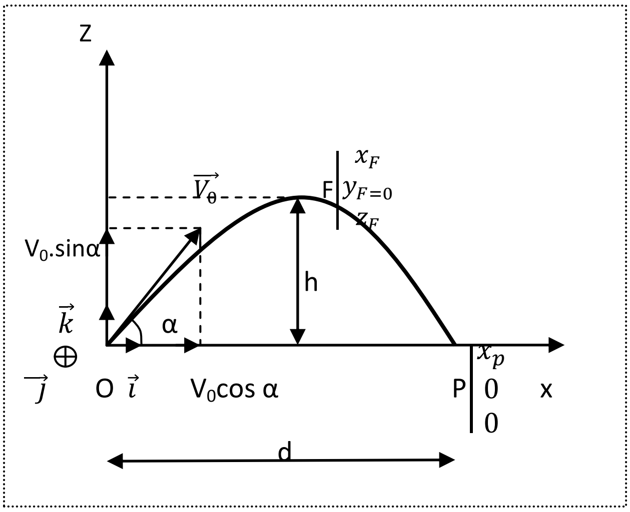
Un projectile de masse m assimilable à un point matériel est lancé vers le haut à partir d'un point $O\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ d'un repère (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$) avec une vitesse

$\overrightarrow{V_0}$ faisant un angle α avec le plan horizontal. On néglige les résistances de l'air et la poussée d'Archimède.

L'axe vertical (O ;$\vec{k}$) est orienté vers le haut. Le vecteur initial V_0 est contenu dans le plan (xOz). Par application du théorème du centre d'inertie au projectile ; $\vec{a} = \vec{g}$ $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

Le vecteur vitesse initiale a pour coordonnées :

$$V_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0.\cos\alpha \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = V_0.\sin\alpha \end{cases}$$



3.2.1- Equations horaires du mouvement :

- vitesse du projectile :

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = V_0.\cos\alpha \\ V_y = 0 \\ V_z = -g.t + V_0.\sin\alpha \end{cases}$$

- Position du projectile :

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = (V_0.\cos\alpha)t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2}g.t^2 + (V_0.\sin\alpha).t \end{cases}$$

Le mouvement du projectile est uniforme suivant (Ox) et uniformément varié suivant (Oz).

3.2.2- Equation de la trajectoire

On obtient l'équation de la trajectoire en éliminant le paramètre temps t entre les équations horaires du mouvement.

$x = (V_0.\cos\alpha)t$ d'où $t = \frac{x}{V_0.\cos\alpha.}$

avec cos α ≠0, en introduisant cette valeur dans la troisième équation on trouve :

$Z = -\frac{g}{2.V_0^2.\cos^2\alpha}.x^2 + x.\tan\alpha.$

Le mouvement du centre d'inertie du projectile est une chute libre parabolique.

Remarque :

Lorsqu'à la date initiale, le centre d'inertie du projectile est en un point A $\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ z_A \end{vmatrix}$; L'équation horaire du mouvement devient :

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = (V_0.\cos\alpha)t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2}g.t^2 + (V_0.\sin\alpha).t + z_A \end{cases}$$ et

l'équation de la trajectoire :

$Z = -\frac{g}{2.V_0^2.\cos^2\alpha}.x^2 + x.\tan\alpha + Z_A.$

3.2.3- Flèche et portée d'un tir

a- La flèche

C'est l'altitude maximale atteinte par le projectile. Cette altitude est l'ordonnée du point F. En ce point, la composante verticale de la vitesse instantanée est nulle.

$V_z = -g.t + V_0.\sin\alpha = 0$

$t = -\frac{V_0.\sin\alpha}{g}$

d'où $\mathbf{Z_F = h = \frac{V_0^2.\sin^2\alpha}{2.g}}$

b- La portée horizontale :

C'est l'abscisse x_P du point P $\begin{vmatrix} x_p \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ situé sur le plan horizontal. L'ordonnée de ce point est nulle. On peut écrire :

$Z = -\frac{1}{2.\cos^2\alpha}.x^2 + x.\tan\alpha = 0$

$x(-.\frac{1}{2.\cos^2\alpha}.x + \tan\alpha.) = 0$

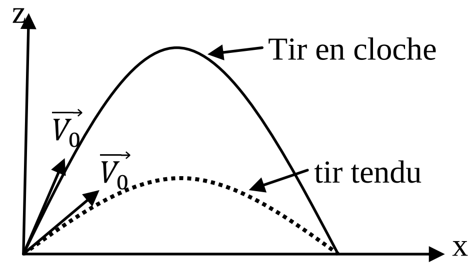
x = 0 ou $x = \frac{V_0^2.\sin 2.\alpha}{g}$

La valeur x = 0 correspond au point de lancement.

$$\boxed{d = \quad x_P = \frac{V_0^2.\sin 2.\alpha}{g}}$$

La portée est maximale lorsque sin 2α = 1 et α = 45°.

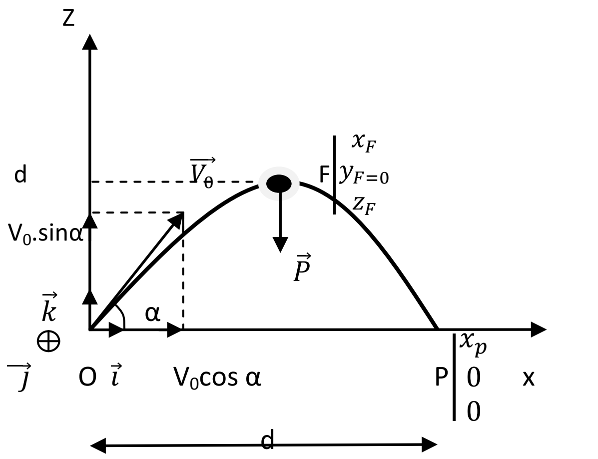
<u>Remarque</u> : Il existe deux angles de tir pour lesquels on a la même portée horizontale à partir de la vitesse initiale V_0.
Recherchons ces deux angles :
$x = \frac{V_0^2.\sin 2.\alpha}{g}$ d'où $\sin 2\alpha = \frac{x.g}{V_0^2}$
soit (θ+ 2kπ) et (-θ + π + 2kπ) les angles dont le sinus est $\frac{x.g}{V_0^2}$, on en déduit que :
$\alpha_1 = \frac{\theta}{2} + k\pi$ et $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} + k\pi$
On en déduit que les deux angles cherchés sont :
$\frac{\pi}{2} - \alpha$ et α.
L'angle dont la trajectoire est basse correspond au tir tendu et celui dont la trajectoire est haute correspond au tir en cloche.



<u>Autres remarques</u> :
On peut également utiliser l'aspect mathématique pour déterminer la flèche.
L'équation de la parabole est l'équation de la trajectoire. Le point $F\left|\begin{array}{l} x_F \\ y_{F=0} \\ z_F \end{array}\right.$ représente l'extrémum de la courbe. Il est attend lorsque la dérivée première s'annule. Soit $\left(-\frac{g}{2.V_0^2.\cos^2\alpha}.x^2 + x.\tan\alpha\right)' = 0$.
On trouve $x_F = = \frac{V_0^2.\sin 2.\alpha}{2.g}$
En remplaçant dans l'équation de la trajectoire x_F par sa valeur, on trouve $Z_F = = \frac{V_0^2.\sin^2\alpha}{2.g}$.
<u>Exemple d'application</u> : exercice 13 page 70 classique camerounais.
Une grenouille de masse m = 50g bondit de son nénuphar à un autre nénuphar situé dans le même plan d'eau avec une vitesse initiale de valeur V_0 = 4,05m/s faisant un angle α = 45° avec le plan d'eau.
13.1- Etablir l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie de la grenouille ;
13.2- Déduire l'équation de la trajectoire ;
13.3- Quelle est la distance entre les deux nénuphars ?
13.4- Déterminer la hauteur maximale atteinte par le centre d'inertie de la grenouille.

<u>Une solution</u> :
13.1- Equations horaires du mouvement :
Système : grenouille ;
Référentiel : terrestre galiléen ;
Force appliquée : le poids de la grenouille
Représentation :
Le vecteur vitesse initial a pour coordonnées :

$$V_0\left|\begin{array}{l} V_{0x} = V_0.\cos\alpha \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = V_0.\sin\alpha \end{array}\right.$$



Application du théorème du centre d'inertie à la grenouille dans le repère (O ;$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$):

$$m.\vec{a} = m.\vec{g}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{array}\right. \text{ d'où } \vec{a} = \vec{g}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{array}\right.$$

On a les équations horaires suivantes :

- vitesse du centre d'inertie de la grenouille :

$$\vec{V}\left|\begin{array}{l} V_x = V_0.\cos\alpha \\ V_y = 0 \\ V_z = -g.t + V_0.\sin\alpha \end{array}\right.$$

- Position du centre d'inertie :

A l'instant initial, la grenouille est au point O.

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x = (V_0.\cos\alpha)t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2}g.t^2 + (V_0.\sin\alpha).t \end{array}\right.$$

13.2- Equation de la trajectoire :

$x = (V_0.\cos\alpha)t$ d'où $t = \frac{x}{V_{0}.\cos\alpha.}$

avec cos α ≠0, en introduisant cette valeur dans la troisième équation on trouve :

$Z = -.\frac{1}{2.\cos^2\alpha}.x^2 + x.\tan\alpha.$

13.3- Distance entre les deux nénuphars :

Cette distance d représente la portée horizontale.

$$\boxed{d = \quad x_P = \frac{V_0^2.\sin 2.\alpha}{g}}$$

AN : d = $x_P = \frac{4{,}05^2.\sin 2.45°}{9{,}8} = 1{,}67$ m

13.4- Hauteur maximale atteinte par le centre d'inertie :

Cette hauteur représente la flèche.

. H = $\mathbf{Z_F} = \frac{V_0^2.\sin^2\alpha}{2.g}$

AN : H = $Z_F = \frac{4{,}05^2.\sin^2 45°}{2.9{,}8} = 0{,}41\ m$

Devoir : exercice 20 et 23 page 72 et 73 .

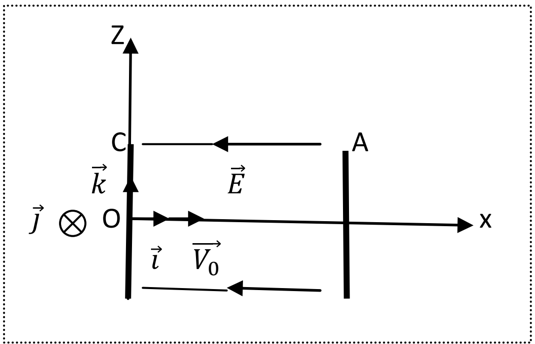
Collection classique camerounais

3.3- Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique.

Considérons un champ électrique produit par deux plaques A et C entre lesquelles est maintenue une différence de potentielle constante $U_{AC} = V_A - V_C > 0$. Une particule de charge q et de masse m placée dans ce champ est soumise à une force électrique $\vec{F} = q.\vec{E}$ et à son poids $\vec{P}$ négligeable devant $\vec{F}$. Si la particule est lancée à partir d'un point O avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$; dans un repère du référentiel terrestre galiléen, appliquons le théorème du centre d'inertie à la particule :

$\vec{\square} = q.\vec{E} = m.\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \frac{q.\vec{E}}{m}$

3.3.1- Cas où $\vec{V_0}$ est colinéaire à $\vec{E}$



$\vec{V_0}\begin{vmatrix} V_x = V_0 \\ V_y = 0 \\ V_z = 0 \end{vmatrix}$; $\vec{E}\begin{vmatrix} E_x = -E \\ E_y = 0 \\ E_z = 0 \end{vmatrix}$; $\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = \frac{-q.E}{m} \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{vmatrix}$

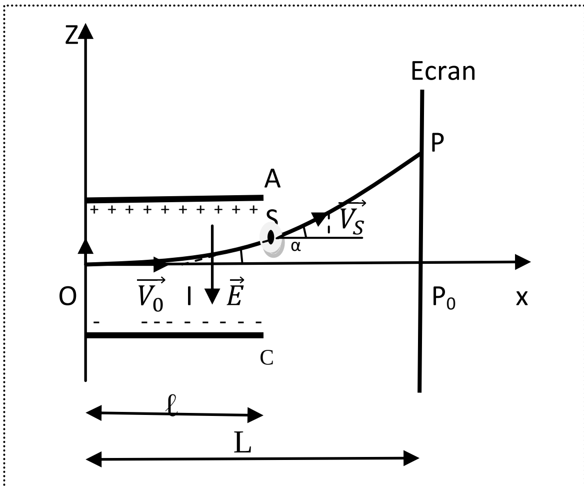
En choisissant l'instant où la particule pénètre dans le champ comme instant initial,

$\vec{V}\begin{vmatrix} V_x = \frac{-q.E.t}{m} + V_0 \\ V_y = 0 \\ V_z = 0 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x = \frac{-q.E}{2.m}.t^2 + V_0.t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{vmatrix}$

La particule se déplace suivant l'axe (Ox) et son mouvement est rectiligne et varié.

3.3.2- Le vecteur vitesse initiale est perpendiculaire au vecteur champ électrique.

Considérons une particule de charge q < 0 qui pénètre en O dans un champ électrique :



$\vec{E}\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -E \end{vmatrix}$ $\vec{V_0}\begin{vmatrix} V_0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ q < 0; $U_{AC} > 0$

$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$

Dans le repère (O, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$).

$\vec{E}\begin{vmatrix} o \\ o \\ -E \end{vmatrix}$ $\vec{a}\begin{vmatrix} o \\ o \\ -\frac{qE}{m} \end{vmatrix}$ $\vec{V_o}\begin{vmatrix} V_o \\ o \\ o \end{vmatrix}$

On en déduit $\vec{V}$ et $\overrightarrow{OG}$

$\vec{V}\begin{vmatrix} \dot{x} = V_o \\ \dot{y} = o \\ \dot{z} = -\frac{qE}{m}t \end{vmatrix}$ $\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x = V_0.t \\ y = o \\ z = -\frac{qE}{2m}t^2 \end{vmatrix}$

Le mouvement est uniforme suivant (OX) et uniformément varie suivant (OZ) :

- Equation de la trajectoire de G.

$t = \frac{x}{V_o}$ équivaut à $z = -\frac{qE}{2m}.\frac{x^2}{V^2{}_o}$ C'est une parabole.

- La déviation angulaire α.

C'est l'angle α= ($\vec{V_o}$, $\vec{V_S}$) où $\vec{V_S}$ est la vitesse de la particule à la sortie en S.

Cet angle α étant petit il est confondu à sa tangente.

tan α = α(rad) = $(\frac{dz}{dx})_S$ = - $\frac{qEx_S}{m{V_o}^2}$

Avec E= $\frac{U_{AC}}{d}$ et x_S= ℓ.

tan α = - $\boldsymbol{\frac{qU_{AC}.\ell}{m{V_o}^2 d} \approx \alpha\ (rad)}$

- La déflexion électrostatique $\overline{p_o p}$ ou déplacement de la particule sur l'écran.

tan α = $\frac{\overline{p_o p}}{IP_o}$ or IP_o = $L - \frac{\ell}{2}$

= $\frac{P_oP}{L-\ell/_2}$ équivaut à $\overline{p_o p}$ = (L- $\frac{-\ell}{2}$) tan α.

$\boldsymbol{\overline{p_o p} = -\frac{q.\ell.U_{AC}}{m{V_o}^2 d}}$ **(L-** $\boldsymbol{\frac{-\ell}{2}}$**)**

En posant K = - $\frac{q.\ell}{m{V_o}^2 d}$ (L- $\frac{-\ell}{2}$)

$\overline{p_o p}$= K U_{AC}, la déflexion électrostatique est proportionnelle à U_{AC}

NB : La particule à la sortie du champ n'est plus soumise à une force. Elle effectue un mouvement rectiligne uniforme de direction celle de $\overrightarrow{V_S}$.

On peut également écrire :

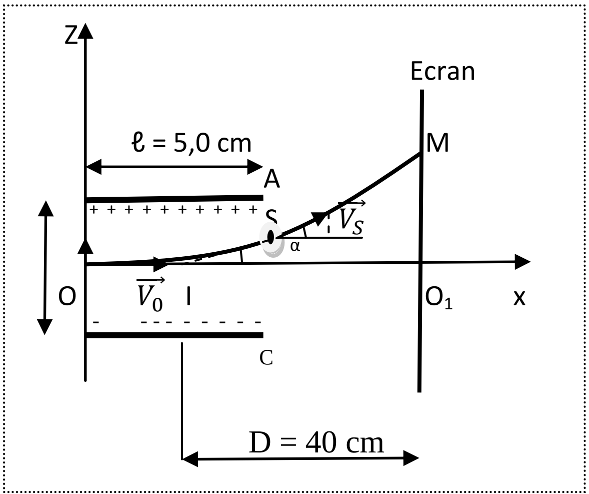
tan α = $\frac{V_{ZS}}{V_0}$ = $\frac{\frac{-q.U_{AC}.\ell}{m.d.V_0}}{V_0}$ = - $\frac{q.U_{AC}.\ell}{m.d.V_0^2}$

Exercice d'application :Exercice 25 page 73 collection classique camerounais.

Un faisceau d'électrons homocinétique est émis en O à l'entrée d'un condensateur plan avec une vitesse V_0 = $2{,}0.10^7$ m/s. Il sort du condensateur au point S de coordonnées x_S = 5,0 cm et y_S = 0,8 cm et frappe un écran fluoresçant situé à 40 cm du milieu des plaques en un point M. Les plaques du condensateur sont distant de 2 cm. La D D P entre les armatures du condensateur est U_{AC} = 290 V. Déterminer :

25.1- L'ordonnée (déflexion électrostatique) du point M.

25.2- La charge massique de l'électron.



<u>Une solution :</u>

$S\Big|\begin{matrix} x_S = 5{,}0cm \\ y_S = 0{,}8cm \end{matrix}$

25.1- Valeur de l(ordonnée du point M (y_M).

tanα= $\frac{Y_M}{D}$ et tanα= $\frac{Y_s}{\frac{\ell}{2}}$ = $\frac{2Y_S}{\ell}$

$\frac{Y_M}{D}$ =$\frac{2Y_S}{\ell}$ d'où Y_M = $\frac{2D.Y_S.}{\ell}$

AN : Y_M = $\frac{2.0{,}8.40}{5}$ = <u>12,4 cm</u>

25.2- La charge massique de l'électron.

Etudions le mouvement de l'électron entre les plaques A et C:

Système : électron

Référentiel : terrestre galiléen

Force appliqués : la force électrique $\vec{F}$= q $\vec{E}$

Application du TCI.

$\vec{F}$ = q $\vec{E}\Big|\begin{matrix} O \\ -E = -\frac{U_{AC}}{d} \end{matrix}$ = m $\vec{a}\Big|\begin{matrix} a_x \\ a_y \end{matrix}$

D'où $\vec{a}\Big|\begin{matrix} O \\ a_y \end{matrix}$ = $\frac{eU_{AC}}{md}$

La vitesse instantanée $\vec{V}\Big|\begin{matrix} V_x = V_o \\ V_y = \frac{eU_{AC}}{m\,a}t \end{matrix}$

Position : $\overrightarrow{OG}\Big|\begin{matrix} x = V_o t \\ y = \frac{eU_{AC}}{2\,md}t^2 \end{matrix}$

Au point S, t = $\frac{X_S}{V_o}$

Y_S= $\frac{eU_{AC}\,{X_S}^2}{2\,md\,{V_o}^o}$ d'où $\frac{e}{m}$ = $\frac{2Y_S{V_o}^2}{U_{AC}\,{X_S}^2}$

$\frac{e}{m}$ = $\frac{2Y_S.d\,{V_o}^2}{U_{AC}.{X_S}^2}$

AN :

$\frac{e}{m}$ = $\frac{2.0{,}8.10^{-2}.2.10^{-2}.4.10^{14}.4}{290.25.10^{-4}}$ $1{,}76.10^{11}$C/kg

$\frac{e}{m}$ = $1{,}76.10^{11}$ C/kg

3.3.3- Quelques applications de la déflexion électrostatique :

- Application dans l'oscilloscope

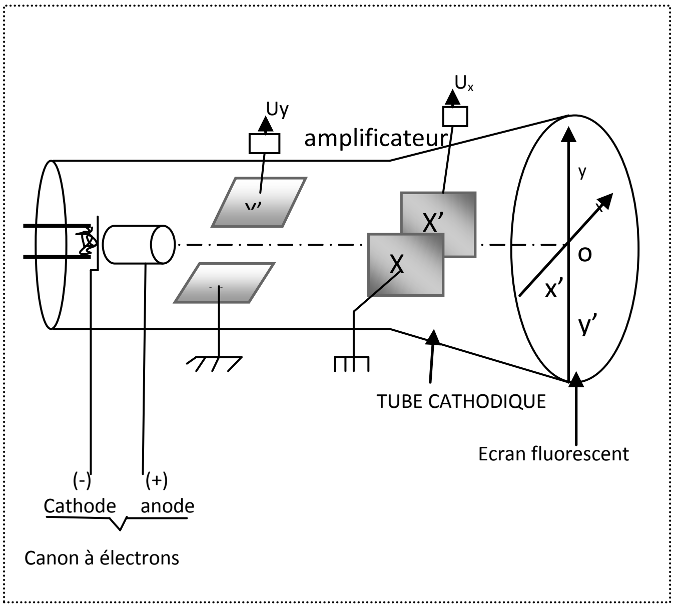
a- Application à l'oscilloscope

L'oscilloscope électronique ou oscillographe électronique permet de :

- Mesurer une tension alternative et d'observer les variations de cette tension en fonction du temps ;
- Mesurer le déphasage entre deux tensions ;

- Mesurer la période ou la fréquence d'une tension alternative.

b- Description de l'oscilloscope



L'oscilloscope électronique comporte un tube cathodique constitué d'un canon à électrons, d'un dispositif de déviation (plaques horizontales et verticales) et d'un tube fluorescent.

Les électrons émis par une cathode du canon à électrons sont accélérés par un champ électrique. Ils traversent un trou percé dans l'anode et arrivent entre deux plaques à déviation. Une tension U_x appliquée entre les plaques verticales provoque une déviation horizontale du faisceau d'électrons tandis qu'une tension U_y appliquée entre les plaques horizontales provoque une déviation verticale. Les coordonnées x et y du spot sur l'écran sont proportionnelles aux tensions U_x et U_y.

$x = k.U_x$ et $y = U_y$.

Par un étalonnage particulier, on mesure y et détermine la tension verticale U_v. L'oscilloscope fonctionne comme un voltmètre et délivre la valeur maximale de la tension.

Exercices : Chapitre : Application des lois de Newton à l'étude des mouvements dans un champ uniforme

Tests de connaissances

Exercice 1 :

1- Définir un mouvement rectiligne uniformément varié et donner ses paramètres cinématiques

2- Expliquer le principe de fonctionnement d'un oscilloscope

3- Citer deux applications de la déflexion électrique

<u>Une solution exercice 1</u> :

1- Définition :

Mouvement rectiligne uniformément varié/

Un mobile effectue un mouvement rectiligne uniformément varié lorsque sa trajectoire est une droite ou une partie de droite et que les espaces parcourus au cours des intervalles de temps successifs égaux deviennent de plus en plus grands ou de plus en plus petits.

Paramètres cinématiques :

Accélération : $a = \text{constante} \neq 0$

Vitesse instantanée :

$V(t) = a.t + v_0$ (v_0 vitesse initiale)

Position : $x(t) = \frac{1}{2}.a.t^2 + V_0\,t + x_0$.

(x_0 est l'abscisse à l'instant initial).

2-Principe de fonctionnement d'un oscilloscope :

Les électrons émis par une cathode du canon à électrons sont accélérés par un champ électrique. Ils traversent un trou percé dans l'anode et arrivent entre deux plaques à déviation. Une tension U_x appliquée entre les plaques verticales provoque une déviation horizontale du faisceau d'électrons tandis qu'une tension U_y appliquée entre les plaques horizontales provoque une déviation verticale. Les coordonnées x et y du spot sur l'écran sont proportionnelles aux tensions U_x et U_y.

$x = k.U_x$ et $y = k'.U_y$.

Par un étalonnage particulier, on mesure y et détermine la tension verticale U_v.

3- Deux applications de la déflexion électrique :

- La mesure de la tension électrique;
- la mesure du déphasage entre deux tensions alternatives;
- La mesure de la période d'une tension alternative.

Exercice 2

Dans un mouvement de chute libre sans vitesse initiale, les équations du mouvement s'écrivent :

$v_z = g.t$ et $z = \frac{1}{2}\,g.t^2 + z_0$

2.1- Dans quel sens est orienté l'axe z'z ?

2.2- Préciser la signification de chaque grandeur et dire si elle est algébrique ou non

2.3- Dans la formule suivante, indiquer la signification de chaque terme

$z = -\frac{1}{2}\frac{g}{2{v_0}^2.\cos^2\alpha}x^2 + x.\tan\boldsymbol{\alpha} + z_0$

<u>Une solution exercice</u> 2 :

2.1- L'axe z'z est vertical descendant.

2.2-

grandeurs	Signification	Grandeur algébrique
v_z	Vitesse instantanée	oui
Z	Abscisse à l'instant t	oui
G	Accélération du mouvement	oui
Z_0	Abscisse à l'instant initial	oui
T	Le temps	non

2.3-

grandeurs	Signification
Z	Ordonnée du point mobile à un temps t
X	Abscisse du point mobile à un temps t
V_0	Module du vecteur vitesse initiale
α	Angle que font le vecteur vitesse initiale et l'axe des abscisses
G	Module du vecteur accélération
Z_0	Ordonnée du point mobile à l'instant t = 0.

Exercice 3 :

Répondre par vrai ou faux

3-1- Les objets lourds tombent en chute libre plus rapidement que les objets légers

3-2- L'accélération d'un corps en mouvement de chute libre dépend de la masse

3-3- L'accélération d'une particule en mouvement dans un champ électrique dépend de la masse

3-4- Dans un mouvement de chute libre parabolique, la projection du centre d'inertie G

sur un axe horizontal a un mouvement rectiligne uniformément accéléré
3-5- A la sortie du champ électrique, la trajectoire d'une particule devient parabolique
3-6- L'ordonnée d'un spot sur l'écran d'un oscilloscope est proportionnelle à la tension appliquée entre les plaques verticales

Une solution exercice 3

3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
faux	faux	vrai	faux	faux	faux

Exercice 4 : Questions à choix multiple
4-1- Dans un mouvement de chute libre, la seule force considérée est :
a) Le poids
b) La résistance de l'air
c) La poussée d'Archimède
4-2- L'accélération d'un mobile glissant sans frottement sur un plan incliné a pour valeur :
a) g.cos$\boldsymbol{\alpha}$
b) g.tan$\boldsymbol{\alpha}$
c) g.sin$\boldsymbol{\alpha}$
4-3- Le mouvement du centre d'inertie d'un projectile en chute libre, avec une vitesse initiale inclinée par rapport à l'horizontale, est un mouvement :
a) Circulaire ; b) Parabolique ; c) Elliptique
4-4 -L'expression de la portée horizontale est :
a) $\frac{v_0{}^2 sin^2\alpha}{g}$; b) $\frac{v_0{}^2 sin2\alpha}{g}$; c) $\frac{v_0{}^2 sin^2\alpha}{2g}$
4-5- La déflexion électrique double si l'on double la valeur de :
a) La vitesse initiale de la particule
b) La tension entre les armatures
c) La distance entre les armatures

<u>Une solution exercice 4</u>

4.1-	a) Le poids
4.2-	c) g.sin $\boldsymbol{\alpha}$
4.3-	Parabolique
4.4-	a) $\frac{v_0{}^2 sin2\alpha}{g}$
4.5-	a) La tension entre les armatures

Exercice 5 :
5.1- A partir des équations horaires d'un mouvement rectiligne uniformément varié, retrouver la relation : $v^2 - v_0{}^2 = 2a\,(x - x_0)$
5.2- Une pomme tombe sans vitesse initiale d'une branche située à 3,2m du sol. Calculer
5.2.1- La durée de la chute. $g = 10m/s^2$
5.2.2- La vitesse d'arrivée au sol

<u>Une solution exercice 5 :</u>
$\mathbf{V = a.t + v_0}$ **(1)**
$\mathbf{x = \frac{1}{2}.a.t^2 + V_0\, t + x_0.}$ **(2)**
De (1) ; $t = \frac{V - V_0}{a}$ (3)
Introduisons (3) dans (2) on a :
$x = (\frac{V - V_0}{a})^2 + V_0.\frac{V - V_0}{a} + x_0$
On trouve : $V^2 - V_0^2 = 2.a(x - x_0)$
5.2-
5.2.1-Durée de chute :
La pomme effectue un mouvement de chute libre.
En prenant pour origine des dates l'instant de chute et pour origine des espaces la pomme sur le pommier et un axe vertical orienté vers le bas, l'équation horaire de son mouvement est :
$$z = \frac{1}{2}.g.t^2$$
$t = \sqrt{\frac{2.z}{g}} = \sqrt{\frac{2.3,2}{10}} = 0,8s$
5.2.2- Vitesse d'arrivée au sol :
$V = g.t = 10.0,8 = 8m/s$

Exercice 6 :
Un parachutiste à une masse totale m=70kg, avec son équipement. Il descend avec une accélération $a = 2,45m.s^{-2}$.
1-La chute de ce parachutiste est-elle libre ? Justifier la réponse.
2- Un patineur dévale une piste inclinée de 20° par rapport à l'horizontal. La masse du sportif et de son équipement est m=45kg
2-1- Faire le bilan des forces extérieures appliquées au patineur
2.2- Déterminer l'expression et l'intensité de la résultante des forces provoquant le mouvement
2.3- Déduire l'accélération de son centre d'inertie.

<u>Une solution exercice 6 :</u>
1- La chute du parachutiste n'est pas libre.
Justification :
Son accélération n'esy pas égale à celle de la pesanteur.
2-
2.1-Bilan des forces extérieures appliquées au patineur :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le patineur est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$ et de la réaction de la piste $\vec{R}$.
2.2- Expression et l'intensité de la résultante des forces provoquant le mouvement :

$$\vec{P}\left|\begin{matrix} m.g.\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{matrix}\right. + \vec{R}\left|\begin{matrix} 0 \\ R \end{matrix}\right. = \sum \overrightarrow{F_{ext}}\left|\begin{matrix} F \\ 0 \end{matrix}\right.$$

L'ordonnée de la somme des forces extérieures est nulles car le patineur ne quitte pas la piste.
D'où $F = m.g.\sin\alpha$
2.3- Accélération du centre d'inertie :
$F = m.g.\sin\alpha$ = m.a d'où a = g.sin **α**
AN : $a = 10.\sin 20° = 3{,}43 m/s^2$

Exercice 7 :
Une particule chargée pénètre dans une zone où règne au champ électrique uniforme de valeur E= 10^4V.m^{-1}.
Comparer le poids de la particule et l'intensité de la force électrique qu'elle subit dans le cas
7.1- D'un électron
7.2- D'un proton
7.3- Pourquoi le poids de la particule est-il toujours négligé dans un champ électrique ? Justifier la réponse.

<u>Une solution exercice 7</u> :
7.1- Comparaison de l'intensité du poids de l'électron et de la force électrique qu'il subit dans le champ :

$$\frac{F_e}{P} = \frac{E.e}{m.g} = \frac{1{,}6.10^{-19}.10^4}{9{,}1.10^{-31}} = 1{,}76.10^{15}$$

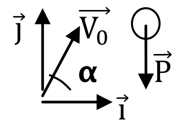
7.2- Comparaison de l'intensité du poids du proton et de la force électrique qu'il subit dans le champ :

$$\frac{F_p}{P} = \frac{E.e}{m.g} = \frac{1{,}6.10^{-19}.10^4}{1{,}67.10^{-27}} = 9{,}6.10^{11}$$

7.3-Le poids des particules est toujours négligé devant la force électrique dans un champ électrique à cause des résultats précédents.

Exercice 8 : voir cours
Une petite grenouille de masse m=50g bondit de son nénuphar à un autre nénuphar situé dans le même plan d'eau avec une vitesse initiale de valeur v_0= 4,05 m.s^{-1} faisant un angle de 45° avec le plan de l'eau
8.1- Etablir les équations horaires du mouvement de la grenouille
8.2- Quelle est la distance entre les deux nénuphars ?
8.3- Déterminer la hauteur maximale atteinte par la grenouille.

<u>Une solution exercice</u> <u>8</u> :
8.1- Equations horaires du mouvement de la grenouille :
Dans le référentiel terrestre galiléen auquel on associe le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), le centre d'inertie de la grenouille est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$.
Représentation :



Application du TCI : $\vec{P}\left|\begin{matrix} 0 \\ -mg \end{matrix}\right. = m\vec{a}\left|\begin{matrix} a_i \\ a_j \end{matrix}\right.$

D'où $\vec{a}\left|\begin{matrix} a_i = 0 \\ a_j = -g \end{matrix}\right.$ On en déduit les équations horaires :
Instant initial t=0 :
$\overrightarrow{V_0} = V_0\cos\alpha).\vec{i} + (V_0\sin\alpha.\vec{j}$ et
$\overrightarrow{OG_0} = 0.\vec{j}$ = 0
Vitesse:

$$\vec{V}\left|\begin{matrix} V_x = V_0.\cos\alpha = \frac{4{,}05}{2}\sqrt{2} \\ V_y = -g.t + V_0.\sin\alpha = -10.t + \frac{4{,}05}{2}\sqrt{2} \end{matrix}\right.$$

Position :

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{matrix} x = (V_0.\cos\alpha).t = \frac{4{,}05}{2}\sqrt{2}.t \\ y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (V_0.\sin\alpha).t = -5t^2 + \frac{4{,}05}{2}\sqrt{2}.t \end{matrix}\right.$$

8.2-Distance entre deux nénuphars :
Les deux nénuphars sont situés dans le même plan, alors y = 0 et $t = \frac{2.V_0.\sin\alpha}{g}$

$$d = x = (V_0.\cos\alpha).t = (V_0.\cos\alpha).\frac{2.V_0.\sin\alpha}{g}$$

$d = x = \frac{V_0^2\sin 2.\alpha}{g}$

AN : $d = x = \frac{(4{,}05)^2.\sin 2.45°}{10} = 1{,}64m$

8.3- Hauteur maximale atteinte par la grenouille.
Cette hauteur correspond à la flèche.
$H_m = \frac{V_0^2.\sin^2\alpha}{2.g}$
AN :

$$H_m = \frac{4{,}05^2.\sin^2 45°}{2.10} = 0{,}41m$$

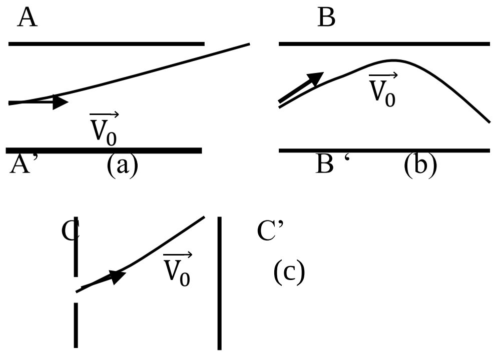
Exercice 9
A.1- Pour chacune des situations ci-contre, représenter sur la figure:

- La force électrique s'exerçant sur la particule chargée ;
- Le vecteur accélération de la particule.

On néglige le poids de chaque particule

Proton **Electron**

A.2-Entre deux plaques d'un condensateur plan, on établit une différence de potentielle constante. Une particule de charge q positive pénètre dans le champ électrique avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$. On représente dans trois cas la trajectoire de la particule.

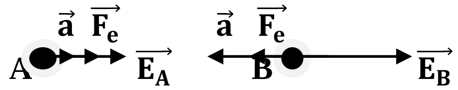


A.2.1- Représente dans chaque cas en un point quelconque de la trajectoire le vecteur champ électrique et force électrique qui s'exerce sur la particule. **0,5pt x 3**

A.2.2- Donner les signes des tensions : $U_{AA'}$; $U_{BB'}$ et $U_{CC'}$. **0,25pt x 3**

Une solution exercice 9:

A.1- Représentation de la force électrique et du vecteur accélération :



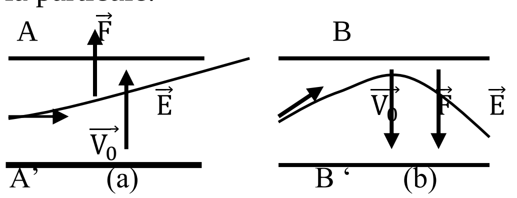
Proton **Electron**

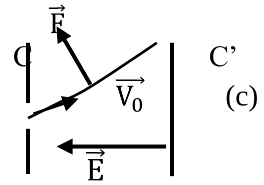
Noter bien: $\overrightarrow{F_e} = q.\vec{E}$. Donc $\overrightarrow{F_e}$ et $\vec{E}$ sont de sens contraires si q<0 et de même sens si q>0.

: $\overrightarrow{F_e} = m.\vec{a}$ donc $\overrightarrow{F_e}$ et $\vec{a}$ sont de même sens car m > 0.

A.2-

A.2.1- Représentation dans chaque cas en un point quelconque de la trajectoire le vecteur champ électrique et force électrique qui s'exerce sur la particule.



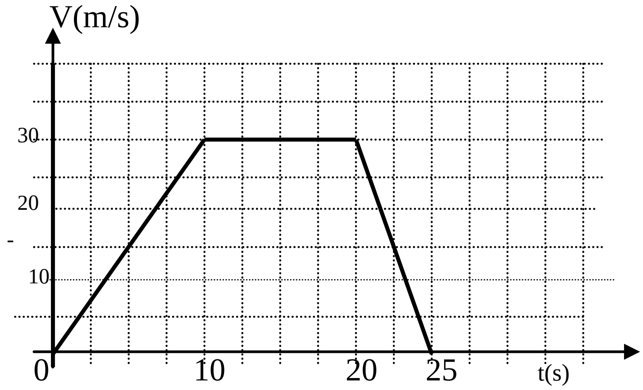


A.2.2- Signes des tensions : $U_{AA'}$; $U_{BB'}$ et $U_{CC'}$.

Tensions	$U_{AA'}$	$U_{BB'}$	$U_{CC'}$
Signes	(-)	(+)	(-)

Exercice 10 :

Le diagramme de vitesse d'un mobile en mouvement rectiligne a la forme suivante :



1- Décrire qualitativement le mouvement de ce mobile.

2-Pour chaque phase du mouvement, déterminer :

a) La valeur de l'accélération ;
b) L'expression de v(t) ;
c) L'expression de x(t) sachant qu'à t = 0, x_0 = 100m.

3- Déterminer la position du mobile à t = 22s.

Une solution exercice 10 :

1- Description qualitative du mouvement :

phase	Intervalle de temps	Nature du mouvement
1ère	De t=0 à t = 10s	Mouvement rectiligne et accéléré
2ème	De t=10s à t = 20s	Mouvement rectiligne et uniforme
3ème	De t= 20s à t = 25s	Mouvement rectiligne et ralenti

2-

a) Détermination de l'accélération :

Phase 1	$a_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{30-0}{10-0} = 3m/s^2$
Phase 2	$a_2 = 0$
Phase 3	$a_3 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0-30}{25-20} = -6m/s^2$

b) Expression de v(t) :

Phase 1	$V_1(t) = a_1.t = 3.t$
Phase 2	$V_2(t) = a_2.(t-10) + V_1(t=10) = 30m/s$
Phase 3	$V_3(t) = a_3.(t-20) + V_2(t=20) = -6.t + 30$

c) Expression de x(t) :

Phase 1	$x_1(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + x_0 = \frac{3}{2}t^2 + 100$
Phase 2	$x_2(t) = V_2(t-10) + x_{t=10}$ $= = 30(t-10) + \frac{3}{2}10^2 + 100 = 30t - 50$
Phase 3	$x_3(t) = \frac{1}{2}a_3(t-20)^2 + (t-20).V_2 + x_{t=20} =$ $-3.(t-20)^2 + 30(t-20) + 30.20 - 50 = -3.t^2 + 150t - 1250$

3-Position du mobile à t = 22s :

A cette date, le mobile effectue la 3ème phase du mouvement. On utilise la loi horaire de la 3ème phase.

$x(t=22) = -3.22^2 + 150.22 - 1250$ = 598m

Applications des savoirs et savoirs faires.

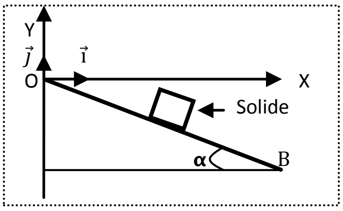
Exercice 11

Un solide de masse m assimilable à un point matériel se déplace sans frottement sur un plan incliné faisant un angle **α** = 45° avec l'horizontale.

1- A partir d'une analyse dynamique, exprimer les composantes de la réaction du plan incliné sur le solide en fonction de m ; g et **α**.

2- On étudie le mouvement de ce solide dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) précisé sur la figure ci-dessous.

2.1- Exprimer en fonction de g et **α** les coordonnées du vecteur accélération du solide dans ce repère.



2.2- En déduire les équations horaires du mouvement du solide dans le même repère.

2.3-Montrer que la trajectoire du solide est une droite.

3- Calculer le temps mis par le solide pour arriver au point B situé à une distance d = OB = 45m. On donne g = 10m/s^2.

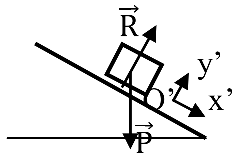
4- Calculer la vitesse du solide en B :

Une solution exercice 11 :

1- Expression des composantes de la réaction du plan sur le solide :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$ et de la réaction du plan $\vec{R}$.

Représentation :



Application du TCI

$\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}$

Projetons cette relation dans le repère (O'x'y')

On a: $\vec{P}\begin{vmatrix} m.g.\sin\alpha \\ -mgcos\alpha \end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix} 0 \\ R_{y'} \end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix} a_{x'} \\ 0 \end{vmatrix}$

D'où: $\vec{R}\begin{vmatrix} R_{x'} = 0 \\ R_{y'} = mgcos\alpha \end{vmatrix}$

2-

2.1- Expression en fonction de g et **α** des coordonnées du vecteur accélération du solide dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$ et de la réaction du plan $\vec{R}$. Voir figure ci-dessus.

Appliquons le TCI au solide :

$\vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -mg \end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix} R_x \\ R_y \end{vmatrix} = m\vec{a}\begin{vmatrix} a_x \\ a_y \end{vmatrix}$

Or

$\vec{R}\begin{vmatrix} R_x = R.\sin\alpha = mgcos\alpha.sin\alpha = \frac{1}{2}.mgsin\,2\alpha \\ R_y = mgcos\alpha.cos\alpha = mgcos^2\alpha \end{vmatrix}$

On en déduit que :

$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = \frac{1}{2}.g.\sin 2\alpha \\ a_y = g(\cos^2\alpha - 1) \end{vmatrix}$

2.2- les équations horaires du mouvement du solide dans le même repère.

- Vitesse :

$\vec{V}\begin{vmatrix} V_x = \left(\frac{1}{2}.g.\sin 2\alpha\right)t = 5t \\ V_y = g(\cos^2\alpha - 1)t = (-5)t \end{vmatrix}$

- Position :

$\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x = \left(\frac{1}{4}.g.\sin 2\alpha\right)t^2 = \left(\frac{5}{2}\right)t^2 \\ y = \frac{1}{2}.g(\cos^2\alpha - 1)t^2 = \frac{-5}{2}t^2 \end{vmatrix}$

2.3-Montrons que la trajectoire du solide est une droite.

Eliminons le temps dans les équations horaires de la position du solide.

$x + y = 0\ d'où\ \ y = -x$. C'est l'équation d'une droite.

3- temps mis par le solide pour arriver au point B situé à une distance d = OB = 45m.

$x_B = d.cos\boldsymbol{\alpha} = \left(\frac{5}{2}\right)t^2$ d'où $t = \sqrt{\frac{2.dcos\,\alpha}{5}}$

AN : $t = \sqrt{\frac{2.45.cos\,45}{5}} = 3,57s$

On peut également écrire :

$$y_{B=-d.sin\alpha} = \frac{-5}{2}t^2 \text{ d'où } t = \sqrt{\frac{-2.d.\sin\alpha}{-5}}$$

4- Vitesse du solide en B :

$V_B = \sqrt{(5t)^2 + (-5t)^2}$ avec t = 3,57s.

AN :

$V_B = \sqrt{(5.3{,}57)^2 + (-5.3{,}57)^2} = 25{,}24 m/s$

On peut aussi utiliser le T E C.

E xercice 12

Un joueur de basket ball effectue un tir en cloche d'un ballon de masse m=600g assimilable à un point matériel en lui communiquant une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0} = 3.\vec{i} + 4.\vec{j}$ (en m/s) dans un repère (O ; $\vec{i}; \vec{j}$) galiléen. Le centre d'inertie du ballon se trouve en un point M(0 ; y=90cm) au moment du tir. On prendra $\vec{g} = -10.\vec{j}$ (en m/s^2) et on négligera les résistances de l'air.

1-Etablir dans le repère (O ; $\vec{i}; \vec{j}$) les équations horaires du mouvement du centre d'inertie du ballon.

2-En déduire l'équation de la trajectoire du mouvement du centre d'inertie du ballon.

3-Calculer la durée de la montée (ascension) du ballon)

4-Déterminer l'altitude maximale Ym atteinte par le ballon.

5-Sachant que Ym est atteinte lorsque la balle passe par la verticale contenant (AD), calculer la distance OA.

6-Dans sa chute, le ballon rebondit en un point H_1 d'abscisse x_1 = 1,85m de l'extrémité horizontale [DC] d'un mur ABCD contenu dans le plan du repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$). Déterminer la hauteur h = AD du mur.

7-Déterminer l'énergie mécanique du système {ballon-terre} en H_1. On prendra Epp = 0 sur le plan horizontal passant par (DC).

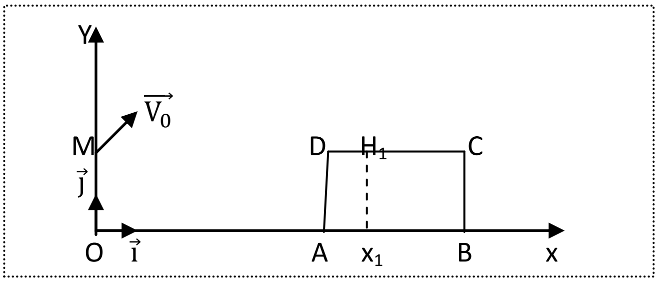
8-Lorsque le ballon rebondit sur le coté [DC] du mur, il perd à chaque rebond le dixième de l'énergie qu'il avait juste avant le rebond. On désigne par n l'ordre du rebond :

8.1-Exprimer en fonction de n et E_0 énergie juste avant le premier rebond, l'énergie du nième rebond.

8.2-Calculer le numéro d'ordre du rebond pour que le ballon reste immobile.

8.3-Calculer la distance d parcourue par le ballon depuis sa chute en H_1 jusqu'à son immobilisation. On admettra que la balle rebondit verticalement.

N.B : Les questions 7 et 8 sont les questions de recherche.

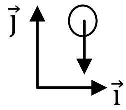


<u>Une solution exercice 12</u> :

1-1-ons dans le repère (O ; $\vec{i}; \vec{j}$) les équations horair5es du mouvement du centre d'inertie du ballon.

Dans le référentiel terrestre galiléen auquel on associe le repère (O ; $\vec{i}; \vec{j}$), le ballon est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$.

Représentation :



Application du TCI : $\vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -mg \end{vmatrix} = m\vec{a}\begin{vmatrix} a_i \\ a_j \end{vmatrix}$

D'où $\vec{a}\begin{vmatrix} a_i = 0 \\ a_j = -g \end{vmatrix}$ On en déduit les équations horaires :

Instant initial t=0 : $\overrightarrow{V_0} = 3.\vec{i} + 4.\vec{j}$ et $\overrightarrow{OG_0} = 0{,}9.\vec{j}$

A un instant quelconque t :

grandeurs	Suivant (O$\vec{i}$)	Suivant (O$\vec{j}$)
Vitesse $\vec{V}$	$V_x(t) = 3m/$□	$V_y(t) = -10t + 4$
Position $\overrightarrow{OG}$	$x(t) = 3t$	$y(t) = -5t^2 + 4t + 0{,}9$

2-Déduisons l'équation de la trajectoire :

Des coordonnées du vecteur position on a :

$t = \frac{x}{3}$ et $y = -5.(\frac{x}{3})^2 + 4.\frac{x}{3} + 0{,}9$

L'équation de la trajectoire cherchée est :

$y = -\frac{5}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 0{,}9$

3-Durée de l'ascension du ballon :

C'est le temps nécessaire pour que la composante verticale de la vitesse instantanée s'annule.

$V_y(t) = -10t + 4 = 0$ d'où t = $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ = 0,4s

4- Altitude maximale Y_m atteinte par le ballon :

Le temps mis pour atteindre l'altitude maximale correspond à la durée de l'ascension du ballon.

$Y_m = -5t^2 + 4t + 0{,}9 = -5.0{,}4^2 + 4.0{,}4 + 0{,}9$

Y_m = 1,7m

5- Distance OA :

$$x_A = d = 3.t = 3.0,4 = 1,2m$$

6- Hauteur h = AD du mur :
Remplaçons dans l'équation de la trajectoire x par x_1. L'ordonnée y_1 du point H_1 correspond à h.

$h = -\frac{5}{9}.1,85^2 + \frac{4}{3}.1,85 + 0,9 = 1,47m$

7- Energie mécanique du système en H_1 :

$E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2}.m.V^2$

Cherchons la vitesse V à l'arrivée en H_1 :

$$x_1 = 3.t\ d'où\ \ t = \frac{x_1}{3}$$

$$V^2 = 3^2 + (-10.\frac{x_1}{3} + 4)^2 = 3^2 + (-10.\frac{1,85}{3} + 4)^2 = 13,69m^2/s^2$$

$E_m = \frac{1}{2}.0,6.13,69 = 4,12J$

8-

8.1- 8.1-Expression en fonction de n et E_0 énergie avant le premier rebond, l'énergie du nième rebond.

Pour n = 1 ; $E_1 = E_0 - \frac{1}{10}E_0 = \frac{9}{10}E_0$

Pour n = 2 ; $E_2 = E_1 - \frac{1}{10}E_1 = \frac{9}{10}E_1 = (\frac{9}{10})^2E_0$

On en déduit par récurrence à l'ordre n que :

$$E_n = (\frac{9}{10})^nE_0$$

8.2- Calculons le numéro d'ordre du rebond pour que le ballon reste immobile.
Le ballon reste immobile lorsque son énergie mécanique est nulle. De ce fait, $E_n = 0$.

$E_n = (\frac{9}{10})^nE_0 = 0$ équivaut à : $(\frac{9}{10})^n = 0$

On en déduit que: $n = +\infty$.

8.3-Calculons la distance d parcourue par le ballon depuis sa chute en H_1 jusqu'à son immobilisation.
Exprimons la hauteur atteinte par la balle en fonction du numéro d'ordre du rebond. Pour cela, utilisons le théorème de l'énergie cinétique car le système n'est pas conservatif.

$0 - E_1 = -mgh_1$ d'où $h_1 = \frac{E_1}{\square.g} = \frac{9}{10.m.g}E_0$

$0 - E_2 = -mgh_2$ d'où

$h_2 = \frac{E_2}{m.g} = \frac{1}{mg}(\frac{9}{10})^2E_0$. On en déduit que :

$h_n = \frac{1}{mg}(\frac{9}{10})^nE_0$

La distance d parcourue jusqu'à l'immobilisation est :
Sachant qu'après chaque rebond, le ballon monte de h_i et redescend de h_i, on a :

$d = 2.h_1 + 2.h_2 + 2.h_3 + ... + 2.h_{n-1}$

$$= 2.\frac{1}{mg}.\frac{9}{10}E_0 + 2.\frac{1}{mg}(\frac{9}{10})^2E_0 + \cdots + 2.\frac{1}{mg}(\frac{9}{10})^{n-1}E_0$$

$=\frac{9E_0}{5mg}\ (1 + \left(\frac{9}{10}\right)^1 + \left(\frac{9}{10}\right)^2 + \ ...\left(\frac{9}{10}\right)^{n-2}).$

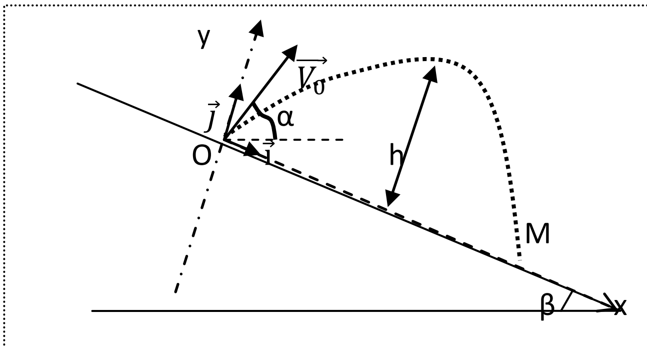
$=\frac{9E_0}{5mg}\ (\frac{1-\left(\frac{9}{10}\right)^{n-1}}{1-\frac{9}{10}}) = \frac{18}{mg}E_0(1 - \left(\frac{9}{10}\right)^{n-1})$

$d = \frac{18}{mg}E_0(1 - \left(\frac{9}{10}\right)^{n-1})$

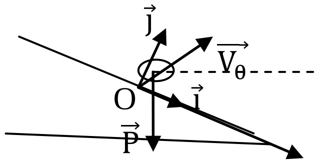
AN :

$d = \frac{18.\ 4,12}{0,6.10}.\left(1 - \left(\frac{9}{10}\right)^{n-1}\right) = 12,36m$

Exercice 13 :
Le référentiel terrestre est supposé galiléen. Dans ce référentiel, on considère un plan incliné (P) fixe dont la ligne de plus grande pente fait un angle β avec l'horizontale. Du point O du plan (P) on lance un projectile avec une vitesse $\overrightarrow{V_0}$ faisant l'angle α avec l'horizontale. On négligera la résistance de l'air.
1-En prenant pour origine des espaces le point O et un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) du referéntiel terrestre galiléen, établir les équations horaires du mouvement du projectile.
2-Quelle est la nature du mouvement du projectile suivant (Ox) d'une part et suivant (Oy) d'autres parts.
3-Le projectile atteint le point M de (P) situé à la distance d de O. Déterminer d.
4-Quelle altitude maximale h par rapport au plan (P), le projectile pourra-t-il atteindre ?
Données: β = 45° ; α =30° ; V_0 = 5 m/s ;
g = 10m/s²



__Une solution exercice 13__
1-En prenant pour origine des espaces le point O et un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) du referéntiel terrestre galiléen, établissons les équations horaires du mouvement du projectile.
Dans ce référentiel, le projectile est soumis à son poids $\vec{P}$. Représentation :



Application du TCI :

$$\vec{P}\begin{vmatrix} mg.\sin\beta \\ -mg.\cos\beta \end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix} a_i \\ a_j \end{vmatrix}$$

D'où $\vec{a}\begin{vmatrix} a_{i=g.\sin\beta} \\ a_{j=-g.\cos\beta} \end{vmatrix}$

Rappelons les conditions initiales :

$$\vec{V_0}\begin{vmatrix} V_{0x} = V_0\cos(\alpha+\beta) \\ V_{0y} = V_0\sin(\alpha+\beta) \end{vmatrix} \text{ et } \overrightarrow{OG_0}\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Les équations horaires cherchées sont :

- Vitesse :

$$\vec{V}\begin{vmatrix} V_x = (g.\sin\beta)t + V_0\cos(\alpha+\beta) \\ V_y = (-g.\cos\beta)t + V_0\sin(\alpha+\beta) \end{vmatrix}$$

Position :

$$\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x = \frac{1}{2}(g.\sin\beta)t^2 + V_0.t.\cos(\alpha+\beta) \\ y = \frac{1}{2}(-g.\cos\beta)t^2 + V_0.t.\sin(\alpha+\beta) \end{vmatrix}$$

2- Nature du mouvement du projectile suivant (Ox) d'une part et suivant (Oy) d'autres parts.

Mouvement	Nature
suivant (Ox)	Uniformément accéléré
suivant (Oy)	Uniformément varié.

2- Détermination de d :

Le point M a pour coordonnées : $M\begin{vmatrix} x = d \\ y = 0 \end{vmatrix}$:

$y = 0$ équivaut à $t = 0$ ou $t = 2\frac{V_0\sin(\alpha+\beta)}{g.\cos\beta}$

Le temps t = 0 correspond au début du mouvement.

$$d = \frac{1}{2}(g.\sin\beta).\left[2.\frac{V_0\sin(\alpha+\beta)}{g.\cos\beta}\right]^2 + [V_0\cos(\alpha+\beta)].2\frac{V_0\sin(\alpha+\beta)}{g.\cos\beta}$$

$$= \frac{V_0^2}{g.\cos\beta}\{2.\tan\beta.\sin^2(\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{\sin}[\mathbf{2}(\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta})]\}$$

AN :

$$d = \frac{5^2}{10.\cos 45°}\{2.\tan 45°.\sin^2(\mathbf{75°}) + \boldsymbol{\sin}[\mathbf{2}(\mathbf{75°})]\}$$

$d = 8,37\ m$

4- Altitude maximale h par rapport au plan (P) que le projectile pourra atteindre :

Lorsque cette altitude maximale est atteinte, la composante verticale de la vitesse s'annule.

$$V_y = (-g.\cos\beta)t + V_0\sin(\alpha+\beta) = 0$$

On trouve $t = \frac{V_0\sin(\alpha+\beta)}{g.\cos\beta}$

Remplaçons cette valeur du temps dans la composante verticale de $\overrightarrow{OG}$; on trouve h.

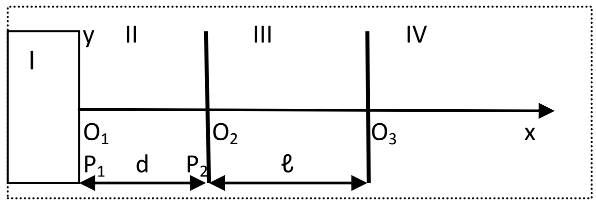
$$h = \frac{1}{2}(-g.\cos\beta)\left[\frac{V_0\sin(\alpha+\beta)}{g.\cos\beta}\right]^2 + V_0\sin(\alpha+\beta).\frac{V_0\sin(\alpha+\beta)}{g.\cos\beta}$$

$$h = \frac{V_0^2.\sin^2(\alpha+\beta)}{2.g.\cos\beta}$$

AN : $h = \frac{5^2.\sin^2(75°)}{2.10.\cos 45°} = 1,65$ m.

<u>Exercice :14</u> **/ 5pt**. Les parties A et B sont indépendantes.

A- Dans tout l'exercice, le poids de la particule sera négligé devant toutes les autres forces. Le référentiel d'étude sera supposé galiléen



I. Mesure « d'un temps de vol ». Description du dispositif.

Dans la zone I, les molécules x à analyser vont être ionisées par bombardement électronique et donner des ions x^+ de charge +e (e étant la charge élémentaire).

Dans la zone II, de longueur d, entre les plaques p_1 et p_2 planes et parallèles, on applique une tension accélératrice U.

Dans la zone III, de longueur ℓ aucune force ne s'exerce sur les ions.

A.1-Soit un ion x+ de masse m, pénétrant dans la zone II, en O_1, suivant l'axe O_1x, avec une vitesse considérée comme négligeable. Dans le repère O_1xy, le mouvement de cet ion est rectiligne et son équation horaire est $x(t) = \frac{e.U}{2m.d}t^2$. Exprimer en fonction de U, m et e, la vitesse de passage en O_2. **0,5pt**

A.2-

a) Quelle est la nature du mouvement de l'ion dans la zone III ? 0,5pt

b) Exprimer littéralement la durée Δt de ce mouvement entre O_2 et O_3 en fonction de U, m, e et de ℓ distant O_2O_3. 0,5pt

c) La mesure de cette durée a donné la valeur $11,5.10^{-6}$s. Déduire la masse de l'ion puis la nature probable de la substance x en supposant que x soit une des trois substances citées ci-dessous.

substances	morphine	codéine	et héroïne
masse molaire M	285g/mol	299g/mol	369g/mol

Charge élémentaire $e=1{,}6.10^{-19}C$; nombre d'Avogadro $N = 6{,}02.10.^{23}mol^{-1}$; distance $O_2O_3=\ell=1{,}50m$; $U = 25{,}0.10^{3}V$.

B- **/ 2,5pt**

Une balle de masse m est lancée verticalement vers le haut à partir d'un point A situé à 2m du sol avec une vitesse initiale $V_0 = 2$ m/s.

B.1- En choisissant pour origine des dates l'instant du lancement, pour origine des espaces le sol et un axe (Oz) vertical ascendant, écrire les équations horaires du mouvement de la balle.

B.2- Déterminer l'altitude maximale Z atteinte par la balle. 0,5pt

B.3-Calculer la vitesse de la balle lorsqu'elle arrive au sol. 0,5pt g = 10N/kg

<u>Une solution exercice 14</u>

A-

A.1- Exprimons en fonction de U, m et e, la vitesse de passage en O_2.

L'équation horaire du mouvement de la particule montre que son mouvement est varié. x(t) est donc de la forme x(t) = $\frac{1}{2}a\square^2$. Par identification $a = \frac{e.U}{m.d}$. Comme $V^2 = 2.a.d$, on en déduit :

$$V^2 = 2.\frac{e.U}{m.d}.d = 2.\frac{e.U}{m}$$

$$V = \sqrt{2.\frac{e.U}{m}}$$

A.2-

a) Nature du mouvement de l'ion dans la zone III :

Le mouvement de la particule est rectiligne et uniforme car le système ion est isolé dans cette zone.

b) Exprimons littéralement la durée Δt de ce mouvement entre O_2 et O_3 en fonction de U, m, e et de ℓ distant O_2O_3 :

Le mouvement étant uniforme dans cette zone,

$\ell = V.\Delta t\ \ d'où\ \ \Delta\square = \frac{\ell}{V}$

$$\Delta t = \frac{\ell}{\sqrt{2.\frac{e.U}{m}}}$$

c) Masse de l'ion puis la nature probable de la substance x :

$m = \frac{M}{N}$ où $N\ est\ le\ nombre\ d'Avogadro.$

$\Delta t = \frac{\ell}{\sqrt{2.\frac{e.U.N}{M}}}$ équivaut à $\Delta t^2.2.\frac{e.U.N}{M} = \ell^2$

D'où M = $\Delta t^2.2.\frac{e.U.N}{\ell^2}$

AN : M =

$$[11{,}5.10^{-6}]^2.2.\frac{1{,}6.10^{-19}.25.10^3.6{,}02.10^{23}}{1{,}5^2} = \frac{0{,}283kg}{mol}$$

$$M = 283g/mol$$

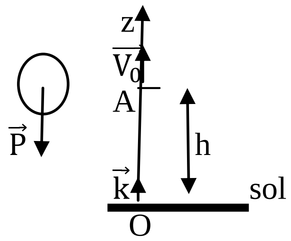
La substance correspondante est la morphine.

B-

B.1- En choisissant pour origine des dates l'instant du lancement, pour origine des espaces le sol et un axe (Oz) vertical ascendant, écrire les équations horaires du mouvement de la balle.

Dans le référentiel terrestre galiléen, la balle est soumis à la seule action de son poids $\vec{P}$.

Représentation :



Application du TCI :

$\vec{P} = m.\vec{g} = m.\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \vec{g}|-g$

Rappel des conditions initiales :

$\overrightarrow{OA}|h = 2m$ et $\vec{V_0}|2m/s$:

Equations horaires :

- Vitesse : $\vec{V}|-g.t + 2 = -10t + 2$
- Position : $\overrightarrow{OG}\Big|z = \frac{-1}{2}gt^2 + 2t + 2$ en m.

B.2- Altitude maximale Z atteinte par la balle

Lorsque la balle atteint l'altitude maximale, sa vitesse s'annule.

$$V^2 - V_0^2 = 2.a.(Z - Z_0)$$

$Z = \frac{V^2 - V_0^2}{2.a} + Z_0$ AN : $Z = \frac{0^2 - 2^2}{2.(-10)} + 2 = 2{,}2m$

B.3-Vitesse de la balle lorsqu'elle arrive au sol.

$V^2 - V_0^2 = 2.a.(Z - Z_0)$

$$V = \sqrt{V_0^2 + 2.a.(Z - Z_0)}$$

AN :

$V = \sqrt{2^2 + 2.(-10).(0 - 2)}$ = 6m/s

<u>Exercice 15</u> **Déviation d'une particule chargée dans un champ électrique /**

Un faisceau d'électrons homocinétique pénètre en O entre des plaques conductrices parallèles A et B longues de ℓ=10cm et distantes de d = 5cm d'un condensateur avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$ de norme $V_0=8.10^{6}m/s$. On note $U = |U_{AB}|$ la valeur absolu de la tension entre les plaques ; $\vec{E}$ le champ électrique uniforme qui règne entre ces plaques ; $q = -e = -1{,}6.10^{-19}C$ la charge de l'électron ; $m = 9.10^{-31}kg$ la masse de l'électron.

1-Laquelle des plaques A et B est au potentiel élevé **? 0,5pt**

-Justifier votre réponse. **0,5pt**

2- Représenter sur un schéma clair la force électrique $\vec{F}$ qui s'exerce sur un électron dans le champ ainsi que sa trajectoire.

Justifier le sens donné à $\vec{F}$. **0,5pt x 3**

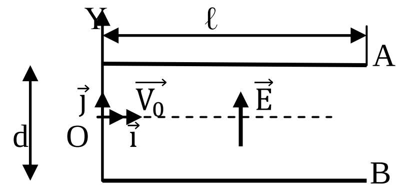
3- En appliquant le théorème du centre d'inertie à l'électron dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$; exprimer :

3.1- Les équations horaires du mouvement d'un électron dans le champ. On néglige le poids de l'électron. 0,5pt x 3

3.2- L'équation cartésienne de la trajectoire du mouvement. **0,5pt**

4- L'ordonnée du point S où l'électron sort du champ est Y_S = -2cm. En déduire la valeur de U.

5- Citer une application de la déviation d'un électron dans un champ électrique. 0,5pt



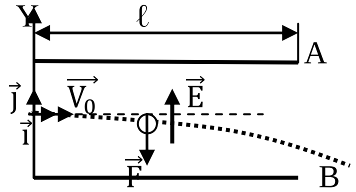
<u>Une solution exercice 15 :</u>

1-La plaque B est au potentiel élevé .

Justification :

Le champ électrique a le sens des potentiels décroissants. D'où A est au potentiel inférieur.

2- Représentons sur un schéma clair la force électrique $\vec{F}$ qui s'exerce sur un électron dans le champ ainsi que sa trajectoire



Justification :

$\vec{F} = q.\vec{E} = -e.\vec{E}$ d'où

$\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de sens contraires.

3 -

3.1- Les équations horaires du mouvement d'un électron dans le champ. On néglige le poids de l'électron.

Appliquons le TCI à un électron dans ce champ :

$$\vec{F} = q.\vec{E}\begin{vmatrix}0\\E\end{vmatrix} = m\vec{a}\begin{vmatrix}a_x\\a_y\end{vmatrix}$$

D'où $\vec{a}\begin{vmatrix}a_x = 0\\ a_y = \frac{-e.E}{m}\end{vmatrix}$

Les équations horaires cherchées sont :

Vitesse : $\vec{V}\begin{vmatrix}V_x = V_0 = 8.10^6 m/s\\ V_y = \frac{-e.E}{m}.t\end{vmatrix}$

Position : $\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix}x = V_0.t = 8.10^6.t\\ y = \frac{-e.E}{2.m}.t^2\end{vmatrix}$

3.2- Equation cartésienne de la trajectoire :

$$x = V_0.t \text{ d'où } t = \frac{x}{V_0}$$

$y = \frac{-e.E}{2.m.V_0^2}.x^2$ et avec $E = \frac{U}{d}$; on a l'équation de la trajectoire : $y = \frac{-e.U}{2.m.d.V_0^2}.x^2$

4- Valeur de U :

L'électron sort du champ au point

$S\begin{vmatrix}\ell\\ y_S = -2cm\end{vmatrix}$

$y_S = \frac{-e.U}{2.m.d.V_0^2}.\ell^2$ d'où $U = \frac{2.m.d.V_0^2.y_S}{-e.\ell^2}$

AN : $U = \frac{2.9.10^{-31}.0{,}05.(8.10^6)^2.(-0{,}02)}{-1{,}6^{-19}.0{,}1^2} = 72$ V

5- Une application de la déviation d'un électron dans un champ électrique

- La production d'image TV.
- L'oscilloscope électronique.

<u>Exercice 16 / 4pt</u>

Un mobile, de masse m, est lâché sans vitesse initiale sur une table inclinée d'un angle α sur l'horizontal. On suppose que le mobile est soumis au cours du mouvement à une force de frottement $\vec{f}$ constante s'opposant à ce dernier et parallèle à la trajectoire.

1-Etablir l'expression littérale de l'accélération a_1 de son centre d'inertie. 0,75pt

En déduire la nature de son mouvement.

2- En déduire l'expression littérale de l'accélération a_2 si le frottement est négligeable. Calculer la valeur numérique dans ce cas.

3- On a relevé les positions du centre d'inertie du mobile au cours du temps.

t(ms)	0	60	120	180	240	300	360	420
Distance parcourue d(cm)	0,0	0,3	1,1	2,5	4,45	6,95	10,0	13,6
$t^2(10^{-2} s^2)$	0,00	0,36	1,44	3,24	5,76	9,00	12,96	17,64

a) Représenter la courbe d=f(t^2) sur le papier millimétré. 1pt

Echelle : 1cm pour 2cm en ordonnées et 1cm pour 10^{-2} s^2 en abscisses.

b) Calculer la valeur numérique de l'accélération du mouvement.

c) L'expérience met-elle en évidence l'existence d'une force de frottement ? si oui calculer sa valeur f.

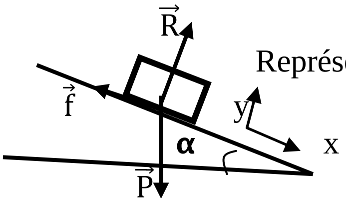
On done: α=12^0 ; m=0,65 kg ; g=10 m/s^2

<u>Une solution exercice 16</u>

1-Etablissons l'expression littérale de l'accélération a_1 de son centre d'inertie :

Système : mobile de masse m ;
Référentiel : terrestre galiléen ;
Forces appliquées :
- Le poids $\vec{P}$ du mobile ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné ;
- La force de frottement $\vec{f}$

Représentation :



Application du TCI dans le repère ci-dessus :

$$\vec{P}\begin{vmatrix} m.g.\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix} 0 \\ R \end{vmatrix} + \vec{f}\begin{vmatrix} -f \\ 0 \end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix} a_1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

On en déduit que : $a_1 = g.\sin\alpha - \frac{f}{m}$

Nature du mouvement du mobile :
Mouvement rectiligne et varié car l'accélération est constante.

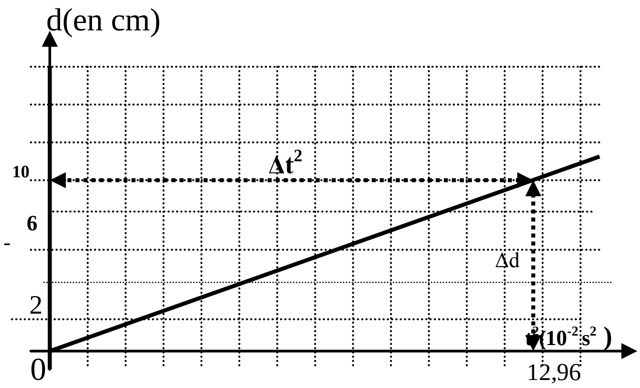
2- Expression littérale de l'accélération a_2 si le frottement est négligeable :

$$a_2 = g.\sin\alpha$$

Valeur numérique de a_2 :

$$a_2 = 10.\sin 12° = 2{,}08\ m.s^{-2}$$

3-
a) Représenter la courbe $d=f(t^2)$ sur le papier millimétré.



b) valeur numérique de l'accélération :
Le mouvement étant varié, d = $\frac{1}{2}.a.t^2$

La pente de la droite d = f(t^2) représente $\frac{1}{2}.a$.

$$a = 2.\frac{\Delta d}{\Delta t^2} = 2.\frac{10.10^{-2}}{12{,}96.10^{-2}} = 1{,}54\ m.s^{-2}$$

c) Comme l'accélération expérimentale est inférieure à l'accélération du mobile en absence des forces de frottement, on en déduit qu'il existe des forces de frottement.

Valeur de cette force :

$$a = g.\sin\alpha - \frac{f}{m}$$

D'où $f = m(g.\sin\alpha - a)$

AN: $f = 0{,}65(10.\sin 12° - 1{,}54) = 0{,}35\ N$

Exercice 17:

Le graphe ci-dessous représente l'évolution au cours du temps de la vitesse d'une automobile pendant un essai sur une route rectiligne et horizontale

4.1- Quelle est la nature de la trajectoire du centre d'inertie de l'automobile ? **0,25pt**

4.2-Pourquoi entre les instants t = 0 et t = 10 s, l'accélération de l'automobile est constante ?
- Déterminer sa valeur. **0,5pt+ 0,5pt**

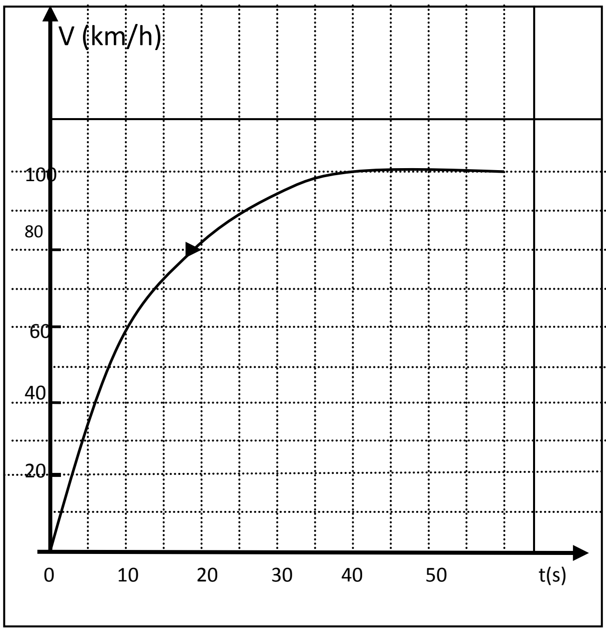
4.3- A partir de quelle date la vitesse de l'automobile peut-elle être considérée comme constante ?
- Quelle est la valeur de cette vitesse et de l'accélération **?** **0,25pt x 2**
- Quelle est la conséquence dynamique qu'on peut tirer du fait de la constance de la vitesse ?

4.4- A la date t = 25 s, quelle est la valeur de la vitesse et de l'accélération ? **0,25pt + 0,5pt**

4.5- On admet que pour 0 < t < 10 s, la somme des forces motrices est modélisée par un vecteur force $\vec{F_m}$ parallèle à la route et d'intensité constante F_m = 3000 N. La somme des actions résistantes sont modélisées par un vecteur force $\vec{f}$ de sens contraire au sens du déplacement de l'automobile.

4.5.1-Représenter sur un schéma les forces qui s'exercent sur l'automobile pour 0 < t < 10 s.

4.5.2- En appliquant le théorème du centre d'inertie à l'automobile, calculer l'intensité de $\vec{f}$. On donne m = 1200kg **0,5pt**

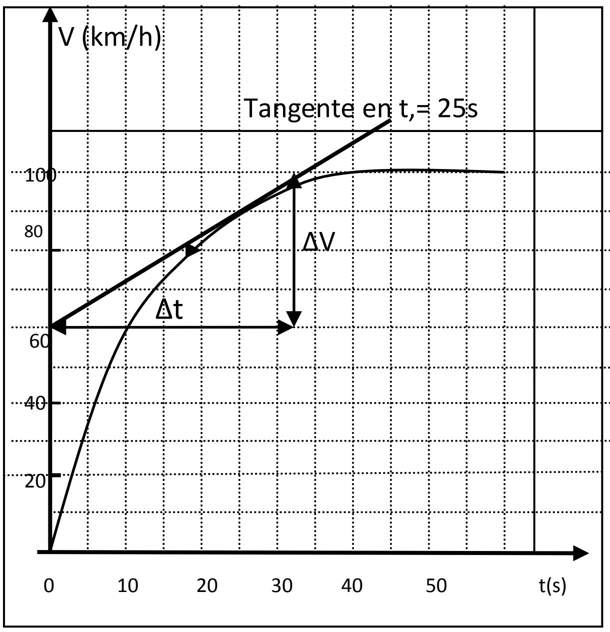


__**Une solution exercice 17**__

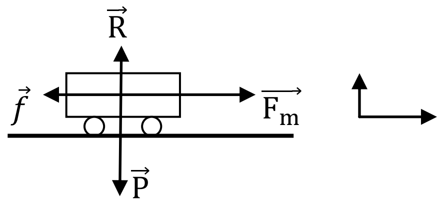
4.1- Nature de la trajectoire du centre d'inertie de l'automobile :
La route étant rectiligne et horizontale, la trajectoire du mouvement du centre d'inertie du véhicule est une droite horizontale.
4.2- Entre les instants t = 0 et t = 10 s, l'accélération de l'automobile est constante car entre cet intervalle de temps, le graphe donnant V = f(t) est une droite de pente positive.
Valeur de cette accélération :
C'est la pente de la droite V=f(t) entre t = 0 et t = 10s.
$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_{10} - V_0}{10 - 0} = \frac{60}{10.3,6} = 1,67\ m/s^2$
4.3- La vitesse de l'automobile peut être considérée comme constante à partir de t = 40s.
- Vitesse à cette date : 100 km/h
- Accélération à cette date : a = 0 car $\vec{V}$ est constante.
- Conséquence dynamique qu'on peut tirer du fait de la constance de la vitesse :

$$\sum \vec{F}_{extérieures} = \vec{0}$$

4.4- Valeur de la vitesse à t = 25s :
$V(t = 25) = 90km/h = 25m/s$
Valeur de l'accélération à cette date :
$a_{25} = [\frac{dV}{dt}]_{t=25}$
Sa valeur est le coefficient directeur de la tangente à la courbe V = f'(t) à cette date.



$a_{25} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{100-60}{(32,5-0)3,6} = 0,34m/s^2$
4.5-
4.5.1- Représentions sur un schéma les forces qui s'exercent sur l'automobile pour 0 < t < 10 s.



4.5.2- - En appliquant le théorème du centre d'inertie à l'automobile, calculons l'intensité de $\vec{f}$.
Application du TCI :
$\vec{P}\left|\begin{matrix}0\\-mg\end{matrix}\right. + \vec{R}\left|\begin{matrix}0\\R\end{matrix}\right. + \vec{f}\left|\begin{matrix}-f\\0\end{matrix}\right. + \overrightarrow{F_m}\left|\begin{matrix}F_m\\0\end{matrix}\right. = m.\vec{a}\left|\begin{matrix}a\\0\end{matrix}\right.$
$-f + F_m = m.a$
D'où $f = F_m - m.a$
AN : $f = 3000 - 1,67.1200 = 996\ N$

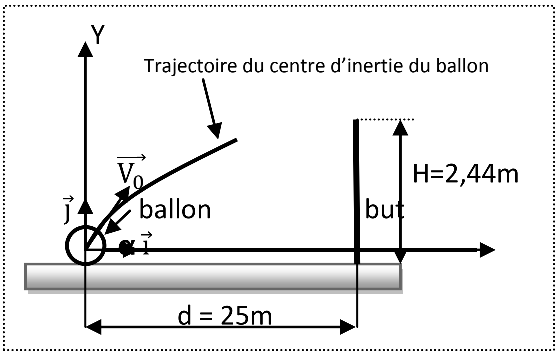
Exercice 18 / Application des lois de Newton sur le mouvement **9pt**

Les deux parties A et B sont indépendantes / 3,5pt

On se propose d'étudier un coup franc direct en football en faisant les hypothèses suivantes :

- Le ballon est assimilé à un point matériel sur lequel l'influence de l'air est négligeable. Le champ de pesanteur est uniforme et est de valeur g = 10 N/kg
- Le ballon est posé sur le sol horizontal face au but de hauteur H = 2,44m et son centre d'inertie est à une distance d = 25m de la ligne de but.

On définit le repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$). L'origine O du repère est le centre d'inertie du ballon posé sur le sol horizontal, $\vec{\imath}$ *horizontal est* dirigé vers le but ; $\vec{\jmath}$ vertical ascendant. Le joueur tirant le coup franc communique au ballon une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ dans le plan (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$), inclinée par rapport à l'horizontale d'un angle α = 30°.
A.1-En appliquant le théorème du centre d'inertie au ballon dans le repère (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$), écrire les équations horaires du mouvement du centre d'inertie du ballon. **1,25pt**
A.2- Ecrire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du ballon dans le repère (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) en fonction de g ; V_0 et α. 0,5pt
A.3- Quelle doit être la vitesse initiale V_0 du ballon pour qu'il pénètre dans le but en rasant la barre transversale ? 1pt
A.4- On admet que le gardien de but n'intercepte pas le ballon. Déterminer dans le repère (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$). Les Coordonnées du centre d'inertie du ballon au moment où il rebondit pour la première fois sur la pelouse.



B- On reprend l'expérience en formulant les hypothèses suivantes : g = 10 N/kg

-Le ballon est une sphère de rayon r = 15 cm sur lequel l'influence de l'air est négligeable.

-Le ballon est posé sur le sol horizontal face au but de hauteur H = 2,44m et son centre d'inertie est à une distance d = 25m de la ligne de but.

On définit le repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$).

L'origine O du repère est au sol horizontal, Le centre d'inertie du ballon posé en A(0 ; r).

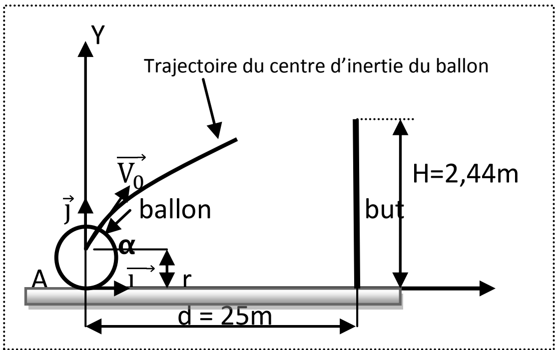
$\vec{\imath}$ *horizontal est* dirigé vers le but ; $\vec{\jmath}$ vertical ascendant. Le joueur tirant le coup franc communique au ballon une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ dans le plan (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$), inclinée par rapport à l'horizontale d'un angle α = 30°.

B.1-En appliquant le théorème du centre d'inertie au ballon
dans le repère (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$), écrire les équations horaires du mouvement du centre d'inertie du ballon. **1,5pt**

B.2- Ecrire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du ballon dans le repère (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) en fonction de V_0 . 0,5pt

B.3- Quelle doit être la vitesse initiale V_0 du ballon pour qu'il pénètre dans le but en rasant la barre transversale ? (Ne pas oublier les dimensions du ballon) 0,75pt

B.4- On admet que le gardien de but n'intercepte pas le ballon. Déterminer dans le repère (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) les coordonnées du centre d'inertie du ballon au moment où il rebondit sur le sol pour la première fois sur la pelouse.



<u>Une solution Exercice 18</u>

A.1- Equations horaires du mouvement du ballon dans le repère (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$).

Système : ballon ; référentiel terrestre galiléen ; force appliquée : le poids $\vec{P}$ =m. $\vec{g}$ du ballon.

Appliquons le théorème du centre d'inertie au ballon :

$\vec{P}\left|\begin{matrix}0\\-m.g\end{matrix}\right.$ = m.$\vec{a}\left|\begin{matrix}0\\a\end{matrix}\right.$ d'où $\vec{a}\left|\begin{matrix}0\\-g\end{matrix}\right.$ **0,25pt**

On a les équations horaires suivantes :

$\vec{V}\left|\begin{matrix}V_x = V_0.\cos\alpha\\V_y = -g.t + V_0.\sin\alpha\end{matrix}\right.$ **0,5pt**

$\overrightarrow{OG}\left|\begin{matrix}x = (V_0.\cos\alpha).t\\y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (V_0.\sin\alpha).t\end{matrix}\right.$ **0,5pt**

A.2-Equation de la trajectoire:

Eliminons le temps dans x et y, on a :

t = $\frac{x}{Vo\cos\alpha}$.

y= - $\frac{1}{2}$g..$\frac{x^2}{V_0^2.cos^2.\alpha}$ + x. tan α. 0,5pt

A.3- Valeur de la vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ du ballon pour qu'il pénètre dans le but en rasant la barre transversale.

Lorsque le ballon entre dans le but les coordonnées du centre d'inertie du ballon sont :

$\overrightarrow{OG}\left|\begin{matrix}x=25m\\y=H=2,44m\end{matrix}\right.$. 0,25pt

Remplace dans l'équation de la trajectoire x par 25 et y par h. on a :

H = - .$\frac{1}{2}$.g. $\frac{x^2}{V_0^2\ cos^2.\alpha}$ + x tan α

H = - $\frac{5.25^2.4}{3V_0^2}$ + 25.$\frac{\sqrt{3}}{3}$D'où V_0 = $\sqrt{\frac{20.25^2}{3.(25.\frac{\sqrt{3}}{3}-H)}}$

AN:

V_0 = $\sqrt{\frac{20.25^2}{3.(25.\frac{\sqrt{3}}{3}-2,44)}}$ = 18,63 m/s **0,25pt**

A.4- Coordonnées du centre d'inertie du ballon au moment où il rebondit sur le sol :

En ce point, y = 0. Dans l'équation de la trajectoire, donnons à y la valeur zéro. on a :

- .$\frac{1}{2}$.g. $\frac{x^2}{V_0^2\ cos^2.\alpha}$ + x. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ = 0

Soit : - $\frac{5.x^2.4}{3V_0^2}$ + x..$\frac{\sqrt{3}}{3}$ = 0

(- $\frac{5.4.x}{3V_0^2}$ + .$\frac{\sqrt{3}}{3}$).x = 0On trouve

x = V_0^2.$\frac{\sqrt{3}}{20}$

AN : x=$18,63^2$..$\frac{\sqrt{3}}{20}$ = 30,05 m

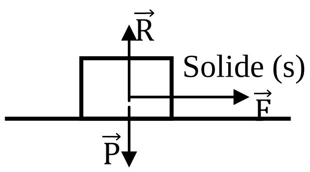
$\overrightarrow{OG}\left|\begin{matrix}x=30,05m\\y=0\ m\end{matrix}\right.$ **0,75pt**

B-

B.1- Equations horaires du mouvement du ballon dans le repère (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$).
Système : ballon ; référentiel terrestre galiléen ; force appliquée : le poids $\vec{P}$ =m. $\vec{g}$ du ballon.
Appliquons le théorème du centre d'inertie au ballon :
$\vec{P}\Big|_{-m.g}^{0}$ = m.$\vec{a}\Big|_{a}^{0}$ d'où $\vec{a}\Big|_{-g}^{0}$ **0,25pt**
On a les équations horaires suivantes :
$\vec{V}\Big|\begin{matrix} V_{x}= V_0.\cos\alpha \\ V_y= -g.t+ V_0.\sin\alpha \end{matrix}$ **0,5pt**

$\overrightarrow{OG}\Big|\begin{matrix} x=(V_0.\cos\alpha).t \\ y= -\frac{1}{2}.g.t^2+ (V_0.\sin\alpha).t+r \end{matrix}$ **0,5pt**
B.2-Equation de la trajectoire:
Eliminons le temps dans x et y, on a :
t = $\frac{x}{Vo\ cos2}$.
y= - $\frac{1}{2}$g..$\frac{x^2}{V_0^2.cos^2.\alpha}$ + x. tan α + r 0,5pt
B.3- Valeur de la vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ du ballon pour qu'il pénètre dans le but en rasant la barre transversale.
Lorsque le ballon entre dans le but les coordonnées du centre d'inertie du ballon sont :
$\overrightarrow{OG}\Big|\begin{matrix} x=25m \\ y=H-r=2{,}44m \end{matrix}$. 0,25pt
Remplaçons dans l'équation de la trajectoire x par 25 et y par h. on a :
$H-r$ = - .$\frac{1}{2}$.g. $\frac{x^2}{V_0^2\ cos^2.\alpha}$ + x tan α + r
H-2r = - $\frac{5.25^2.4}{3V_0^2}$ + 25.$\frac{\sqrt{3}}{3}$
D'où $V_0 = \sqrt{\frac{20.25^2}{3.(25.\frac{\sqrt{3}}{3}-H+2r)}}$ 0,5pt
AN:
$V_0 = \sqrt{\frac{20.25^2}{3.(25.\frac{\sqrt{3}}{3}-2{,}44+0{,}3)}}$ = 18,4 m/s **0,25pt**
B.4- Coordonnées du centre d'inertie du ballon au moment où il rebondit sur le sol :
En ce point, y = r. Dans l'équation de la trajectoire, donnons à y la valeur r. on a :
- .$\frac{1}{2}$.g. $\frac{x^2}{V_0^2\ cos^2.\alpha}$ + x. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ +r = r
Soit : - $\frac{5.x^2.4}{3V_0^2}$ + x..$\frac{\sqrt{3}}{3}$ = 0
(- $\frac{5.4.x}{3V_0^2}$ + .$\frac{\sqrt{3}}{3}$).x = 0 On trouve
x = $V_0^2.\frac{\sqrt{3}}{20}$
AN : x=18,63^2..$\frac{\sqrt{3}}{20}$ = 30,05 m
$\overrightarrow{OG}\Big|\begin{matrix} x=30{,}05m \\ y=0{,}15\ m \end{matrix}$ **0,75pt**

Exercice 19
On pose un solide (S) de masse 420g, sur une piste rectiligne. La piste étant horizontale, le solide (S) reste immobile, son centre d'inertie étant en un point O d'une droite x' x. on lui applique, à une date considérée comme origine des dates, pendant une durée Δt=10s, une force horizontale, constate et de valeur F =0,21N. On admet que le contact piste-solide (S) se fait sans frottements.
B.1- Faire à l'aide d'un schéma, l'inventaire des forces qui s'exercent sur le solide (S). 0,5pt
B.2- Déterminer la nature du mouvement du centre d'inertie du solide (S) pendant les dix secondes au cours desquelles le solide est soumis à la force $\vec{F}$. On calculera son accélération et on écrira son équation horaire. **0,25pt + 0,5pt x 2pt**
3- A la fin des dix secondes, l'action de la force $\vec{F}$ cesse. Le centre d'inertie du solide (S) a alors une vitesse de valeur V= 5m.s^{-1}. Quelle est la nature de son mouvement ultérieur ? Justifie ta réponse. **0,5pt**
4- Au bout de la piste, le solide (S) heurte une butée solidaire à la piste et repart en sens inverse son centre d'inertie ayant une vitesse de valeur V'= 5m.s^{-1}.
4-1- pourquoi peut-on dire que pendant le choc, la butée a exercé une force sur le solide (S).
4-2- Quels sont la direction et le sens de la force que la butée exerce pendant le choc sur le solide (S) ? Justifier ta réponse.

<u>Une solution exercice 19</u>
1- bilan des forces appliquées au solide avec un schéma.


2- Nature du mouvement du solide (S) pendant les 10 premières secondes.
Dans le référentiel terrestre galiléen, le théorème du centre d'inertie appliqué au solide s'écrit :
$\vec{p}$+ $\vec{R}$+$\vec{F}$= m. .$\vec{a}$. En projetant cette relation sur un axe horizontal orienté dans le sens du mouvement, on a : F = m.a
D'où a = $\frac{F}{m}$ et a = $\frac{F}{M}$.
AN : a=$\frac{0{,}21}{0{,}42}$= 0,5 m/s^2. **0,5pt**
Le solide effectue un mouvement rectiligne et accéléré. **0,25pt**
. Equation horaire

$x = \frac{1}{2} a t^2 = 0,25 t^2$. **0,5pt**

3- Nature du mouvement ultérieur du solide.

. Son mouvement est rectiligne et uniforme.

. Justification : $\vec{p}+\vec{R}=\vec{O}$. C'est le principe de l'inertie. **0,25pt x2**.

4 .1- Justifient pourquoi on peut dire que la butée a exercé une force sur le solide.

On le dit parce qu'après le choc, le solide (S) ne reste pas immobile. Il est renvoyé dans le sens contraire.

4- 2- Direction et sens de la force exercée par la butée.

- Direction horizontale,
- sens contraire au sens du mouvement initial.

Justification :

Soit $\vec{F}$ cette force :

Pendant la durée Δt, très petite du choc, on a :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m.\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} \text{ avec } \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$$

$$\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = m\frac{(\vec{V'}-\vec{V})}{\Delta t} \text{ et comme } \vec{V'} = -\vec{V}$$

$$\vec{F} = -2.m\frac{\vec{V}}{\Delta t}$$

$\vec{F}$ a donc la même direction que $\vec{V}$ et de sens contraire.

Exercice 20

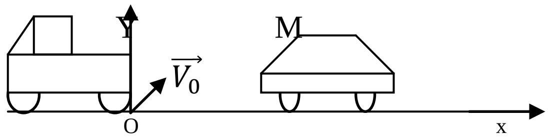
A-Un gravier assimilé à un point G, est projeté par le pneu d'un camion vers l'arrière dans le plan vertical repéré par (ox, oy). Le gravier en O à l'instant t = 0 s a une vitesse $\overrightarrow{V_0}$ de valeur 12m/s qui fait un angle **α**=37° par rapport à l'axe horizontal (ox). Les frottements sont négligés.

Données : g=9,8m/s^2

1-Etablir les équations horaires x(t) et y(t) du mouvement du gravier et l'équation cartésienne de la trajectoire dans le repère (Ox, Oy)

2-Le gravier vient frapper une voiture en un point M de son pare-brise. A l'instant initial où le gravier est projeté, le point M est à la distance d=44m de l'axe (oy). La voiture suit le camion selon la direction (ox) avec une vitesse constante de 90km/h. Etablir les équations horaires du mouvement du point M dans (ox, oy)

3-Déterminer la date t à laquelle se produit l'impact du gravier sur le pare-brise. En déduire la hauteur h au-dessus du sol du point d'impact M.



B-Données : masse De l'électron : m =9,1 x 10^{-31}kg ; charge de l'électron : q =-e=-1,6 x 10^{-19}c et le champ de pesanteur g=9,81m/s^2

Le champ électrique $\vec{E}$ est créé par un condensateur plan constitué de deux plaques parallèles et horizontales (P_1 et P_2) reliées à un générateur de tension constante U et séparée d'une distance d, comme l'indique la figure

Données : U=205V, d=4cm

Tous les électrons pénètrent dans le champ $\vec{E}$ supposé uniforme, au point A(0 ;y_0) et sont animés de la même vitesse $\overrightarrow{V_0}$ parallèle aux plaques de la figure ci-dessous.

1-Montrer par calcul qu'on peut négliger la force de pesanteur par rapport à la force électrique

2-Un électron pénètre dans le champ à l'instant initial (t=0). Etablir en citant le théorème utilisé, l'expression vectorielle de son accélération $\vec{a}$, en fonction de e, m et $\vec{E}$

3-On veut que le faisceau soit dévié vers le bas

3.1-reproduire la figure ci-dessus et représenter (sans souci d'échelle)

-la force qui s'exerce sur la particule à son entrée dans le champ

-le champ électrique

3.2-quelle est la plaque de plus haut potentiel ? Justifier la réponse

4-Equation cartésienne de la trajectoire

4.1-donner les composantes du vecteur accélération dans le repère (O, I, J) indiqué sur la figure et établir les équations horaires du mouvement de la particule dans ce repère

4.2-montrer que l'équation cartésienne de la trajectoire est de la forme y=A.x^2 + B où A et B sont des constantes

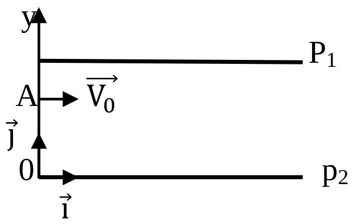
4.3-vérifier que la constante A est liée à la valeur de l'accélération $\vec{a}$ par la relation : A= $\frac{a}{2.{v_0}^2}$

4.4-Application numérique : calculer A pour $v_0=1,5 \times 10^7$ m/s

5- les satellites géostationnaires évoluent dans le plan équatorial à une altitude d'environ 35800km et restent à la verticale d'un point fixe de la surface terrestre

5.1-Quel est le mouvement d'un satellite géostationnaire par rapport au référentiel terrestre ?

5.2-Donner dans le référentiel galiléen d'étude les caractéristiques de la vitesse linéaire d'un satellite géostationnaire.



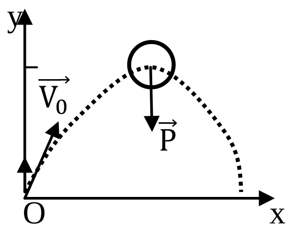
Une solution exercice20 :

A-

1-Etablissons les équations horaires x(t) et y(t) du mouvement du gravier et l'équation cartésienne de la trajectoire dans le repère

Système : gravier ; référentiel terrestre galiléen ; force appliquée : le poids $\vec{P}$ =m. $\vec{g}$ du gravier.

Représentation :



Appliquons le théorème du centre d'inertie au ballon :

$\vec{P}\left|\begin{matrix}0\\-m.g\end{matrix}\right.$ = m.$\vec{a}\left|\begin{matrix}0\\a\end{matrix}\right.$ d'où $\vec{a}\left|\begin{matrix}0\\-g\end{matrix}\right.$

On en déduit :

Conditions initiales : $\vec{V_0}\left|\begin{matrix}V_{0x} = V_{0.\cos\alpha}\\V_{0y} = V_{0.\sin\alpha}\end{matrix}\right.$ et $\overrightarrow{0G_0}\left|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right.$

$$x(t) = (V_0.\cos\alpha).t$$

$y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (V_0.\sin\alpha).t$

2- Equations horaires du mouvement du point M dans (ox, oy)

Le point M a un mouvement uniforme suivant (Ox). Sa loi horaire est de la forme

$x_M(t) = V_M.t + x_{Om}$.

A t = 0 ; le point M est en $x_{Om} = d = 44m$ et $V_M = -\frac{90}{3,6}$ = - 25 m/s.

Suivant l'axe (Oy), le point M ne fait pas de mouvement. Sa loi horaire suivant cet axe est $y_M(t) = Y_M$

Les équations du mouvement du point M sont alors :

$$\overrightarrow{OM}\left|\begin{matrix}x_M(t) = -25.t + 44\\y_M(t) = Y_M\end{matrix}\right.$$

3- Date d'impact du gravier sur le pare-brise :

L'impact a lieu lorsque $x_M(t) = x(t) = (V_0$

$$-25.t + 44 = (V_0.\cos\alpha).t$$

$$\boldsymbol{t} = \frac{\boldsymbol{d}}{V_0.\cos\alpha - V_M}$$

AN :

$t = \frac{44}{12.\cos 37° + 25}$ = 1,27 s

- Hauteur du point M au dessus du sol :

$Y_M = h = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (V_0.\sin\alpha).t$

AN :

$h = -\frac{1}{2}.9,8.1,27^2 + 12.\sin 37°).1,27 = 1,27m$

B-

1- Montrons par calcul qu'on peut négliger $\vec{P}$ devant $\vec{F_e}$:

$$\frac{F_e}{P} = \frac{E.e}{m.g} = \frac{1,6.10^{-19}.10^4}{9,1.10^{-31}} = 1,76.10^{15}$$

Ce rapport est très grand.

2- Expression de $\vec{a}$ en fonction de e ; m et $\vec{E}$:

Dans le référentiel terrestre galiléen, l'électron est soumis à la force électrique $\vec{F} = q.\vec{E} = -e.\vec{E}$.

Appliquons le théorème du centre d'inertie à l'électron :

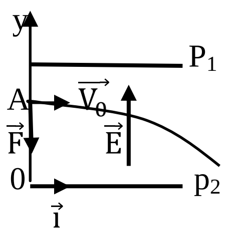
$\vec{F} = q.\vec{E} = -e.\vec{E}. = m.\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \frac{-e}{m}.\vec{E}$

Enoncé du théorème du centre d'inertie ;

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un système de masse m est égale au produit de sa masse par l'accélération $\overrightarrow{a_G}$ de son centre d'inertie.

3- On veut une déviation du faisceau vers le bas :

3 .1-Représentation de $\vec{F}$ et $\vec{E}$:



3.2- Plaque de plus haut potentiel :

C'est la plaque P_2.

Justification : Le champ électrique a le sens des potentiels décroissants.

4-

4.1-Composantes du vecteur accélération dans le repère (O, I, J) indiqué :

$$\vec{a} = \frac{-e}{m}.\vec{E}\left|\begin{array}{l} 0 \\ E = \frac{U}{d} \end{array}\right. \text{ d'où } \vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = \frac{-e.U}{m.d} \end{array}\right.$$

Equations horaires du mouvement de la particule dans le repère :

Vitesse : $\vec{V}\left|\begin{array}{l} a_x.t + V_{0x} = V_0 \\ V_y = a_y.t + V_{0y} = \frac{-e.U}{m.d}.t \end{array}\right.$

Position :

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x = V_0.t \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + y_0 = \frac{-e.U}{2.m.d}t^2 + y_0 \end{array}\right.$$

4.2-montrons que l'équation cartésienne de la trajectoire est de la forme y=A.x^2 + B où A et B sont des constantes

$$x = V_0.t \text{ d'où } t = \frac{x}{V_0}$$

$$y = \frac{-e.U}{2.m.d}\left(\frac{x}{V_0}\right)^2 + y_0 = \frac{-e.U}{2.m.d}.\frac{x^2}{V_0^2} + y_0$$

En posant $A = \frac{-e.U}{2.m.d}.\frac{1}{V_0^2}$ et $B = y_0$; on a une expression de la forme y=A.x^2 + B.

4.3-vérifions que la constante A est liée à la valeur de l'accélération $\vec{a}$ par la relation :

A= $\frac{a}{2.v_0{}^2}$

$$A = \frac{\frac{-e.U}{m.d}}{2.V_0^2} = \frac{a}{2.V_0^2}$$

4.3- Valeur de A pour $V_0 = 1{,}5.10^7$m/s.

$$A = \frac{-1{,}6.10^{-19}.205}{2.9{,}1.10^{-31}.0{,}4}.\frac{1}{(1{,}5.10^7)^2} = -2{,}44.10^{-2}\text{m}^{-1}$$

5-

5.1- Mouvement d'un satellite géostationnaire par rapport au référentiel terrestre :

Le satellite est immobile.

5.2- . Caractéristiques de la vitesse linéaire d'un satellite géostationnaire dans un référentiel galiléen :

-**Point d'application** : centre d'inertie du satellite ;

-**Direction et sens** : Tangent à la trajectoire et orientée dans le sens positif du mouvement.

-**Module**: $\frac{V^3}{(R+h)} = g_0.\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

D'où $V = R.\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$

AN:

$V = 6400.10^3.\sqrt{\frac{9{,}8}{(6400+35800).10^3}}$ = 3084,1m/s

Exercice 21 : **Mouvement dans un champ de pesanteur. / 3pt**

Un train est formé d'une locomotive remorquant 10 wagons identiques. La masse de la locomotive est M = 120 tonnes et celle de chaque wagon m = 50tonnes. Ce train se déplace à la vitesse constante de module V = 108 km / h. Les forces de frottement valent 100N par tonne.

A.1- Enoncer le principe de l'inertie. 0,5pt

A.2-Calculer la tension de l'attelage réunissant le 9ème au 10ème wagon. 0,**5pt**

A.3- Calculer la force de freinage nécessaire pour arrêter le train sur 1 km, les moteurs étant coupés. **0,75pt**

A.4- Le même train se déplace maintenant sur une voie ascendante de pente 8%. Sur cette montée, le train partant du repos atteint une vitesse de 108 km / h en 15 minutes. Sachant que les frottements sont les mêmes et que le mouvement du train est uniformément accéléré :

A.4.1- Calculer la distance parcourue par la rame pour atteindre 108 km / h. **0,5pt**

A.4.2- La force de traction au crochet de la locomotive. **g = 9,8N / kg 0,75pt**

<u>Une solution exercice 21</u>

A-Mouvement dans un champ de pesanteur. /3point

A.1 énoncé le principe de l'inertie

Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie d'un système isolé ou pseudo isolé reste immobile s'il était initialement au repos, ou est année d'un mot rectiligne et uniforme s'il était initialement en mouvement. V_G=constante.

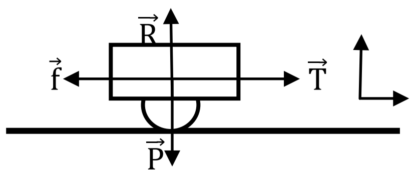
A.2- Tension de l'attelage réunissant le 9ème au 10ème wagon système : 10ème wagon.

Réf. Terrestre galiléen.

Force appliquée

- Le poids $\vec{p}=\overrightarrow{mg}$ du 10^{e} wagon
- La réaction $\vec{R}$ des rails
- La tension de l'attelage $\vec{T}$
- La force de frottement $\vec{f}$

- Représentation



- Principe de l'inertie :

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{f} = \vec{0}$

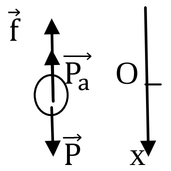
Par projection sur un axe horizontal oriente dans le sans du mouvement, on a :
$T - f = 0$ d'où T=f=100.50=5000N
A.3- force de freinage nécessaire pour arrêter le train sur 1km.
Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au train.
$\Delta E_C = -\frac{1}{2}(M+10m)V^2. = -f.d - Fd.$
D'où $F = \frac{(M+10m)V^2 - 2fd}{2d}$
AN : $F = \frac{(120+10.50).30^2.1000 - 2.(120+500)100.100}{2.100}$
$F = 2{,}17.10^5$N
A.4-
A.4.1- Distance parcourue par la rame pour atteindre 108 km/h=30m/s
V= a t d'où $a = \frac{V}{t}$.
$V^2 = 2\ a\ d = 2\frac{V}{t}.d$
D'où $d = \frac{V.t}{2}$
AN : $d = \frac{30.15.60}{2}$=13500m
A.4.2- Valeur de la force de traction au crochet de la locomotive.
Appliquons le TEC au système formé par les 10 wagons :
$\Delta E_C = +\frac{1}{2}(10m)V^2 = -10.100.50d + Fd$
$-10m\ gd\sin\boldsymbol{\alpha}$.
$F = \frac{20mgd\sin\alpha + 20.500d + 10m\,V^2}{2.d}$
$F = \frac{20.50.10^3.9{,}8.13500.0{,}08 + 20.500.13500 + 10.50 - 10^2.30^2}{2.13500}$
$F = 4{,}137.10^5$N
On peut également utiliser le TCI

Exercice 22 : Extrait concours FGI 2014
Un sauteur et son équipement (système S), de masse m =84 kg, se laisse tomber (d'un saut à l'élastique) sans vitesse initiale d'un pont dont le plateau se trouve à une hauteur h=270 m du sol.
On peut considérer que le volume du sauteur et de son équipement est : $V=0{,}25\ m^3$. Par ailleurs l'ensemble des actions exercées par l'air, outre la poussée d'Archimède, sur le sauteur peut être modélisé par une force de frottement dont la valeur f est proportionnelle au carré de la vitesse acquise : $f = \mu v^2$ où µ=0,78 unité SI.
On donne : masse volumique de l'air :
$\rho = 1{,}3 kg.m^{-3}$; accélération de la pesanteur : $g=9{,}8 m.s^{-2}$
1-Monter qu'il est légitime de ne pas prendre en compte la poussée d'Archimède.
On négligera donc cette poussée dans tout ce qui suit
2-A partir d'une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité avec laquelle s'exprime la constante µ, dans le système international
3-Ecrire, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, la seconde loi de Newton appliquée au système S
4-Que devient cette relation vectorielle projetée sur un axe vertical Ox orienté vers le bas ?
5-En déduire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $V_x(t)$ au cours de la chute et vérifier qu'elle est de la forme : $\frac{dv_x(t)}{dt} + Bv_x^2(t) = A$ où A et B sont deux constantes
6-Avec quelles unités s'expriment A et B ?
Déterminer A et B en fonction des données
7-En déduire l'expression de la vitesse limite v_{lim} (en fonction de m, g et µ) puis calculer sa valeur
8-La résolution de l'équation différentielle établie précédemment est obtenue par une méthode numérique.
Un extrait de la feuille de calcul est représenté ci-dessous.

Date t(s)	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1	1,20	……..
Vitesse v_x(m ;s^{-1})	0,00	1,96	3,62	5,85		9,60	11,4	……

a) Quel est le pas Δt utilisé pour effectuer les calculs de $v_x(t)$?
b) Cette méthode permet de prévoir, par calcul, l'évolution de la composante v_x de la vitesse du système S au cours du temps. La détermination de $v_x(t_{i+1})$ est possible si celle de $v_x(t_i)$ est connue en appliquant la relation
$v_x(t_{i+1}) = v_x(t_i) + [\frac{dv_x(t)}{dt}]_{t=ti}.\ \Delta t$. Déterminer par le calcul, la vitesse v_x(t=0,80s) absente du tableau.

Une solution exercice 22 :
1- Montrons qu'il est légitime de ne pas prendre en compte la poussée d'Archimède.
Etudions le mouvement du sauteur en prenant en compte la poussée d'Archimède :
Les forces extérieures appliquées à ce système dans le référentiel galiléen sont :
$\vec{P}$; $\overrightarrow{P_a}$ et $\vec{f}$.
Représentation :



Application du TCI :
$\vec{P} + \overrightarrow{P_a} + \vec{f} = m.\vec{a}$
Par projection sur l'axe (Ox) orienté vers le bas, on a :
$$m.g - \mu.v^2 - \boldsymbol{\rho.V.g = m.a}$$

D'où $a = \frac{m.g - \mu.v^2 - \boldsymbol{\rho.V.g}}{m}$
En étudiant le mouvement du système dans le référentiel galiléen et en négligeant la poussée d'Archimède, on trouve :

$$a' = \frac{m.g - \mu.v^2}{m}$$

$$\Delta a = a' - a = \frac{\boldsymbol{\rho.V.g}}{m} = \frac{1,3.9,8.0,25}{84}$$
$$= 0,04\ m/s^2$$

Cette différence étant négligeable, on conclut qu'on peut négliger la poussée d'Archimède au cours de cette étude.

2- Unité de la constante μ :

$\mu = \frac{f}{v^2}$

f en N ou en $kg.m.s^{-2}$ et v^2 en $m^2.s^{-2}$

on conclut que μ est en $kg.m^{-1}$.

3- Expression de la deuxième loi de Newton appliquée au système :
En négligeant la poussée d'Archimède dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées au système sont : $\vec{P}$ et $\vec{f}$.
L'expression cherchée est :
$\vec{P} + \vec{f} = m.\vec{a}$

4- Expression de la projection de cette relation vectorielle sur l'axe (Ox) orienté vers le bas :

$$m.g - \mu.v^2 = \boldsymbol{m.a}$$

5- Déduisons l'équation différentielle :
$m.g - \mu.v_x^2(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{m}.\frac{\boldsymbol{dv_x(t)}}{\boldsymbol{dt}}$

D'où $\frac{\boldsymbol{v_x(t)}}{\boldsymbol{dt}} + \frac{\mu}{\boldsymbol{m}}.v_x^2(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{g}$

En posant B = $\frac{\mu}{\boldsymbol{m}}$ et A = g, on retrouve l'équation différentielle :
$\frac{\boldsymbol{dv_x(t)}}{\boldsymbol{dt}} + \boldsymbol{B}.v_x^2(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{A}$

6- Unités et valeur de A et B :

grandeurs	unités	valeur
A=g	m/s^2 ou N/kg	9,8
B = $\frac{\mu}{\boldsymbol{m}}$	m^{-1}	$9,3.10^{-3}$

7- Expression de la vitesse limite v_{lim} :
Cette vitesse limite est atteinte lorsque $\frac{\boldsymbol{dv_x(t)}}{\boldsymbol{dt}} = \boldsymbol{0}$

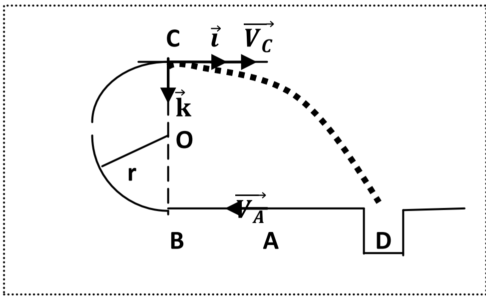
$$m.\square - \mu.v_{lim}^2(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{0}$$

$v_{lim} = \sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{9,8}{9,3.10^{-3}}} = 32,47\ m/s$

8-
a) Le pas Δt utilisé est de 0,2s.
b) Valeur de $v_{x\ (t=0,80)}$
$v_{i+1} = v_i + [\frac{dv_x(t)}{dt}]_{t=i}$.Δt

Sachant que $[\frac{dv_x(t)}{dt}]_{t=i} = a_{i=} \frac{m.g - \mu.v_i^2}{m}$ on aura :
$v_{t=0,8} = v_{t=0,6} + \frac{(m.g - \mu.v_{t=0,6}^2)}{m}.\Delta t$
AN :
$v_{t=0,8} = 5,85 + \frac{(84.9,8 - 0,78.5,85^2)}{84}.0,2 = 7,8m/s$

Exercice 23
On considère une piste de mini-golf située dans un plan verticale. AB est horizontal et BC est circulaire de centre O et de rayon r. On suppose les frottements négligeables et la balle de golf assimilée à un point matériel. AB=0,9m ; AD=1m ; r=30cm ; $g=10m.s^{-2}$. La balle est frappée au point A, ce qui la lance en A vers B avec une vitesse initiale $\vec{V_A}$ horizontale. Pour gagner le point, il faut que la balle retombe dans le trou de centre D après avoir parcouru le trajet ABC. La trajectoire de la balle après le point C est représentée en pointillée.



Q.82- Etablir les équations horaires du mouvement de la balle dans le repère (C, $\vec{i}, \vec{k}$) après le passage en C avec la vitesse $\vec{V_C}$ sachant que le vecteur vitesse $\vec{V_C}$ au point C a la direction et le sens de $\vec{i}$. On prendra pour origine des dates l'instant où la balle passe en C et pour origine des espaces le point C.

a) $\vec{V}\begin{cases} V_C \\ 10.t \end{cases}$ et $\overrightarrow{CG}\begin{cases} x = V_C.t \\ z = 5.t^2 \end{cases}$; b) $\vec{V}\begin{cases} V_C \\ 5.t \end{cases}$ et $\overrightarrow{CG}\begin{cases} x = V_C.t \\ z = 5.t^2 \end{cases}$

c) $\vec{V}\begin{cases} V_C \\ 10.t + V_C \end{cases}$ et $\overrightarrow{CG}\begin{cases} x = V_C.t \\ z = 5.t^2 + V_C.t \end{cases}$

Q.83 - Ecrire l'équation de la trajectoire de la balle dans ce repère.
a) $Z = \frac{5.x^2}{V_C^2}$; b) $Z = \frac{5.x^2}{V_C^2} + x$; c) $Z = \frac{10.x^2}{V_C^2}$;

Q.84- Donner l'expression du module de la vitesse $\vec{V_C}$ pour que la balle retombe en D situé à la distance L de B en fonction de L et r.
a) $L.\sqrt{\frac{5}{2.r}}$; b) $L.\sqrt{\frac{10}{r}}$; c) $L.\sqrt{\frac{5}{2.r}} + 2.r$

Q.85- La valeur de V_C est :

a) 5,48m/s ; b) 54,8m/s ; c) 6,5mm/s

Q.86- La loi de Newton à laquelle obéit le mouvement de la balle entre les points A et B est :

a) Le théorème du centre d'inertie ;

b) Le principe de l'inertie ;

c) Le principe des actions réciproques ;

d) La relation fondamentale de la dynamique du solide en translation.

Q.87- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la balle entre B et C, déterminer la valeur de la vitesse $\overrightarrow{V_B}$.

a) 6,48 m/s ; b) 64,8 m/s ; c) 5,48 m/s

Q.88- Le module de la vitesse $\overrightarrow{V_A}$ de lancement lorsque le point est gagné est :

a) 6,48 m/s ; b) 5 m/s ; c) 5,48 m/s

Une solution exercice 23 :

Q.82	Q.83	Q.84	Q.85	Q.86	Q.87	Q.88
a)	a)	a)	a)	b)	a)	a)

Exercice 24 : Extrait concours ENSP

Dans tout l'exercice, dire si la proposition est vraie ou fausse.

Dans un référentiel terrestre, on considère la chute d'un parachutiste de masse m=20 kg portant une charge de masse M. A l' instant initial, le parachutiste et sa charge sont abandonnés sans vitesse initiale, d'une hauteur h=320 m. On négligera la poussé d'Archimède. Le mouvement est étudié selon un axe vertical ascendant (Oz) dont l'origine O se situe sur le sol. La valeur du champ de pesanteur est : $g=10\ m.s^{-2}$.

Le parachute ne s'ouvre pas, la résistance de l'air est négligée.

a) L'équation horaire du parachute chargé s'écrire : $z= + 5{,}0\ t^2$.

b) Le parachutiste et sa charge arrivent au sol à la vitesse de $80\ m.s.^{-1}$.

Le parachute s'ouvre et la résistance de l'air $\vec{R}$ est de module proportionnelle au carré de la vitesse : $R=kv^2$ avec k=10 unités S.I. Le parachutiste et sa charge atteignent maintenant une vitesse limitée de $7{,}0\ m.s.^{-1}$.

c) La masse M vaut 78 kg

d) L'accélération est nulle.

<u>**Une solution exercice 24** :</u>

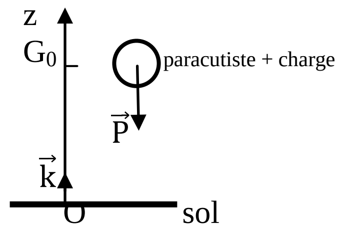
a) Equation horaire du mouvement du parachutiste chargé :

Système : Parachutiste et sa charge ;

Référentiel : terrestre galiléen ;

Force appliquée : Le poids $\vec{P}$ du parachutiste et de sa charge.

Représentation :



Application du TCI :

$$\vec{P} = (M+m).\vec{g} = (M+m).\vec{a} \text{ d'où}$$

$\vec{a} = \vec{g}|{-g} = -10\ m.s^{-2}$

A t=0, z_0 = 320m

L'équation horaire du mouvement cherché est : $z = -5.t^2 + 320$. En mètre.

b) Vitesse d'arrivée du parachutiste et de sa charge au sol :

$V^2 = 2.a.(Z - z_0)$ d'où $V = \sqrt{2.a.(Z - z_0)}$

AN : $V = \sqrt{2.(-10).(0 - 320)}$ = 80 m/s

c) Valeur de la masse de la charge :

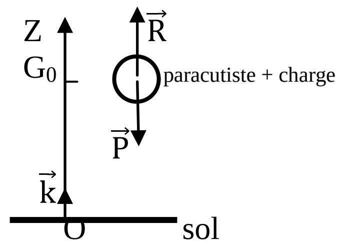
Déterminons la vitesse limite atteinte par le parachutiste et sa charge :

Système : Parachutiste et sa charge ;

Référentiel : terrestre galiléen ;

Force appliquée : Le poids $\vec{P}$ du parachutiste et de sa charge.

Représentation :



Application du TCI :

$$\vec{P}|-(M+m)g + \vec{R}|k.V^2 = (M+m).\vec{a}$$

Par projection sur l'axe (Oz), on a :

$$-(M+m)g + k.V^2 = (M+m).\frac{dV}{dt}$$

C'est une équation différentielle en V.

La vitesse limite est atteinte lorsque $\frac{dV}{dt} = 0$

Ceci entraine que $-(M+m)g + k.V_{lim}^2 = 0$

D'où $V_{lim} = \sqrt{\frac{(M+m)g}{k}}$

Déduisons M :

$$M = \frac{k.V_{lim}^2}{g} - m$$

AN :

$$M = \frac{10.7^2}{10} - 20 = 29\ kg$$

c) Accélération du système à cet instant :

$$\frac{dV}{dt} = a = 0$$

L'accélération est nulle.

Récapitulatif

a)	b)	c)	d)
fausse	Vraie	fausse	Vraie

Exercice 25 Les lois de Newton / 8,5pt

A- Afin d'étudier les lois de Newton, un élève réalise une série d'expérience avec un mobile autoporteur de masse m = 600g sur une table de marquage. On néglige l'ensemble des forces de frottement dans tout l'exercice et on prendra

A.1- Pour réaliser la première expérience, on place simplement le mobile autoporteur sur la table parfaitement horizontale. Aucun mouvement n'est observé. Après avoir fait le bilan des forces exercées sur le mobile autoporteur, énoncer le principe des actions réciproques et déterminer l'intensité de la réaction de la table. 0,25pt +2x 0,5pt

A.2- On pousse le mobile. Il est maintenant animé d'un mouvement rectiligne et uniforme. Enoncer la loi de Newton vérifiée par le mobile autoporteur puis déduire une relation entre les différentes forces appliquées. 0,5pt + 0,25pt

A.3- Pour finir, on pose le mobile sur une table inclinée de α = 30° par rapport à l'horizontal et on lâche. Enoncer la loi de Newton qui permet de calculer son accélération et calculer cette accélération. g = 10N/kg. 0,5pt + 1pt

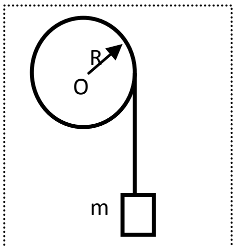
B- Une roue de rayon R, de masse M et de moment d'inertie J tourne sans frottement autour d'un axe horizontal passant par le centre O. une corde inextensible de masse négligeable enroulée autour de la roue supporte un solide de masse m.

B.1- faire un schéma représentant les forces appliquées au solide de masse m..

B.2- Appliquer le théorème du centre d'inertie au solide de masse m et déterminer l'expression de l'accélération linéaire a en fonction de m, g et T (valeur de la tension du fil).

B.3- Faire un schéma représentant les forces appliquées à la roue. 0,75pt

B.4- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique à la roue et donner l'expression de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ de la roue en fonction de T, R, et J. 0,5pt



B.5- Déduire l'expression de l'accélération linéaire en fonction de T, R ; J. 0,5pt

B.6- A partir des 2 relations précédentes, déterminer les expressions de la tension T de la corde, de l'accélération linéaire a et de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ en fonction de m, J, g et R. (0,5ptx3)

B.7- Faire l'application numérique. M= 2kg ; R=30cm ; J= 0,09kg.m^2 ; m= 0,5kg g = 10 N/kg

<u>Une solution exercice 25 :</u>

A-

A.1- Bilan des forces extérieures appliquées sur le mobile :

- Le poids $\vec{P}$ du mobile ;
- La réaction $\vec{R}$ de la table.

Enoncé du principe des actions réciproques :

Lorsqu'un système A exerce sur un système B une force $\overrightarrow{F_{AB}}$; simultanément, le système B exerce sur le système A une force $\overrightarrow{F_{BA}}$ de même direction, de même intensité et de sens contraires.

- Intensité de la réaction $\vec{R}$ de la table :

$$\vec{P} = -\vec{R} \quad \text{d'où } R = P = m.g$$

AN : $R = 0{,}6.10 = 6N$

A.2- Enoncé de la loi de Newton vérifiée par le mobile autoporteur :

Cette loi est le principe de l'inertie.

<u>Enoncé</u> : Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie d'un système isolé ou pseudo isolé est immobile si le système était initialement au repos ; est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme si le système était initialement en mouvement.

Déduction de la relation entre les différentes forces appliquées :

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$$

A.3-Enoncé de la loi de Newton qui permet de calculer l'accélération :

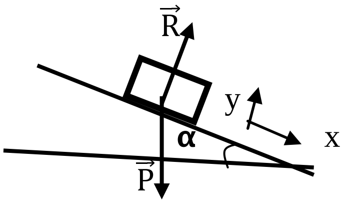
Cette loi est le théorème du centre d'inertie.

<u>Enoncé</u> :

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un système de masse m est égale au produit de sa masse par l'accélération $\overrightarrow{a_G}$ de son centre d'inertie.

- Valeur de l'accélération :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le mobile est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ du plan. Représentation :



Application du TCI dans le repère ci-dessus :

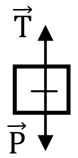
$$\vec{P}\begin{vmatrix} m.g.\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix} 0 \\ R \end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix} a \\ 0 \end{vmatrix}$$

On en déduit que : $a = g.\sin\alpha$

AN: $\quad a = 10.\sin 30° = 5m.s^{-2}$

B-

B.1- Un schéma représentant les forces appliquées au solide de masse m :



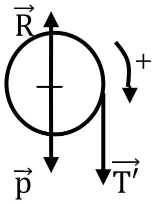
B.2- Détermination à partir du TCI de l'expression de l'accélération linéaire a en fonction de m,g et T (valeur de la tension du fil).

$$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

En projectant cette relation sur un axe vertical descendant, on a :

$m.g - T = m.a$ d'où $a = \frac{m.g-T}{m}$

B.3-Schéma représentant les forces appliquées à la roue.



B.4- A partir de la RFDSR, déterminons $\ddot{\theta}$

En fonction de T ; R et J :

$$M_\Delta(\vec{p}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{T'}) = J.\ddot{\theta}$$

$$0 + 0 - T'.R = J.\ddot{\theta}$$

Or $\vec{T} = -\vec{T'}$ et T = T'.

On en déduit que : $\ddot{\theta} = \frac{T.R}{J}$

B.5- Expression de l'accélération linéaire en fonction de T, R ; J :

$\ddot{\theta} = \frac{T.R}{J} = \frac{a}{R}$ d'où $a = \frac{T.R^2}{J}$

B.6- Déterminer les expressions l'intensité de la tension T de la corde, de l'accélération linéaire a et de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ en fonction de m, J, g et R. (0,5ptx3)

$a = \frac{m.g-T}{m} = \frac{T.R^2}{J}$ d'où

$T = \frac{m.g.J}{J+m.R^2} = \frac{0,5.10.0,09}{0,09+0,5.0,3^2} = 3,33\ N$

$\ddot{\theta} = \frac{T.R}{J} = \frac{m.g.R}{J+m.R^2} = \frac{0,5.10.0,3}{0,09+0,5.0,3^2} = 11,11\ rad.s^{-2}$

$a = \frac{\ddot{\theta}}{R} = \frac{m.g}{J+m.R^2} = \frac{0,5.10}{0,09+0,5.0,3^2} = 37,03m.s^{-2}$

EXERCICE 26 / 4pt Exercice à caractère expérimental

La figure (a) est la représentation d'une partie de l'enregistrement du mouvement sur une table à cousin d'air d'un solide S entraîné par un fil inextensible de masse négligeable passant sur la gorge d'une poulie et supportant un objet de masse m (fig b). L'intervalle de temps séparant deux marques consécutives est θ=60ms.

1- En utilisant le document de la figure (a) ; calculer la vitesse du centre d'inertie du solide S aux instants correspondant aux positions A_2, A_3 et A_4.

On rappelle que $\quad V_i = \frac{A_{i-1}A_{i+1}}{2\theta}$

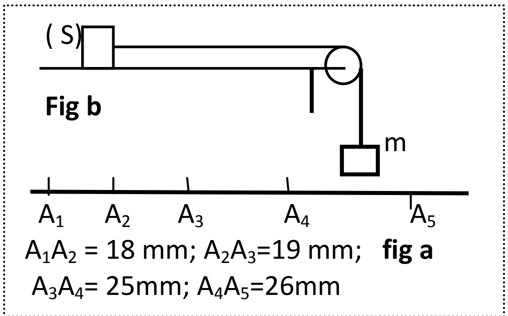
2- Représenter les variations de la vitesse en fonction du temps : V = f(t). On prendra en abscisses : 2cm ↔ 60ms et en ordonnées : 1cm ↔ 0,1m/s. On ne se préoccupera pas de l'origine des temps. 1,25pt

Quelle est la nature du mouvement de S ?

3-Déterminer la valeur a_G de son accélération.

4- Faire le bilan des forces appliquées au solide (S) et déduire la valeur T de la tension exercée par le fil sur le solide S sachant que celui-ci a une masse M = 800g. 0,5pt x 2

5- En admettant que la tension est constante le du fil, calculer la valeur de la nasse d'entrainement m.



Une solution exercice 26 :

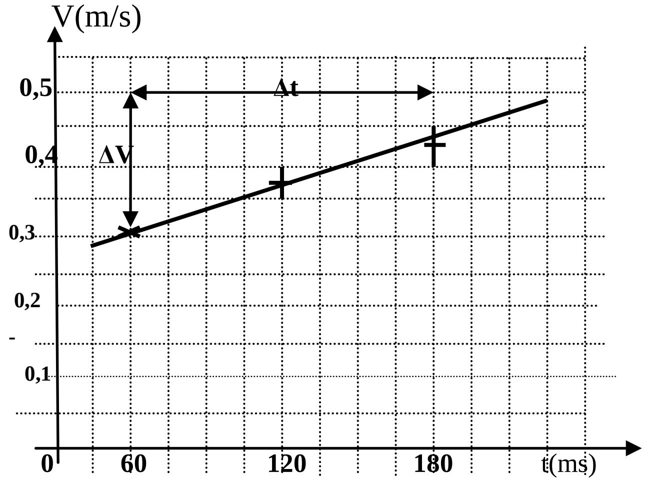
1- Vitesse du centre d'inertie du mobile aux points A_2 ; A_3 ; et A_4 :

$V_2 = \frac{A_1A_3}{2.\theta} = \frac{(18+19).10^{-3}}{2.60.10^{-3}} = 0,308\ m/s$

$V_3 = \frac{A_2A_4}{2.\theta} = \frac{(25+19).10^{-3}}{2.60.10^{-3}} = 0,366\ m/s$

$V_4 = \frac{A_3A_5}{2.\theta} = \frac{(25+26).10^{-3}}{2.60.10^{-3}} = 0,425\ m/s$

2- Représentation des variations de la vitesse en fonction du temps : V = f(t)

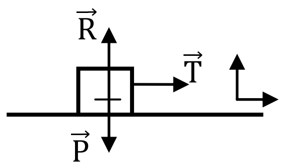


Nature du mouvement de S :
La vitesse étant une fonction du temps et de pente positive, on conclut que la mobile effectue un mouvement rectiligne et accéléré.
3-Valeur de l »accélération du centre d'inertie du mobile :

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0{,}425 - 0{,}308}{(2.60).10^{-3}} = 0{,}975\ m/s^2$$

3-Déterminer la valeur a_G de son accélération.
4- Faire le bilan des forces appliquées au solide (S) :
Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées à (S) sont :
- Le poids $\vec{P}$ du solide (S) ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan ;
- La tension $\vec{T}$ du fil.

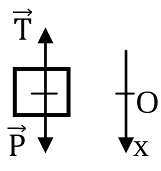
Valeur de la tension T :
Appliquons le TCI au solide :



.

$$\vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -Mg \end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix} 0 \\ R \end{vmatrix} + \vec{T}\begin{vmatrix} T \\ 0 \end{vmatrix} = M\vec{a}\begin{vmatrix} a \\ 0 \end{vmatrix}$$

D'où $T = M.a$
AN: $T = 0{,}8.0{,}975 = 0{,}78N$
5- Valeur de la masse d'entrainement m :
Etudions le mouvement de cette masse :
Dans le référentiel terrestre galiléen, elle est soumise à son poids $\overrightarrow{P_m}$ et à la tension du fil $\vec{T}$.
Représentation :



.
Application du TCI :

$$\overrightarrow{P_m} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

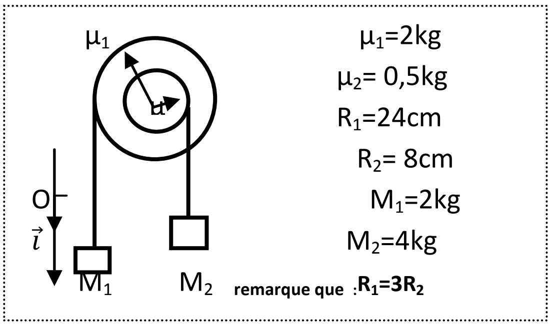
Par projection sur (Ox), on a :

$$\boldsymbol{m.g - T = m.a}$$

$$\boldsymbol{m = \frac{T}{g-a}}\ \ \textbf{AN : }\ \boldsymbol{m = \frac{0{,}78}{9{,}8 - 0{,}975} = 0{,}088kg}$$

Exercice 27 :
On se propose de déterminer l'accélération angulaire et linéaire d'un système formé de poulies et de corps pesants. On dispose à cet effet du dispositif représenté ci-dessous.
Les poulies de masse respectives μ_1 =2 kg et de rayon R_1=24cm et μ_2=0,5kg et de rayon R_2=8cm sont coaxiaux et leur masse réparties à la périphérie. Les fils sont inextensibles et de masse négligeables dont une extrémité est fixée en un point de la gorge de la poulie et l'autre supportant un solide de masses respectives M_1=2kg et M_2=4kg. Les frottements sont négligeables. Le système ainsi constitué est abandonné à lui même sans vitesse initiale.
A.1-Des deux solides lequel peut provoquer le déplacement de l'autre ? On rappelle que c'est le moment qui est responsable de l'effet de rotation d'une force. **0,25pt**
A.2-Exprime les moments d'inertie J_1 et J_2 de chacune des poulies par rapport à l'axe de rotation et en déduire le moment d'inertie J du système de poulies. **0,25pt x 2**
A.3- En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide de masse M_1 dans la base (O ; $\vec{\imath}$), montre que son accélération linéaire $\overrightarrow{a_1}$ est telle que $a_1 = \frac{g.M_1 - T_1}{M_1}$. **0,5pt**
A.4-- En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide de masse M_2 dans la base (O ; $\vec{\imath}$), montre que son accélération linéaire $\overrightarrow{a_2}$ est telle que $a_2 = \frac{T_2 - g.M_2}{M_2}$. **0,5pt**
A.5-Sachant que la corde s'enroule et se déroule sans glisser dans la gorge de chaque poulie, écris une relation entre l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ du système des deux poulies et l'accélération linéaire a_1 du solide de masse M_1 d'une part et ente $\ddot{\theta}$ et a_2 d'autres parts. **0,25pt x 2**
A.6-On admet que $\frac{a_1}{R_1} = \frac{a_2}{R_2}$.En appliquant la relation fondamentale de la dynamique du solide

en rotation au système formé par les deux poulies, montre que $a_1 = \frac{(3.M_1 - M_2)g}{\frac{J}{3.R_2^2} + \frac{1}{3}M_2 + 3.M_1}$

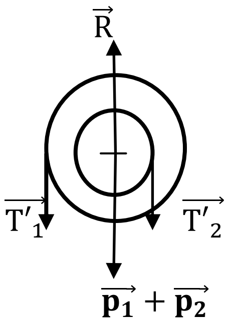


<u>Une solution exercice 27</u> :

A.1- Vérifions quel solide peut entrainer l'autre :
Etudions le système poulie :
Les forces extérieures appliquées au système formé par les deux poulies sont :

- Le poids $\overrightarrow{P_1}$ de la poulie de masse μ_1 ;
- Le poids $\overrightarrow{P_2}$ de la poulie de masse μ_2 ;
- la tension $\overrightarrow{T'_1}$ du brin de fil supportant M_1 ;
- la tension $\overrightarrow{T'_2}$ du brin de fil supportant M_2 ;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe de la poulie.

Représentation :



$$\sum \mathbf{M_\Delta}\left(\overrightarrow{\mathbf{F_{ext}}}\right) = \mathbf{T'_1.R_1 - T'_2.R_2}$$
$$= \mathbf{M_1.g.R_1 - M_2.g.R_2} > 0$$

<u>On conclut que le solide de masse M_1 entraine le solide de masse M_2.</u>

A.2- Exprimons les moments d'inertie J_1 et J_2 de chacune des poulies par rapport à l'axe de rotation :

$J_1 = \mu_1.R_1^2$ et $J_2 = \mu_2.R_2^2$

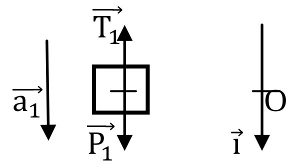
Déduisons le moment d'inertie J du système des deux poulies :

$$J = \mu_1.R_1^2 + \mu_2.R_2^2$$

A.3- En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide de masse M_1 dans la base (O ; $\vec{\imath}$), montrons que son accélération linéaire $\overrightarrow{a_1}$ est telle que $a_1 = \frac{g.M_1 - T_1}{M_1}$:

Système : solide de masse M_1 ;
Référentiel : terrestre galiléen ;
Forces appliquées :
- - la tension $\overrightarrow{T_1}$ du brin de fil supportant M_1 ;
- - Le poids $\overrightarrow{P_1}$ du solide de masse M_1 ;

Représentation :



Application du TCI :

$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{T_1} = M_1.\overrightarrow{a_1}$

En projetant sur l'axe (O$\vec{i}$) ; on a :

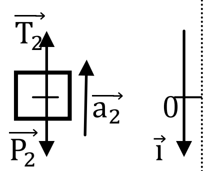
$M_1.g - T_1 = M_1.a_1$

D'où : $a_1 = \frac{g.M_1 - T_1}{M_1}$

A.4-- En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide de masse M_2 dans la base (O ; $\vec{\imath}$), montre que son accélération linéaire $\overrightarrow{a_2}$ est telle que $a_2 = \frac{T_2 - g.M_2}{M_2}$

Système : solide de masse M_2 ;
Référentiel : terrestre galiléen ;
Forces appliquées :
- - la tension $\overrightarrow{T_2}$ du brin de fil supportant M_2 ;
- - Le poids $\overrightarrow{P_2}$ du solide de masse M_2 ;

Représentation :



Lorsque le solide de masse M_1 se déplace d'une longueur x_1 la poulie μ_1 effectue une rotation d'angle θ tel que son abscisse curviligne soit $s_1 = R_1\theta = x_1$.
Lorsque le solide de masse M_2 se déplace d'une longueur x_2 la poulie μ_2 effectue une rotation d'angle θ tel que son abscisse curviligne soit $s_2 = R_2\theta = x_2$

$a_1 = \frac{d^2x_1}{dt^2} = \frac{d^2s_1}{dt^2} = R_1.\ddot{\theta}$

$a_2 = \frac{d^2x_2}{dt^2} = \frac{d^2s_2}{dt^2} = R_2.\ddot{\theta}$

Application du TCI :

$\overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{T_2} = M_2.\overrightarrow{a_2}$

En projetant sur l'axe (O$\vec{i}$) ; on a :

$M_2.g - T_2 = -M_2.a_2$

D'où : $a_2 = \frac{T_2 - g.M_2}{M_2}$

A.5- Relation entre l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ du système des deux poulies et l'accélération linéaire a_1 du solide de masse M_1 d'une part et ente $\ddot{\theta}$ et a_2 d'autres parts :

Sachant que les deux poulies ont le même axe de rotation, elles ont la même accélération angulaire et on peut écrire :

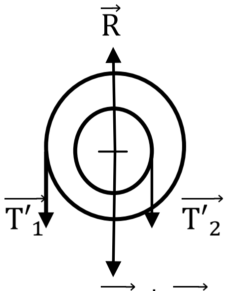
$$\ddot{\theta} = \frac{a_1}{R_1} = \frac{a_2}{R_2}$$

A.6- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation au système formé par les deux poulies, montre que

$$a_1 = \frac{(3.M_1 - M_2)g}{\frac{J}{3.R_2^2} + \frac{1}{3}M_2 + 3.M_1}$$

Système : les deux poulies :
Référentiel terrestre galiléen ;
Forces appliquées :
- Le poids $\vec{P_1}$ de la poulie de masse μ_1 ;
- Le poids $\vec{P_2}$ de la poulie de masse μ_2 ;
- la tension $\vec{T'_1}$ du brin de fil supportant M_1 ;
- la tension $\vec{T'_2}$ du brin de fil supportant M_2 ;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe de la poulie.

Représentation :



Appliquons la RFDSR :

$\sum M_\Delta(\vec{F_{ext}}) = J.\ddot{\theta}$

$= M_\Delta(\vec{T'_2}) + M_\Delta(\vec{T'_1}) + M_\Delta(\vec{P_2}) + M_\Delta(\vec{P_1}) + M_\Delta(\vec{R}) = J.\frac{a_1}{R_1}$

comme $\vec{T'_1} = -\vec{T_1}$ et $\vec{T'_2} = -\vec{T_2}$

Alors ; $T_1 = T'_1 = M_1.(g - a_1)$

et $T_2 = T'_2 = M_2.(g + a_2)$

L'expression devient :

$$M_1.(g - a_1)R_1 - M_2.(g + a_2)R_2 = J.\frac{a_1}{R_1}$$

$3.M_1.g.R_2 - 3.M_1.a_1.R_2 - M_2.g.R_2 - M_2.\frac{a_1}{3}.R_2 = J.\frac{a_1}{3.R_2}$

$a_1\left(\frac{J}{3R_2} + \frac{1}{3}M_2R_2 + 3.M_1.R_2\right) = (3.M_1 - M_2)g.R_2$

$$\mathbf{a_1 = \frac{(3.M_1 - M_2)g}{\frac{J}{3.R_2^2} + \frac{1}{3}M_2 + 3.M_1}}$$

Exercice 28 : De type expérimental

Le chrono enregistrement de la figure ci-dessous est celui du mouvement d'un mobile. Il est donné à l'échelle $E = \frac{1}{2}$. L'intervalle de temps entre deux marques consécutives est θ = 60 ms.

18 .1-calcule les valeurs V_1, V_3 et V_5 de la vitesse aux points respectives M_1 ; M_3 et M_5. On rappelle que la Vitesse $V_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$. **0,25pt x 2**

18.2- Construire aux points M_2 et M_4 les vecteurs $\vec{V_2}$ et $\vec{V_4}$ puis en M_3 le vecteur $\vec{\Delta V_3} = \vec{V_4} + (-\vec{V_2})$. Echelle : 2 cm correspond à 0,217m/s) **0,25pt x 3**

En déduire la valeur de a_3. **On rappelle que** $\vec{a_3} = \frac{\vec{\Delta V_3}}{t_4 - t_2} = \frac{\vec{V_4} + (-\vec{V_2})}{t_4 - t_2}$ 0,5pt

18.3- En utilisant le chrono enregistrement, calcule la vitesse angulaire ω du mobile ($\omega = \frac{angle\ balayé\ en\ radian}{temps\ en\ seconde}$) et en déduis la vitesse linéaire de rotation V du mobile. **0,5pt + 0,25pt**

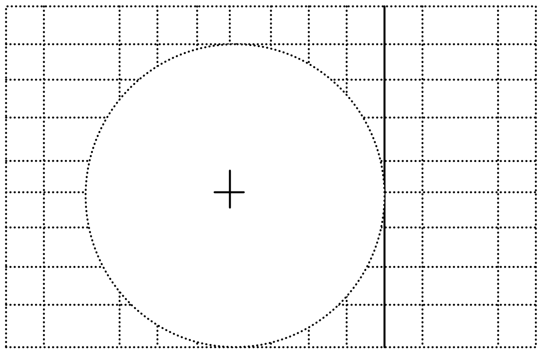
Cette vitesse est-elle en accord avec les vitesses V_i trouvées en 18.1 ? 0,25pt

18.4- Déduire la valeur de l'accélération linéaire. Préciser ses propriétés

Quelle est la nature du mouvement du mobile ?

18.5-Calculer l'intensité de la somme des forces extérieures appliquées au mobile sachant que sa masse est m = 200kg. **0,5pt**

Positions du centre d'inertie du mobile toutes les 60 ms. (divise le cercle de rayon r = 2cm en 18 parties égales et place un point représentant la position du mobile)



Une solution exercice 28 :

18 .1-calculons les valeurs V_1, V_3 et V_5 de la vitesse aux points respectives M_1 ; M_3 et M_5

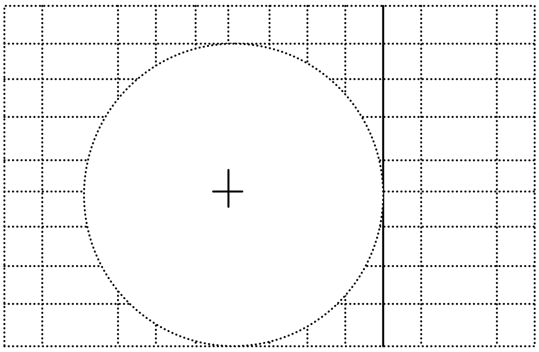
$V_1 = \frac{M_0M_2}{t_2 - t_0} = \frac{1{,}3.10^{-2}.2}{2.60.10^{-3}} = 2.17.10^{-1} m/s$

$V_3 = \frac{M_2M_4}{t_4 - t_2} = \frac{1{,}3.10^{-2}.2}{2.60.10^{-3}} = 2.17.10^{-1} m/s$

$V_5 = \frac{M_4M_6}{t_6 - t_4} = \frac{1{,}3.10^{-2}.2}{2.60.10^{-3}} = 2.17.10^{-1} m/s$

18.2- Construction aux points M_2 et M_4 les vecteurs $\vec{V_2}$ et $\vec{V_4}$ puis en M_3 le vecteur

$\overrightarrow{\Delta V_3} = \overrightarrow{V_4} + (-\overrightarrow{V_2})$.
A partir du calcul précédent, nous constatons que la vitesse est constante.
D'où la représentation ci-dessous :
$\overrightarrow{V_2}$ a pour point d'application M_2 et est parallèle à $\overrightarrow{M_1M_3}$, de longueur 2cm.
$\overrightarrow{V_4}$ a pour point d'application M_4 et est parallèle à $\overrightarrow{M_3M_5}$, de longueur 2cm.



Valeur de a_3 **:**
$a_3 = \frac{\Delta V_3}{\boldsymbol{t_4 - t_2}}$
$\overrightarrow{\Delta V_3}$ a pour longueur 15.10^{-3}m. soit :

$$\Delta V_3 = \frac{15.2{,}17.10^{-1}}{20} = 1{,}63.10^{-1} m/s$$

On en déduit :

$$a_3 = \frac{\Delta V_3}{\boldsymbol{t_4 - t_2}} = \frac{1{,}63.10^{-1}}{2.60.10^{-3}} = 1{,}35\ m.s^{-2}$$

18.3- Vitesse angulaire du mobile à partir du chrono enregistrement ;
Constatons que l'angle correspondant à 9 intervalles de temps successifs égaux est de $\pi\ rad$.

$$\dot{\theta} = \frac{\pi}{9.\Delta t} = \frac{\pi}{9.60.10^{-3}} = 5{,}81\ rad/s$$

Vitesse linéaire V du mobile :

$$V = r.\dot{\theta} = 2.2.10^{-2}.5{,}81 = 2{,}32.10^{-1} m/s$$

Cette valeur de V est compatible avec celle trouvée à la question 18.1.
18.4- Valeur de l'accélération linéaire :
Le mouvement du mobile est circulaire et uniforme.

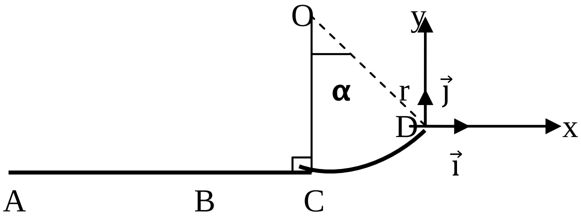
$$a = \frac{V^2}{r} = \frac{(2{,}32.10^{-1})^2}{2.2.10^{-2}} = 1{,}34 m.s^{-2}$$

Propriétés :
C'est une accélération centripète.
Nature du mouvement du mobile :
Circulaire et uniforme.
18.5-Calculons l'intensité de la somme des forces extérieures appliquées au mobile sachant que sa masse est m = 200kg.

$$\sum F_{ext} = m.\frac{V^2}{r}$$

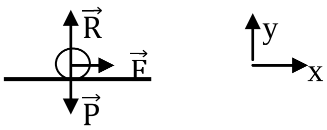
AN: $\sum F_{ext} = 200.\frac{(2{,}32.10^{-1})^2}{2.2.10^{-2}} = 269{,}12\text{N}$

Exercice 29 :
On négligera les frottements et on prendra $g = 10 m.s^{-2}$. La piste de lancement d'un projectile comprend une partie rectiligne horizontale ABC et une portion circulaire CD centrée en O, de rayon r = 1m, d'angle au centre **α** = 60° tel que (OC) soit perpendiculaire à (AC).



Le projectile, assimilable à un point matériel de masse m = 0,5kg est lancé de A vers B avec une force constante horizontale $\vec{F}$ qui s'exerce uniquement entre A et B. On donne AB = 2m.
1- Quelle est la nature du mouvement du projectile entre A et B ? Entre B et C ?
2-En appliquant le théorème du centre d'inertie au projectile entre C et D, exprimer l'intensité de la réaction de la piste sur le projectile au point D en fonction de m, g, F, r, AB et **α**.
3.1-A quelle condition le projectile quitte – t-il la piste ?
3.2- Calculer l'intensité minimale qu'il faut donner à $\vec{F}$ pour que le projectile quitte la piste en D.
4-L'intensité de cette force est F = 15N. Calculer le module de $\overrightarrow{V_D}$ lorsque le projectile quitte la piste en D.
5- Etudier le mouvement du projectile après son passage en D dans le repère (D ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) et préciser l'équation de sa trajectoire.

<u>**Une solution exercice 29**</u> :
1- la nature du mouvement du projectile entre A et B :
Dans le référentiel terrestre galiléen, le projectile est soumis entre A et B à :
Son poids $\vec{P}$; à la force $\vec{F}$ et à la réaction $\vec{R}$ de la piste.
Représentation :



Appliquons le TCI au projectile :

$$\vec{P}\begin{vmatrix}0\\-mg\end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix}0\\R\end{vmatrix} + \vec{F}\begin{vmatrix}F\\0\end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix}a\\0\end{vmatrix}$$

D'où $F = m.a \; et \; a = \frac{F}{m}$.

On conclut que le mouvement du projectile est rectiligne et accéléré entre A et B.

- Nature du mouvement entre B et C :

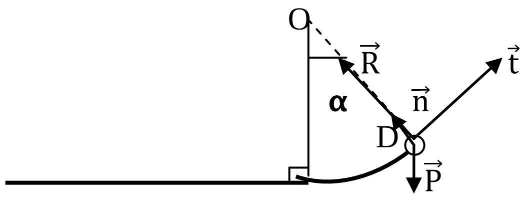
Dans cette portion de piste, $\vec{F} = \vec{0}$. D'où a = 0.

Le projectile effectue un mouvement rectiligne et uniforme.

2- Exprimer l'intensité de la réaction de la piste sur le projectile au point D en fonction de m, g, F, r, AB et **α**.

Dans le référentiel terrestre galiléen, le projectile est soumis entre C et D à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ de la piste.

Représentation :



Appliquons le TCI au projectile dans la base ($\vec{n}$; $\vec{t}$) de Frenet :

$$\vec{P}\begin{vmatrix}-mg.\cos\alpha\\-mg.\sin\alpha\end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix}R\\0\end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix}\frac{V_D^2}{r}\\\frac{dV}{dt}\end{vmatrix}$$

Soit $R = m.g.\cos\alpha + m.\frac{V_D^2}{r}$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au projectile entre C et D pour exprimer V_D :

$$\frac{1}{2}mV_D^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = W_{CD}(\vec{P}) + W_{CD}(\vec{R})$$
$$= m.g.r(1-\cos\alpha)$$

De plus $V_B^2 = V_C^2 = \frac{2.F.AB}{m}$ car le mouvement entre a et V est accéléré et uniforme entre B et C.

$$V_{\square}^2 = \frac{2.F.AB}{m} - 2.g.r(1-\cos\alpha)$$

R devient :

$$R = m.g(3.\cos\alpha - 2) + \frac{2.F.AB}{r}$$

3-

19.3.1- Condition pour que le projectile quitte la piste : $R = 0$.

3.2- Intensité minimale qu'il faut donner à $\vec{F}$ pour que le projectile quitte la piste en D.

$$\square = m.g(3.\cos\alpha - 2) + \frac{2.F.AB}{r} = 0$$
$$F = \frac{m.g.r}{2.AB}(2 - 3.\cos\alpha)$$

AN :

$$F = \frac{0{,}5.10.1}{2.2}(2 - 3.\cos 60°) = 0{,}625\ N$$

4- Module de $\overrightarrow{V_D}$ lorsque le projectile quitte la piste en D avec F = 15N

$$V_D = \sqrt{\frac{2.F.AB}{m} - 2.g.r(1-\cos\alpha)}$$

AN :

$V_D = \sqrt{\frac{2.15.2}{0{,}5} - 2.10.1.(1-\cos 60°)} = 5\sqrt{2}\,m/s$

19.5- Etudions le mouvement du projectile après son passage en D dans le repère (D ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) et préciser l'équation de sa trajectoire.

Dans le référentiel terrestre galiléen, le projectile est soumis à l'action de son poids.

Appliquons le TCI au projectile :

$\vec{P} = m.\vec{g} = m.\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \vec{g}\begin{vmatrix}0\\-g\end{vmatrix}$

Conditions initiales :

A t = 0, le projectile est en D(0 ;0) et la vitesse initiale $\overrightarrow{V_D}$ fait l'angle **α** = 60° avec $\vec{\imath}$. (ce sont des angles à cotés perpendiculaires).

On en déduit alors :

$$\vec{V}\begin{vmatrix}V_x = V_D.\cos\alpha = \frac{5\sqrt{2}}{2}\ m/s\\V_y = -g.t + V_D\sin\alpha = -10t + \frac{5\sqrt{6}}{2}\end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{DG}\begin{vmatrix}x = (V_D.\cos\alpha)t = \frac{5\sqrt{2}}{2}.t\\y = -\frac{1}{2.}g.t^2 + (V_D\sin\alpha) = -5t^2 + \frac{5\sqrt{6}}{2}.t\end{vmatrix}$$

Déduisons l'équation de la trajectoire :

$x = \frac{5\sqrt{2}}{2}.t$ d'où $t = \frac{2x}{5\sqrt{2}}$

$$y = -5\left(\frac{2x}{5\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{5\sqrt{6}}{2}.\frac{2x}{5\sqrt{2}}$$

On trouve $y = -\frac{2}{5}x^2 + x.\frac{\sqrt{3}}{5}$ cette équation.

EXECICE 30 (4point) C et D g = 10 m.s^{-2}

Une automobile de masse M = 1800 kg, conducteur compris, roule à la vitesse de 60km/h sur une route rectiligne et horizontale. La somme des actions de contacts que le sol exerce sur les roues motrices est une force constante d'intensité F_m=2400N :

1-Laquelle des propositions ci-dessous définit cette « force motrice » ? Justifiez votre réponse

(a) la réaction de la route sur les roues considérées ;

(b) la composante parallèle à la route de la réaction de la route sur les roues considérées;

(c) la composante normale de la réaction de la route ;

(d) la force de frottement de la route ;

2- Faire l'inventaire des forces qui s'opposent à l'avancement de l'automobile. 0,5pt

-faire un schéma de l'automobile et représenter grossièrement (sans soucis de l'échelle) les forces que la route exerce sur les différentes roues. On supposera que les roues arrière sont motrices.

-Représenter sur le même schéma la résistance de l'air par une force horizontale. 0,75pt

3-On représente les différentes forces qui s'opposent à l'avancement de la voiture par une force unique $\vec{F}$ appliquée au centre d'inertie de l'automobile. Donner les caractéristiques de la force $\vec{F}$ (direction, sens et intensité).

4- Le conducteur débraye (le moteur n'exerce plus aucune action sur les roues motrices). En supposant que les forces qui s'opposent à l'avancement de l'automobile ne subissent aucune modification,

4.1. Dire, en justifiant votre réponse, quelle est la nature du mouvement ultérieure de l'automobile ;

4.2. Calculer la distance qu'elle parcourt ainsi avant son arrêt. 0,75pt

<u>Une solution exercice 30</u> :

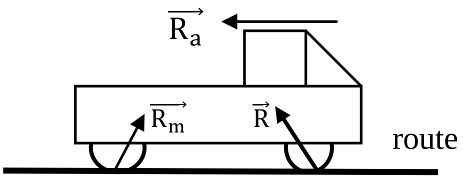
1- La proposition qui désigne la force motrice $\overrightarrow{F_m}$ est :

(b) la composante parallèle à la route de la réaction de la route sur les roues considérée.

2- Bilan des forces qui s'opposent à l'avancement de la voiture :

- La résistance de l'air $\overrightarrow{R_a}$;
- La réaction de la route $\vec{R}$ sur les roues non motrices.

Schéma représentant les forces que la route exerce sur les roues :



Représentation des résistances de l'air $\overrightarrow{R_a}$: voir schéma ci-dessus.

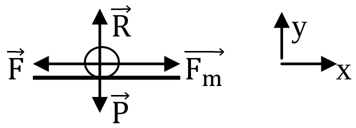
3- Caractéristiques de la force $\vec{F}$:

Appliquons le principe de l(inertie à la voiture car elle roule à vitesse constante :

Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées à la voiture sont :

- Le poids $\vec{P}$ de la voiture ;
- La réaction $\vec{R}$ de la route ;
- La force de frottement $\vec{F}$;
- la force motrice $\overrightarrow{F_m}$

Représentation :



Principe de l'inertie :

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} + \overrightarrow{F_m} = \vec{0}$

$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ car la voiture ne se soulève pas de la route.

D'où $\vec{F} + \overrightarrow{F_m} = \vec{0}$ et $\vec{F} = -\overrightarrow{F_m}$

Les caractéristiques cherchées sont :

- Direction : parallèle à la route ;
- Sens : contraire à celui du mouvement de la voiture ;
- Intensité : $F = F_m = 2400N$

4- $\overrightarrow{F_m} = \vec{0}$

4.1- Nature du mouvement ultérieur de la voiture :

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{F}$

La somme des forces extérieures est non nulle et s'oppose à l'avancement de la voiture.

Celle-ci effectue alors un mouvement rectiligne horizontal et ralenti d'accélération

$$a = -\frac{F}{M} = -\frac{2400}{1800} = -1{,}33 m/s^2$$

4.2- Distance parcourue avant son arrêt :

$V^2 - V_0^2 = 2.a.d$ d'où $d = \frac{V^2 - V_0^2}{2.a} = \frac{M.V_0^2}{2.F}$

$AN:\ d = \frac{1800.(\frac{60}{3,6})^2}{2.2400} = 104{,}17m$

Exercice :31 / 5pt De type expérimental

Lors du championnat du monde d'athlétisme de 2003 à paris, le vainqueur de l'épreuve du lancé de poids a réussi un jet à une distance D=21,69 m.

L'entraineur d'un de ses concurrents souhaite étudier ce lancé.

Pour cela, il dispose pour le centre d inertie du boulet, en plus de la valeur 21,69 m du record, de la vitesse initiale V_A mesurée à l'aide d'un cinémomètre et de l'altitude h. Données V_A=13,7m/s , h=2,62m. Un logiciel informatique lui permet de réaliser une simulation de ce lancé et de déterminer la valeur de l'angle du vecteur vitesse initial avec l'horizontale soit α=43^0. Pour l'étude, on définit le repère d'espace (Ox ;Oy) représenté ci-dessous. le centre d'inertie du boulet à l'instant où il quitte la main du lanceur est en A(0 ; 2,62). L'entraineur à étudier le mouvement du centre d'inertie du boulet et a obtenue 3 graphes .

-Le graphe de la trajectoire y=f(x) du boulet.

-Les graphes V_x =g(t) et V_y =h(t) où V_x et V_y sont les composantes horizontale et verticale de la vitesse.

1-Etude des résultats de la simulation.

1.1-Etude de la projection horizontale du mouvement du centre d'inertie du boulet. En utilisant la figure(2), déterminer :

a) La composante V_{Ax} du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet à l'instant de date t=0. 0,5pt

b) Nature du mouvement de la projection du centre d'inertie du boulet sur l'axe (Ox) en justifiant votre réponse. 0,5pt

c) La composante V_{SX} du vecteur vitesse du centre d'inertie lorsque le boulet est au sommet S de sa trajectoire.

1.2- Etude des conditions initiales.

a) En utilisant la figure 3, déterminer la composante V_{AY} du vecteur vitesse initiale à l'instant de date t=0. 0,5pt

b) A partir des résultats précédents, vérifie que la valeur de la vitesse initiale et l'angle de tir sont compatibles avec les valeurs respectives V_A =13,7m/s et α=43^0 données dans le texte.

1.3- Etude du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet. Déterminer toutes les caractéristiques du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet au sommet S de la trajectoire. 0,5pt

2**. Etude théorique du mouvement du centre d'inertie du boulet.**

2.1- Par application du théorème du centre d'inertie au boulet dans le référentiel terrestre galiléen déterminer le vecteur accélération du mouvement de son centre d'inertie .On suppose les frottements négligeables. 0,5pt

2.2- Dans le repère défini en introduction, montre que les équations horaires du mouvement s'écrivent sous la forme

$x=(V_A \cos \alpha).t$ et $y=-\frac{1}{2}.g.t^2 + (V_A \text{ sn } \alpha).t + h$ où V_A est le module de la vitesse initiale du centre d'inertie du boulet et α l'angle que fait $\overrightarrow{V_A}$ avec l'horizontale.

2.3 Déterminer l'équation de la trajectoire

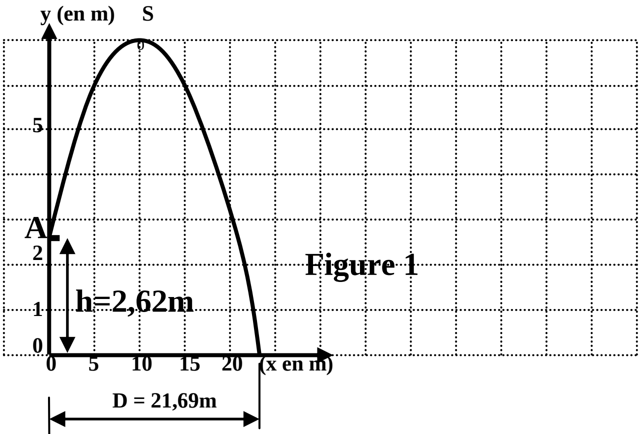


Figure 1

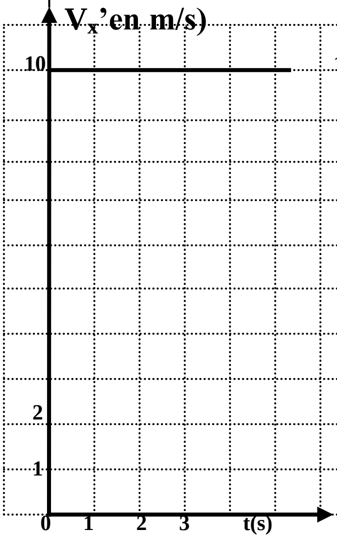


Figure 2

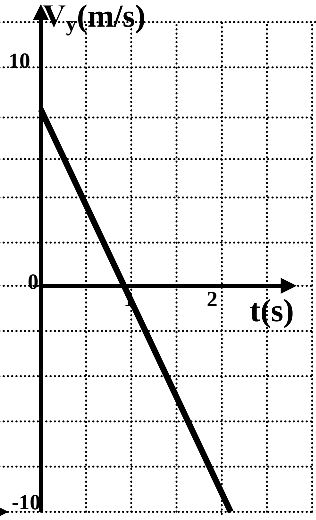


figure 3

<u>Une solution exercice</u> **31 :**

1-Etude des résultats de la simulation.

1.1-Etude de la projection horizontale du mouvement du centre d'inertie du boulet. En utilisant la figure(2)

a) La composante V_{Ax} du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet à l'instant de date t =0 :

Le graphe représentant V_x =f(t) montre que la vitesse du centre d'inertie du boulet est constante suivant (Ox).

On en déduit que : $V_{Ax} = 10m/s$

b) Nature du mouvement de la projection du centre d'inertie du boulet sur l'axe (Ox) :

Mouvement uniforme.

Justification :

La vitesse suivant (Ox) est constante.

c) La composante V_{SX} du vecteur vitesse du centre d'inertie lorsque le boulet est au sommet S de sa trajectoire :

$V_{Sx} = V_{Ax} = 10m/s$

1.2- Etude des conditions initiales.

a) Composante V_{AY} du vecteur vitesse initiale à l'instant de date t=0

La figure 3 montre qu'à t = 0 ;

$$9{,}0 m/s < V_{Ay} < 9{,}5 m/s$$

b) A partir des résultats précédents, vérifie que la valeur de la vitesse initiale et l'angle de tir sont compatibles avec les valeurs respectives V_A =13,7m/s et α=43^0 données dans le texte.

$$V_A = \sqrt{V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2}$$

AN : $V_{1A} = \sqrt{10^2 + 9{,}0^2}$ = 13,45m/s

$V_{2A} = \sqrt{10^2 + 9{,}5^2} = 13{,}79 m/s$

$$13{,}45 m/s < V_{Ay} < 13{,}79 m/s$$

Valeur de l'angle **α**

$\cos\alpha = \frac{V_{Ax}}{V_A}$

Quand cosinus augmente, l'angle diminue.

$\cos\alpha_1 = \frac{10}{13{,}79} = 0{,}725$ et $\alpha_1 = 43{,}53°$

$\cos\alpha_2 = \frac{10}{13{,}45} = 0{,}743$ $et\ \alpha_2 = 42{,}0°°$

$$42{,}0° < \boldsymbol{\alpha} < \mathbf{43{,}53°}$$

1.3- Caractéristiques du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet au point S :

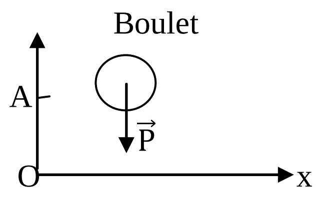
- Point d'application : S ;
- Direction : horizontale ;
- Sens : celui de $\overrightarrow{Ox}$;
- Module : $V_S = 10\ m/s$.

2**. Etude théorique du mouvement du centre d'inertie du boulet.**

2.1- Par application du théorème du centre d'inertie au boulet dans le référentiel terrestre galiléen déterminer le vecteur accélération du mouvement de son centre d'inertie :

Système : boulet ; référentiel terrestre galiléen ; force appliquée : le poids $\vec{P}$ =m. $\vec{g}$ du boulet.

Appliquons le théorème du centre d'inertie du boulet :



$\vec{P}\left|\begin{matrix}0\\-m.g\end{matrix}\right.$ = m.$\vec{a}\left|\begin{matrix}0\\a\end{matrix}\right.$ d'où $\vec{a}\left|\begin{matrix}0\\-g\end{matrix}\right.$ **0,25pt**

L'accélération du mouvement du centre d'inertie du boulet est verticale descendant et de module g.

2.2- Montrons dans le repère (Oxy) que les équations horaires sont :

x=(V_A cos α).t et y=$-\frac{1}{2}$.g.t^2 + (V_A sn α).t + h :

De l'accélération:

On a les équations horaires suivantes :

$\vec{V}\left|\begin{matrix}V_x = V_A.\cos\alpha\\ V_y = -g.t + V_A.\sin\alpha\end{matrix}\right.$ **0,5pt**

$\overrightarrow{OG}\left|\begin{matrix}x = (V_A.\cos\alpha).t\\ y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (V_A.\sin\alpha).t + h\end{matrix}\right.$ **0,5pt**

2.3-Equation de la trajectoire:

Eliminons le temps dans x et y, on a :

t = $\frac{x}{V_A\cos\alpha}$.

y= - $\frac{1}{2}$g..$\frac{x^2}{V_A^2.cos^2.\alpha}$ + x. tan α + h 0,5pt

Exercice 32 / 4pt Lois de Newton

Un mobile de masse m=200g glisse le long de la ligne de plus grande pente d'une table inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal. Ce mobile a été lâché sans vitesse initiale, et l'enregistrement du mouvement du centre d'inertie a été déclenché à une date quelconque, que l'on prend pour origine des temps. Le tableau ci-dessous donne les abscisses x du centre d'inertie du mobile sur sa trajectoire en fonction du temps :

t(s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
x(cm)	0	7,5	18	31,5	48	67,5	90

1- Reproduire et compléter le tableau suivant. On rappelle que la vitesse en un point M_i est la vitesse moyenne entre les positions M_{i-1} et M_{i+1}

1pt x 2

t(s)	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55
V_i (m/s)						
a_i (m.s^{-2})						

2- On suppose les frottements négligeables, établir l'expression de l'accélération du mobile et en déduire la valeur de l'angle α (g=10m/s^2)

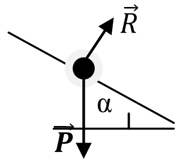
3- En réalité, la mesure directe de α donne 23°. On suppose que la composante tangentielle de la réaction de la table est la seule force de frottement qui s'exerce sur le mobile, et qu'elle est constante. Donner alors les caractéristiques (norme et direction) de la réaction $\vec{R}$ exercée par la table sur le mobile. On représentera l'ensemble des forces sur un schéma soigné

Une solution exercice 32 :

1- Complétons le tableau :

t(s)	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55
V_i (m/s)	0,75	1,05	1,30	1,70	1,95	2,30
a_i (m.s^{-2})		2,75	3,25	3,25	3	

2- Etablissons l'expression de l'accélération :
Système : mobile ; référentielle : terrestre galiléen ; forces appliquées :
Le poids $\vec{P}$ du mobile ;
La réaction $\vec{R}$ du plan ;



Représentation :

- Théorème du centre d'inertie :

$\vec{P}\left|\begin{matrix} m.g.sin\theta \\ -mgcos\theta \end{matrix}\right. + \vec{R}\left|\begin{matrix} 0 \\ R \end{matrix}\right. = m.\vec{a}\left|\begin{matrix} a_x \\ 0 \end{matrix}\right.$

D'où

$a_x = g.\sin\boldsymbol{\alpha}$

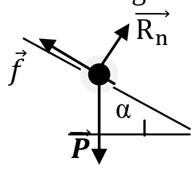
Valeur de l'angle $\boldsymbol{\alpha}$:

$\sin\alpha = \frac{a_x}{g}$. D'après 1), la valeur moyenne de a_x est $3m/s^2$.

$\sin\alpha = \frac{3}{10} = 0,3\ d'où\ \ \boldsymbol{\alpha = 17,45°}$

3- Caractéristiques de la réaction de la table :
Etudions à nouveau le mouvement du mobile:

Système : mobile ; référentielle : terrestre galiléen ; forces appliquées :
Le poids $\vec{P}$ du mobile ;
La réaction $\vec{\square}$ du plan ;
La force de frottement $\vec{f}$



Représentation :

- Théorème du centre d'inertie :

$\vec{P}\left|\begin{matrix} m.g.\sin\alpha' \\ -mg\cos\alpha' \end{matrix}\right. + \vec{R}\left|\begin{matrix} -f \\ R_n \end{matrix}\right. = m.\vec{a}\left|\begin{matrix} a'_x \\ 0 \end{matrix}\right.$

D'où

$\vec{R}\left|\begin{matrix} f=m(g\sin\alpha'-a'_x) \\ R_n=m.g.\cos\alpha' \end{matrix}\right.$

Nouvelle valeur de l'accélération :

$a'_x = g.\sin\boldsymbol{\alpha'} = \mathbf{10}.\boldsymbol{sin}\ \mathbf{23°} = \mathbf{3{,}9m/s^2}$

$\vec{R}\left|\begin{matrix} f=0,2(10.\sin 23°-3,9)=1,46N \\ R_n=0,2.10.\cos 23°=1,84N \end{matrix}\right.$

D'où les caractéristiques de $\vec{R}$

Module **:** $\boldsymbol{R} = \sqrt{\boldsymbol{f^2 + R_n^2}}$ **= 2,35N**

Direction de $\vec{R}$: $\tan\theta = \frac{f}{R_n} = 0,79$

$\theta = 38,43° = (\vec{R}\,;\overrightarrow{R_n})$

Exercice 33 Exercice à caractère expérimenté

A-En un lieu où l'accélération de la pesanteur vaut $10m.s^{-2}$, un mobile de masse m = 50g glisse le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'angle $\boldsymbol{\alpha}$ = 10° par rapport à l'horizontale. Des mesures de la vitesse instantanée V_i du mobile pour une abscisse donnée X_i sont effectuées au cours du déplacement. On désigne par V_0 la valeur de la vitesse du mobile au point d'abscisse X = 0. Le tableau de valeurs obtenues est le suivant :

X_i (10^{-2}m)	x_i	0	20	40	60	80	100
V ($m.s^{-1}$)	0	V_0	0,92	1,20	1,43	1,63	1,80

On admet l'existence d'une force de frottement notée $\vec{f}$ d'intensité constante et faible.

A.1-En appliquant le théorème du centre d'inertie au mobile, établir l'expression de la valeur algébrique a_x de l'accélération en fonction des données littérales et déduire la nature du mouvement théorique de ce mobile.

A.2-Ecrire la relation liant la vitesse V ; V_0 ; l'abscisse X et l'accélération a. **0,5pt**

A.3-Tracer sur papier millimétré le graphe $V^2 = f(x)$ en prévoyant sur l'axe des abscisses une graduation de -0,2m à 1m. Echelle 1 cm ↔ 0,1m en abscisse et 1cm ↔ 0,3 $m^2.s^{-2}$ en ordonnées. **1pt**

A.4-La courbe confirme-t-elle la nature du mouvement théorique établi à la première question ?

A.5-Déduire à partir du graphe les valeurs numériques :

a- De l'accélération du mobile**.**

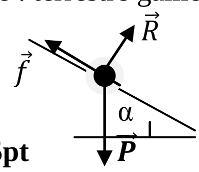
b- De la vitesse V_0 du mobile à l'abscisse X = 0.

c- De l'abscisse X_i du centre d'inertie du mobile lorsque V = 0. **0,5pt**

d- Déterminer l'intensité de la force de frottement. Est-il justifiable de négliger cette force ? **0,75pt**

<u>Une solution exercice 33</u> :

A.1- Expression de l'accélération théorique du mobile :
Système : mobile ; référentielle : terrestre galiléen ; forces appliquées :
Le poids $\vec{P}$ du mobile ;
La réaction $\vec{R}$ du plan ;
La force de frottement $\vec{f}$ **0,25pt**



Représentation : **0,25pt**

- Théorème du centre d'inertie :

$\vec{P}\left|\begin{matrix} m.g.sin\alpha \\ -mgcos\alpha \end{matrix}\right. + \vec{f}\left|\begin{matrix} -f \\ 0 \end{matrix}\right. + \vec{R}\left|\begin{matrix} 0 \\ R \end{matrix}\right. = m.\vec{a}\left|\begin{matrix} a_x \\ 0 \end{matrix}\right.$

D'où

$a_x = g.\sin\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\frac{f}{m}}$ **0,25pt**

- Nature du mouvement :

Mouvement rectiligne et accéléré**.** **0,25pt**

A.2- Relation entre V ; V_0 a et x **:**

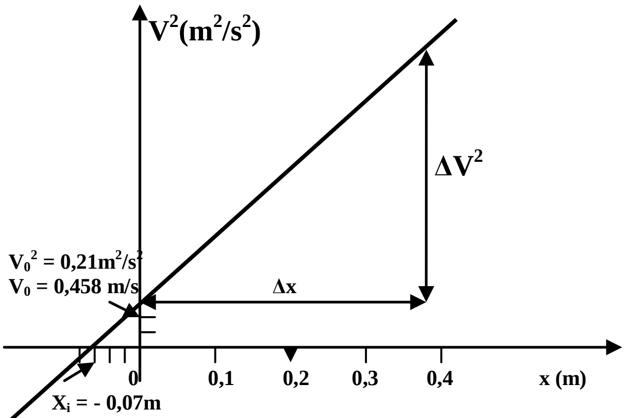
$V^2 - V_0^2 = 2.a.(x - x_0)$ **0,5pt**

A.3- Tepr**é**sentation de $V^2 = f(x)$

Echelle :

1cm ↔0,1m et 1 cm ↔ 0,3 $m^2.s^{-2}$

Voir papier millimétré **1pt**



A.4- La courbe confirme la nature théorique du mouvement **0,25pt**

Justification : La vitesse auggmente avec le temps.

A.5- Déduisons la valeur de :

a) l'accélération du mobile :

$$a = \frac{\Delta V^2}{2.\Delta x} = \frac{10.6.0,3}{2.1} = 1,59 \text{ m/s}^2 \qquad \textbf{0,5pt}$$

b) La vitesse V_0 du mobile en x = 0 :

La courbe coupe l'axe de V^2 au point d'ordonnée $V_0 = 0,458$ m/s **0,5pt**

c) L'abscisse X_i :

Cest le point d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses. On a $X_i = -0,07$m.

c) Intensité de la force de frottement :

f = m (g.sin **α** – a)

AN : f = 0.05(10.sin 10 – 1,59) = $7,32.10^{-3}$ N

0,5pt

Exercice 34 : extrait bac D 2015

L'équation cartésienne de la trajectoire d'une particule de charge q négative, entrée a la vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ dans le champ électrique régnant entre les armatures horizontales d'un condensateur-plan est de la forme :

$$y = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}\frac{x^2}{v_0{}^2(\cos\alpha)^2} + x\tan\alpha$$

a) Faire un schéma annoté traduisant la situation qui a permis d'obtenir une telle équation. On précisera notamment l'orientation :

- Des axes du repère d'étude
- Du vecteur-vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$
- Du vecteur champ électrique $\vec{E}$
- De la concavité de la trajectoire que l'on reproduira entre les armatures. 1,25pt

b) On donne E=10^6N/C ; **α**= 20°, v_0= 10^6m/s.

L (longueurs des armatures du condensateur) = 15cm ; m= 9,1 x 10^{-31}kg et q= -1,6 x 10^{-19}C

En admettant que la particule sorte du champ électrique, calculer sa vitesse v_S à la sortie.

<u>Une solution exercice 34</u> :

a) Schéma annoté traduisant la situation :

L'équation de la trajectoire de la particule est celle d'un mouvement parabolique qui peut être obtenue à partir des équations horaires suivantes :

$y = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 + (v_0.\sin\alpha).t$ et

$x = (v_0.\cos\alpha).t$

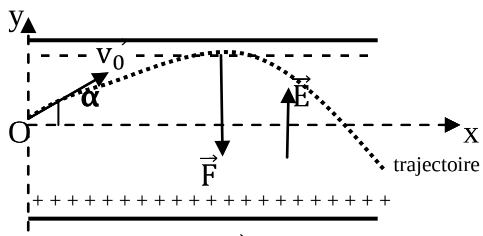
On peut déjà conclure que $\overrightarrow{V_0}$ est incliné d'un angle **α** avec l'horizontale.

De plus on voit que $\vec{a}\left|\begin{matrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{qE}{m}\end{matrix}\right.$ et $\vec{E}\left|\begin{matrix}0\\E\end{matrix}\right.$.

$\vec{E}$ est vertical et orienté dans le sens positif des ordonnées.

Comme $\vec{F} = q.\vec{E}$ et q<0 ; $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de sens contraires et $\vec{F}$ est orienté vers l'intérieur de la concavité de la parabole.

Représentation :



b) Valeur de la vitesse $\overrightarrow{V_S}$ de sortie de la particule du champ :

La vitesse de la particule à une date t est :

$$\vec{V}\left|\begin{matrix} V_x = V_0.\cos\alpha \\ V_y = \frac{qE}{m}.t + V_0.\sin\alpha \end{matrix}\right.$$

Le point S a pour coordonnées : $x = L;\ y_S)$

$$x = L = (v_0.\cos\alpha).t\ d'où\ t = \frac{L}{v_0.\cos\alpha}$$

On en déduit :

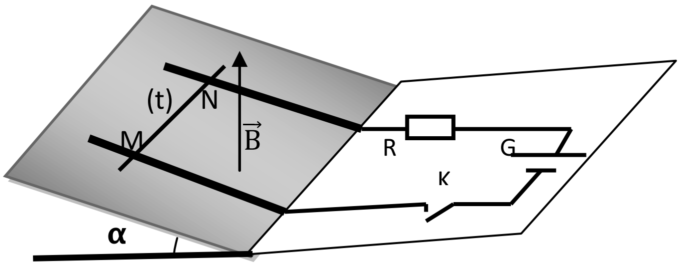
$$\overrightarrow{V_S}\left|\begin{matrix} V_x = V_0.\cos\alpha = 9,4.10^5 \\ V_y = \frac{qE}{m}.\frac{L}{v_0.\cos\alpha} + V_0.\sin\alpha = 2.81.10^{10}\end{matrix}\right.$$

$V_S = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} =$

$\sqrt{(9,4.10^5)^2 + (2.81.10^{10})^2} = 2,81.10^{10}$ m/s.

Exercice 35 : Extrait bac C 2015

Deux rails conducteurs et parallèles AD et A'D' distants de ℓ = 12cm, sont disposés selon des lignes de plus grande pente d'un plan incliné d'angle **α** = 8° par rapport à l'horizontale. Les deux rails sont reliés à un générateur G, en série avec un interrupteur et un résistor de résistance R ajustable.



La tige (t) conductrice non ferromagnétique et perpendiculaire aux rails, peut glisser sur ceux-ci parallèlement à elle même sans frottement. Le dispositif est placé dans une zone de l'espace où règne un champ magnétique uniforme vertical $\vec{B}$ de sens ascendant et d'intensité B = 0,1T.

1- L'interrupteurs k est ouvert. On abandonne la tige sur les rails sans vitesse initiale à la position MN. Déterminer la valeur numérique de l'accélération a_G du mouvement du centre d'inertie G de la tige. On donne g = 10 m/s^2.

2- La tige est ramenée à la position MN. On ferme l'interrupteur k. L'intensité du courant dans le circuit est I = 2A. La masse de la tige (t) m = 60,8g.

a) Faire à l'aide d'un schéma l'inventaire des forces extérieures appliquées à la tige (t).

b) Déterminer la nouvelle valeur de l'accélération a'_G du mouvement du centre d'inertie de la tige.

c) Calculer la valeur de I pour que la tige reste en équilibre sur les rails.

On négligera l'effet d'induction dû au déplacement de la tige.

<u>Une solution exercice 35</u> :

1- Valeur numérique de l'accélération a_G du mouvement du centre d'inertie G de la tige.

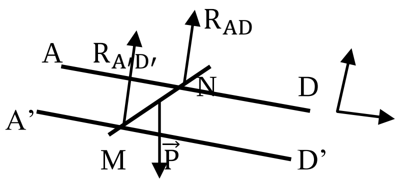
Système : tige (t) ; référentielle : terrestre galiléen ; forces appliquées :

Le poids $\vec{P}$ de la tige (t) ;

La réaction $\overrightarrow{R_{AD}}$ du rail AD ;

La réaction $\overrightarrow{R_{A'D'}}$ du rail A'D' ;

Schéma :



- Théorème du centre d'inertie :

$\vec{P}\left|\begin{matrix} m.g.\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{matrix}\right. + \vec{R}\left|\begin{matrix} 0 \\ R_{AD}+R_{A'D'} \end{matrix}\right. = m.\overrightarrow{a_G}\left|\begin{matrix} a_G \\ 0 \end{matrix}\right.$

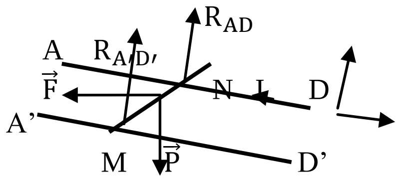
D'où

$a_G = g.\sin\boldsymbol{\alpha} = 10.\sin 8° = 1{,}39 m/s^2$.

2-

a) Inventaire des forces appliqués à la tige (t) avec un schéma:

Schéma : $\vec{F}$ est la force magnétique et a la direction du plan horizontal car perpendiculaire à $\vec{B}$. son sens est donné par la règle des trois doigts de la main droite.



b) Nouvelle valeur de l'accélération a'_G du mouvement du centre d'inertie de la tige.

- Appliquons le théorème du centre d'inertie à la tige :

$\vec{P}\left|\begin{matrix} m.g.\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{matrix}\right. + \vec{R}\left|\begin{matrix} 0 \\ R_{AD}+R_{A'D'} \end{matrix}\right. + \vec{F}\left|\begin{matrix} -F.\cos\alpha \\ -F.\sin\alpha \end{matrix}\right. = m.\overrightarrow{a'_G}\left|\begin{matrix} a'_G \\ 0 \end{matrix}\right.$

D'où :

$a'_G = g.\sin\alpha - \frac{F.\cos\alpha}{m} = g.\sin\alpha - \frac{I.\ell.B.\cos\alpha}{m}$

AN :

$a'_G = 10.\sin 8° - \frac{2.0{,}12.0{,}1.\cos 8°}{0{,}0608} = 1{,}0\ m/s^2$

c) valeur de I pour que la tige reste en équilibre sur les rails :

La tige est en équilibre lorsque $a'_G = 0$

$g.\sin\alpha - \frac{I.\ell.B.\cos\alpha}{m} = 0$ d'où

$$I = \frac{m.g}{\ell.B}.\tan\alpha$$

AN :

$$I = \frac{0{,}608.10.}{0{,}12.0{,}1.}.\tan 8° = 7{,}24A$$

Exercice 36 : Etude du canon à électrons / Extrait concours ENS de Yaoundé.

1-Le canon à électron est constitué d'un filament qui, lorsqu'il est porté à haute température, émet des électrons de vitesse initiale négligeable. Ces électrons sont ensuite accélérés à l'intérieur d'un condensateur plan dont les armatures sont verticales et distantes de d_{AB} (plaques A et B de la figure 1). La différence de potentielle entre les deux plaques est U_{AB} = -1,8kV.

1.1-Rappeler les trois caractéristiques du vecteur champ électrique $\vec{E}$ à l'intérieur d'un condensateur plan. **0,25pt x 3**

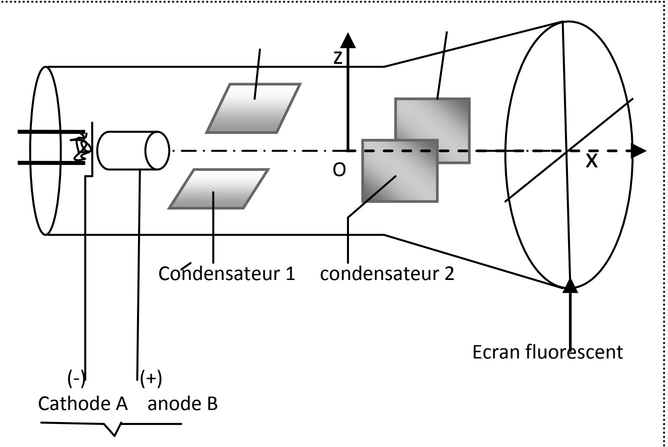


figure 1

1.2-Montrer à partir du théorème du centre d'inertie que la tension U_{AB} aux bornes du condensateur doit etre négative pour permettre à un électron d'être accéléré. On néglige le poids des électrons dans tout le problème. 0,5pt

1.3-Déterminer l'expression de la vitesse V_B de l'électron lorsqu'il parvient à la plaque B du condensateur en fonction de e ; m et U_{AB} où e est la charge élémentaire et m la masse de l'électron.

1.4- Calculer la valeur de cette vitesse V_B. **0,5pt**

On donne : m = 9,1 .10^{-31} kg et e = 1,6.10^{-19}C.

2-Etude de la déflexion due au condensateur C_2. Pour simplifier l'étude, la tension aux borines du condensateur C_1 est considérée comme nulle. On ne s'intéresse qu'à la déviation du faisceau dans le condensateur C_2 et celui-ci est soumis à une tension U_{FE} = U, positive. On considère que le mouvement de l'électron est plan et s'effectue dans le plan Oxz.

Un électron arrive en O avec une vitesse $\overrightarrow{V_O}$ de direction Ox à la date t = 0. On appelle M la position de l'électron à la date t.

2.1- En utilisant le théorème du centre d'inertie, exprimer en fonction de e, U ; d et m les composantes du vecteur accélération sur les deux axes Ox at Oz. d est la distance entre les plaques E et F. **0,75pt**

2.2- En déduire :

2.2.1- Les expressions des coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}$ de l'électron. **0,25pt x 2**

2.2.2- les expressions des coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ de l'électron. **0,25pt x 2**

2.2.3- L'équation de la trajectoire de l'électron.

2.3- L'électron sort du condensateur en un point s avec une vitesse $\overrightarrow{V_s}$ faisant un angle α avec l'horizontal puis vient frapper l'écran en un point I. On appelle H la projection orthogonale du point S sur l'écran.

On définit la distance h = HI. La projection du point I au centre P de l'écran est appelée déflexion. On la note D. On note ℓ la longueur d'une plaque ; d la distance entre les plaques et L la distance OP. (figure 2)

2.3.1- Quelle est la nature de la trajectoire entre S et I ? Justifier. **0,25pt x 2**

2.3.2- En exploitant la question 2.2 ; exprimer les composantes du vecteur vitesse au point S ($\overrightarrow{V_s}$) . **0,25pt x 2**

En déduire une expression de tan α en fonction de e ; U ; ℓ ; m ; d et V_0. **0,5pt**

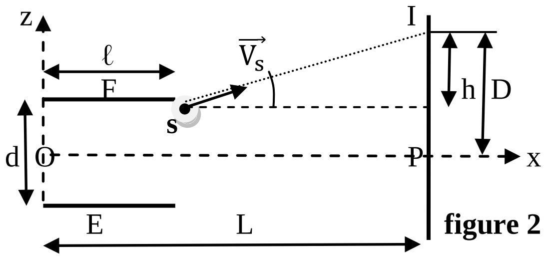


figure 2

2.3.3- Exprimer tan α en fonction de L ; ℓ et h à l'aide de la figure 2. (partir des expressions obtenues dans les question 2.3.2 et 2.3.3 et donner l'expression de h) **0,5pt**

2.4- Déterminer l'expression de la déflexion D.

2.5- Un oscilloscope peut etre utiliser comme un voltmètre. Justifier cette utilisation à partir de l'expression précédente. **0,5pt**

<u>Une solution exercice 36</u>

1.1-Rappel des trois caractéristiques du champ électrique entre les plaques d'un condensateur plan :

- direction : perpendiculaire au plan des plaques ;
- Sens : celui des potentiels décroissants ;

-- Intensité : $E = \frac{U}{d}$ **0,25pt x 3**

1.2- Montrons à partir du T C I que U_{AB} doit etre inférieure à zéro :

Dans le référentiel terrestre galiléen auquel on associe le repère $\overrightarrow{Ox}$, la seule force appliquée à l'électron est la force électrique $\vec{F} = q.\vec{E} = - e.\vec{E}$.

Appliquons le T C I à l'électron :

$\vec{F} = q.\vec{E} = - e.\vec{E}. = m.\vec{a}$

D'où $\vec{a} = -\frac{e}{m}.\vec{E}$ **0,25pt**

$\vec{a}$ et $\vec{E}$ sont de sens contraires.

Comme $\vec{a}$ a le sens A vers B ; $\vec{E}$ a le sens B vers A et A est au potentiel faible.

U_{AB} est inférieur à zéro. **0,25pt**

1.3- expression de V_B en fonction de e ; m et U_{AB} :

$V_B^2 = 2.(-\frac{e}{m}.U_{AB})$ d'où

$V_B = \sqrt{-2.\frac{e}{m}.u_{AB}}$. **0,5pt**

1.4- Valeur numérique :

$V_B = \sqrt{-2.(-1800)\frac{1,6.10^{-19}}{9,1.10^{-31}}}$. $= 2,52.10^6$ m/s.

0,**5pt**

2- Etude de la déflexion due au condensateur c_2

2.1- Expression des composantes du vecteur accélération dans le repère Oxz.

Dans le référentiel terrestre galiléen auquel on associe le repère $\overrightarrow{OxZ}$, la seule force appliquée à l'électron est la force électrique $\vec{F} = q.\vec{E} = -e.\vec{E}$.

Appliquons le T C I à l'électron :

$\vec{F} = q.\vec{E} = -e.\vec{E}. = m.\vec{a}$

D'où $\vec{a} = -\frac{e}{m}.\vec{E}$ **0,25pt**

$\vec{E}\left|\begin{array}{l}0\\-E\end{array}\right.$ $\vec{a}\left|\begin{array}{l}a_x * 0\\a_z = \frac{e.U}{m.d}\end{array}\right.$ **0,25pt x 2**

2.2-

2.2.1- Expression des composantes du vecteur vitesse.

$\vec{V}\left|\begin{array}{l}V_x = V_B = V_0\\V_z = \frac{e.U}{m.d}.t\end{array}\right.$ **0,25pt x 2**

2.2.2- compos antes du vecteur position $\overrightarrow{OM}$

$\overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l}x = V_0.t\\z = \frac{e.U}{2.m.d.}.t^2\end{array}\right.$ **0,25pt x 2**

2.2.3- Equation de la trajectoire de l'électron:

$t = \frac{x}{V_B}$ et en remplaçant t par cette expression dans Z on a :

$Z = \frac{e.U.x^2}{2.m.d.v_0^2}$ avec $V_B = V_0$ 0,5pt

2.3-

2.3.1-Nature de la trajectoire de l'électron entre S et I :

Lorsque l'électron sort du champ, il n'est plus soumis à une force. Il constitue un système isolé et effectue un mouvement rectiligne uniforme dont la trajectoire est la droite (SI).

0,25pt x 2

2.3.2- Expression des composantes du vecteur vitesse $\vec{V}$: $\vec{V}\left|\begin{array}{l}V_x = V_0\\V_z = \frac{e.U}{m.d}.t\end{array}\right.$ or le point S(ℓ ; z) ;

$\ell = V_0.t$ et $t = \frac{\ell}{V_0}$

On obtient : $\vec{V_S}\left|\begin{array}{l}V_x = V_0\\V_z = \frac{e.U\ell}{m.d.V_0}\end{array}\right.$ **0,25pt x 2**

- Expression de tan α en fonction de e ; m ;U ; V_0 et ℓ.

  $\tan\alpha = (\frac{dZ}{dt})x = \ell$

  $= [\frac{d}{dt}.(\frac{e.U.x^2}{2.m.d.V_0^2})]x = \ell$

  On trouve $\tan\alpha = \frac{e.U.\ell^2}{m.d.V_0^2}$ 0,5pt

On peut également utiliser :

$\tan\alpha = \frac{V_{SZ}}{V_0} = \frac{\frac{e.U\ell}{m.d.V_0}}{V_0} = \frac{e.U.\ell^2}{m.d.V_0^2}$

2.3.3- Expression de tan α en fonction de h ; ℓ et L.

$\tan\alpha = \frac{h}{L-\ell}$ 0,25pt

Expression de h en fonction de U ; e ; L d ; m V_0 et ℓ.

En égalant les deux expressions de tan α ; nous avons :

$\frac{h}{L-\ell} = \frac{e.U.\ell^2}{m.d.V_0^2}$

D'où $h = \frac{e.U.\ell}{m.d.V_0^2}(L-\ell)$ 0,25pt

2.4- Expression de la déflexion D :

$D = h + Z_S$

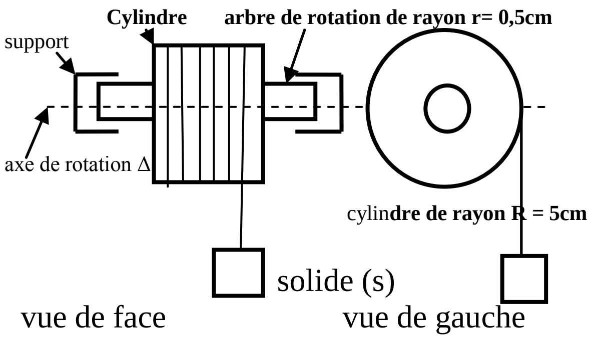
$= \frac{e.U.\ell}{m.d.V_0^2}(L-\ell) + \frac{e.U.\ell^2}{2.m.d.v_0^2}$

$D = \frac{e.U.\ell}{2.m.d.V_0^2}(2.L-\ell)$ 0,5pt

2.5- Un oscilloscope peut être utilisé comme voltmètre car la déflexion électrique est proportionnelle à la tension appliquée entre l'anode et la athode. Le coefficient de proportionnalité étant

$k = \frac{e.\ell}{2.m.d.V_0^2}(2.L-\ell)$ 0,5pt

Exercice 37 :



Un appareil est constitué d'un cylindre creux, homogène de masse M = 200g et de rayon R = 5cm. (on admet que toute sa masse est répartie à sa périphérie) pouvant tourner autour de son axe de révolution (Δ). L'arbre de rotation a pour rayon r = 0,5cm. Un fil inextensible et de masse négligeable enroulé sur le cylindre, est fixé par une de ses extrémités au cylindre et supporte à son autre extrémité un solide (S) de masse m = 100g. Voir figure ci-dessus. On abandonne l'ensemble sans vitesse initiale à un instant $t_0=0$. Un dispositif approprié permet d'enregistrer quelques positions successives G du centre d'inertie du solide (S) à des dates régulièrement espacées $t_{i+1} - t_i = \Delta t = 0{,}5s$.

Sur l'enregistrement donné par la figure ci-dessous, un carreau représente un déplacement effectif de 1m. L'origine des dates correspondant à la position G_0 (X = 0) et l'intensité de la pesanteur est $g = 9{,}8m.s^{-2}$.

1-Soient V_i et a_i les valeurs respectives de la vitesse et de l'accélération de G à la date t_i On calcule la vitesse et l'accélération du solide de la manière suivante :

Pour 1 ‹ i ‹ 7, $V_i = \dfrac{G_{i+1}G_{i-1}}{2.\Delta t}$

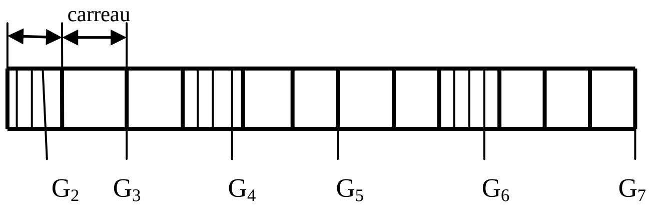
Pour 2 ‹ i ‹ 6, $a_i = \dfrac{V_{i+1} - V_{i-1}}{2.\Delta t}$ Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en utilisant l'enregistrement donné par la figure ci-dessous et en déduire la nature du mouvement du solide (S). 1,5pt

$t_i(s)$	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
$V_i(m/s)$							
$a_i(m/s^2)$							

2- En supposant que les frottements son négligeables autour de l'arbre de rotation du cylindre, établir l'expression de l'accélération théorique a_t. Faire l'application numérique. 0,75pt

3- Comparer la valeur moyenne de a_i à celle de a_t. On interprète cette différence par l'existence des forces de frottement. En supposant que ces frottements sont représentées par un couple de forces ($\vec{f}$; $\vec{f}$) de moment constant et tangente à l'arbre de rotation du cylindre, calculer l'intensité commune du couple de forces ($\vec{f}$; $\vec{f}$). 1pt

4- A l'instant t = 4s, le fil casse, la vitesse du solide est alors $V = 8m.s^{-1}$. Le cylindre sous l'effet des frottements s'arrête au bout d'un certain temps après avoir effectué n tours.
En déduire le nombre de tours n effectué par le cylindre avant de s'arrêter.
On rappelle que le moment d'inertie d'un cylindre par rapport à son axe de révolution a pour expression
$J = mr^2$ où m est la masse du cylindre et r son rayon



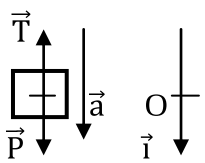
Une solution exercice 37 :

1-Complétons le tableau :

$$V(t = 0{,}5) = \frac{G_0G_2}{2.\Delta t} = \frac{2}{2.0{,}5} = 2m/s$$

$t_i(s)$	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
$V_i(m/s)$		2	3	4	5	6	
$a_i(m/s^2)$			2	2	2		

2- Expression de l'accélération théorique :
Le système est constitué de deux parties : le cylindre et le solide (s).
Etudions le mouvement du solide (s) :
Dans le référentiel terrestre galiléen, celui-ci est soumis ç son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil.
Représentation :



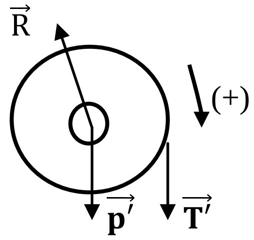
Théorème du centre d'inertie :

$$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a_t}$$

Par projection sur (O$\vec{i}$), on a :
$T = m.g - m.a_t$ (1)
Etudions le mouvement du cylindre :

Dans le référentiel terrestre galiléen, celui-ci est soumis à son poids $\overrightarrow{p'}$; à la réaction $\vec{R}$ de l'arbre et à la tension $\overrightarrow{T'}$ du fil.

Représentation :



Appliquons la RFDSR :

$$M_\Delta\left(\overrightarrow{P'}\right) + M_\Delta\left(\vec{R}\right) + M_\Delta\left(\overrightarrow{T'}\right) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$$0 + 0 + T'.R = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$\vec{T} = \overrightarrow{T'}$ et $T' = T = m.g - m.a_t$

$(m.g - m.a_t)R = J_\Delta.\frac{a}{R}$

D'où $\boldsymbol{a_t = \frac{m.g}{m+\frac{J_\Delta}{R^2}} = \frac{m.g}{m+\frac{M.R^2}{R^2}} = \frac{m.g}{m+M}}$

AN : $\boldsymbol{a_t = \frac{9,\square.0,1}{0,2+0,1} = 3,27\ m/s^2}$

2- Comparaison de $a_t\ et\ a_i$:

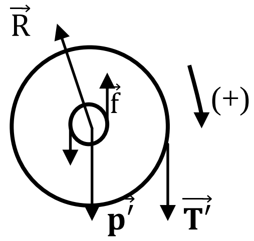
$$a_t > a_i$$

Intensité commune du couple de forces $(\vec{f}\,;\vec{f}\,)$.

Reprenons l'étude du mouvement du cylindre en tenant compte du couple de frottement :

Dans le référentiel terrestre galiléen, celui-ci est soumis à son poids $\overrightarrow{p'}$; à la réaction $\vec{R}$ de l'arbre et à la tension $\overrightarrow{T'}$ du fil et du couple de frottement.

Représentation :



Appliquons la RFDSR :

$$\mathrm{M}_\Delta(\vec{f};\vec{f}) + \mathrm{M}_\Delta\left(\overrightarrow{P'}\right) + \mathrm{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathrm{M}_\Delta\left(\overrightarrow{T'}\right) = \mathrm{J}_\Delta.\ddot{\theta}$$

$$-2.\mathrm{f.r} + 0 + 0 + \mathrm{T'.R} = \mathrm{J}_\Delta.\ddot{\theta}$$

$\vec{T} = \overrightarrow{T'}$ et $\mathrm{T' = T = m.g - m.a_i}$

$\mathrm{(m.g - m.a_i)R - 2.f.r} = \mathrm{J}_\Delta.\frac{\mathrm{a_i}}{\mathrm{R}}$

$$\mathrm{f} = \frac{\mathrm{m.R(g - a_i)} - \frac{\mathrm{J}_\Delta}{\mathrm{R}}}{2.\mathrm{r}} = \frac{\mathrm{m.R(g - a_i) - M.R}}{2.\mathrm{r}}$$

AN : $f = \frac{0,1.0,05(9,8-2)-0,2.0,05}{2.0,005} = 2{,}9\mathrm{N}$

4- Nombre de tours n effectué par le cylindre avant l'arrêt :

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au cylindre :

$$0 - \frac{1}{2}\mathrm{J}_\Delta\dot{\theta}^2 = \mathrm{W}(\vec{f};\vec{f}) + \mathrm{W}\left(\overrightarrow{p'}\right) + \mathrm{W}(\vec{R})$$

$$0 - \frac{1}{2}.\mathrm{MR}^2.\frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{R}} = \mathrm{M}_\Delta(\vec{f};\vec{f}).2.\pi.\mathrm{n}$$

$$-\frac{1}{2}.\mathrm{M.R.V}^2 = -2.\mathrm{f.r}.2.\pi.\mathrm{n}$$

D'où $\mathrm{n} = \frac{\mathrm{M.R.V}^2}{8.\mathrm{r.f.}\pi}$

AN : $\mathrm{n} = \frac{0{,}2.0{,}05.8^2}{8.0{,}005.2{,}9.3{,}14} = 1{,}757\ \mathrm{tr}$

Exercice 38 / 4pt

1-Une sphère creuse de faible épaisseur de centre G, de rayon R et de masse m = 1 kg peut tourner autour d'un axe fixe (Δ) passant par un point O de sa périphérie. Calculer le moment d'inertie J_0 de la sphère par rapport à l'axe (Δ). On rappelle que moment d'inertie d'une sphère creuse par rapport à un axe passant par son centre est $\frac{2}{3}m.R^2$. R = 30 cm 1pt

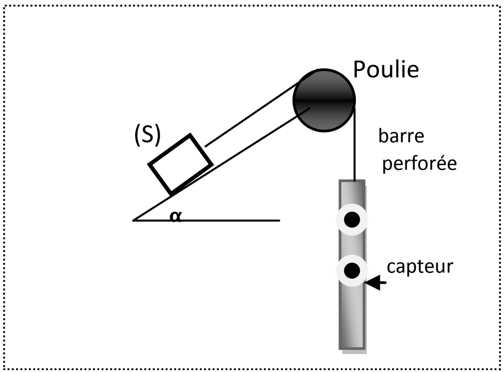
2-Pour étudier le mouvement d'un mobile autoporteur (S) sur un plan incliné, on le rend solidaire à une tige métallique percé des fentes équidistantes et fixée au mobile (S) par l'intermédiaire d'un fil inextensible et de masse négligeable passant dans la gorge d'une poulie sans masse. On admet que le déplacement se fait sans frottement (Voir figure). Le déplacement vertical de la barre permet au capteur de tracer le graphe de la variation de la valeur de la vitesse V en fonction du temps. Le coefficient directeur de la droite est 1,725. On donne g = $9{,}8\mathrm{m.s}^{-2}$; masse du solide (S) m = 72g ; masse de la barre perforée m' = 34g.

2.1- Quelle est la signification physique du coefficient directeur pour le mouvement de la barre perforée ? En déduire la nature de son mouvement.

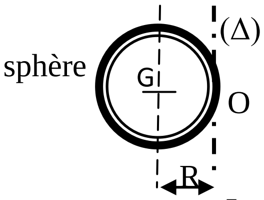
2.2- En considérant la barre perforée, déterminer les caractéristiques de la tension du fil accroché à la barre. 1pt

2.3- Comparer le mouvement du solide (S) à celui de la barre perforée et en déduire la nature du mouvement du solide (S).

2.4- Etablir l'expression littérale de l'accélération du mouvement du mobile autoporteur (S) et calculer la valeur de l'angle α.



Une solution exercice 38 :
Moment d'inertie de la sphère par rapport à l'axe (Δ) :



$J_{\Delta} = \frac{2}{5}.m.R^2 + \ m.R^2 = \frac{7}{5}.m.R^2 +$

AN : $J_{\Delta} = \frac{7}{5}.1.0{,}3^2 = 0{,}126\ kg.m^2$

2-

2.1- Signification physique du coefficient directeur du graphe V = f(t) :
Ce coefficient représente l'accélération du mouvement de la barre perforée.

Nature du mouvement de la barre perforée : Mouvement rectiligne et accéléré.

2.2- Caractéristiques de la tension du fil accroché sur la barre perforée :
Dans le référentiel terrestre galiléen, la barre est soumise à son $\vec{P}$ et à $\vec{T}$.
Appliquons le TCI :
$\vec{P} + \vec{T} = m'.\vec{a}$ d'où $\vec{T} = m'.[\vec{a} + (-\vec{g})]$
Comme $\vec{a}$ et $\vec{g}$ ont même sens, on en déduit les caractéristiques suivantes pour $\vec{T}$
- Point d'application : Point d'attache du fil sur la barre.
- Direction : Verticale ;
Sens : celui de ($-\vec{g}$) (du bas vers le haut)
- Intensité :

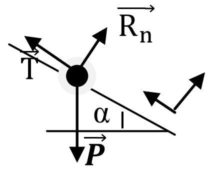
$$T = m'(g - a) = 0{,}034(9{,}8 - 1{,}725)$$
$$T = 0{,}273\ N$$

2.3- Comparaison du mouvement du solide (S) à celui de la barre perforée

Le fil étant inextensible, la tension du fil est la même le long du fil et le solide (s) effectue le même mouvement que la barre perforée.

Nature du mouvement du solide (s) : Mouvement rectiligne et accéléré.

2.4- Expression littérale de l'accélération du mouvement du mobile autoporteur (S) :
Système : mobile ; référentielle : terrestre galiléen ;
Forces appliquées :
Le poids $\vec{P}$ du mobile ;
La réaction $\vec{R}$ du plan ;
La tension $\vec{T}$ du fil.



Appliquons le TCI :

$$\vec{P}\begin{vmatrix} -m.g.\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{vmatrix} + \overrightarrow{R_n}\begin{vmatrix} 0 \\ R_n \end{vmatrix} + \vec{T}\begin{vmatrix} T \\ 0 \end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix} a \\ 0 \end{vmatrix}$$

D'où

$$a = -\,g.\sin\boldsymbol{\alpha} + \frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{m}}$$

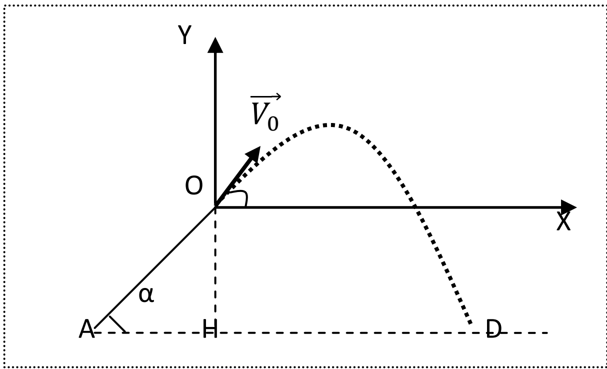
Valeur de l'angle $\boldsymbol{\alpha}$:

$$\sin\alpha = \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{g.m}} - \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{g}}$$

AN: $\sin\alpha = \left(\frac{0{,}273}{\mathbf{0{,}072}} - \mathbf{1{,}725}\right)\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{9{,}8}}$ **= 0,21**

$$\alpha = 12{,}12°$$

Exercice 39 : Projectile dans le champ de pesanteur.
Un projectile de masse m = 50g est lancé vers la haut sur un plan incliné. La longueur de ce plan est AO = 1 m et l'angle α = 15°. Arrivé en O, le projectile quitte le plan incliné avec la vitesse V_0 = 1 m/s.
1-Dans le repère (Ox ; Oy) ; établir l'équation de la trajectoire suivie par le projectile.
2-Quelle distance sépare le point H du point de chute D du projectile ?
3-Déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_D}$ du projectile au point D.



Une solution exercice 39 :

1- l'équation de la trajectoire suivie par le projectile.

Un raisonnement analogue à celui de l'exercice 40 conduit à :

t = $\frac{x}{V_0 \cos\alpha}$.

y = - $\frac{1}{2}$g..$\frac{x^2}{V_0^2.cos^2.\alpha}$ + x. tan α

2- Distance sépare le point H du point de chute D du projectile :

Cette distance représente x_D.

Pour y_D = AO.sin **α**, on a :

$-AO$.sin **α** = - $\frac{1}{2}$g..$\frac{{x_D}^2}{V_0^2.cos^2.\alpha}$ + x_D. tan α

$\frac{1}{2}$g..$\frac{{x_D}^2}{V_0^2.cos^2.\alpha}$ - x_D. tan α - AO.sin **α** = 0

La résolution de cette équation conduit à :

$$x_{1D} = \frac{V_0^2.\sin 2\alpha}{2.g} + \frac{V_0.\sin\alpha}{g}\sqrt{V_0^2.sin^2\alpha + 2.g.AO.\sin\alpha}$$

Ou

$$x_{2D} = \frac{V_0^2.\sin 2\alpha}{2.g} - \frac{V_0.\sin\alpha}{g}\sqrt{V_0^2.sin^2\alpha + 2.g.AO.\sin\alpha}$$

AN :

$$x_{1D} = \frac{1^2.\sin 30°}{2.9,8} + \frac{.\sin 15°}{9,8}\sqrt{\sin^2 15° + 2.9,8.1.\sin 15°}$$

$$x_{1D} = 8,53.10^{-2}\ m$$

x_{2D} ne convient pas.

3- Détermination de V_D :

Point d'application : Le point D ;

Direction : Tangente à la trajectoire du projectile ;

Sens : Du haut vers le bas ;

Module : Appliquons le T E C au projectile entre O et D :

$$\frac{1}{2}.m.V_D^2 - \frac{1}{2}.m.V_0^2 = m.g.AO.\sin\alpha$$

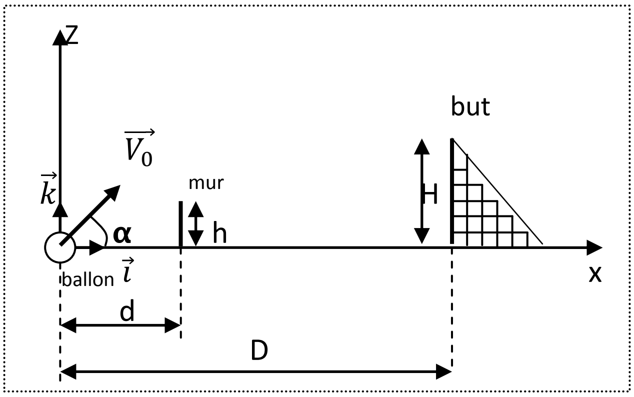
D'où $V_D = \sqrt{V_0^2 + 2.g.AO.\sin\alpha}$

AN :

$$V_D = \sqrt{1^2 + 2.9,8.1.\sin 15°} = 2,46m/s$$

Exercice 40 : Coup franc de Zidane

Lors d'un match de football, le footballeur français Zinédine Zidane est appelé à tirer un coup franc. Le ballon de masse m et de centre d'inertie G se trouve au sol à une distance D = 35 m de la ligne de but adverse. Le « mur » adverse formé de footballeurs de taille h = 1,80 m se trouve à la distance d = 9,15m du ballon qu'on assimilera à un point matériel. Zidane effectue son tir avec un vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale.



A-Etude théorique

1-Etablir l'expression du vecteur accélération du centre d'inertie G du ballon.

2-Etablissez les équations horaires du mouvement dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{k}$).

3- En déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G du ballon.

B-But

1- L'angle de tir vaut α = 20°.

a-Enoncer la condition pour que le ballon passe au dessus du « mur » adverse.

b- Calculer la valeur maximale V_{0max} de la vitesse initiale pour que le ballon passe au dessus du « mur » adverse ?

c) Quelle condition sur **α** cette vitesse maximale est minimale ? Calculer la valeur minimale de la vitesse maximale.

2-Quelle condition sur la valeur maximale V_{0max} de la vitesse initiale permettra au ballon de se loger sous la barre transversale ? (H = 2,44 m)

3-Zinedine Zidane effectue son tir avec une vitesse initiale V_0 = 25 m/s. Calculer la durée de vol du ballon entre l'instant initial et l'arrivée sur la ligne de but. **On donne g = 9,8 m.s^{-2}.**

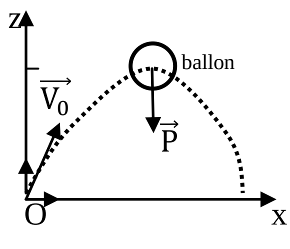
<u>Une solution Exercice 40 </u>: Coup franc

A-Etude théorique

1-Etablissement de l'expression du vecteur accélération du centre d'inertie G du ballon.

Système : ballon ; référentiel terrestre galiléen ; force appliquée : le poids $\vec{P}$ =m. $\vec{g}$ du ballon.

Représentation :



Appliquons le théorème du centre d'inertie au ballon :

$\vec{P}\left|\begin{matrix}0\\-m.g\end{matrix}\right. = \text{m}.\vec{a}\left|\begin{matrix}0\\a\end{matrix}\right.$ d'où $\vec{a} = \vec{g}\left|\begin{matrix}0\\-g\end{matrix}\right.$

2- Equations horaires du mouvement dans le repère (O ; $\vec{\imath};\vec{k}$).

Vitesse : $\vec{V}\left|\begin{matrix}V_x = V_0.\cos\alpha\\V_z = -g.t + V_0.\sin\alpha\end{matrix}\right.$

Position : $\overrightarrow{OG}\left|\begin{matrix}x = (V_0.\cos\alpha).t\\z = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (V_0.\sin\alpha).t\end{matrix}\right.$

3- Equation de la trajectoire du centre d'inertie G du ballon.

$t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$.

$z = -\frac{1}{2}g..\frac{x^2}{V_0^2.cos^2.\alpha} + x.\tan\alpha$

B-But :

1-

a) la condition pour que le ballon passe au dessus du « mur » adverse :

Les coordonnées du centre d'inertie du ballon vérifient : $\overrightarrow{OG}\left|\begin{matrix}x = d\\z \geq h\end{matrix}\right.$.

b) Valeur maximale V_{0max} de la vitesse initiale pour que le ballon passe au dessus du « mur » adverse :

Le ballon passe au dessus du mur lorsque $z \geq h$ pour x=d. Soit :

$-\frac{1}{2}\frac{g\,d^2}{V_0{}^2cos^2\alpha} + d\tan\boldsymbol{\alpha} \geq h$

$V_o \leq d\sqrt{\frac{g}{dsin2\alpha - 2h.cos^2\alpha}}$

On en déduit V_{omax}

$V_{o\,max} = d\sqrt{\frac{g}{dsin2\alpha - 2hcos^2\alpha}}$

AN: $V_{o\,max} = 9{,}15\sqrt{\frac{9{,}8}{9{,}15\,sin40° - 2.1{,}8.cos^2 20°}}$

$V_{o\,max}$= 17,42 m/s

c) Condition sur $\boldsymbol{\alpha}$ pour que la vitesse initiale maximale soit minimale

Elle le sera lorsque le dénominateur de l'expression de $\mathbf{V_{o\,max}}$ sera très grand. c'est-à-dire $d.\sin2\boldsymbol{\alpha} - 2.h.\cos^2\boldsymbol{\alpha}$ très grand

$d.\sin2\boldsymbol{\alpha} - 2.h.\cos^2\boldsymbol{\alpha} = d.\sin2\boldsymbol{\alpha} - 2.h.\left(\frac{\cos2\alpha+1}{2}\right)$

$= -h.\cos2\boldsymbol{\alpha} + d.\sin2\boldsymbol{\alpha} - h$

$= \sqrt{h^2+d^2}\left[-\frac{h}{\sqrt{h^2+d^2}}\cos2\boldsymbol{\alpha} + \frac{d}{\sqrt{h^2+d^2}}\sin2\boldsymbol{\alpha}\right] - h$

$= \sqrt{h^2+d^2}.\,\text{Cos}\,(2\boldsymbol{\alpha} - \theta) - h$

Avec $\cos\theta = -\frac{h}{\sqrt{h^2+d^2}}$ et $\sin\theta = \frac{d}{\sqrt{h^2+d^2}}$

$V_{o\,max} = d\sqrt{\frac{g}{\sqrt{h^2+d^2}\cos(2\alpha-\theta) - h}}$

Cette valeur est minimale lorsque $\cos(2\boldsymbol{\alpha} - \theta) = 1$

D'où $\boldsymbol{\alpha} = \frac{\theta}{2}$

$\text{Cos}\,\theta = -\frac{h}{\sqrt{h^2+d^2}} = -\frac{1{,}8}{\sqrt{1{,}8^2+9{,}15^2}} = -0{,}193$

θ= 101,12° et $\boldsymbol{\alpha}$= 50,56°

Valeur minimale de la vitesse initiale maximale

$V_{o\,max\,min} = d\sqrt{\frac{g}{\sqrt{h^2+d^2} - h}}$

AN: $V_{o\,max\,min} = 9{,}15\sqrt{\frac{9{,}8}{\sqrt{1{,}8^2+9{,}15^2} - 1{,}8}}$

$V_{o\,max\,min}$= 10,44 m /s

2- condition sur la valeur maximale V_{0max} de la vitesse initiale permettant au ballon de se loger sous la barre transversale :

Le ballon se loge sous la barre transversale lorsque $\overrightarrow{OG}\left|\begin{matrix}x = D\\z \leq H\end{matrix}\right.$ soit :

$-\frac{1}{2}\frac{g\,D^2}{V_0{}^2cos^2\alpha} + D\tan\boldsymbol{\alpha} \geq H$ et

$V_o \leq D\sqrt{\frac{g}{Dsin2\alpha - 2Hcos^2\alpha}}$

Un raisonnement analogue au précédent conduit à :

$D\sqrt{\frac{g}{\sqrt{H^2+D^2} - H}} \leq V_{o\,max} \leq D\sqrt{\frac{g}{D.sin2\alpha - 2H.cos^2\alpha}}$

$19{,}17\text{m/s} \leq V_{o\,max} \leq 25{,}69\text{m/s}$

3- Durée de vol du ballon entre l'instant initial et l'arrivée sur la ligne de but pour V = 25m/s :

$t = \frac{\square}{V_0\cos\alpha} = \frac{35}{25.\cos20°} = 1{,}49s$

Exercice 41 :

On réalise l'expérience suivante sur un rail horizontal sur lequel est disposé un chariot de masse

M = 0,5kg relié par un fil inextensible et de masse négligeable à une masse d'entrainement de valeur m.

A la date t = 0, un électroaimant libère le chariot qui démarre du point O sur l'action de la masse d'entrainement par l'intermédiaire du fil dont on néglige la masse, celui-ci restant tendu pendant tout le mouvement. Un capteur relié à un ordinateur permet d'obtenir les enregistrements suivants :

- Les dates t comptées à partir du départ du chariot du point O ;
- Les distances d parcourues pâr le chariot depuis le point O ;
- Les vitesses V du chariot correspondantes aux dates t.

Date t (s)	0,086	0,174	0,218	0,231	0,243	0,294	0,339

d(m)	0,005	0,019	0,030	0,033	0,037	0,054	0,072
V($m.s^{-1}$)	0,100	0,228	0,273	0,280	0,304	0,377	0,424

1-Tracer sur papier millimétré le graphe V = f(t). 2pt

Echelle : 2cm pour 0,1$m.s^{-1}$ et 2cm pour 0,05s.

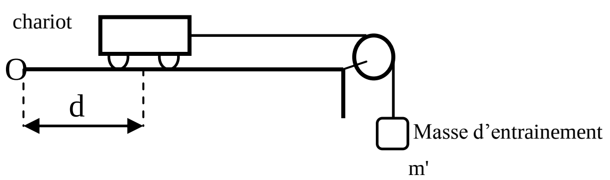
2-Déduire de la courbe précédemment tracée la nature du mouvement de chariot, son accélération et son équation horaire.

On laissera apparaitre tout le tracé nécessaire à la résolution 2pt

3-En supposant que les frottements sont négligeables et en désignant par $\vec{T}$ la force de traction que le fil exerce sur le chariot,faire à l'aide d'un schéma le bilan des forces appliquées au chariot. 0,5pt

4- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au chariot entre les instants t_1 = 0,086 s et t_2=0,339 s, calculer l'intensité de la force de traction. 1pt

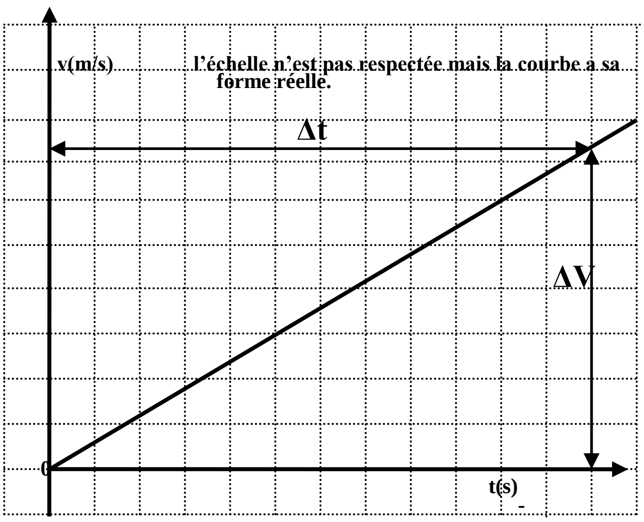
5- En appliquant le théorème du centre d'inertie à la masse d'entrainement et au chariot, déterminer la valeur de m. g = 9,8 $m.s^2$ 1,5pt



Une solution exercice 41:

1- Tracé le graphe V= f(t) :

Echelle 2cm→0,1m/s et 2cm→0,05s



2-Nature du mouvement :

Le graphe montre que la vitesse est proportionnelle au temps : V= a.t, le mouvement est rectiligne et accéléré

- Accélération

$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{9,4.0,1}{2}$ = 1,25 m/s^{-2}

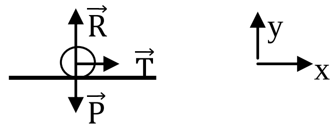
→Equations horaires

Vitesse : V= 1,25. t

Position : x = $\frac{1,25}{2}t^2$= 0,63. t^2

3- Bilan des forces appliquées au chariot à l'aide d'un schéma :

Représentation :



4- Valeur de T à partir du T.E.C

$\Delta Ec = Ec_2 - Ec_1 = W(\vec{T}) + W(\vec{P}) + W(\vec{R})$= T. d

D'où $T = \frac{M(V_2{}^2 - V_1{}^2)}{2\,d}$

AN : T= $\frac{0,5(0,424^2 - 0,1^2}{2(0,072-0,005)}$ = 0,633N

5- Appliquons le TCI pour déterminer m

Pour le chariot :

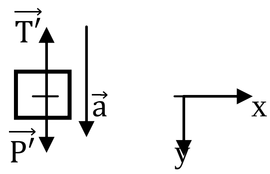
$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = M\vec{a}$

Par projection sur l'axe horizontal, on a :

$\vec{P}\Big|_{Mg}^{0} + \vec{R}\Big|_{-R}^{0} + \vec{T}\Big|_{0}^{T} = M\vec{a}\Big|_{0}^{a}$

D'où T= M a (1)

Pour le système masse d'entrainement :



$\vec{P'}\Big|_{mg}^{0} + \vec{T'}\Big|_{-T'}^{0} = m\vec{a}\Big|_{a}^{0}$

D'où mg – T'= m a (2)

$\vec{T} = \vec{T'}$

(1) + (2) donne:

Mg = a (M+m)

D'où $m = \frac{M\,a}{g-a}$

AN : m $= \frac{0,5.1,25}{9,8.1,25}$ = **0,073 kg**

Exercice 42 : Expérience de physique

Objectif : Détermination de la nature du mouvement d'un mobile sur un plancher horizontal. Les frottements sont supposés négligeables

Matériels

01 règle graduée de 120 cm, 01 papier millimétré, 01 chronomètre, 01 ficelle fine et inextensible, 01 table de surface plane et horizontale, une masse d'entrainement m =5g, 01 chariot de masse M= 2kg et une poulie.

Protocole

Un élève du groupe de la classe de terminale S :

- Fixe sur une table une origine du repère d'espace et de temps puis gradué le bord de la table pour obtenir l'axe des abscisses
- Fixe 05 positions sur l'axe des abscisses où seront faites les mesures du temps pour chaque essai.
- Maintient la masse d'entrainement avec un doigt pour empêcher le départ du mobile ;
- Lâche la masse d'entrainement en même temps que son camarade déclanche le chronomètre, puis arrête le chronomètre au passage du chariot par la position considérer et lit le temps correspondant qu'il enregistre ensuite dans le tableau.

Pour chaque position, il effectue 02 ou 03 essais de mesure du temps.

<u>Résultats obtenus :</u>

	x (cm)	20	40	60	80	100
Essai 1	t (s)	4,0	5,72	7,01	8,00	9,1
Essai 2	t (s)	4,01	5,73	7,00	8,1	9,05
Essai 3	t (s)	4,01	5,73	7,00	8,1	9,05

Questions :

1-Faire le schéma du montage expérimental

2-Pourquoi effectue-t-on trois essais pour la mesure du temps ?

3- Comment procède-t-on pour obtenir une valeur du temps correspondant à une position quelconque du chariot ?

4-Compléter le tableau suivant

x (cm)	20	40	60	80	100
t (s)					
t^2 (s^2)					

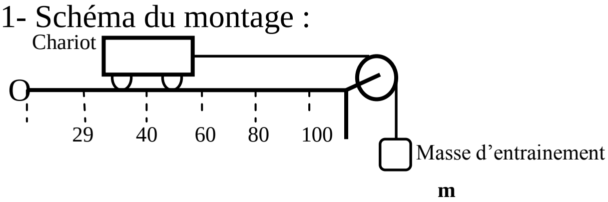
5-Tracer le graphe x= f(t^2) dans un repère orthogonal en précisant les échelles. Donner la nature du graphe et conclure

6-Déterminer l'accélération expérimentale a_e du chariot

7-Calculer l'accélération théorique a_{th} du centre d'inertie du chariot et justifier la différence éventuelle entre les deux valeurs.

<u>Une solution exercice 42</u> :

1- Schéma du montage :



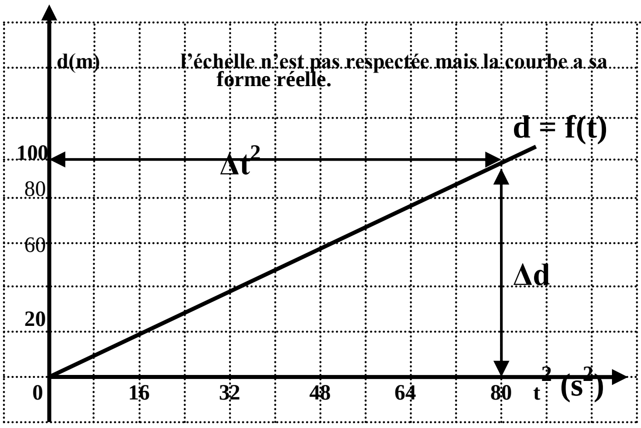
2- On effectue plusieurs essais pour la mesure du temps afin de réduire les erreurs de manipulation.

3- Pour obtenir une valeur du temps correspondant à une position du chariot, on calcule la moyenne de temps des trois essais.

4- Complétons le tableau :

x (cm)	20	40	60	80	100
t (s)	4,01	5,73	7,00	8,1	9,0
t^2 (s^2)	16,0	32,83	49,0	65,61	81

5-Tracé du graphe x= f(t^2) :



- Nature du graphe d = f(t^2)

Droite linéaire de pente positive.

On conclut que la distance parcourue par le chariot est proportionnelle au carré de la durée de parcours. Le mouvement du chariot est rectiligne et accéléré d'équation

$d = \frac{1}{2}a_e.t^2 = k.t^2$

6- Accélération expérimentale a_e du chariot :

$$\boldsymbol{a_e = 2k = 2\,\frac{\Delta d}{\Delta t^2} = \frac{2.100.10^{-2}}{81} = 2,47.10^{-2}\ m/s^2}$$

6. Accélération théorique a_{th} du centre d'inertie du chariot :

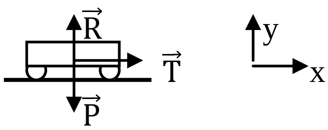
Sous système 1 : Chariot ;

Référentiel : terrestre galiléen ;

Force appliquées :

- Le poids $\vec{P}$ du chariot ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan ;
- La tension $\vec{T}$ du fil

Représentation :



Application du TCI :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = M.\overrightarrow{a_{th}}$$

En projetant sur l'horizontale on a :

$T = M.a_{th}$ (1)

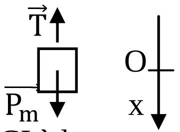
Sous système (2) : Masse d'entrainement ;

Référentiel : terrestre galiléen ;

Forces appliquées :

- Le poids $\overrightarrow{P_m}$ de la masse d'entrainement ;
- La tension $\vec{T}$ du fil.

Représentation :



Application du TCI à la masse d'entrainement :

$$\overrightarrow{P_m} + \vec{T} + \vec{R} = m.\overrightarrow{a_{th}}$$

En projetant sur l'axe (Ox) on a :

$m.g - T = m.a_{th}$ (2)

(1) + (2) donne $m.g = a_{th}(M+m)$

$a_{th} = \frac{m.g}{M+m} = \frac{5.9,8}{2000+5} = 0,0249$

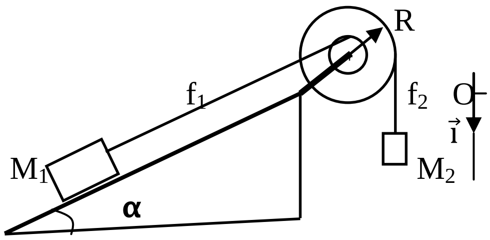
$a_{th} = \mathbf{2,49.10^{-2}\ m/s^2}$

- Comparaison de a_{th} et $\boldsymbol{a_e}$ **:**

La petite différence est due aux approximations pendant la manipulation.

Exercice 43 :

Deux fils inextensibles et de masse négligeable f_1 et f_2 passent par les deux gorges **d'une poulie de masse m = 2kg**. La poulie est constituée de deux disques homogènes d'égale épaisseur et de rayons respectifs r et R tel que R =2.r et r =9cm. **On admet que la poulie a une densité volumique de masse**. Le fil f_1 est relié à un solide de masse M_1 tandis que f_2 est relié à un autre solide de masse M_2 tel que $M_1 = 3.M_2 = 1{,}5$kg. Le solide de masse M_1 peut se déplacer sans frottement sur un plan incliné faisant un angle **α** = 30° avec l'horizontale. Voir figure.



1- Montrer que le moment d'inertie de la poulie par rapport à son axe de rotation est :

$J = \frac{17}{10}.m.r^2 = 2{,}76.10^{-2}km.m^2$

2- En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide de masse M_1 ; montre que son accélération linéaire $\overrightarrow{a_1}$ est telle que

$a_1 = \frac{T_1 - M_1.g.\sin\alpha}{M_1}$

3- En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide de masse M_2 dans la base (O ; $\vec{\imath}$), montre que son accélération linéaire $\overrightarrow{a_2}$ est telle que $a_2 = \frac{M_2.g - T_2}{M_2}$.

4-Sachant que les fils s'enroulent et se déroulent sans glisser dans la gorge de chaque disque, écris une relation entre l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ de la poulie et l'accélération linéaire a_1 du solide de masse M_1 d'une part et ente $\ddot{\theta}$ et a_2 d'autres parts.

5-On admet que $\frac{a_1}{r} = \frac{a_2}{R}$.En appliquant la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation au système formé par les deux disques, montre que $\boldsymbol{a_1} = \frac{g(\frac{2}{3} - \sin\alpha)}{\frac{7}{3} + \frac{J}{M_1.r^2}}$

En déduire l'expression de a_2 puis faire l'application numérique.

6- On voudrait obtenir l'équilibre du système en remplaçant le solide de masse M_1 par un autre de masse M_3. Quel doit être la valeur de M_3 ?

7- Retrouver l'expression de a_3 à partir du théorème de l'énergie cinétique.

<u>Une solution exercice 43</u> :

1- Montrons que :

$J = \frac{17}{10}.m.r^2 = 2{,}76.10^{-2}km.m^2$

$J = \frac{1}{2}m_1.r^2 + \frac{1}{2}m_2.R^2$ où m_1 est la masse du disque de rayon r et m_2 la masse du disque de rayon R.

Comme la poulie a une répartition volumique de masse,

$$\left|\begin{array}{l} \frac{m}{V} = \frac{m_1}{\pi.r^2.e} = \frac{m_2}{\pi.R^2.e} = \frac{m_2}{\pi.4.r^2.e}\ d'où\ m_2 = 4.m_1 \\ m = m_1 + m_2\ d'où\ m_1 = \frac{m}{5}\ et\ m_2 = \frac{4}{5}m \end{array}\right.$$

Le moment d'inertie devient :

$J = \frac{1}{2}.\frac{m}{5}.r^2 + \frac{1}{2}.\frac{4}{5}m.4r^2 = \frac{17}{10}.mr^2$

2- Montrons à partir du TCI que l'accélération linéaire $\overrightarrow{a_1}\ de$ M_1 est telle que :

$a_1 = \frac{T_1 - M_1.g.\sin\alpha}{M_1}$

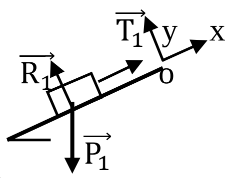
Système : solide de masse M_1,

Référentiel : terrestre galiléen ;

Forces appliquées :

- Le poids $\overrightarrow{P_1}$ de M_1 ;
- La tension $\overrightarrow{T_1}$ du fil f_1 ;
- La réaction $\overrightarrow{R_1}$ du plan

Représentation :



Application du TCI :

$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{T_1} = M_1.\overrightarrow{a_1}$

Par projection sur l'axe (Ox), on a :

$-M_1.g.\sin\alpha + T_1 = M_1.a_1$

D'où $\boldsymbol{a_1} = \frac{\boldsymbol{T_1 - M_1.g.\sin\alpha}}{\boldsymbol{M_1}}$

3- Montrons à partir du TCI que l'accélération linéaire $\overrightarrow{a_2}$ *de* M_2 est telle que :

$a_2 = \frac{M_2.g - T_2}{M_2}$

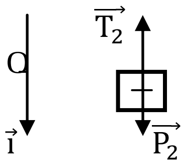
Système : solide de masse M_2,

Référentiel : terrestre galiléen ;

Forces appliquées :

- Le poids $\overrightarrow{P_2}$ de M_2 ;
- La tension $\overrightarrow{T_2}$ du fil f_2 ;

Représentation :



Application du TCI :

$\overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{T_2} = M_2.\overrightarrow{a_2}$

Par projection sur l'axe $(O\vec{i})$, on a :

$M_2.g - T_2 = M_2\, a_2$

D'où $\boldsymbol{a_2} = \frac{\boldsymbol{M_2.g - T_2}}{\boldsymbol{M_2}}$

4- Relation entre l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ de la poulie et l'accélération linéaire a_1 du solide de masse M_1 d'une part et ente $\ddot{\theta}$ et a_2 d'autres parts :

Sachant que les deux disques ont le même axe de rotation, ils ont la même vitesse angulaire $\dot{\theta} = \frac{V_1}{r} = \frac{V_2}{R}$. En dérivant les deux membres de cette égalité par rapport au temps, on a la relation cherchée.

$$\ddot{\theta} = \frac{a_1}{r} = \frac{a_2}{R}$$

5- Montrons que $\boldsymbol{a_1} = \frac{g(\frac{2}{3} - \sin\alpha)}{\frac{7}{3} + \frac{J}{M_1.r^2}}$

Etudions le mouvement de la poulie :

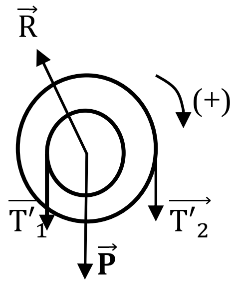
Système : poulie de masse m ;

Référentiel : terrestre galiléen ;

Forces appliquées :

- Le poids $\vec{P}$ de la poulie ;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe de la poulie ;
- La tension $\overrightarrow{T'_1}$ du fil f_1 ;
- La tension $\overrightarrow{T'_2}$ du fil f_2.

Représentation :



Appliquons la RFDSR à la poulie :

$\sum M_\Delta(\overrightarrow{F_{ext}}) = J.\ddot{\theta}$

$= M_\Delta\left(\overrightarrow{T'_2}\right) + M_\Delta\left(\overrightarrow{T'_1}\right) + M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = J.\frac{a_1}{r}$

comme $\overrightarrow{T'_1} = -\overrightarrow{T_1}$ et $\overrightarrow{T'_2} = -\overrightarrow{T_2}$

alors ; $T_1 = T'_1 = M_1.(g.\sin\alpha + a_1)$

et $T_2 = T'_2 = M_2.(g - a_2)$

L'expression devient :

$M_2.(g - a_2).2r - M_1.(g\sin\alpha + a_1)r = J.\frac{a_1}{r}$

$-M_1.g.r\sin\alpha - M_1.a_1.r + M_2.g.2r - M_2.2.a_1.2r = J.\frac{a_1}{r}$

$$\boldsymbol{a_1} = \frac{\mathbf{g(\frac{2}{3} - \sin\alpha)}}{\frac{7}{3} + \frac{J}{M_1.r^2}}$$

Déduisons l'expression de a_2 :

$\frac{a_1}{r} = \frac{a_2}{R} = \frac{a_2}{2r}$ d'où $a_2 = 2.a_1$

$$\boldsymbol{a_2} = \mathbf{2}.\frac{\mathbf{g(\frac{2}{3} - \sin\alpha)}}{\frac{7}{3} + \frac{J}{M_1.r^2}}$$

AN : $\boldsymbol{a_1} = \frac{\mathbf{9{,}8(\frac{2}{3} - \sin 30°)}}{\frac{7}{3} + \frac{2{,}7\square.10^{-2}}{1{,}5.0{,}09^2}} = \mathbf{0{,}355 m/s^2}$

$$\boldsymbol{a_2} = \mathbf{2}.\frac{\mathbf{9{,}8(\frac{2}{3} - \sin 30°)}}{\frac{7}{3} + \frac{2{,}76.10^{-2}}{1{,}5.0{,}09^2}} = \mathbf{0{,}71 m/s^2}$$

6- Valeur de M_3:

Le système est en équilibre lorsque $a_1 = a_2 = 0$:

Soit : $-M_3.g.r\sin\alpha - 0 + M_2.g.2r - 0 = 0$

$M_3 = \frac{2.M_2}{\sin\alpha}$

7- Retrouvons l'expression de a_1 à partir du théorème de l'énergie cinétique :

$\Delta E_c = \sum W(\overrightarrow{F_{Ext}})$

Le système est : {solide de masse M_1-poulie-solide de masse M_2}

Les forces extérieures appliquées sont :

$\overrightarrow{P_1}$; $\overrightarrow{P_2}$; $\vec{R}$ et $\vec{P}$.

$\frac{1}{2}.M_1(V_1^2 - V_{01}^2) + \frac{1}{2}.J.(\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}_0^2) + \frac{1}{2}M_2(V_2^2 - V_{02}^2) = M_2.g.x_2 - M_1.g.x_1.\sin\alpha$

$\frac{d(\Delta E_c)}{dt} = \frac{d(\sum W(\overrightarrow{F_{Ext}}))}{dt}$

$M_1V_1a_1 + J.\dot{\theta}.\ddot{\theta} + M_2V_2a_2 = M_2.g.V_2 - M_1.g.V_1.\sin\alpha$

$$M_1V_1a_1 + J.\frac{a_1}{r}.\frac{V_1}{r} + \frac{1}{3}M_1 2.V_1 2.a_1$$
$$= \frac{1}{3}M_1.g.2.V_1 - M_1.g.V_1.\sin\alpha$$

D'où $\mathbf{a_1} = \dfrac{g(\frac{2}{3} - \sin\alpha)}{\frac{7}{3}+\frac{J}{M_1.r^2}}$

<u>Exercice 44</u> : à caractère expérimental

Un solide s ponctuel de masse m = 500g abandonné sans vitesse initiale glisse le long d'un plan incliné faisant un angle α = 30° avec l'horizontale. Un dispositif permet d'enregistrer les positions du centre d'inertie de (s) en fonction du temps sur un axe x'x parallèle au plan. Les résultats obtenus sont enregistrés dans le tableau suivant :

t(s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
x(10^{-2}m)	0	4	16	36	64	100
$a_i=(x_{i+1}-x_i)$						
$b=a_{i+1}-a_i$						

1-veut déterminer l'accélération expérimentale a_e du mouvement du centre d'inertie du solide s.

a) Faire le schéma annoté du dispositif expérimental.
b) Reproduire le tableau et compléter les deux dernières lignes.

2- Quelle est la nature du mouvement du solide (s).

3-En déduire l'accélération expérimentale a_e sachant que pour un mouvement rectiligne et uniformément varié, les espaces parcourus au cours des intervalles de temps successifs égaux forment une suite arithmétique de raison r = a.θ^2 où a est l'accélération et $\theta = t_{i+1} - t_i$ l'intervalle de temps.

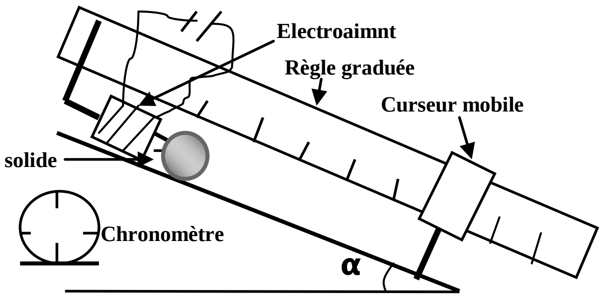
4-Enoncer le théorème du centre d'inertie.

5-En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide (s), déterminer l'accélération théorique a_{th} et justifier l'existence des forces de frottement.

6-Calculer l'intensité de cette force de frottement supposée constante, parallèle et opposée au déplacement. On donne. g = 10 N/kg

<u>Une solution exercice 44</u>

1-a) schéma annoté du dispositif expérimental :



b) Complétons le tableau :

t(s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
x(10^{-2}m)	0	4	16	36	64	100
$a_i=(x_{i+1}-x_i)$	4	12	20	28	36	
$b=a_{i+1}-a_i$	8	8	8	8		

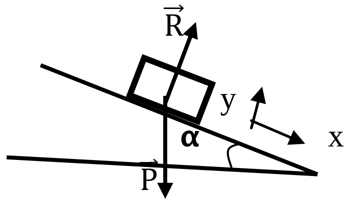
2- nature du mouvement du solide (s) :
$a_{i+1}-a_i = 8.10^{-2}$m signifie que les espaces a_i parcourus toutes les θ=0,2s forment une suite arithmétique de raison b.
On conclut que le mouvement du solide (s) est rectiligne et accéléré.

3- Déduisons l'accélération expérimentale :
$r = a_e.\theta^2$ d'où $a_e = \frac{r}{\theta^2}$

AN : $a_e = \frac{8.10^{-2}}{0,2^2} = 2m/s^2$

4- Enoncé du théorème du centre d'inertie :
Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un solide de masse m est égale au produit de sa masse par l'accélération $\overrightarrow{a_G}$ de son centre d'inertie.

Déterminons l'accélération théorique :
Système : solide (s);
Référentiel : terrestre galiléen ;
Forces appliquées :
- Le poids $\vec{P}$ du solide ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné ;
Représentation :



Application du TCI dans le repère ci-dessus :

$$\vec{P}\begin{vmatrix} m.g.\sin\alpha \\ -mgcos\,\alpha \end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix} 0 \\ R \end{vmatrix} = m.\overrightarrow{a_{th}}\begin{vmatrix} a_{th} \\ 0 \end{vmatrix}$$

On en déduit que : $a_{th} = g.\sin\alpha$
AN : $a_{th} = 10\,.\sin 30° = 5m/s^2$
Il existe des forces de frottement car $a_e < a_{th}$.

6- Calculons l'intensité de la force de frottement :

$a_e = g.\sin\alpha - \frac{f}{m}$ d'où $f = m(g.\sin\alpha - a_e)$

AN : $f = 0{,}5(10.\sin 30° - 2) = 0{,}5N$

<u>Exercice 45</u>

Dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ (voir zone grise de la figure), on fit passer dans les tiges conductrices (1) ; (2) et (3) un courant de lèle intensité dans le sens et la direction indiquée par la figure (1) ci-dessous :

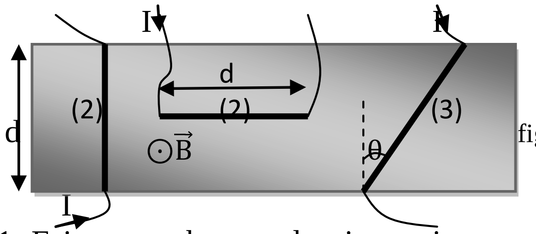


figure (1)

1- Faire pour chacune des tiges suivantes un schéma sur lequel on reprendra le sens de $\vec{B}$; celui du courant dans la tige, puis la force magnétique qu'elle subit.
2- Quelle est parmi ces forces, celle dont l'intensité est la plus grande ? Justifier votre choix.
3-On retire les tiges (2) et (3) et on installe deux rails parallèles AB et PQ pour permettre la circulation du courant de telle sorte que le plan, que forment les deux rails soit horizontal. (Voir figure 2 ci-dessous). La tige (1) étant au repos, on fait passer un courant d'intensité I =1,2A dans la tige.

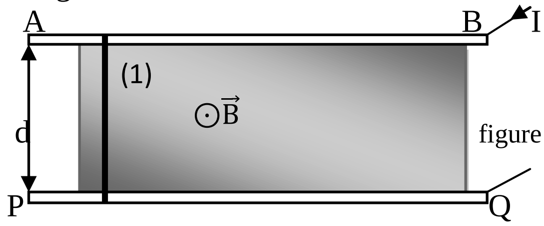
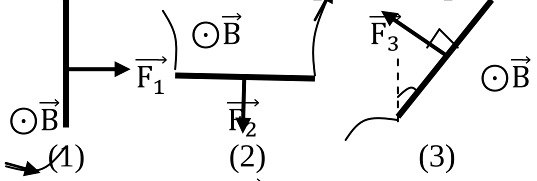


figure (2)

3.1-En appliquant les lois de Newton sur le mouvement à la tige (1), calculer l'accélération du mouvement de son centre d'inertie. On prendra d = 10cm, B = 0,4T et la masse de la tige (1), m = 18g. On négligera le phénomène d'induction et on admettra que la tige glisse sans frottement sur le rail en restant parallèle à elle-même.
3.2- Déterminer la vitesse acquise par le centre d'inertie de la tige (1) au bout de 0,6s.

Une solution exercice 45

1- Représentation de I ; $\vec{B}$ et $\vec{F}$ sur chaque tige:

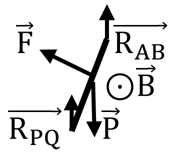


2- Parmi ces forces, $\overrightarrow{F_3}$ est la plus intense.
Justification :
L'intensité de la force magnétique esy proportionnelle à la longueur de conducteur plongé dans le champ magnétique.

$$F = I.\ell.B.|\sin(\overrightarrow{I\ell};\ \vec{B})$$

Dans les cas (1) et (2) ; $\ell = d$ et dans le cas (3) $\ell = \frac{d}{\cos\theta} > d$.

3-
3.1- calcul de l'accélération de la tige à partir du théorème du centre d'inertie :
Dans le référentiel terrestre galiléen, la tige est soumise à son poids $\vec{P}$, à la force magnétique $\vec{F}$ et aux réactions sur les rails AB et PQ.
Représentation :



Application du TCI :
$\vec{P} + \overrightarrow{R_{AB}} + \overrightarrow{R_{PQ}} + \vec{F} = m.\vec{a}$
La tige ne se soulève pas des rails :
$\vec{P} + \overrightarrow{R_{AB}} + \overrightarrow{R_{PQ}} = \vec{0}$
D'où $\vec{F} = m.\vec{a}$
Par projection sur un axe horizontal, F = m.a et
$a = \frac{F}{m} = \frac{I.d.B}{m}$
AN :

$$a = \frac{1{,}2.0{,}1.0{,}4}{0{,}018} = 2{,}67\ m/s^2$$

3.1- Vitesse aquise par le centre d'inertie de la tige (1) au bout de 0,6s.
Le mouvement de la tige est rectiligne et accéléré car >0.
$V = a.t = 2{,}67.0{,}6 = 1{,}6 m/s$

Exercice 46 **ENSP**

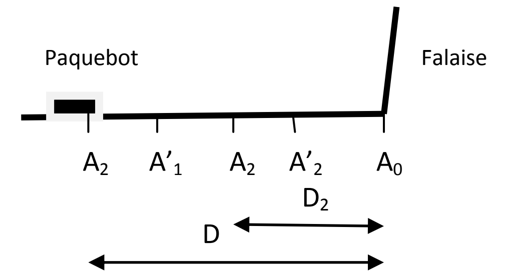
Le paquebot transatlantiques Titanic aborde la cote anglaise par un temps calme dans un épais brouillard et se dirige vers la falaise a une vitesse constante V. Il émet toutes les minutes un coup de sirène. On entend l'écho que lorsque le son se propageant dans l'air se réfléchit sur la falaise et rebrousse chemin jusqu'au paquebot.
1-Sachant que la vitesse du son dans l'air est C = 330 m/s, et que 1er écho est entendu au bout d'un temps T_1 = 18 s après le 1er coup de sirène et que le 2ème écho est entendu au bout d' un temps T_2 = 15 s après le 2ème coup de sirène, calculer la vitesse V du paquebot ainsi que la distance D qui sépare la falaise du paquebot au moment où celui-ci émet le premier coup de sirène.
On appellera A_1 le point où le premier coup de sirène est émis et A_2 le point est émis le 2ème coup de sirène, A_1' le point où est entendu le 1er écho et A_2' le point où est entendu le 2ème écho.

2-Sachant que l'appareil auditif est incapable de distinguer deux sons successifs lui parvenant dans un intervalle de temps dT inférieur à 0,1 s, quelle est la distance minimale d' au dessus de laquelle on n'entend plus l'écho ?

<u>Une solution</u> <u>exercice 46:</u>

1- Détermination de D et V :

La distance parcourue par le paquebot avant d'entendre l'écho est :



$A_1A_1' = V.\ T_1$ (1)

Pendant le même temps T_1 le son a parcouru une distance $A_1A_o + A_oA'_1 = D + D - A_1\ A'_1$

$= 2D - V.\ T_1$ (2)

$A_1A_o + A_oA'_1 = C\ T_1 = 2D - VT_1$

Soit : $2D - 18V = 18C$ avec $C = 330$m/s,

$2D - 18V = 5940$ **(3)**

- La $2^{ème}$ sirène est émise en A_2.

En T_2, le paquebot parcourt $A_2A'_2$ tel que :

$A_2A_2' = VT_2$.

Pendant ce temps, l'écho parcourt la distance :

$A_2A_o + A_oA_2' = D_2 + D_2 - A_2A'_2 = 2D_2 - VT_2$

Or $D_2 = D - A_1A_2 = D - V\ \theta$. ($\theta$ = 1 min)

$A_2A_o + A_oA'_2 = 2\ (D - V\ \theta) - VT_2$

$= 2D - 2V\ \theta - VT_2$. (4)

De plus, $A_2A_o + A_oA'_2 = C\ T_2$. (5)

En combinant (4) et (5) on a :

$2D - V\ (T_2 + 2\ \theta) = C\ T_2$

Soit **$2D - V.\ 135 = 4950.$** (6)

On obtient le système suivant :

$\begin{cases} 2D - 18V = 5940 \\ 2D - 135V = 4950 \end{cases}$ En multipliant la deuxième équation par (-1) et en additionnant on obtient : $117\ V = 990$

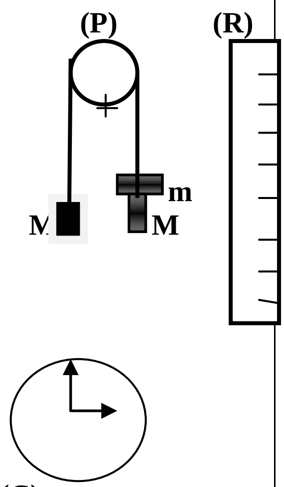
D'où $V = \frac{990}{117}$ = <u>8,46 m/s</u>

$D = \frac{18V+5940}{2} = 3046{,}15$ m

Exercice 47 : Exploitation d'une fiche de T.P / 4 pt

Une fiche de T.P, exécutée au laboratoire de physique par un élève présente ci-dessous le travail effectué que vous exploiterez.

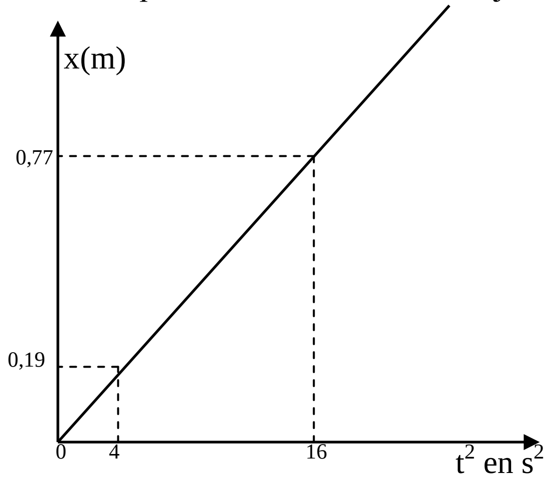
Fiche de TP

Classe : TD	Titre du TP : La machine d'Atwood
1-Objectifs : Exploiter le mouvement de ce dispositif pour déterminer expérimentalement l'accélération de la pesanteur du lieu de l'expérience.	
2-Matériels : -Un ensemble de deux masses M=0,5kg et M'=M+m où m=0,01kg est la masse de la surcharge. -Un fil inextensible de masse négligeable, passant dans la gorge d'une poulie aussi de masse négligeable et supportant à chaque extrémité l'une des masses ci-dessus, - Un chronomètre (C). - Une règle graduée (R).	**3-Schématisation** 
4-Protocole expérimental : En abandonnant le système à lui-même, les masses M et M' se mettent en mouvement. A des instants choisis, on lit sur la règle la distance x parcourue par l'une des masses. On obtient ainsi le tableau de mesures ci-dessous 4-Tableau de mesures	

t(s)	0	2	4	6	6,5
x(m)	0	0,19	0,77	1,73	2,03

5-Exploitation
5-1 Tracer la courbe x= f (t^2).
Echelles : Abscisse : 1cm pour $4s^2$; ordonnée : 1cm pour 0,1m 1pt
5-2 Donner la forme de la courbe puis écrire une relation simple liant x et t^2. 0,5pt
5-3 Justifier que l'accélération de la masse M est égale à celle de M'. 0,5pt
5-4- En étudiant le mouvement de la machine, montrer que l'accélération a commune de M et de M' est de la forme : $a = \frac{m}{2M+m} g$.
En déduire la loi horaire du mouvement de (M)
5-5 A partir de la courbe, déterminer la valeur a_{exp} de l'accélération expérimentale du dispositif.
5-6- En. 0,5pt

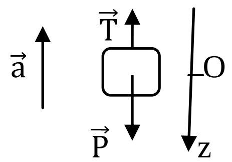
<u>Une solution exercice 47</u>
5.1- Tracé du graphe x = f(t^2) :
L'échelle n'est pas respectée mais les valeurs issues de l'exploitation de la courbe sont justes.



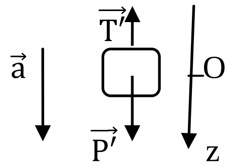
5.2- Forme de la courbe :
Droite linéaire de pente positive.
- relation simple liant x et t^2 :

$x = K.t^2$ où K est le coefficient directeur de la droite.
5.3- Justifions que l'accélération de la masse M est égale à celle de M' :
Lorsque M parcourt une distance x, M' parcourt une distance x' tel que x = x'. De ce fait,
$\frac{dx}{dt} = \frac{dx\prime}{dt}$ et $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x\prime}{dt^2}$ d'où $a = a'$

5.4- Montrons que l'accélération a commune de M et de M'est de la forme : $a = \frac{m}{2M+m} g$.
Système 1 : Masse M;
Référentiel : terrestre galiléen ;
Bilan des forces :
Le poids $\vec{P}$ de M ;
la tension $\vec{T}$ de fil.
Représentation :



Application de TCI : $\vec{P} + \vec{T} = M.\vec{a}$
Projection sur l'axe (Oz) :
$Mg - T = -Ma$ (1)
Système 2 : Masse M' ;
Référentiel : terrestre galiléen ;
Bilan des forces :
Le poids $\vec{P'}$ de M
la tension $\vec{T}$ de fil.
Représentation :



Application de TCI : $\vec{P} + \vec{T} = M.\vec{a}$
Projection sur l'axe (Oz) :
$M'.g - T' = M'a$ (2)
(1)+ (2) donne : $M'.g - Mg = a(M + M')$
Car T = T'.
D'où : $a = \frac{m}{2M+m} g$.
Déduisons la loi horaire du mouvement de M :
$x = \frac{1}{2}.\frac{m}{2M+m} g.t^2$
5.4- Déterminons a_{exp} du mouvement de M à partir de la courbe :
$K = \frac{\Delta x}{\Delta t^2} = \frac{a_{exp}}{2}$ d'où $a_{exp=2.}\frac{\Delta x}{\Delta t^2}$
AN : $a_{exp=2.}\frac{2{,}03-0}{42{,}25-0} = 0{,}096\ m/s^2$
5.5- Déduisons la valeur expérimentale g_{exp} de l'accélération de la pesanteur du lieu de l'expérience
$a_{exp} = \frac{m}{2M+m} g_{exp}$ d'où $g_{exp} = \frac{2M+m}{m}.a_{exp}$
AN :
$$g_{exp} = \frac{2.0{,}5 + 0{,}01}{0{,}01}.0{,}096 = 9{,}71\ N/kg$$

Exercice 48 : Expérience de physique / 4pt
Dans un escadron, un groupe de soldats se proposent d'étudier l'influence de l'angle de tir θ sur la portée horizontale d'une arme de guerre le « Mass 36 ».Pour cela, le projectile assimilable à un point matériel de masse m est tiré à partir d'un point O (0 ; 0) dans le repère (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) à la date t = 0 avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$ de module V_0 et faisant un angle θ avec le plan horizontal. A partir de cette position O, on

fait varier l'angle θ ($0 < \theta \leqslant 90°$) de tir et on mesure sur le sol supposé horizontal la distance x comprise entre le point O et le point d'impact du projectile sur le sol. Les résultats obtenus sont enregistrés dans le tableau suivant :

Angle (°)	**15**	**20**	**25**	**30**	**35**	**40**	**45**	**50**
X (en m)	**250**	**321,3**	**383**	**433**	**469,8**	**492,4**	**500**	**492,4**
Angle (°)	**55**	**60**	**70**	**80**	**85**	**90**		
X(m)	**469,8**	**433**	**321,3**	**171**	**86,82**	**0**		

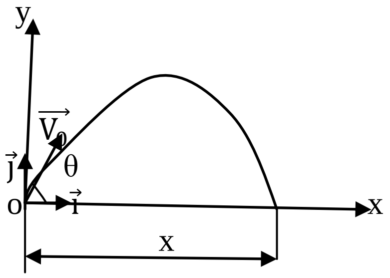
1-Compléter le tableau suivant :

Angle en (°)	15	20	25	30	35	40	45
Sin 2θ							
Angle (°)	50	55	60	70	80	85	90
Sin 2θ							

2- Construire le graphe représentant les variations de la portée horizontale x en fonction de sin 2θ. x = f(sin 2θ)
Echelle : 1cm correspond à 0,1 unité de sin 2θ et 2cm correspond à 100m. **1pt**
-Quelle est la nature de la courbe ?
A partir du graphe, que peut-on dire de la variation de la portée horizontale en fonction de l'angle de tir ?

- Déduire l'angle de tir permettant une portée maximale du « Mass 36 »

3- Sachant que la portée horizontale est donnée par la relation : $x = \frac{1}{g}(V^2_{0.\sin 2\theta})$; Calculer la valeur de la vitesse initiale du projectile lancé par cette arme et montrer qu'il existe deux angles de tir θ_1 et θ_2 pour lesquels on a la même portée horizontale. g= 0,8N/kg.
4-Pourquoi l'angle d'inclinaison du canon des chars d'assaut est de 45° ?

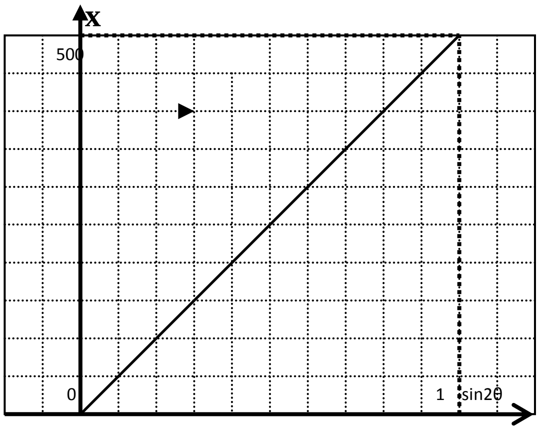


Une solution exercice 48

1- Complétons le tableau :

Angle en (°)	15	20	25	30	35	40	45
Sin 2θ	0,5	0,642	0,764	0,866	0,939	0,984	1
Angle (°)	50	55	60	70	80	85	90
Sin 2θ	0,984	0,939	0,866	0,642	0,342	0,172	0

2- Construction du graphe x = f(sin 2θ)
NB. L'échelle n'est pas respectée.



Nature de la courbe : c'est un segment de droite de pente positive car sin 2θ compris entre 0 et 1.

- Variation de la portée horizontale en fonction de l'angle de tir :

La portée horizontale dépend de l'angle de tir. En effet, la portée horizontale augmente lorsque l'angle de tir augmente et attient le maximum à 45° au-delà de 45° la portée horizontale diminue. On constate qu'il existe deux angles de tir pour lesquels on a la même portée horizontale.
Ces deux angles sont : θ et $90° - \theta$.

- Angle de tir permettant une portée maximale : $45°\ ou\ \frac{\pi}{4}\ rad.$

3- Valeur de V_0 :
La pente du segment de droit représentant x = f(sin 2θ) représente $\frac{V_0^2}{g} = \frac{\Delta x}{\Delta(\sin 2\theta)} = 500$
D'où $V_0 = \sqrt{500.g} = 70$ m/s
- Montrer qu'il existe deux angles de tir θ_1 et θ_2 pour lesquels on a la même portée horizontale :
$x = \frac{1}{g}(V^2_{0.\sin 2\theta})$ soit $\sin 2\theta = \frac{x.g}{V_0^2}$
Posons $\sin \lambda = \frac{x.g}{V_0^2}$
On trouve $\theta_1 = \frac{\lambda}{2}$ $\boldsymbol{et \quad \theta_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{2} - \theta_1}$
4-Cette inclinaison de 45° permet d'avoir la plus grande portée pour l'obus.

Exercice 49 : Exploitation des résultats d'une expérience /4point

Une catapulte est constituée d'un piston enfilé dans un ressort de compression. L'ensemble peut coulisser à l'intérieur d'un tube cylindrique. Ce dispositif permet de lancer à partir d'une hauteur h, une bille (S) qu'on supposera ponctuelle, avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$ horizontale et de module constant V_0=5 m.s^{-1}. Pour chaque valeur de h, on mesure l'abscisse x_m du point d'impact de la bille sur un plancher horizontal (voir la figure ci-dessous). On a obtenu le tableau de mesures suivantes :

h (cm)	20	40	60	80	100	120	140
x_m(m)	1,00	1,43	1,73	2,00	2,26	2,43	2,60
x_m^2 (m^2)	1,0	2,0	3,0	4,0	5,1	5,9	6,8

1-Tracer, sur le papier millimétré la courbe x_m^2=f(h). Echelle : Abscisse : 1cm ↔ 10cm ; ordonné : 1cm ↔1m^2

Quelle est la forme de la courbe obtenue ?

2-

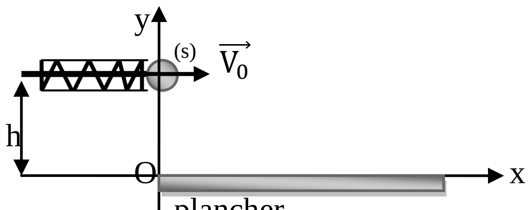
a) Etablir, lorsque la bille est lancée à partir d'une hauteur quelconque h, l'équation cartésienne de sa trajectoire, dans le repère indiqué sur le schéma.

On prendra pour instant initial, la date de départ de la bille.

On négligera la résistance de l'air.

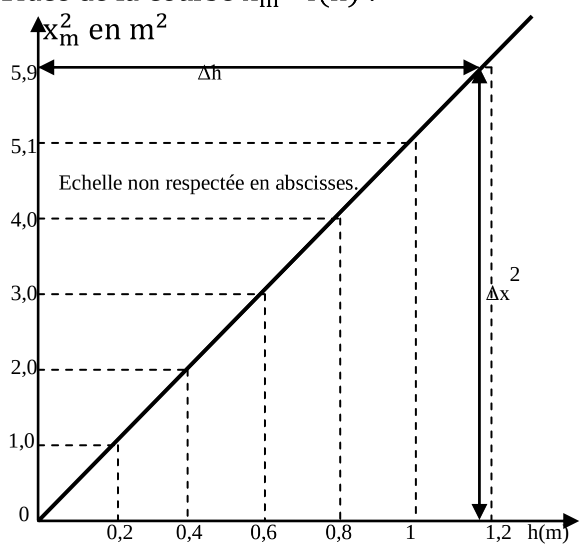
b) En déduire la relation suivante : $x^2_m = \frac{2.V_o{}^2}{g}.h$

3-A partir de la courbe ci-dessus, déterminer une valeur expérimentale de l'accélération de la pesanteur g à l'endroit où s'effectue la manipulation.



Une solution exercice 49:

1- Tracé de la courbe x_m^2 =f(h) :

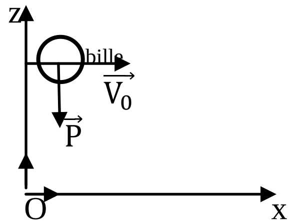


Forme de la courbe : droite linéaire de pente positive.

2- a) Etablissons l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille :

Système : bille ; référentiel terrestre galiléen ; force appliquée : le poids $\vec{P}$ =m. $\vec{g}$ du ballon.

Représentation :



Appliquons le théorème du centre d'inertie au ballon :

$\vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -m.g \end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix} 0 \\ a \end{vmatrix}$ d'où $\vec{a} = \vec{g}\begin{vmatrix} 0 \\ -g \end{vmatrix}$

Equations horaires du mouvement de la bille dans le repère (Ox ; Oy).

Vitesse : $\vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = -g.t \end{cases}$

Position : $\vec{OG}\begin{cases} x = V_0..t \\ y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + h \end{cases}$

Equation cartésienne de la trajectoire du centre d'inertie G de la bille.

En éliminant le temps dans les équations horaires, on obtient :

$y = -\frac{1}{2}g..\frac{x^2}{V_0^2.} + h$

b) Déduction de la relation suivante : $x^2_m = \frac{2.V_o{}^2}{g}.h$

Le pont d'abscisse x_m a pour ordonnée y = 0.

On peut écrire :

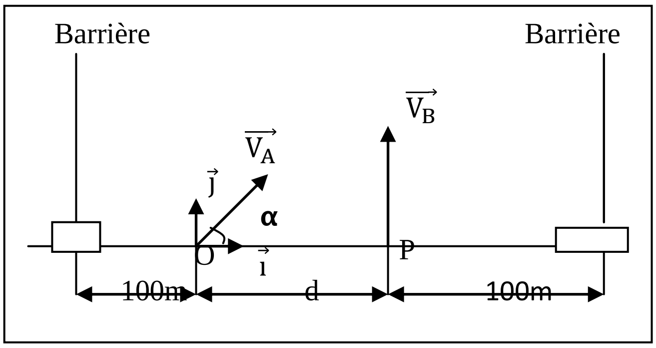
$0 = -\frac{1}{2}g..\frac{x_m^2}{V_0^2.} + h$ d'où $x^2_m = \frac{2.V_o{}^2}{g}.h$

3- Valeur expérimentale de l'accélération de la pesanteur au lieu de l'expérience :

Le coefficient directeur du graphe x_m^2 =f(h) représente $\frac{2.V_o{}^2}{g}$. On peut alors écrire :

$A = \frac{\Delta x_m^2}{\Delta h} = \frac{2.V_o{}^2}{g}$ d'où $g = \frac{2.V_0^2}{\frac{\Delta x_m^2}{\Delta h}} = \frac{2.5^2}{5,1} = 9,8 m/s^2$

Exercice 50:



Deux fusées A et B doivent être tirées simultanément à partir de 2 points O et P situés au sol et distants de d=30m. Les fusées vont exploser à la date t_1=4 s après leur lancement. L'une B est tirée de P avec une vitesse $\overrightarrow{V_B}$ verticale, l'autre A est tirée en O avec une vitesse $\overrightarrow{V_A}$ inclinée de α par rapport à l'horizontale et située dans un plan vertical passant par P. On donne V_A=51,4 m/s
g = 10N/kg et V_B= 50m/s

1-Dans le repère $(O;\ \vec{i}\ \ \vec{j})$; établir sous forme littérale uniquement les équations horaires des mouvements de chaque fusée après leur lancement. L'instant initial étant l'instant de lancement. 2pt

2- Préciser la nature des trajectoires de chaque fusée. 0,25pt x 2

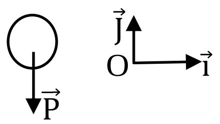
3- Montrer que l'inclinaison α de la vitesse initiale $\overrightarrow{V_A}$ de A avec le plan horizontal est égale à 82° pour que l'explosion ait lieu sur la verticale de $\overrightarrow{V_B}$. 0,5pt

4- Quelle est la distance qui sépare les deux fusées au moment de l'explosion ? 0,5pt

5- Les barrières de sécurité pour les spectateurs sont installées de façon à respecter la distance de 100m des points de lancement O et P. ces spectateurs son-ils en sécurité lors de la retombée des fusées en cas de non explosion en altitude ?

<u>Une solution exercice 50</u> :

1- Etablissons sous forme littérale les lois horaires des mouvements de chacune des fusées :
Dans le référentiel terrestre galiléen, chaque fusée est soumise à l'action de son poids $\vec{P}$
Représentation :



Application du TCI :
$\vec{P} = m.\vec{g} = m.\vec{a}$ d'où $\vec{g} = \vec{a}$
Par projection dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) on a :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

On en déduit les équations horaires suivantes :
Fusée A :

$$\vec{V}(A)\begin{cases} V_x = V_A.\cos\alpha \\ V_y = -g.t + V_A.\sin\alpha \end{cases} \text{ et}$$

$$\overrightarrow{OG}(A)\begin{cases} x = t.V_A.\cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + t.V_A.\sin\alpha. \end{cases}$$

Fusée B :

$$\vec{V}(B)\begin{cases} V_x = 0 \\ V_y = -g.t + V_B \end{cases} \text{ et}$$

$$\overrightarrow{OG}(B)\begin{cases} x = d \\ y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + t.V_B. \end{cases}$$

2- Nature des trajectoires :
La trajectoire de la fusée B est une droite verticale d'équation x = d.
La trajectoire de la fusée A est une parabole d'équation :$y = -\frac{1}{2}.g.\frac{x^2}{V_A^2.\cos^2\alpha} + x.\tan\alpha$

3- Montrons que **α** = 82° pour que l'explosion ait lieu sur la verticale de $\overrightarrow{V_B}$:
A l'explosion, le centre d'inertie de la fusée A a pour abscisse $x_A = d = 30m$
On en déduit que $\cos\alpha = \frac{d}{t.V_A} = \frac{30}{4.51,4} = 0,145$
$\alpha = 81,6° \approx 82°$

4- Distance séparant les deux fusées :
Cette distance D est donnée par la relation
D = $|y_A - y_B|$
Ordonnée du centre d'inertie de la fusée B au moment de l'explosion :

$$y_B = -\frac{1}{2}.10.4^2 + 4.50 = 120 \text{ m}$$

Ordonnée du centre d'inertie de la fusée A au moment de l'explosion :
$y_A = -\frac{1}{2}.10.4^2 + 4.51,4\sin 82° = 123,59 \text{ m}$
La distance cherchée est : D = 3,59m.

5- Etudions la sécurité des spectateurs :
La fusée B effectue un mouvement rectiligne et vertical. Elle retombera au point P et ne présente pas de danger pour les spectateurs.

La fusée A qui effectue un mouvement parabolique retombera en un point

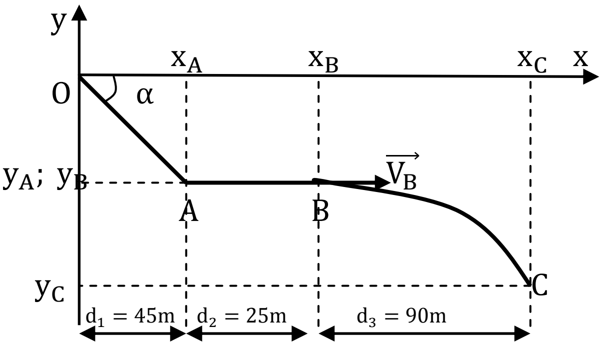
$$M\begin{cases} x_M = \frac{V_A^2.\sin 2\alpha}{g} = \frac{51,4^2.\sin 2.82}{10} = 72,82 \text{ m} \\ y_M = 0 \end{cases}$$

On conclut qu'il n'y a pas de danger pour les spectateurs.

Exercice 51

Dans tout le problème on prendra g = 9,8m.s^{-2}.
Tous les résultats numériques seront donnés avec deux décimal.
Au point O considérée comme origine des espaces, un skieur de masse M =80kg démarre au temps t =0 avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ nulle.
Le skieur descend la pente OA faisant un angle **α**=45° avec l'horizontal, suit le parcours horizontal AB et s'élance dans le vide au point

B. Le parcours OAB s'effectue sans frottement.
On néglige la résistance de l'air.
Le skieur rejoint la piste au point C.
Le mouvement se passe dans le plan xOy comme indiqué sur la figure.

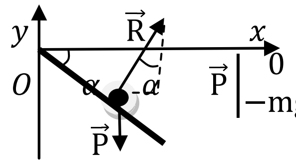


Partie A :
1-Etablis dans le plan xOy les équations horaires du mouvement du skieur. L'origine des dates coïncide avec son départ en O et l'origine des espaces le point O.
2- Quelle est la nature du mouvement du skieur suivant (Ox) et suivant (Oy) ?
3- calculer le temps mis par le skieur pour arriver en A.
4- Calculer la vitesse du skieur au point A et montrer quelle est la même au point B.
5- Ecrire l'équation de la trajectoire du skieur entre O et A et donner sa nature.
Partie B :
1- En prenant les mêmes conditions initiales que dans la partie A, écrire l'équation du mouvement du skieur entre A et B.
2- Calculer le temps t_B mit par le skieur pour aller de O à B.
3-Etablir les équations horaires du mouvement du skieur entre B et C en conservant les mêmes conditions initiales que précédemment.
4- Calculer la durée du mouvement du skieur.
4- Ecrire l'équation cartésienne de la trajectoire du skieur entre B et C.
.

<u>Une solution exercice 51</u>
Partie A :
1- Equations horaires du mouvement du skieur dans le plan xOy :
Dans le référentiel terrestre galiléen, le skieur est soumis entre O et A à :

- Son poids $\vec{P}$;
- La réaction $\vec{R}$ de la table.

Représentation :



$\vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -mg \end{vmatrix}$ et $\vec{R}\begin{vmatrix} R\sin\alpha \\ R\cos\alpha \end{vmatrix}$

Comme le solide ne quitte pas le plan OA,
$R - mg\cos\alpha = 0$ d'où $R = m.g.\cos\alpha$
Application du T C I :
$\vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -mg \end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix} m.g.\cos\alpha.\sin\alpha \\ m.g.\cos\alpha.\cos\alpha \end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix} a_x \\ a_y \end{vmatrix}$

On trouve: $\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = \frac{1}{2}.g.\sin 2\alpha = 4{,}9 m/s^2 \\ a_y = g(\cos^2\alpha - 1) = -4{,}9 m/s^2 \end{vmatrix}$

Equations horaires :
$\vec{V}\begin{vmatrix} V_x = 4{,}9.t \\ V_y = -4{,}9.t \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x = \frac{1}{2}.4{,}9.t^2 \\ y = -\frac{1.}{2}4{,}9.t^2 \end{vmatrix}$

2- Nature du mouvement du skieur :
- Suivant (Ox), le mouvement est accéléré ;
- Suivant (Oy), le mouvement est ralenti.

3- Temps mis par le skieur pour arriver en A :
$x_A = \frac{1}{2}.4{,}9.t_A^2$ d'où $t_A = \sqrt{\frac{2.x_A}{4{,}9}}$ ou
$y_A = \frac{1}{2}.4{,}9.t_A^2$ d'où $t_A = \sqrt{-\frac{2.y_A}{4{,}9}}$
AN : $t_A = \sqrt{\frac{2.45}{4{,}9}} = 4{,}29$ s
4- Vitesse du skieur au point A :
$V_A = \sqrt{V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2} = \sqrt{(4{,}9.t_A)^2 + (-4{,}9.t_A)^2}$
AN:
$V_A = \sqrt{(4{,}9.4{,}29)^2 + (-4{,}9.4{,}29)^2} = 21\sqrt{2}$ m/s
On peut également utiliser le T E C.
$E_{cA} - E_{cO} = W_{OA}(\vec{P}) + W_{OA}(\vec{R})$
$\frac{1}{2}.m.V_A^2 - 0 = m.g.|y_A| + 0$
D'où $V_A = \sqrt{2.g.|y_A|} = \sqrt{2.9{,}8.45} = 21\sqrt{2}$ m/s

- Justifions que $V_A = \square_B$

Entre A et B, le skieur est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ de la route tel que $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$. C'est le principe de l'inertie. On conclut que $V_A = V_B$.
5- Equation de la trajectoire du skieur entre O et A :
$x = \frac{1}{2}.4{,}9.t^2$ (1)
$y = -\frac{1.}{2}4{,}9.t^2$ (2)
(1) + (2) donne l'équation de la trajectoire
$y = -x$
Nature de la trajectoire :

Droite linéaire de pente négative.

Partie B

1- Equation horaire du mouvement du skieur entre A et B avec les mêmes conditions qu'à la partie A :

Le mouvement est uniforme.

$\vec{V}\begin{cases} V_x = V_A = 21\sqrt{2}\ m/s \\ 0 \end{cases}$;

$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = V_A.(t - t_A) + x_A = 21\sqrt{2}.(t - 4{,}29) + 45 \\ y_A = -45\ m \end{cases}$

2- Valeur du temps t_B mit par le skieur pour aller de O à B :

$x_B = 21\sqrt{2}.(t_B - 4{,}29) + 45$

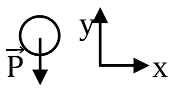
d'où $t_B = \frac{x_B - 45}{21\sqrt{2}} + 4{,}29$

AN : $t_B = \frac{70-45}{21\sqrt{2}} + 4{,}29$ = 5,13 s

3- Equations horaires du mouvement du skieur entre B et C :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le skieur est soumis entre B et C à la seule action de son poids.

Représentation :



Application du TCI :

$\vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -mg \end{vmatrix}$ = m.$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x \\ a_y \end{vmatrix}$ D'où $\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}$

A t = 5,13s ; $\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} 70m \\ -45m \end{vmatrix}$

Les équations horaires sont :

$\vec{V}\begin{vmatrix} V_x = V_B = 21\sqrt{2}\ m/s \\ V_y = -g.t(t - 5{,}13) = -9{,}8(t - 5{,}13) \end{vmatrix}$

$\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x = V_B.(t - 5{,}13) + x_B = 21\sqrt{2}(t - 5{,}13) + 70 \\ y = -\frac{1}{2}.g.(t - 5{,}13)^2 + y_A = -4{,}9.(t - 5{,}13)^2 - 45 \end{vmatrix}$

3- Durée du mouvement du skieur :

$x_C = 21\sqrt{2}(t - 5{,}13) + 70$

d'où $t = \frac{x_C - 70}{21\sqrt{2}} + 5{,}13$

AN : $t = \frac{140-70}{21\sqrt{2}} + 5{,}13 = 7{,}49\ s$

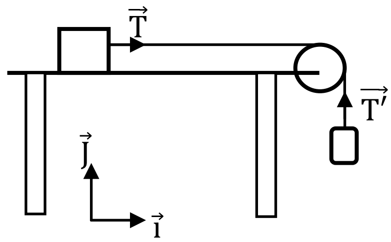
4- Equation de la trajectoire :

$x = V_B.(t - 5{,}13) + 70$ d'où $t - 5{,}13 = (\frac{x-70}{21\sqrt{2}})^2$

$$y = -4{,}9.(\frac{x - 70}{21\sqrt{2}})^2 - 45$$

Exercice 52 Extrait Bac C 2014

On considère un chariot © de masse m, mobile sans frottement sur une table lisse et relié par un fil inextensible de masse négligeable à un solide (s) de masse M qui pend dans le vide. Le fil passant par la gorge d'une poulie de masse négligeable et sans frottement. On nomme respectivement $\vec{T}$ et $\vec{T'}$ les forces que le fil exerce sur le chariot et sur le solide. Voir figure.



1- On commence par retenir le chariot. Tout le dispositif étant donc immobile. Exprimer $\vec{T}$ et $\vec{T'}$ dans la base $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$ précisée sur la figure.

2- On lâche le chariot. En faisant un bilan des forces, indique sans calcul comment la force $\vec{T}$ est modifiée.

3- A un instant t, la vitesse du centre d'inertie du chariot est $\vec{V_c} = V_c.\vec{\imath}$ et son accélération $\vec{a_c} = a_c.\vec{\imath}$. Donner à cet instant les expressions vectorielles de la vitesse et de l'accélération du solide (s).

4- Ecrire la deuxième loi de Newton pour le chariot d'une part et pour le solide (s) d'autre part.

5- En déduire l'expression de la valeur de l'accélération du chariot et celle de la tension du fil.

<u>**Une solution exercice 52**</u>

1- Expression de $\vec{T}$ et $\vec{T'}$ dans la base $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$:

$\vec{T} = T.\vec{\imath}$ et $\vec{T'} = T'.\vec{\jmath}$

Comme le système est en équilibre et la masse de la poulie négligeable, $\vec{P_s} + \vec{T'} = \vec{0}$. D'où

$T' = P_s = M.g$

La tension étant la même le long du fil, T=T'.

$\vec{T} = T.\vec{\imath} = M.g.\vec{\imath}$ et $\vec{T'} = T'.\vec{\jmath} = M.g.\vec{\jmath}$

2- Montrons comment

$\vec{T}$est modifié à partir d'unbilan des forces:

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide est soumis à l'action de :

- Le poids $\vec{P}$ du solide;
- La tension $\vec{T'}$ du fil.

Lorsque le chariot est lâché, la valeur de $\vec{T'}$ est inférieure à celle de $\vec{P_s}$. Par conséquent, $\vec{T}$ garde la même direction, le même sens mais sa valeur est modifiée.

3- Expression de la vitesse de (s) :

$\vec{V_s} = -V_s.\vec{\jmath} = -V_c.\vec{\jmath}$

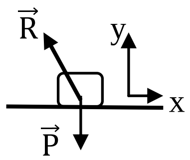
Expression de l'accélération du solide (s) :

$\vec{a_s} = -a_s.\vec{\jmath} = -a_c.\vec{\jmath}$

4- Expression de la deuxième loi de Newton sur le chariot :
Dans le référentiel terrestre galiléen, le chariot est soumis à l'action de son poids $\overrightarrow{P_c}$; de la réaction $\vec{R}$ de la table et à la tension $\vec{T}$ du fil.
La deuxième loi de Newton s'écrit :
$\overrightarrow{P_c} + \vec{T} + \vec{R} = m.\overrightarrow{a_c}$ (1)
Expression de la deuxième loi de Newton sur le solide (s) :
$\overrightarrow{P_s} + \overrightarrow{T'} = M.\overrightarrow{a_c}$ (2)
5- Expression de la valeur de l'accélération du chariot
Projetons chacune des relations (1) et (2) dans le repère choisi ;
$T = m.a_c$ (3) et $T' - M.g = -M.a_c$ (4)
(3) − (4) donne : $M.g = (M+m).a_c$
D'où $a_c = \frac{M.g}{M+m}$
Expression de la tension du fil :
$T = T' = m.a_c = m.\frac{M.g}{M+m}$

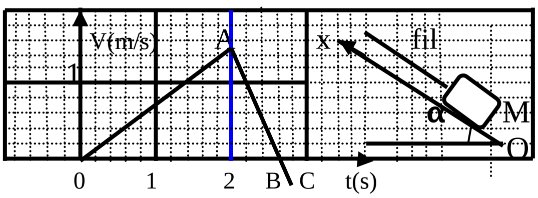
Exercice 54
Le conducteur d'une automobile de masse m, roulant sur une route horizontale à la vitesse $\overrightarrow{V_0}$ coupe l'alimentation électrique du moteur à l'instant t = 0 s. Le véhicule n'est soumis alors qu'à une force de frottement $\vec{f}$ telle que $\vec{f} = -k.\vec{V}$.
1- Enoncer le théorème du centre d'inertie.
2- Déterminer la loi de variation V = f(t) de la vitesse en fonction du temps.
3- Au bout de combien de temps la vitesse sera égale à $\frac{V_0}{10}$? On donne m =2000kg ; k = 25N.s/m ; $V_0 = 0{,}659$m/s

<u>Une solution exercice 54</u>
1- Enoncé du théorème du centre d'inertie :
Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un solide de masse m est égale au produit de sa masse par l'accélération $\overrightarrow{a_G}$ de son centre d'inertie.
2- Détermination de la loi de variation V = f(t) de la vitesse en fonction du temps.
Dans le référentiel terrestre galiléen, la voiture est soumise à :
- Son poids $\vec{P}$;
- La réaction $\vec{R}$ de la route

Représentation :


Application du T C I :
$\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}$
Projection su l'axe horizontal on a :
$-f = -k.v = m.a$
$-k.v = m.\frac{dV}{dt}$ soit $\frac{1}{V}.dV = -\frac{k}{m}.dt$
D'où $\ell n\, V = -\frac{k}{m}.t$ et $V = e^{-\frac{k.t}{m}} + C$
A t = 0 ; $V = V_0 = e^{-\frac{k.0}{m}} + C$ d'où $C = V_0 - 1$
$$V(t) = e^{-\frac{k.t}{m}} + V_0 - 1$$
4- Durée au bout de laquelle $V = \frac{V_0}{10}$
$V = \frac{V_0}{10} = e^{-\frac{k.t}{m}} + V_0 - 1$
d'où $t = -\frac{m}{k}.\ell n\left(1 - \frac{9.V_0}{10}\right)$
AN : $t = -\frac{2000}{25}.\ell n\left(1 - \frac{9.0{,}659}{10}\right) = 71{,}94$s

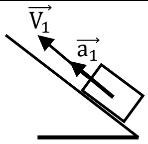
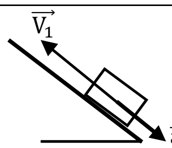
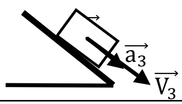
Exercice 55
Un mobile M peut glisser le long de la ligne de plus grande pente x'Ox d'un plan incliné faisant un angle **α** par rapport au plan horizontal. Il est attaché à un fil inextensible de masse négligeable tendu parallèlement à x'Ox. A l'instant $t_0 = 0$, le mobile M est au repos au point O, origine de l'axe et on applique au fil une traction qui fait gravir M le long du plan incliné. On étudie le mouvement de M. On mesure la valeur de la vitesse $\vec{V}$ du mobile à chaque instant et on trace le graphe $V = f(t)$ qui est le segment de droite OA de la figure ci-dessous. Au temps $t_1 = 2\,s$, le fil de traction casse. On obtient alors la demi droite AC qui coupe l'axe des temps au point B d'abscisse $t_2 = 2{,}6s$.
1- Déduire du graphique, sans calcul, la nature du mouvement de M et le sens du déplacement entre les dates t_0 et t_1; t_1 et t_2 et $t > t_2$. On précisera sur un schéma les sens des vecteurs vitesse et accélération.
2- Calculer la valeur de l'accélération de M pour $t < t_1$ puis pour $t_1 < t \le t_2$.
3- Quelle distance M a-t-il parcouru quand le fil casse avant de rebrousser chemin ?



4-Calculer l'angle **α** du plan incliné.

<u>Une solution exercice 55</u>
1-

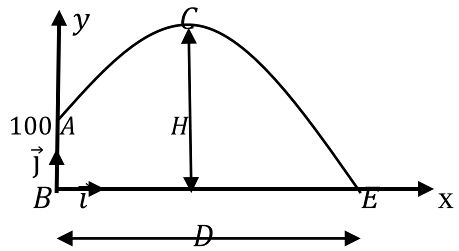
Intervalle de temps	Nature du mouvement	Sens du déplacement
$]t_0;\ t_1]$	Rectiligne et accéléré car le diagramme de vitesse entre cet intervalle de temps est une droite de pente positive	De O vers x (vers le haut)
$]t_1; t_2]$	Rectiligne et ralenti car le diagramme de vitesse entre cet intervalle de temps est une droite de pente négative	De O vers x (vers le haut)
$t > t_2$	Rectiligne et accéléré car mouvement d'un solide sur un plan incliné sans frottement	Vers le bas (De x vers O

Phases	Sens du vecteur vitesse et de l'accélération
$]t_0;\ t_1]$	
$]t_1; t_2]$	
$t > t_2$	

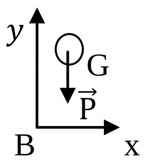
2- Accélération de M:
C'est le coefficient directeur de la courbe v = f(t) entre ces intervalles de temps.
Pour $t < t_1$
$a_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{1{,}5}{2} = 0{,}75\ m/s^2$
Accélération de M pour $t_1 < t \le t_2$.
Pour $t_1 < t \le t_2$.
$a_2 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0-1{,}5}{2{,}6-2} = -2{,}5\ m/s^2$
3- Distance parcourue par le mobile avant de rebrousser chemin c-à-d entre $t_1 et\ t_2$.
Prenons pour origine des dates l'instant où le fil casse et pour origine des espaces le point où se trouve le mobile en ce moment.
L'équation horaire du mouvement du mobile s'écrit : $x = \frac{1}{2}.a_2.t^2 + V_1.t.$
La distance cherchée est obtenue en donnant à t la valeur $t_2 - t_1 = 0{,}6\ s$
AN : $d = \frac{1}{2}.(-2{,}5).(0{,}6)^2 + 1{,}5.0{,}6 = 0{,}45$ m
4- Angle du plan incliné :
$a_2 - -g.\sin\alpha$ d'où $\sin\alpha = -\frac{a_2}{g} = \frac{-2{,}5}{-9{,}8} = 0{,}255$
$\alpha = 14{,}8°$

Exercice 56

Un projectile est tiré sous un angle de **α** = 45° d'un sommet A(0 ; h) (avec h = 100m) dans le repère $(B; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$. Il décrit la trajectoire ACE. La vitesse initiale est de module V_0 = 400 m/s. On négligeant la résistance de l'air et g = 9,8m/s².
1- En prenant pour origine des espaces le point B et pour origine des dates l'instant où le projectile est en A ; écrire les équations horaires du mouvement du projectile.
Donner la nature du mouvement du projectile suivant les axes.
2- Ecrire l'équation de la trajectoire du mouvement du projectile. Quelle est la nature de cette trajectoire ?
3- Déterminer
3.1- la hauteur maximale H atteinte par le projectile ;
3.2- La distance horizontale D = BE ;
3.3- Le temps mis par le projectile pour parcourir ACE.
3.4- La vitesse finale à l'arrivée au point E.



Une solution exercice 56
1- Equations horaires du projectile :
Dans le référentiel terrestre galiléen, la seule force extérieure appliquée au projectile est son poids $\vec{P}$.
Représentation :



Application du T C I :
$\vec{P} = m.\vec{g} = m.\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \vec{g}\left|\begin{array}{l}0\\ -g = -9{,}8 m/s^2\end{array}\right.$
Conditions initiales :
A t = 0 ; $\vec{V_0}\left|\begin{array}{l}V_{0x} = V_0.\cos\alpha = 200.\sqrt{2}\ m/s\\ V_{0y} = V_0.\sin\alpha = 200.\sqrt{2}\ m/s\end{array}\right.$
$\vec{BG_0} = \vec{BA}\left|\begin{array}{l}0\\ h = 100m\end{array}\right.$
Equations horaires :
vitesse
$\vec{V}\left|\begin{array}{l}V_x = V_0.\cos\alpha = 200.\sqrt{2}\ m/s\\ V_y = -g.t + V_{0y} = -9{,}8.t + 200\sqrt{2}\ m/s\end{array}\right.$
Position

$$\overrightarrow{BG}\left|\begin{array}{l} x = (V_{0x}).t = 200.\sqrt{2}.t \\ y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + V_{0y}.t + h = -4{,}9.t^2 + 200\sqrt{2}.t + 100 \end{array}\right.$$

Nature du mouvement suivant les axes :

- Suivant (Bx) :

L'accélération suivant cet axe est nulle. La vitesse est constante suivant set axe et le mouvement est rectiligne et uniforme.

- Suivant (By) :

L'accélération est constante suivant cet axe $a_y = -9{,}8 m/s^2$ et le mouvement suivant cet axe est varié.

2- Equation de la trajectoire :

Eliminons le temps t dans x et y. On a :

$$t = \frac{x}{V_0.\cos\alpha}$$

Remplaçons dans y. On a :

$y = -\frac{1}{2}.g.(\frac{x}{V_0.\cos\alpha})^2 + V_0.\sin\alpha.\frac{x}{V_0.\cos\alpha} + h$

$y = -\frac{1}{2}.g.(\frac{x}{V_0.\cos\alpha})^2 + x.\tan\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{h}$

$y = -\frac{4{,}9}{80000}.x^2 + x + 100$

- Nature de la trajectoire :

C'est une parabole.

3-

3.1- Hauteur maximale H atteinte par le projectile :

H représente l'ordonnée du point C.

Or au point C, la composante verticale de la vitesse s'annule alors :

$$-g.t + V_0.\sin\alpha = 0$$

D'où $t = \frac{V_0.\sin\alpha}{g}$

$H = y_C = -\frac{1}{2}.g.(\frac{V_0.\sin\alpha}{g})^2 + V_0\sin\alpha.\frac{V_0.\sin\alpha}{g} + h$

$$H = \frac{V_0^2.sin^2\alpha}{2.g} + h$$

AN: $H = \frac{400^2.(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}{2.9{,}8}$ + 100 = 4081,6 m.

3.2- Distance horizontale D = BE :

D représente l'abscisse du point E(D; 0).

Remplaçons dans l'équation de la trajectoire y par zéro et x par D. On a :

$$0 = -\frac{1}{2}.g.(\frac{D}{V_0.\cos\alpha})^2 + D.\tan\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{h}$$

Prenons la forme numérique de l'équation de la trajectoire pour éviter de perdre du temps.

$y = -\frac{4{,}9}{80000}.D^2 + D + 100$

$D = \frac{-1-\sqrt{1+\frac{4.100.4{,}9}{80000}}}{\frac{-4{,}9}{80000}} = 80000\left(\frac{1+\sqrt{1+\frac{4.100.4{,}9}{80000}}}{9{,}8}\right) =$

16425,92m

L'autre valeur ne convient pas.

3.3- Temps mis par le projectile pour parcourir ACE :

$D = (V_0\cos\alpha).t = 200.\sqrt{2}.t$

$$t = \frac{D}{(V_0\cos\alpha)} = \frac{16425{,}92}{200.\sqrt{2}} = 58{,}07\ s$$

On peut également écrire :

$y = -4{,}9.t^2 + 200\sqrt{2}.t + 100 = 0$

$t_1 = \frac{-200.\sqrt{2}-\sqrt{(200\sqrt{2})^2+4.100.4{,}9}}{-2.4{,}9}$ = 58,07 s

$t_2 = \frac{-200.\sqrt{2}+\sqrt{(200\sqrt{2})^2+4.100.4{,}9}}{-2.4{,}9}$ = - 0,35s.

La valeur t_2 ne convient pas.

3.4- Vitesse finale d'arrivée en E :

$V_E = \sqrt{V_{xE}^2 + V_{yE}^2} =$

$\sqrt{(200.\sqrt{2})^2 + (-9{,}8.t_E + 200\sqrt{2})^2}$

AN :

$V_E = \sqrt{(200.\sqrt{2})^2 + (-9{,}8.58{,}07 + 200\sqrt{2})^2}$

= 402,4 m/s

On peut également utiliser le T E C.

Entre les points A et E, le projectile est soumis à l'action de son poids.

$\frac{1}{2}m.V_E^2 - \frac{1}{2}.m.V_A^2 = W_{AE}(\vec{P}) = m.g.y_A$

$V_E = \sqrt{V_A^2 + 2.g.y_A}$

AN : $V_E = \sqrt{400^2 + 2.9{,}8.100}$ = 402,4m/s

Exercice 57:

Un dispositif permet de mesurer les durées de chute sans vitesse initiale correspondant à différentes hauteurs de chute d'une bille d'acier.

1- Faire le schéma annoté d'un tel dispositif. 1pt

2- Pour chaque hauteur de chute on fait 3masures du temps et les résultats sont enregistrés dans le tableau suivant :

Hauteur de chute (h en cm)	20	30	40	50	60
Durée de chute (t en ms)	204 205 205	248 249 248	287 286 286	320 321 321	352 351 352

a) Pourquoi fait-on plusieurs séries d'expériences pour une même hauteur ?

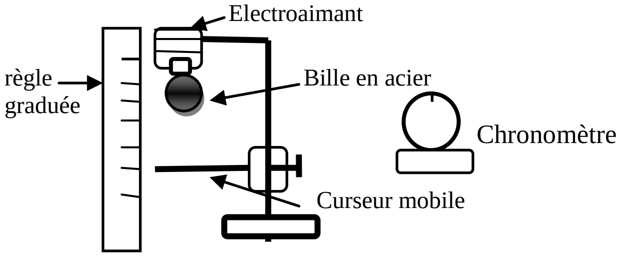
b) Comment procède-t-on à partir de la série de trois mesures pour avoir une valeur de la durée de chute pour une hauteur donnée **?**

c) Faire un tableau présentant les hauteurs de chute et les durées t correspondantes puis indiquer dans le même tableau les valeurs de t^2 correspondant à chaque hauteur**.** **1pt**

3- Construire le graphe de la relation h = f(t^2).
Echelles : 1cm pour 0,010ms^2 en abscisses et 2cm pour 10cm en ordonnées.
Quelle conclusion peut-on tirer ?
4- À partir du graphe, écrire une relation entre le carré de la durée de chute et la hauteur de chute.

En déduire une valeur de la pesanteur en ce lieu.

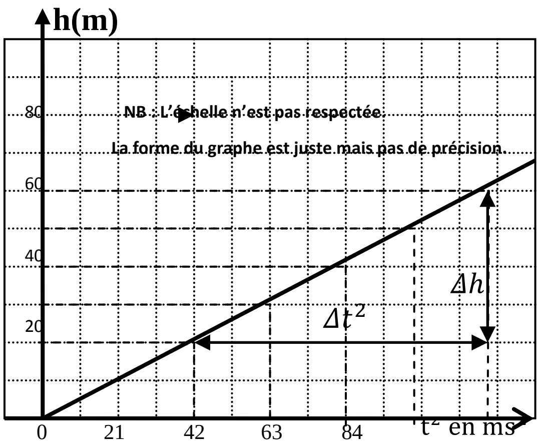
Une solution exercice 57
1- Schéma annoté du dispositif expérimental :



2-
a) On fait plusieurs séries de mesures pour une même hauteur pour réduire les risques d'erreur de manipulation.
b) Pour avoir une durée de chute pour une hauteur h, on trouve la moyenne des trois valeurs du temps.
c) Tableau récapitulatif

Hauteur de chute (h en cm)	20	30	40	50	60
Durée de chute (t en ms)	205	248	286	321	352
t^2 *en* ms^2	42	61,5	81,8	103	123,9

3- graphe de la relation h = f(t^2).



Conclusion à tirer :
La hauteur de chute est proportionnelle au carré du temps de chute.
4- Relation entre la hauteur de chute et le carré de la hauteur de chute.
Le graphe est une droite linéaire. La relation qui découle du graphe est :

$$\mathbf{h = K.t^2}$$

Déduisons l'intensité de la pesanteur terrestre en ce lieu :
La loi horaire d'un mouvement de chute libre sans vitesse initiale est : $h = \frac{1}{2}.g.t^2$
Par identification des deux relations, le coefficient directeur de la courbe h = f(t^2) représente $\frac{1}{2}.g$.

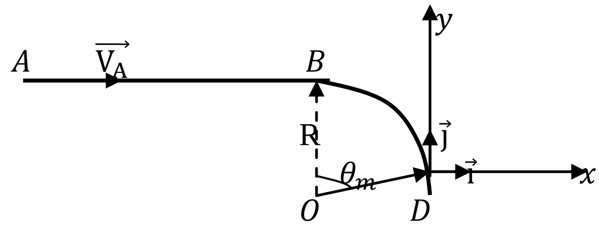
$$K = \frac{\Delta h}{\Delta t^2} = \frac{1}{2}.g$$

d'où $g = 2.\frac{\Delta h}{\Delta t^2} = 2.\frac{(60-20)10^{-2}}{(123,9-42).10^{-3}} = 9,77\ m/s^2$

Exercice 58
1- Champ de gravitation.
On étudie le mouvement d'un engin spatial de masse m évoluant sur une trajectoire plane et circulaire à l'altitude h au dessus de la terre.
a) Définir le champ de gravitation terrestre.
b) En supposant la terre à symétrie sphérique de masse et en assimilant l'engin à un point matériel, représenter les forces d'interaction gravitationnelles entre la terre et l'engin. (Considéré la terre comme une sphère de rayon 2cm).
2- Un point matériel de masse m lancé du point A avec une vitesse V_A=2m/s se déplace sur un rail horizontal avant de décrire sur une sphère de rayon R une trajectoire BD telle que

$\theta_m = (\widehat{\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OD}})$

a) Enoncer le principe d'inertie. **0,5pt**
b) Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le point matériel puis donner la nature de son mouvement entre A et B. Les frottements sont négligeables. **0,5pt**
c) Exprimer V_D en fonction de R ; g et θ_m. Faire l'application numérique pour R=0,5m ; g=9,8 N/kg et θ_m.=30°. **0,75pt**
d) Etablir dans le repère $(D,\vec{i},\vec{j})$ les équations horaires du mouvement du point matériel lorsqu'il n'est plus en contact avec la sphère en prenant pour origine des temps l'instant de son passage en D et pour origine des espaces le point D. **1,25pt**
e- En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire de ce point matériel.



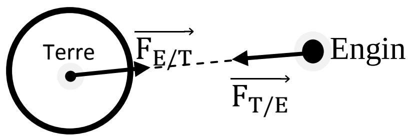
Une solution exercice 58 :

1- Champ de gravitation

a) Définition :

Champ de gravitation terrestre : c'est toute région de l'espace dans laquelle un objet ponctuel de masse m est soumis à la force de gravitation de la terre.

b) Représentation des forces d'interaction gravitationnelle entre la terre et l'engin :



2-

a) Enoncé du principe de l'inertie. Voir cours.

b) Bilan des forces qui s'exercent sur le point matériel entre A et B :

- Le poids $\vec{P} = m.\vec{g}$ du point matériel;
- La réaction $\vec{R}$ du rail.

Nature du mouvement :

En absence des frottements, $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

C'est le principe. Le point matériel effectue un mouvement rectiligne et uniforme.

c) Expression de V_D en fonction de R ; g et θ_m

Appliquons le T E C au point matériel entre B et D :

$$\frac{1}{2}.mV_D^2 - \frac{1}{2}.m.V_B^2 = W_{BD}(\vec{P}) + W_{BD}(\vec{R})$$
$$= m.g.R(1 - \cos\theta_m)$$
$$V_D = \sqrt{V_B^2 + 2.g.R(1 - \cos\ \theta_m)}$$

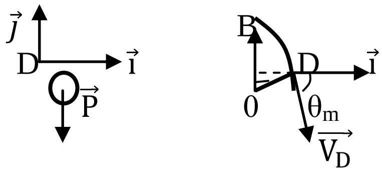
AN :

$V_D = \sqrt{2^2 + 2.9{,}8.0{,}5(1 - \cos\ 30°)} = 2{,}304$ m/s

d) Equation horaires du mouvement du point matériel dans le repère $(D,\vec{i},\vec{j})$

Dans le référentiel terrestre galiléen, le point matériel après le point D est soumis à l'action de son poids.

Représentation :



les angles $\widehat{BOD}$ *et* $\widehat{\vec{V}_D D\vec{i}}$ sont à cotés perpendiculaires. D'où $\overrightarrow{V_D}$ fait l'angle θ_m avec $\vec{i}$.

Application du T C I :

$\vec{P} = m.\vec{g} = m.\vec{a}$ d'où

$$\vec{a} = \vec{g}\begin{cases} 0 \\ -g = -9{,}8\ m/s^2 \end{cases}$$

Conditions initiales :

A t = 0, le point matériel est en $D\begin{cases}0\\0\end{cases}$ et

$$\overrightarrow{V_D}\begin{cases} V_{Dx} = V_D.\cos\theta_m \\ V_{Dy} = -V_D.\sin\theta_m \end{cases}$$

D'où les équations horaires :

$$\vec{V}\begin{cases} V_x = V_D.\cos\theta_m = V_D.\frac{\sqrt{3}}{2} \\ V_x = -g.t - V_D.\sin\theta_m = -9{,}8.t - V_D.\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{DG}\begin{cases} x = t.V_D.\cos\theta_m = t.V_D.\frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = -\frac{1}{2}.g.t^2 - t.V_D.\sin\theta_m = -4{,}9.t^2 - t.V_D.\frac{1}{2} \end{cases}$$

e) Equation cartésienne de la trajectoire :

Eliminons le temps dans les équations horaires de la position.

$t = \frac{2.x}{V_D.\sqrt{3}}$ Remplaçons dans y t par sa valeur.

Nous avons :

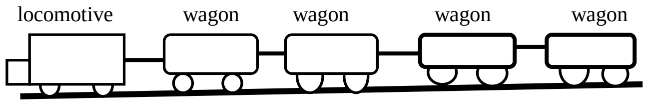
$y = -\frac{1}{2}.g.(\frac{2.x}{V_D.\sqrt{3}})^2 - \frac{2.x}{V_D.\sqrt{3}}.V_D.\frac{1}{2}$

d'où l'équation de la trajectoire :

$y = -4;9.\frac{4.x^2}{3.V_D^2} - \frac{x.\sqrt{3}}{3}$

Exercice 59

Un train se compose d'une locomotive de masse M = 100 tonnes et de quatre wagons ayant chacun une masse m = 50 tonnes. La résistance au mouvement du train est équivalente à une force unique supposée constante et d'intensité 100N par tonne.



1- Au départ de la gare, sur une voie rectiligne et horizontale, ce train atteint une vitesse de 60km/h au bout d'un parcours de 1800m

1.1- Dire en justifiant votre réponse la nature du mouvement du train pendant cette phase de démarrage.

1.2- Calculer l'accélération du mouvement de ce train.

1.3-En déduire l'intensité de la force de traction développée par la locomotive au cours du démarrage.

2- On considère comme système le dernier wagon.

2.1- Faire à l'aide d'un schéma l'inventaire des forces extérieures appliquées sur ce wagon.

2.2- En déduire l'intensité F_D de la force que la barre de traction exerce sur le dernier wagon.

2.3- Montrer que les forces exercées par les barres de traction sont en progression arithmétique de premier terme F_D et dont on déterminera la raison T.

Une solution exercice 59

1-

1.1- Nature du mouvement du train pendant la phase de démarrage :

La trajectoire de son mouvement est rectiligne et la vitesse augmente au cours du temps. On conclut que le mouvement est rectiligne et accéléré.

1.2- Valeur de l'accélération de ce mouvement :

$V^2 - V_0^2 = 2.a.d$

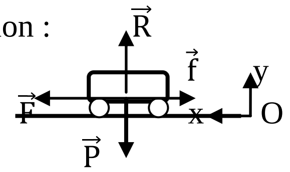
D'où $a = \frac{V^2 - V_0^2}{2.d}$

AN : $a = \frac{(\frac{60}{3,6})^2 - 0}{2.1800} = 0{,}077 m/s^2$

1.3- Intensité de la force de traction développée par la locomotive au cours du démarrage :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le train est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$; à la réaction $\vec{R}$ de la route et à la force de traction $\vec{F}$ et à la force de freinage $\vec{f}$.

Représentation :



Application du T C I :

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} + \vec{f} = (M + 4m)\vec{a}$

Par projection sur (Ox) on a :

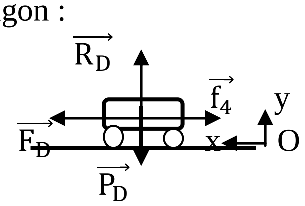
$F - f = (M + 4m).a = (M + 4m).(\frac{V^2 - V_0^2}{2.d})$

D'où $F = f + (M + 4m).(\frac{V^2 - V_0^2}{2.d})$

AN : $F = (100 + 4.50).10^3.\left(\frac{(\frac{60}{3,6})^2 - 0}{2.1800}\right) + (100 + 4.50).100 = 5{,}315.10^4 N$

2- On considère comme système le dernier wagon:

2.1- Inventaire des forces s'exerçant sur le dernier wagon :



2.2- Déduisons l'intensité de la force de traction exercée sur le dernier wagon :

Appliquons le T C I au dernier wagon :

$$\vec{P_D} + \vec{R_D} + \vec{F_D} + \vec{f_4} = m.\vec{a}$$

Projetons cette relation sur (Ox). On a :

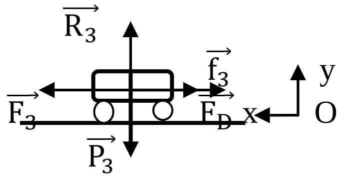
$$F_D = f_4 + m.a$$

$F_D = m.a + f_4 = 50.10^3.\left(\frac{(\frac{60}{3,6})^2 - 0}{2.1800}\right) + 50.100 =$ 8858,02N

2.3-Montrons que les forces de traction exercées par les barres de traction forment une suite arithmétique:

Etudions le système formé par le troisième wagon pour déterminer l'intensité de la force de traction exercée par la barre qui relie le deuxième et le troisième wagon :

Utilisons un schéma pour faire le bilan des forces.



Appliquons le T C I au troisième wagon :

$\vec{P_3} + \vec{R_3} + \vec{F_3} + \vec{F_D} + \vec{f_3} = m.\vec{a}$

Projetons la relation sur (Ox) :

$$F_3 - F_D - f_3 = m.a$$

D'où $F_3 = f_3 + F_D + m.a$

On an une progression arithmétique de raison $T = m.a + f$ car :

$$f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = 50.100 = 5000N$$

$$F_3 = F_D + T$$

$$F_2 = F_D + 2.T$$

$$F_1 = F_D + 3.T$$

Exercice 60 Partie A : Les lois de Newton / 3pt

1-On constitue un accéléromètre en fixant, au plafond d'une voiture de maqqe m = 1800kg un fil de masse négligeable qui soutient une petite masselotte de masse M. La voiture démarre d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

1.1-Dans quel sens le fil de l'accéléromètre dévie-t-il ? 0,25pt

1.2-Le fil prend alors, par rapport à la verticale, une inclinaison α=13°. Calculer l'accélération du mouvement de démarrage. ($g = 9{,}8 m/s^2$) 0,5pt

1.3-Lorsque la rame est lancée, d'un mouvement uniforme, à la vitesse de 72km/h, comment se place le fil ? 0,25pt

2-Roulant à la vitesse de 72km/h sur un tronçon rectiligne horizontal, le chauffeur freine brusquement et s'arrête 10 secondes après. Calculer la distance parcourue ainsi que l'intensité de la force de freinage qui met la voiture à l'arrêt. (il n'existe pas de force motrice) 1pt

3-Le pendule constitué par la masselotte et le fil est maintenant fixé à une tige verticale solidaire de l'arbre d'un moteur en mouvement de rotation uniforme. Lorsque le moteur est mis en marche, la bille décrit un cercle de rayon R= 50cm dans le plan horizontal et la direction du fil fait un angle θ avec la verticale

3.1-Faire l'inventaire des forces extérieures agissant sur la bille. 0,25pt

3.2-Calculer la vitesse angulaire ω de rotation du moteur et en déduire la tension T du fil sachant que M=200 g et la longueur de fil 1 m

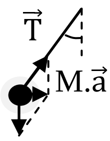
<u>Une solution exercice 60</u>

1-

1.1- Le fil de l'accéléromètre dévie dans le sens contraire du mouvement de la voiture.

1.2- Accélération du mouvement de démarrage :

$\tan\alpha = \frac{\sum \overrightarrow{F_{ext}}}{M.g} = \frac{M.a}{M.g}$



d'où $a = g.\tan\alpha$

AN : a = 9,8.tan 13° =

$a = 2{,}26 m/s^2$

1.3- Lorsque la rame se déplace d'un mouvement uniforme, le fil est vertical.

2- Distance parcourue en 10s :

La loi horaire du mouvement pendant sa phase de freinage est :

$V(t) = a.t + V_0$ et $d = \frac{1}{2}.a.t^2 + V_0.t$

De la vitesse on tire $a = \frac{V(t) - V_0}{t}$

En remplaçant a par sa valeur dans d on a :

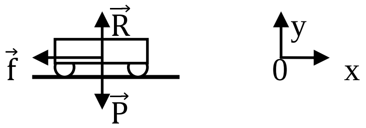
$d = \frac{1}{2}.(V(t) - V_0).t + V_0.t$

AN: $d = \frac{1}{2}.\left(0 - \frac{72}{3{,}6}\right).10 + \frac{72}{3{,}6}.10 = 100m$

Intensité de la force de freinage:

Dans le référentiel terrestre galiléen, la voiture dans cette phase est soumise à l'action de son poids $\vec{P}$; à la réaction $\vec{R}$ de la route et à la force de frottement $\vec{f}$

Représentation :



Application du TCI :

$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{R} = m.\vec{a}$$

En projetant sur (0x) on a :

$-f = m.a = m.\left(\frac{V(t) - V_0}{t}\right)$ d'où $f = -m.\left(\frac{V(t) - V_0}{t}\right)$

AN : $f = -1800.\left(\frac{0 - \frac{72}{3{,}6}}{10}\right) = 3600N.$

3-

3.1- Inventaire des forces appliquées à la bille :

-Le poids $\vec{P}$ de la bille ;

-La tension $\vec{T}$ du fil.

3.2- Vitesse angulaire du moteur :

Le mouvement de la bille est circulaire et uniforme.

$\tan\theta = \frac{M.\omega^2.R}{M.g} = \frac{R}{\ell}$ d'où $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

AN : $\omega = \sqrt{\frac{9{,}8}{1}} = 3{,}13$ rad/s

Tension du fil :

$T = M.\omega^2.\ell = M.g = 0{,}2.9{,}8 = 1{,}96N$

Exercice 61 : Experience de physique

On étudie le mouvement d'un petit chariot sur un plan incliné d'un angle **α** = 20° sur l'horizontale. Le chariot a une masse m = 125 g. On donne la valeur de l'intensité de la pesanteur g = 9,8 m/s^2. On formule l'hypothèse que la somme des forces qui s'opposent au mouvement du chariot à chaque instant, a une intensité $F = 0{,}1\ mg + k.V_G$, où V_G est la valeur de la vitesse du centre d'inertie du chariot à cet instant. On se propose de déterminer la valeur de la constante k. pour cela, on abandonne le chariot sans vitesse initiale et on étudie les cinq premières secondes du mouvement en prenant pour origine des dates, la date de départ du chariot.

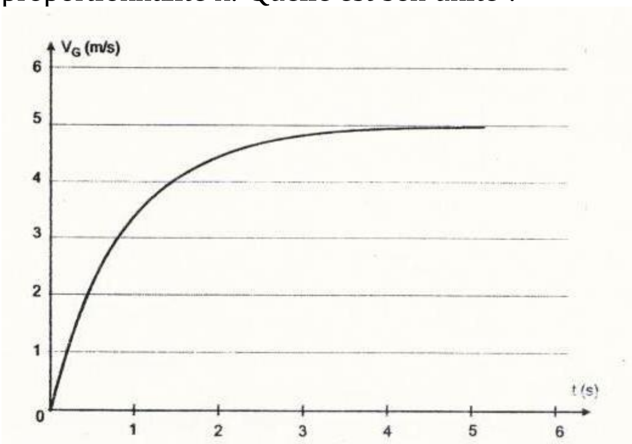
1- Faire un schéma représentant les forces appliquées au chariot à une date t différente de t = 0.

2- A l'aide d'un dispositif adéquat, on mesure la vitesse du centre d'inertie du chariot. Les mesures effectuées sont rassemblées dans le graphe $V_G = f(t)$ donné ci-dessous.

2.1- Ecrire le théorème du centre d'inertie pour le chariot et montrer que l'accélération de son centre d'inertie s'annule pour une valeur limite V_0 de la vitesse.

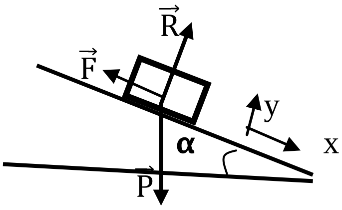
2.2- Lire sur le graphe du ci-dessous la valeur de V_0.

2.3- Déterminer la valeur de la constante de proportionnalité k. Quelle est son unité ?



Une solution exercice 61 :

1-schéma :



2-

2.1- Ecriture du théorème du centre d'inertie pour le chariot :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}$$

En projetant sur (0x) on a :

$m.g.\sin\alpha - 0{,}1.m.g - k.V_G = m.\frac{d(V_G)}{dt}$

Montrons que l'accélération s'annule pour une valeur V_0 de V_G :

De la relation précédente,

$a = g.\sin\alpha - 0{,}1.g - \frac{k}{m}.V_G$

a prend la valeur zéro pour

$V_0 = -\frac{m.g(0{,}1-\sin\alpha)}{k}$

2.2- Valeur de k :

Le graphe montre que V_0 = 5m/s

$k = -\frac{m.g(0{,}1-\sin\alpha)}{V_0}$

AN : $k = -\frac{0{,}125.9{,}8(0{,}1-\sin 20°)}{5} = 5{,}93.10^{-2}$

Unité de k :

$-m.g(0{,}1-\sin\alpha)$ est en newton (N) et V_0 en m/s.

D'où k en $N.m^{-1}.s$ ou en kg/s car le newton correspond au $kg.m/s^2$.

Chapitre : 4
Application des lois de Newton au mouvement circulaire uniforme

Objectifs :

- Savoir :

→ Définir mouvement circulaire uniforme et donner ses caractéristiques ;

→ Donner les conditions d'un bon virage ;

→ Citer les applications de la déflexion magnétique ;

- Savoir faire théorique :

→ Appliquer le théorème du centre d'inertie pour déterminer les caractéristiques cinématiques (accélération, vitesse, équation horaire, trajectoire) dans les cas suivants :

  - Mouvement d'un pendule conique ;
  - Mouvement d'un véhicule dans un virage,
  - Mouvement d'un satellite dans le champ de gravitation terrestre ;
  - Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme. (série C)

- Savoir faire expérimental :

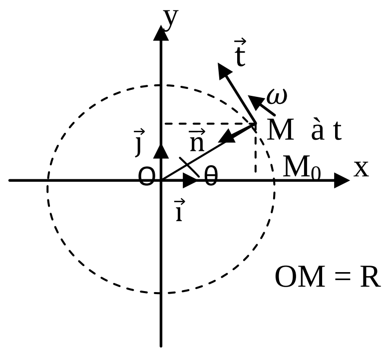
→ Etudier expérimentalement la déviation magnétique.(série C).

1-Généralités sur le mouvement circulaire uniforme.

1.1- Définition

Un mobile effectue un mouvement circulaire uniforme lorsque sa trajectoire est un cercle ou une partie de cercle et sa vitesse est constante.

1.2- Caractéristiques cinématiques du mouvement circulaire uniforme.



Considérons un point mobile M en mouvement circulaire dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

→ La position du point mobile M à un instant t donné peut être repérée par :

- Les coordonnées cartésiennes (x ;y) ;
- Par l'abscisse curviligne s = M_0M.

s = M_0M.= R.θ

Où R = OM en mètre et θ= $(\widehat{\overrightarrow{OM_0};\overrightarrow{OM}})$

- Par l'abscisse angulaire θ = $(\widehat{\overrightarrow{OM_0};\overrightarrow{OM}})$

est exprimé en radian (rad).

→ La vitesse linéaire du point mobile à un instant t donnée est :

V = $\frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\dot{\theta}$ où $\dot{\theta}$ est la vitesse angulaire en radian par seconde. (rad $.s^{-1}$). Et V en mètre par seconde ($m.s^{-1}$).

→ Son accélération dans le repère de Frenet $(\vec{n};\vec{t})$ est :

$$\vec{a} = a_n.\vec{n} + a_t\vec{t} = \frac{V^2}{R}.\vec{n} + \frac{dV}{dt}.\vec{t}.$$

Pour un mouvement circulaire et uniforme,

V = constante et $\frac{dV}{dt}$ = 0.

L'accélération d'un mouvement circulaire et uniforme est normale à la trajectoire ou centripète et vaut :

$$\vec{a} = a_n.\vec{n} = \frac{V^2}{R}.\vec{n}.$$

Son module est a = $\frac{V^2}{R}$

a en $m.s^{-2}$
V en $m.s^{-1}$
R en mètre

Un mobile effectue un mouvement circulaire et uniforme lorsque le vecteur accélération est perpendiculaire au vecteur vitesse.

Caractéristiques du mouvement circulaire et uniforme :

Accélération angulaire	$\ddot{\theta} = 0$
Accélération normale	$a_n = \frac{V^2}{R}$
Accélération tangentielle	$a_t = \frac{dV}{dt} = 0$
Vitesse angulaire	$\dot{\theta}$ =ω = constante
Vitesse linéaire	V = $R.\dot{\theta}$
Loi horaire	θ(t) = $\dot{\theta}$.t + θ_0

1.3-Période et fréquence d'un mouvement circulaire et uniforme

1.3.1- Période

La période d'un mouvement circulaire et uniforme est le temps au bout duquel le mobile effectue un tour. On le note T.

T = $\frac{2\pi}{\omega}$ T en seconde (s)

ω vitesse angulaire en radian par seconde (rad/s)

1.3.2- Fréquence du mouvement

C'est le nombre de période par seconde ou l'inverse de la période. Elle est notée N ou f et s'exprime en hertz. (Hz)

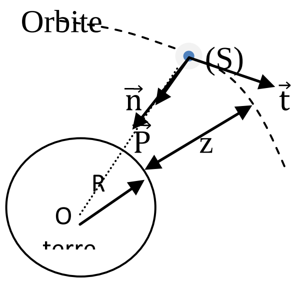
$$N = f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

2-Application des lois de Newton au mouvement circulaire uniforme

2.1- mouvement d'un satellite.

Considérons un satellite en mouvement circulaire sur une orbite autour de la terre ç une distance r = R + Z au du centre de la terre.

Dans référentiel géocentrique Galiléen auquel on associe le repère de Frenet ($\vec{n};\vec{t}$), le satellite est soumis à son poids $\vec{P}_z \left|\begin{matrix} m.g_z \\ 0 \end{matrix}\right.$. Représentation :



Appliquons le théorème du centre d'inertie au satellite (S) :

$\vec{P}_z \left|\begin{matrix} m.g_z \\ 0 \end{matrix}\right.$ = m. $\vec{a}\left|\begin{matrix} a_n \\ a_t \end{matrix}\right.$ d'où $\vec{a}\left|\begin{matrix} a_n = g_z = g_0.\frac{R^2}{(R+Z)^2} \\ a_t = 0 \end{matrix}\right.$

L'accélération du satellite est centripète, son mouvement est circulaire et uniforme

- Vitesse linéaire du satellite :

$a_n = g_z = g_0 \cdot \frac{R^2}{(R+Z)^2} = \frac{V^2}{R+Z}$ D'où :

$$\boxed{V = R.\sqrt{\frac{g_0}{R+Z}}}$$

V en $m.s^{-1}$; g_0 en $N.kg^{-1}$; R et Z en mètre (m)

- Période du satellite :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi(R+Z)}{V} = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+Z)^3}{g_0}}$$

La période augmente avec l'altitude.

Un satellite est dit géostationnaire lorsqu'il parait fixe par rapport à un observateur lié à la terre. Il a la même vitesse et même sens de rotation que la terre. Les satellites géostationnaires sont utilisés en télécommunication internationale. Leur période de révolution est de un jour sidéral. Soit T = 86164 s.

<u>Exemple d'application : Exercice 16 page 90</u>

On se propose d'étudier le mouvement d'un satellite artificiel de masse m. Le satellite décrit une orbite circulaire à une altitude h de la surface de la terre.

16.1-En appliquant le théorème du centre d'inertie au satellite supposé ponctuel, montrer que son mouvement est uniforme.

16.2-Exprimer la vitesse linéaire du satellite en fonction du rayon de la terre R ; h et g_0 (intensité du champ de pesanteur à la surface de la terre.

16.3-Déterminer la période de révolution du satellite et montrer qu'elle peut s'écrire : $T = \frac{2.\pi}{R}.\frac{r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{g_0}}$ où

r = R + h.

16.4-Déterminer l'altitude à laquelle le satellite doit être mis en orbite pour être géostationnaire.

On donne la période de révolution de la terre : T = 86164 s.

<u>Une solution :</u>

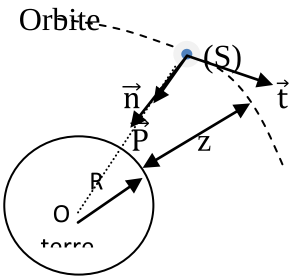
16.1- Montrons que le mouvement du satellite est circulaire et uniforme.

Système : satellite

Référentiel ; géocentrique galiléen auquel on associe le repère de Frenet ($\vec{n};\vec{t}$)

Force appliquée : le poids $\vec{P}_z \left|\begin{matrix} m.g_z \\ 0 \end{matrix}\right.$ du satellite.

Représentation :



Appliquons le T C I au satellite :

$$\vec{P}_z \begin{vmatrix} m.g_z \\ 0 \end{vmatrix} = m.\ \vec{a}\begin{vmatrix} a_n \\ a_t \end{vmatrix} \text{ d'où } \vec{a}\begin{vmatrix} a_n = g_z = g_0 \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2} \\ a_t = 0 \end{vmatrix}$$

L'accélération du satellite est centripète, son mouvement est circulaire et uniforme

16.2- Expression de la vitesse du satellite en fonction de R, Z g_0.

$$a_n = g_z = g_0 \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{V^2}{R+h}$$

d'où : $V = R.\sqrt{\dfrac{g_0}{R+h}}$

16.3- Détermination de la période de révolution du satellite

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi(R+h)}{V} = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}}$$

16.4- Détermination de Z pour que le satellite soit géostationnaire. C à d T = 86164 s

$$T = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}} \text{ d'où } T^2 = \frac{4\pi^2}{R^2}\frac{(R+h)^3}{g_0}$$

On en déduit que $h = [\dfrac{T^2.R^2.g_0}{4\pi^2}]^{\frac{1}{3}} - R$

AN :

$$h = [\frac{86164^2.6400^2.10 .9,8}{4.3,14^2}]^{\frac{1}{3}} - 6400.10^3$$

h= $3,59.10^7$m

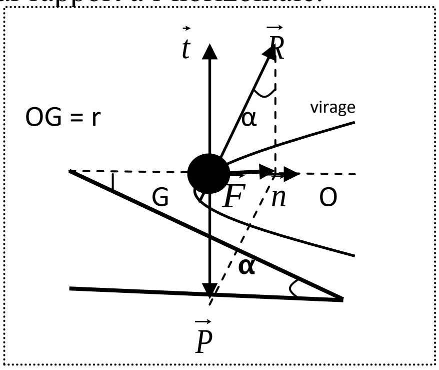
2.2- Mouvement d'un véhicule dans un virage

Considérons un véhicule de masse m qui aborde à vitesse constante un virage.
Dans le référentiel terrestre galiléen, son centre d'inertie est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction de la route $\vec{R}$.

2.2.1- La route est horizontale et le contact se fait sans frottement.

En absence des frottements, $\vec{P} + \vec{R} = \vec{O}$. C'est le principe de l'inertie. La voiture effectue un mouvement rectiligne et uniforme et ne peut virer.

2.2.2- La route est inclinée au virage d'un angle α par rapport à l'horizontale.



Appliquons le théorème du centre d'inertie à la voiture :

$$\vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -mg \end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix} R\sin\alpha \\ R.\cos\alpha \end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix} a_n = \frac{V^2}{r} \\ a_t = \frac{dV}{dt} = 0 \end{vmatrix} \text{ car V= constante.}$$

L'accélération $\vec{a}$ étant centripète, le mouvement du cycliste est circulaire et uniforme.

- Détermination de l'angle d'inclinaison de la route :

$$\tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{m.\frac{V^2}{r}}{m.g} = \frac{V^2}{r.g}$$

Le virage sans dérapage est possible si $\vec{P}$ et $\vec{R}$ n'ont pas la même direction. Cette condition est satisfaite de deux façons :

→ La route est horizontale et le contact se fait avec frottement tel que le coefficient de frottement soit tanα = $\dfrac{V^2}{r.g}$.

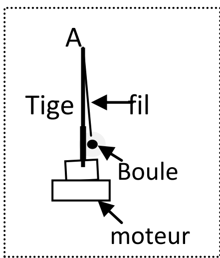
→ La route est inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale au virage tel que tanα = $\dfrac{V^2}{r.g}$.

Exemple : Exercice 12 page 88.

2.3- Mouvement d'un pendule conique

2.3.1- Définition du pendule conique

C'est un ensemble constitué d'une boule de masse m, de centre d'inertie G, suspendue par un fil inextensible de masse négligeable à une tige verticale solidaire de l'arbre d'un moteur tournant.

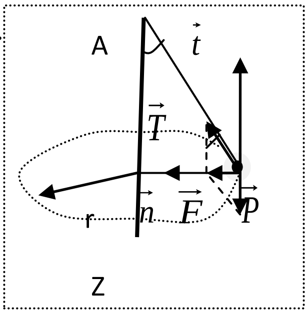


Lorsque le moteur tourne, pour une certaine valeur ω_0 de la vitesse angulaire du moteur, la boule s'écarte de l'axe vertical AZ. L'angle d'inclinaison augmente jusqu'à ce que la vitesse angulaire demeure constante. La boule tourne autour de l'axe AZ et décrit un cône de demi-angle au sommet α.

2.3.2- Nature du mouvement de la boule :
Dans le référentiel terrestre galiléen auquel on associe le repère de Frenet ($\vec{n};\vec{t}$), les forces appliquées à la boule du pendule sont :

→ Le poids $\vec{P}$ de la boule ;

→ La tension $\vec{T}$ du fil.



Appliquons le T C I à la boule :

$$\vec{P}\left|\begin{matrix}0\\-mg\end{matrix}\right. + \vec{T}\left|\begin{matrix}T\sin\alpha\\T\cos\alpha\end{matrix}\right. = m.\vec{a}\left|\begin{matrix}a_n=\frac{V^2}{r}\\a_t=r.\frac{d\varpi}{dt}=0\end{matrix}\right.$$

Comme ω= constante, $\frac{d\varpi}{dt}=0$

L'accélération devient :

$\vec{a}\left|\begin{matrix}\vec{a}_n=r\omega^2\\\vec{a}_t=0\end{matrix}\right.$ C'est une accélération centripète. D'où le mouvement de la boule est circulaire et uniforme.

La force centripète résultante est
$F = m.\omega^2.r = m.\omega^2.\ell.\sin\alpha$ avec $r = \ell.\sin\alpha$.
On en déduit que $T = m.\omega^2.\ell$

- Détermination de l'angle α que fait le fil de suspension de la boule du pendule lorsque la boule effectue un mouvement circulaire et uniforme.

A partir du théorème du centre d'inertie,
$(-mg) + t.\cos\alpha = 0$
$(-mg) + m.\omega^2.\ell.\cos\alpha = 0$

$$\mathbf{\cos\alpha} = \frac{g}{\omega^2\ell}$$

g en N/kg ; ℓ en mètre (m) et ω en $rad.s^{-1}$.

- Déterminons la valeur limite ω_0 de la vitesse angulaire à partir de laquelle la boule du pendule conique s'écarte de la verticale.

$$\mathbf{\cos\alpha = 1 \quad d'où \quad \omega_0} = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

3-Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.

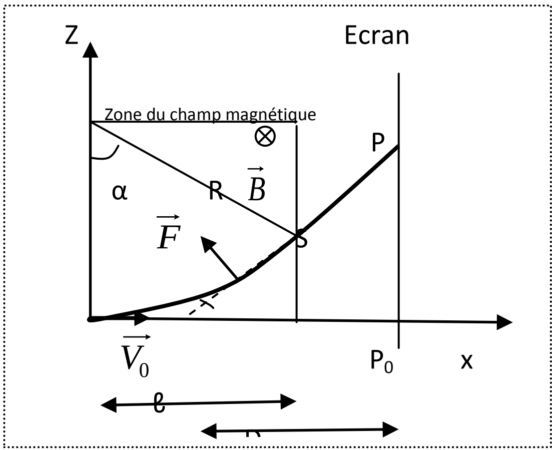
Une particule de charge q en mouvement dans un champ magnétique $\vec{B}$ et animée d'une vitesse $\vec{V_0}$ est soumise à une force dite de Lorentz telle que $\vec{F} = q.\vec{V_0}\wedge\vec{B}$

Le poids de la particule est négligeable devant la force de Lorentz

3.1-Le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ est colinéaire au vecteur vitesse $\vec{V_0}$.

La force de Lorentz est nulle et la particule effectue un mouvement rectiligne et uniforme.

3.2- Le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ est orthogonal au vecteur vitesse $\vec{V_0}$.



Appliquons le théorème du centre d'inertie à la particule :

$\vec{F} = q.\vec{V_0}\wedge\vec{B}$ = m. $\vec{a}$

D'où $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{V_0}\wedge\vec{B}$.

$\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{V_0}$, $\vec{B}$ est $\vec{V_0}\wedge\vec{B}$.

Comme $\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{V_0}$,, le mouvement de la particule est circulaire et uniforme.

Son module est $a = |q|\frac{V_0B}{m}$

V_0 en $m.s^{-1}$; B en tesla (T) q en coulomb (C) et m en kg.

La trajectoire de la particule est telle que son rayon suit lié à l'accélération par la relation :

$$a = |q|\frac{V_0B}{m} = \frac{V_0^2}{R} \quad \text{d'où} \quad \boxed{R = \frac{mV_0}{|q|.B}}$$

R en mètre (m)

A la sortie de la particule en S dans le champ magnétique, elle n'est soumise à aucune force. Elle effectue un mouvement rectiligne

et uniforme de direction celle de la vitesse en S. (tangente de la courbe au point S).
La déviation angulaire α est telle que :
$\tan\alpha = \frac{P_0P}{D} = \sin\alpha = \frac{\ell}{R}$ car α est un angle petit.

D'où $P_0P = \frac{D.\ell..B|q|}{m.V_0}$

P_0P est appel é déflexion magnétique exprimée en mètre (m).

Quelques applications de la déflexion magnétique :

Les applications des mouvements des particules chargées dans un champ magnétique uniforme sont très nombreuses. Comme exemple on peut citer :

- Le spectrographe de masse : il permet la séparation des particules de charge massique différente.
- Le cyclotron : Il permet d'accélérer des particules chargées jusqu'à des vitesses supérieures à 10^7 m/s.
- Les déviations magnétiques dans un téléviseur ;
- Les déviations des particules de haute énergie en physique nucléaire (chambres à bulles).

Exercices : Application des lois de Newton au mouvement circulaire et uniforme :

Tests de connaissance :

Exercice 1 :
1-Définir mouvement circulaire uniforme et donner ses caractéristiques.
2- Donner les conditions d'un bon virage.
3-Citer trois applications de la déflexion magnétique.

<u>Une solution exercice 1</u>

1- Mouvement circulaire uniforme :

Un mouvement est dit circulaire et uniforme lorsque sa vitesse est constante et sa trajectoire est un cercle ou une partie de cercle.
-Caractéristiques du mouvement circulaire uniforme :

Position	Abscisse curviligne : s = R.θ
	Abscisse angulaire : θ = ω.t
Vitesse	Vitesse linéaire : v = $\frac{d.s}{dt} = R.\frac{d.\theta}{dt} = R.\omega$
	Vitesse angulaire : $\omega = \frac{\theta}{t}$
Accélération	Accélération normale (centripète) : $a = \frac{V^2}{R} = \omega^2.R$
	Accélération tangentielle : $a_{t=} \frac{d.V}{dt} = R.\frac{d.\omega}{dt} = 0$

2- Conditions d'un bon virage :

Le virage sans dérapage est possible si le poids $\vec{P}$ du véhicule et la réaction $\vec{R}$ de la route n'ont pas la même direction. Cette condition est satisfaite de deux façons :

→ La route est horizontale et le contact se fait avec frottement tel que le coefficient de frottement soit tanα = $\frac{V^2}{r.g}$.

→ La route est inclinée au virage d'un angle α par rapport à l'horizontale tel que tanα = $\frac{V^2}{r.g}$.

3- Trois applications de la déflexion magnétique :
- Le spectrographe de masse : il permet la séparation des particules de charge massique différente
- Le cyclotron : Il permet d'accélérer des particules chargées jusqu'à des vitesses supérieures à 10^7 m/s.

- Les déviations magnétiques dans un téléviseur ;
- Les déviations des particules de haute énergie en physique nucléaire (chambres à bulles).

Exercice 2

Répondre par vrai ou par faux :

2.1-L'accélération tangentielle d'un mouvement circulaire et uniforme est nulle.

2.2-La force centripète d'un pendule conique est due à la tension du fil.

2.3-L'angle de relèvement d'une route dans un virage est d'autant plus élevé que la vitesse des automobiles qui doivent prendre le virage est grande.

2.4-La période de révolution d'un satellite est toujours égale à la période de rotation de la terre.

2.5-La période de révolution d'un satellite géostationnaire est égale à la période de rotation de la terre.

2.6-A la sortie du champ magnétique, la trajectoire d'une particule chargée devient rectiligne.

2.7-Le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme est toujours uniforme.

2.8-La période de rotation d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme dépend de la vitesse initiale de la particule.

Une solution exercice 2

2.1	**2.2**	**2.3**	**2.4**
vrai	Faux	Vrai	Faux
2.5	2.6	2.7	2.8
vrai	Vrai	Faux	Vrai

Exercice 3

Questions à choix multiples

3.1-Dans un mouvement circulaire uniforme, le vecteur accélération est :
a) tangentiel ; b) centripète ; c) centrifuge.

3.2-La force centripète appliquée à un véhicule dans un virage incliné est due :
a) A la vitesse du véhicule ; b) Au poids du véhicule ; c) A la réaction de la piste.

3.3-l'altitude d'un satellite géostationnaire par rapport à la surface de la terre est d'environ :
a) 360km ; b) 3600 km ; c) 36000 km.

3.4-Le rayon de la trajectoire d'une particule chargée en mouvement dans un champ magnétique uniforme augmente si on diminue :
a) la charge ; b) sa masse ; c) sa vitesse.

3.5-La déflexion magnétique d'une particule augmente avec :
a) sa charge ; b) sa vitesse ; c) sa masse.

Une solution exercice 3

3.1	3.2	3.3
b) centripète	c)Réaction de la piste	c) 36000km
3.4	3.5	
a) Sa charge	a) Sa charge	

Exercice 4

Quelle est l'intensité de la force centripète qui doit s'exercer sur un mobile de masse m = 2kg pour le maintenir en mouvement circulaire uniforme de 0,4m de rayon à la vitesse de 3m/s ?

Une solution exercice 4 :

Intensité de la force centripète :

$F = m.\frac{V^2}{\square}$ AN : $F = 2.\frac{3^2}{0,3}$ = **60 N**

Exercice 5

Un électron pénètre dans un champ magnétique de valeur 1,0mT, perpendiculaire au plan de la trajectoire avec une vitesse V = $5,0.10^7$m/s.

5.1-Quelle est la nature de son mouvement ?

5.2- Sur un schéma, représente les vecteurs $\vec{B}$; $\vec{V}$ et $\vec{F}$ ainsi que la trajectoire de l'électron.

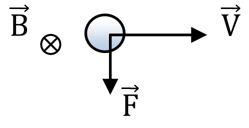
5.3-Calcule le rayon de courbure de cette trajectoire.

Une solution exercice 5

5.1-Nature du mouvement de l'électron :

Dans le référentiel terrestre galiléen, la seule force appliquée à l'électron est la force de lorentz $\vec{F} = q(\vec{V}\wedge\vec{B})$

Représentation :



Application du théorème du centre d'inertie :

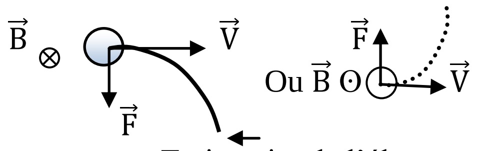
$\vec{F} = q(\vec{V}\wedge\vec{B}) = m.\vec{a}$

D'où $\vec{a} = \frac{q(\vec{V}\wedge\vec{B})}{m}$

D'après les propriétés du produit vectoriel ; $\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{V}$. c'est une accélération centripète.

D'où le mouvement de l'électron est circulaire et uniforme.

5.2- Représentons sur un schéma, les vecteurs $\vec{B}$; $\vec{V}$ et $\vec{F}$ ainsi que la trajectoire de l'électron



Trajectoire de l'électron

Remarque : En changeant le sens de l'un des vecteurs $\vec{B}$ ou $\vec{V}$; on modifie le sens de $\vec{F}$ et par conséquent l'orientation de la trajectoire.

5.3-Rayon de courbure de cette trajectoire :
Le mouvement étant circulaire et uniforme,

a = $\frac{|q|.V.B}{m} = \frac{V^2}{R}$ d'où R = $\frac{m.V}{|q|.B}$

AN : R = $\frac{9,1.10^{-31}.5.10^{7}}{1,6.10^{-19}.10^{-3}}$ = 0,284 m

Acquisition des savoirs et des savoirs faire

Exercice 6 : Extrait Bac D 2014

- Mouvement d'une particule chargée dans les champs électriques et magnétiques / 3pt

Une particule de masse m et de charge q entre dans une région où règnent simultanément un champ électrique uniforme de vecteur $\vec{E}$ et un champ magnétique aussi uniforme de vecteur $\vec{B}$. Ces deux vecteurs champs orthogonaux le sont aussi par rapport au vecteur vitesse $\vec{V}$ constant de la particule. On néglige le poids de la particule devant les autres forces.

a) Ecrire l'expression vectorielle de la force qui sollicite la particule. 1pt

b) Ecrire la formule vectorielle du théorème du centre d'inertie appliqué à la particule. 0,5pt

c) Donner la condition nécessaire pour que le mouvement de la particule soit rectiligne uniforme. 0,5pt

d) En déduire l'expression du module V de la vitesse en fonction de E et de B.
Application numérique : E = 10^6N/m ; B = 0,1T. 1pt

Une solution exercice 6

a) Expression vectorielle de la force qui sollicite la particule. 1pt

Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures qui s'exercent sur la particule sont :

- La force électrique $\vec{F_e} = q.\vec{E}$
- La force magnétique $\vec{F}_m = q.(\vec{V} \wedge \vec{B})$

L'expression vectorielle de la force cherchée est :

$$\vec{F} = \vec{F_e} + \vec{F}_m = q.\vec{E} + q.(\vec{V} \wedge \vec{B})$$

b) Ecriture de la forme vectorielle du théorème du centre d'inertie :

$$\vec{F} = \vec{F_e} + \vec{F}_m = q.\vec{E} + q.\left(\vec{V} \wedge \vec{B}\right) = m.\vec{a}$$

c) condition nécessaire pour que le mouvement de la particule soit rectiligne uniforme.

Cette condition est remplie lorsque la somme des forces extérieures appliquées à la particule est égale au vecteur nul.

$$q.\vec{E} + q.\left(\vec{V} \wedge \vec{B}\right) = \vec{0}$$

De ce fait, la force électrique et la force magnétique doivent être directement opposées.

$$q.\vec{E} = -q.\left(\vec{V} \wedge \vec{B}\right)$$

d) Expression du module V de la vitesse en fonction de E et de B.

E.e = e.V.B d'où $V = \frac{E}{B}$

AN : $V = \frac{10^6}{0,1}$ = $\mathbf{10^7\ m/s}$

Exercice 7

Un ion aluminium $A\ell^{3+}$pénètre à vitesse constante $\vec{V}$ de module V=2,5.10^5 m/s dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, de module B = 75mT et orthogonale à $\vec{V}$.

C.1-Nomme la force qui s'exerce sur l'ion aluminium. On néglige son poids devant les autres forces **0,25pt**

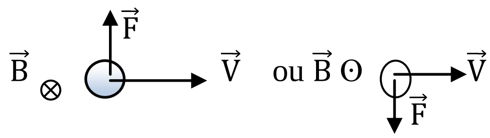
C.2- Représente sur un schéma cet ion dans le champ $\vec{B}$ ainsi que les grandeurs vectorielles $\vec{B}$; $\vec{V}$ *et* $\vec{F}$. **0,5pt**

C.3- En appliquant le théorème du centre d'inertie à cet ion dans le référentiel galiléen, donne la nature de son mouvement et la valeur de son accélération. On donne la charge élémentaire : e = 1,6.10^{-19}C ; m = 4,5.10^{-26}kg

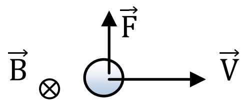
Une solution exercice 7

C.1-Nom de la force qui s'exerce sur l'ion $A\ell^{3+}$: Force de Lorentz.

C.2- Représentation sur un schéma de cet ion dans le champ $\vec{B}$ ainsi que les grandeurs vectorielles $\vec{B}$; $\vec{V}$ *et* $\vec{F}$.



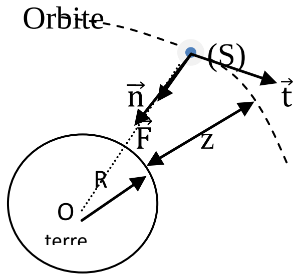
C.3-Nature du mouvement de l'ion à partir du théorème du centre d'inertie :
Dans le référentiel terrestre galiléen, la seule force appliquée à l'ion $A\ell^{3+}$ est la force de lorentz $\vec{F} = q(\vec{V}\wedge\vec{B})$
Représentation :



Application du théorème du centre d'inertie :
$\vec{F} = q(\vec{V}\wedge\vec{B}) = m.\vec{a}$
D'où $\vec{a} = \frac{q(\vec{V}\wedge\vec{B})}{m}$
D'après les propriétés du produit vectoriel ; $\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{V}$. C'est une accélération centripète.
D'où le mouvement de l'ion $A\ell^{3}$ est circulaire et uniforme.
Valeur de l'accélération :
$a = \frac{3.e.V.B}{m}$
AN :
$a = \frac{3.1,6.10^{-19}.2,5.10^{5}.0,75}{4,5.10^{-26}} = 2,0.10^{12} m.s^{-2}$

Exercice 8
1-Donner l'expression de la valeur de la force de gravitation $\vec{F}$ subie par un point matériel de masse m situé à la distance (R + h) du centre de la terre en fonction de la constante gravitationnelle G ; de la masse de la terre M ; de m ; du rayon R de la terre et de h, altitude du point m par rapport à la surface de la terre. 1pt
2- Exprimer F en fonction de m, du champ de gravitation terrestre G_0 ; de R et de h.
3- Un satellite décrit autour de la terre une orbite circulaire à une altitude h au dessus de la terre avec une vitesse constante $V = 7.10^3\ m.s^{-1}$. On donne $G_0 = 9,8 N.kg^{-1}$.
3.1- En appliquant le théorème du centre d'inertie au satellite, montrer que son mouvement est circulaire et uniforme. 1,5pt
3.2- Qu'est ce qu'un satellite géostationnaire ?
3.3- Déterminer h sachant que la période de révolution d'un satellite géostationnaire est de 86164 s. 1pt
On donne R = 6400km.
3.4- Déterminer l'intensité du champ de gravitation G(h) à l'altitude h. 1pt

<u>Une solution exercice 8 :</u>
1-Expression de F
$F = G\frac{M.m}{(R+h)^2}$ 1pt
2-Expression de F en fonction de G_o, R ; m et h
$F = m.G(h) = m\,G_o\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$ 1pt
3-
3.1- Montrons que le mouvement du satellite est circulaire uniforme
Système : satellite
Référentiel : géocentrique
Forces appliquées : la force gravitationnelle $\vec{F}$
Représentation :



Appliquons le TCI au satellite dans le repère de Frenet $(\vec{n}, \vec{t})$
$\vec{F}\left|\begin{matrix} m\,G_o\frac{R^2}{(R+h)^2} \\ 0 \end{matrix}\right. = m\vec{a}\left|\begin{matrix} a_n \\ a_t \end{matrix}\right.$
D'où $\vec{a}\left|\begin{matrix} a_n = G_o\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \\ a_t = 0 \end{matrix}\right.$
L'accélération du mot du satellite est centripète, le mouvement est circulaire et uniforme
3.2- **un satellite est géostationnaire** lorsqu'il parait fixe pour un observateur lié à la terre.
3.3- Déterminons h pour T= 86164s
$T = \frac{2\pi\,(R+h)}{V}$ d'où $h = \frac{TV}{2\pi} - R$
AN : $h = \frac{86164.7.10^3}{2.3,14} - 6400.10^3 = \mathbf{8,964.10^7 m}$
3.4 -Intensité du champ de gravitation à cette hauteur
$G(h) = G_o\left(\frac{R}{(\square+h)}\right)^2$
AN : $G(h) = 9,8.\left(\frac{6400000}{6400000+8,964.10^7}\right)^2$
$G(h) = 4,35.10^{-2} N/Kg$

Exercice 9: **dépistage du dopage fondé sur la spectrométrie de masse / 4,5pt**
On propose dans cette méthode de mesurer le rapport de concentration en carbone ^{13}C et en ^{12}C du dioxyde de carbone provenant de la combustion de l'hormone extraite d'un prélèvement d'urine de l'athlète contrôlé, par la technique de la spectrométrie de masse. Le déplacement des particules dans la chambre

d'accélération et de déviation s'effectue dans le vide (voir figure 1).

A-accélération : La chambre d'ionisation produit des ions $^{12}CO_2^+$ de masse m_1 et d'ions $^{13}CO_2^+$ de masse m_2. On néglige les forces de pesanteur dans la suite du problème, le mouvement des ions est rapporté au référentiel de laboratoire supposé galiléen.

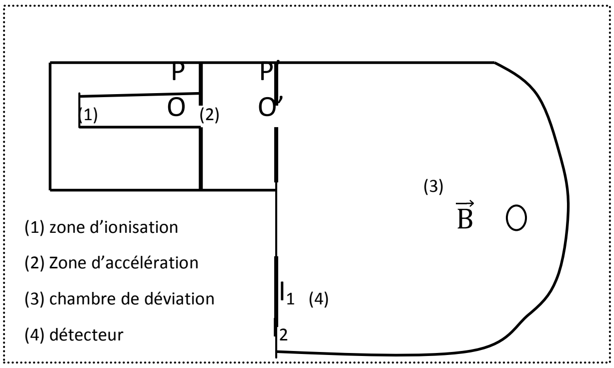
A.1-Représenter le champ électrique accélérateur $\vec{E}$ des ions entre les plaques p et p'. **0,25pt**

A.2-Quel est le signe de la tension $U = U_{pp'}$?

A.3-Pour un ion de masse m émis en O sans vitesse initiale, établir la relation entre la tension accélératrice U et la vitesse V en O'. **0,5pt**

A.4-Calculer V pour les deux types d'ions $^{12}CO_2^+$ et $^{13}CO_2^+$. **0,25pt x 2**

Données : $|U| = 4{,}0.10^3$V ; $m_1 = 7{,}31.10^{-26}$kg ; $m_2 = 7.42.10^{-26}$kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C



B-Déviation :

B.1- Représenter sur un schéma le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ permettant le mouvement circulaire uniforme des ions dans la direction attendue et justifier votre répon **0,25pt x 2**

B.2-Montrer que le mouvement d'un ion dans le champ $\vec{B}$ est circulaire et uniforme puis exprimer le rayon R de la trajectoire en fonction de m ; U, e et B. **0,75pt**

B.3- En déduire le rapport $\frac{R_1}{R_2}$ des rayons de trajectoire des ions $^{12}CO_2^+$ et $^{13}CO_2^+$ en fonction de m_1 et m_2. 0,25pt

B.4-Soit I_1 et I_2 les points d'impact des ions de masse m_1 et m_2 sur le détecteur (4). Exprimer la distance $I_1I_2 = d$ en fonction de m_1, m_2, e, U et B. Faire l'application numérique pour B = 0,25T.

C- Résultat d'un contrôle :

L'analyse des impacts a permis de dénombrer les nombres N_1 et N_2 d'atomes ^{12}C et ^{13}C contenu dans les ions arrivés sur le détecteur pendant une certaine durée. Les résultats des équipes de recherche sur cette méthode font référence à un coefficient δ définit par la relation $\delta = \frac{R - R_{standard}}{R_{standard}}.10^3$ avec $R = \frac{N_2}{N_1}$. On considère que l'athlète s'est dopé si la valeur du coefficient δ est notablement inférieure à (-27). A partir des données du tableau, déterminer s'il y a eu dopage pour les athlètes A et B. **0,75pt**

	$N_1(^{12}_{6}C)$	$N_2(^{13}_{6}C)$	R	δ
Athlète A	2231	24		
Athlète B	2575	27		
Athlète non dopé (standard)	2307	25		

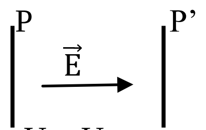
Une solution exercice 9:

A.1-Représentation du champ électrique accélérateur :

Le mouvement des ions $^{12}CO_2^+$ et $^{13}CO_2^+$ est accéléré, alors la somme des forces extérieures appliquées à un ion a le sens du vecteur $\overrightarrow{PP'}$.

Comme le charge d'un ion est positive, $\vec{E}$ et $\sum \overrightarrow{Fext}$ ont la direction et le sens du vecteur $\overrightarrow{PP'}$.

D'où la représentation :



A.2-Signe de $U = U_{pp'}$

Le champ électrique a le sens des potentiels décroissants. $V_p > V_{p'}$ et U est positif.

A.3- Relation entre la tension accélératrice U et la vitesse V en O'.

Dans le référentiel terrestre galiléen, un ion dans le champ est soumis à la force électrique $\vec{F} = q.\vec{E}$

Représentation :

Par application du TCI,

$\vec{F} = q.\vec{E} = m.\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \frac{q.\vec{E}}{m}$

Par projection dans e repère, on a : $a = \frac{e.U}{m.d}$

Comme le mouvement d'un ion est rectiligne et accéléré, $V^2 = 2.a.d = \frac{2.e.U}{m}$

A.4-Calcul de V pour chaque type d'ion :

$$V_1 = \sqrt{\frac{2.1{,}6.10^{-19}.4.10^{-3}}{7{,}31.10^{-26}}} = 1{,}32.10^5\ m/s$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2.1{,}6.10^{-19}.4.10^{-3}}{7{,}42.10^{-26}}} = 1{,}31.10^5\ m/s$$

B-Déviation

B.1-Représentation de $\vec{B}$: $\odot\ \vec{B}$

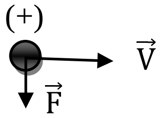
Justification :

Le trièdre (q.$\vec{V}$; $\vec{B}$; $\vec{F}$) doit être direct.

B.2- Montrons que le mouvement d'un ion dans le champ $\vec{B}$ est circulaire et uniforme.

Dans le référentiel terrestre galiléen, la seule force extérieure appliquée à l'ion est la force de Lorentz $\vec{F} = q.(\vec{V} \wedge \vec{B})$

Représentation : $\odot\ \vec{B}$



D'après le TCI : $\vec{F} = q.(\vec{V} \wedge \vec{B}) = m.\vec{a}$

D'où $\vec{a} = \frac{q}{m}.(\vec{V} \wedge \vec{B})$.

D'après les propriétés du produit vectoriel, $\vec{a}$ est une accélération centripète.

Le mouvement de chaque ion dans le champ magnétique est circulaire et uniforme.

Valeur du rayon de la trajectoire en fonction de e ; U ; m et B : :

$a = \frac{V^2}{R} = \frac{e.V.B}{m}$ d'où $R = \frac{m.V}{e.B} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2.U.m}{e}}$

B.3-déduction du rapport $\frac{R_1}{R_2}$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2.U.m_1}{e}}}{\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2.U.m_2}{e}}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

B.4-Expression de d en fonction de m_1 ; m_2 ; e ; U et B.

$$d = 2.R_2 - 2.R_1 = 2.\frac{1}{B}\left[\sqrt{\frac{2.U.m_2}{e}} - \sqrt{\frac{2.U.m_1}{e}}\right]$$

$$d = \frac{2}{B}\left(1 - \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}\right).\sqrt{\frac{2.U.m_2}{e}}$$

AN : $d = \frac{2}{0{,}25}\left(1 - \sqrt{\frac{7{,}31.10^{-26}}{7{,}42.10^{-26}}}\right)$

$d = 3.5.10^{-2}$ m.

C-Résultat du contrôle

Athlète	R	δ
A	$1{,}07.10^{-2}$	-9,25
B	$1{,}04.10^{-2}$	-37
Standard	$1{,}08.10^{-2}$	0

L'athlète B s'est dopé.

Exercice 10

Un véhicule de masse totale M = 1000kg roulant à la vitesse $\vec{V}$ aborde un virage de rayon R = 12m.

1- Montrer que si la route est horizontale et qu'il n'y a pas de frottement, le véhicule ne peut prendre le virage.   0,5pt

2- A quelle vitesse maximale le véhicule peut-il prendre le virage sans déraper si les frottements sont représentés par une force tangente au sol de valeur f = 300 N.   1pt

<u>Une solution exercice 10</u>

1- Montrons que si la route est horizontale et qu'il n'y a pas de frottement, le véhicule ne peut prendre le virage.   0,5pt

Dans le référentiel terrestre galiléen, la voiture est soumise à l'action de son poids $\vec{P}$ et de la réaction de la route $\vec{R}$.

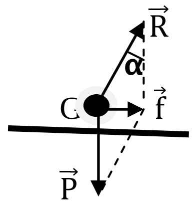
En absence des frottements, le poids est directement opposé à la réaction tel que $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$. C'est le principe de l'inertie.

La voiture effectue un mouvement rectiligne et uniforme et ne peut virer.

2-Vitesse maximale pour réussir le virage sans dérapage :

Pour réussir le virage, la voiture du effectuer un mouvement circulaire et uniforme.

Représentation des forces sur la voiture au virage :



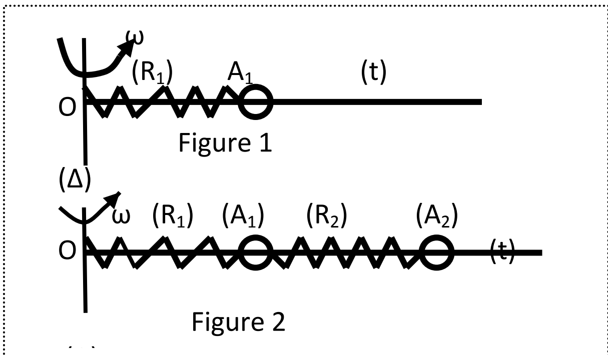
$\tan\alpha = \frac{f}{M.g} = \frac{M.V^2}{M.R.g}$ d'où $V = \sqrt{\frac{f.R}{M}}$

AN: $V = \sqrt{\frac{300.12}{1000}}$ = 1,897 m/s

Exercice 11

On considère un axe vertical (Δ) tournant à vitesse constante ω = 4π rad/s sur lequel est fixée une tige (t) horizontale. On enfile sur la tige un ressort à spire non jointives de raideur k = 200N/m. Voir figure 1 pourtant à l'une de ses extrémités un anneau A_1 de masse m = 50g.

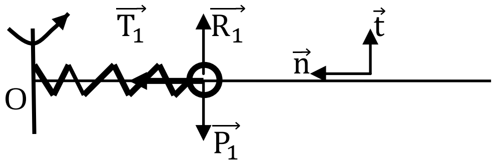
Le ressort et l'anneau coulissent sans frottement sur la tige (t).



1-Montrer que l'anneau A_1 effectue un mouvement circulaire et uniforme.
2-Exprimer l'allongement x du ressort en fonction de m, k ; ω et ℓ_{01}, longueur du ressort (R_1) à vide.
Faire l'application numérique pour ℓ_{01} = 48 cm.
3-On enfile un second ressort (R_2) sur la tige (t). (R_2) a la même raideur k mais sa longueur à vide est ℓ_{02} = 60,2 cm. Une de ses extrémités est fixée à l'anneau A_1 et l'autre extrémité à l'anneau A_2 identique à A_1 (figure 2). Les anneaux dont l'épaisseur est négligeable coulissent sans frottement sur la fige (t). On fait tourner l'axe (Δ) à vitesse constante ω.
3.1-En appliquant le théorème du centre d'inertie à chacun des anneaux A_1et A_2, établir deux relations entre les longueurs ℓ_1 et ℓ_2 de chacun des deux ressorts en fonction de ω ; ℓ_{01} ; ℓ_{02} ; k et m.
3.2- On pose $p = k-m\omega^2 = 192{,}1$ N/m et $q = m\omega^2 = 7{,}9$N/m.
Calculer ℓ_1 et ℓ_2.
3.3-Calculer les intensités des tensions $\overrightarrow{T_1}$ et $\overrightarrow{T_2}$.

<u>Une solution exercice 11</u>

1-Montrons que l'anneau A_1 effectue un mouvement circulaire et uniforme :
Système : Anneau A_1 ;
Référentiel ; terrestre galiléen ;
Forces appliquées :
-Le poids $\overrightarrow{P_1}$ de l'anneau A_1 ;
- La réaction $\overrightarrow{R_1}$ de la tige (t) ;
- La tension $\overrightarrow{T_1}$ du ressort (R_1).
Représentation :



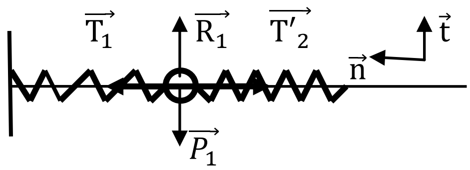
Appliquons le T C I à l'anneau A_1 :

$$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{T_1} = m.\vec{a}$$

Comme $\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{R_1} = \vec{0}$ car l'anneau ne se soulève pas verticalement ;
$\vec{a} = \frac{\vec{T}}{m}$. C'est une accélération centripète.
L'anneau A_1 effectue un mouvement circulaire et uniforme.
2- Expression de l'allongement du ressort en fonction de m ; k ; ω et ℓ_{01} :
$T = k.x = m.\omega^2.\ell_1 = m.\omega^2 (\ell_{01} + x)$
D'où : $x = \frac{m.\omega^2.\ell_{01}}{k-m.\omega^2}$
AN :

$$x = \frac{50.10^{-3}.4^2.\pi^2.48.10^{-2}}{200 - 50.10^{-3}.4^2.\pi^2} = 1{,}97.10^{-2}\ \text{m}$$

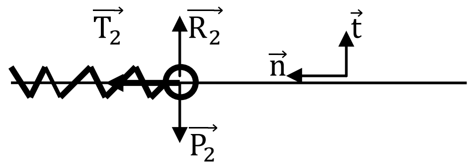
3.1- appliquons le théorème du centre d'inertie à chacun des anneaux et déterminons deux relations entre ℓ_1 et ℓ_2 en fonction de m ; k ; ω ; ℓ_{01} et ℓ_{02} :
Sous système 1 : Anneau A_1 :
Référentiel terrestre galiléen :
Forces appliquées :
-Le poids $\overrightarrow{P_1}$ de l'anneau A_1 ;
- La réaction $\overrightarrow{R_1}$ de la tige (t) ;
- La tension $\overrightarrow{T_1}$ du ressort (R_1)
- La tension $\overrightarrow{T'_2}$ du ressort (R_2)
Représentation :



Appliquons le T C I à l'anneau A_1 :
$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{T_1} + \overrightarrow{T'_2} = m.\vec{a}$
Par projection sur $\vec{n}$:
$T_1 - T'_2 = m.\omega^2.\ell_1$
$k(\ell_1 - \ell_{01}) - k(\ell_2 - \ell_{02}) = m.\omega^2.\ell_1$
D'où la relation (1) cherchée est :

$$\boldsymbol{\ell_1(k - m.\omega^{é}) - k.\ell_2 = k(\ell_{01} - \ell_{02})} \quad \textbf{(1)}$$

Sous système 2 : Anneau 2 ;
Référentiel terrestre galiléen
Forces appliquées :
-Le poids $\overrightarrow{P_2}$ de l'anneau A_2 ;
- La réaction $\overrightarrow{R_2}$ de la tige (t) ;
- La tension $\overrightarrow{T_2}$ du ressort (R_2)
Représentation :



Appliquons le T C I à l »anneau A_2 :
$\overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{R_2} + \overrightarrow{T_2} = m.\vec{a}$
Par projection sur $\vec{n}$:
$T = k.(\ell_2 - \ell_{02}) = m.\omega^2.(\ell_1+\ell_2)$ on en déduit la relation (2)

$$\boldsymbol{\ell_2(k - m.\omega^{é}) - m.\omega^2.\ell_1 = k\,\ell_{02}} \quad \textbf{(2)}$$

3.2- Calcul de ℓ_1 et ℓ_2.
On a à partir des deux relations ci-dessus le système suivant :

$$\begin{cases} P.\ell_1 - k.\ell_2 = k(\ell_{01} - \ell_{02}) & \text{x}\,p \\ -q\ell_1 + P.\ell_2 = k.\ell_{02} & \text{x}\,k \end{cases}$$

On trouve :

$$\ell_1 = \frac{p.k(\ell_{01}-\ell_{02})+ k.\ell_{02}}{P^2- k.q} \; ; \; \ell_2 = \frac{k.\ell_{02}+ q.\ell_1}{P}$$

AN :

$$\ell_2 = \frac{192{,}1(0{,}48 - 0{,}602) + 0{,}602.200^2}{192{,}1^2 - 200.7{,}9}$$

$$\boldsymbol{\ell_2 = 0,65\ m}$$

$$\ell_1 = \frac{200.0{,}602 + 7{,}9.0{,}701}{192{,}1} = \mathbf{0,55m}$$

3,3- Intensité de $\overrightarrow{T_1}$ et $\overrightarrow{T_2}$:

$T_1 = k(\ell_1 - \ell_{01})$

AN : $T_1 = 200(0{,}55 - 0{,}48) = 14$ **N**

$T_2 = k(\ell_2 - \ell_{02})$

AN : $T_2 = 200\ (\ 0{,}65 - 0{,}602) = 9{,}6$ **N**

Exercice 12

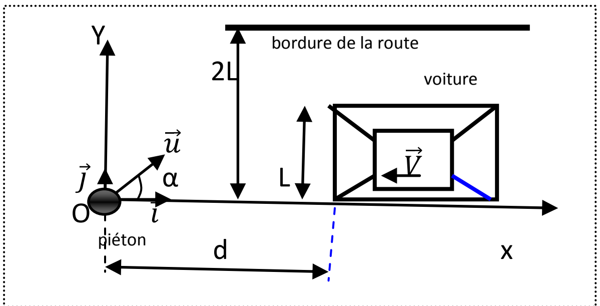
La voiture et le piéton :

Une voiture de largeur L = 1,4m se déplace à vitesse constante V = 72 km/h en suivant le bord de la route de largeur 2.L. Un piéton est à la distance d = 50 m devant la voiture au bord de la route. Il veut traverser à la vitesse constante u. (α = 45°).

1-En choisissant pour origine des espaces la position du piéton au bord de la route et pour origine des date l'instant où le piéton commence à traverser la route, écrire dans le repère (O ;$\vec{\imath};\vec{\jmath}$) les équations horaires du mouvement du piéton et de la voiture. On assimilera la voiture à un objet de largeur L se déplaçant sur la route.

2-Déterminer la valeur minimale u_{min} de la vitesse du piéton pour qu'il ne soit pas touché par la voiture.

3-Pour quelle valeur de α la vitesse minimale du piéton est minimale ? Quelle est la valeur de cette vitesse?



Une solution 12 :

1- Equations horaires :

- Cas du piéton :

Dans le référentiel terrestre galiléen ; le piéton est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction de la route $\vec{R}$ tel que $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ d'où a = 0

L'équation horaire cherchée est :

$$\begin{cases} x_P = (u.\cos\alpha).t \\ y_P = (u.\sin\alpha).t \end{cases}$$

- Cas de la voiture :

Dans le référentiel terrestre galiléen ; la voiture est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la réaction de la route $\vec{R}$ tel que $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ d'où a = 0

L'équation horaire cherchée est :

$$\begin{cases} x_v = -V.t + d \\ y_v = L \end{cases}$$

2- Valeur minimale de u pour que le piéton ne soit pas touché par la voiture.

Le piéton n'est pas touché par la voiture lorsque $x_P = x_V$ et $y_P > L$.

$X_P = x_V$ équivaut à (u.cos α).t = - V.t + d

D'où $t = \frac{d}{V+u.\cos\alpha}$

En remplaçant dans y_P, t par sa valeur, on trouve :

$\frac{d.u.\sin\alpha}{V+u.\cos\alpha} > L$ et $u > \frac{L.V}{d.\sin\alpha - L\cos\alpha}$

La valeur minimale de u est :

$$u_{min} = \frac{L.V}{d.\sin\alpha - Lcos\alpha}$$

AN :

$$u_{min} = \frac{1{,}4.\frac{72000}{3600}}{50.\sin 45° - 1{,}4.\cos 45°} = 8{,}49.10^{-1}\ m/s$$

3- Valeur de α pour que la vitesse minimale soit minimale:

Un rapport est d'autant plus petit que son dénominateur est grand.

Mettons $d.\sin\alpha - Lcos\alpha$ sous la forme A.cos(α – θ)

$d.\sin\alpha - Lcos\alpha$

$= \sqrt{d^2 + L^2}(- \frac{L}{\sqrt{d^2+L^2}}\cos\alpha + \frac{d}{\sqrt{d^2+L^2}}\sin\alpha)$

En posant $\cos\theta = - \frac{L}{\sqrt{d^2+L^2}}$ et $\sin\theta = \frac{d}{\sqrt{d^2+L^2}}$

$$d.\sin\alpha - Lcos\alpha = \sqrt{d^2 + L^2}\ cos\ (\alpha - \theta)$$

Le dénominateur $d.\sin\alpha - Lcos\alpha$ est maximal lorsque cos (α – θ) = 1 = cos (0°)

D'où α = θ et $\cos\alpha = \cos\theta = - \frac{L}{\sqrt{d^2+L^2}}$

AN: $\cos\alpha = - \frac{1{,}4}{\sqrt{50^2 + 1{,}4^2}} = - 0{,}028$

α = 91,6°

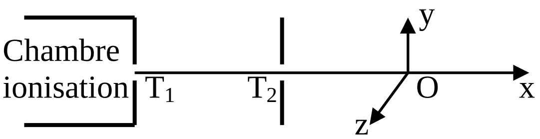
- Valeur de cette vitesse minimale:

$u_{min} = \frac{L.V}{\sqrt{d^2+L^2}}$

AN: $u_{min} = \frac{1,4.\frac{72000}{3600}}{\sqrt{50^2 + 1,4^2}}$ = 5,83.10^{-1}m/s

Exercice 13: Mouvement dans un champ magnétique et électrique / 3,5pt

Un mélange d'ions $^{16}_{8}O^{2-}$ et $^{18}_{8}O^{2-}$ sort d'une chambre d'ionisation par un trou T_1 avec une vitesse que l'on peut considérée comme nulle.
On soumet ces ions entre T_1 et un autre trou T_2 à l'action d'un champ électrique uniforme $\overrightarrow{E_0}$ dirigé suivant Ox.



1- Préciser le sens et l'intensité de ce champ électrique pour que les ions $^{16}_{8}O^{2-}$ arrivent en T_2 situé à d= 10cm de T_1, avec une vitesse V=2,5.10^{5}m/s. On néglige le poids des ions.
On donne : 1u m a= 1,67.10^{-27}kg ; e = 1,6.10^{-19}C. **0,25pt + 0,5pt**

2- Quelle est la vitesse V' des ions $^{18}_{8}O^{2-}$ en T_2 ? **0,5pt**

3- Le mélange d'ions est soumis au-delà de T_2, aux actions simultanées d'un champ électrique uniforme $\vec{E}$ ayant la direction et le sens de $\overrightarrow{Oy}$, d'intensité E= 5.10^3 V/m et d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire à Ox.

3.1- Préciser les caractéristiques (sens et intensité) de ce champ magnétique pour que le mouvement des ions $^{16}_{8}O^{2-}$ soit rectiligne et uniforme dans la direction Ox..

3.2- Les autres ions auront-ils eux aussi une trajectoire rectiligne ?

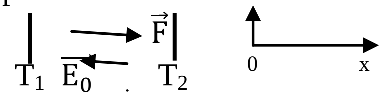
3.3- Quelle valeur E' devrait-on donner à l'intensité du champ électrique transversal pour que ce soit le deuxième type d'ion qui ait une trajectoire rectiligne dans le champ magnétique précédent **?** **0,5pt**

3.4- Montrer que le rapport E'/E ne dépend que du rapport des masses par la relation qu'on précisera. **0,5pt**

<u>Une solution exercice 13</u>

1-Sens du champ électrique $\overrightarrow{E_0}$:
Le mouvement des ions entre T_1 et T_2 est accéléré car la vitesse passe de zéro à une valeur supérieure à zéro. De ce fait la somme des forces extérieures appliquées à un ion a le sens du vecteur $\overrightarrow{T_1T_2}$. Cette somme des forces est $\vec{F} = -2.e.\overrightarrow{E_0}$ d'où $\overrightarrow{E_0}$ a le sens contraire du vecteur $\overrightarrow{T_1T_2}$.

Valeur du champ E_0 :
Appliquons le théorème du centre d'inertie à l'ion dans le référentiel terrestre galiléen.
La seule force appliquée à l'ion est la force électrique $\vec{F} = -2.e.\overrightarrow{E_0}$. (q = -2.e)
Représentation :



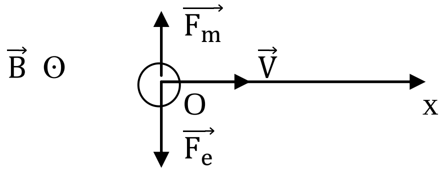
Application du T C I :
$\vec{F} = -2.e.\overrightarrow{E_0} = m.\vec{a}$
Par projection sur (Ox) ; $a = \frac{2.e.E_0}{m}$
Comme le mouvement est rectiligne et accéléré ;
$V^2 = 2.a.d = 2.\frac{2.e.E_0}{m}.d$
$E_0 = \frac{m.V^2}{4.e.d}$ avec m = 16.u
AN :
$$E_0 = \frac{16.1.67.10^{-27}(2,5.10^5)^2}{4.1,6.10^{-19}.0,1} = 2,61.10^4 V/m$$
On peut également utiliser le théorème de l'énergie cinétique
$$\frac{1}{2}m.V^2 = W_{T_1T_2}(\vec{F}) == -2.e.\overrightarrow{E_0}.\overrightarrow{T_1T_2}$$
= - 2.e.E_0.d.cos $(\overrightarrow{E_0};\overrightarrow{T_1T_2})$
Or $(\overrightarrow{E_0};\overrightarrow{T_1T_2})$ = π rad
$\frac{1}{2}m.V^2 = 2.e.E_0.d$ on trouve la même relation que précédemment. $E_0 = \frac{m.V^2}{4.e.d}$

2- vitesse V' des ions $^{18}_{8}O^{2-}$ en T_2 .
$V' = \sqrt{\frac{4.e.E_0}{m}.d}$
AN : $V' = \sqrt{\frac{4.1,6.10^{-19}.0,1.2,61.10^4}{18.1.67.10^{-27}}}$ = 2,36.10^{5}m/s

3-
3.1- Caractéristiques (sens et intensité) de ce champ magnétique pour que le mouvement des ions $^{16}_{8}O^{2-}$ soit rectiligne et uniforme dans la direction Ox.
Les ions $^{16}_{8}O^{2-}$ ont un mouvement rectiligne et uniforme lorsqu'ils satisfont au principe de l'inertie $\sum\overrightarrow{F_{Ext}} = \vec{0}$.
Les forces extérieures sont :
La force électrique $\overrightarrow{F_e} = -2.e.\vec{E}$ qui a le sens contraire de $\overrightarrow{Oy}$ et la force magnétique
$\overrightarrow{F_m} = -2.e(\vec{V}\wedge\vec{B})$
$\overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m} = \vec{0}$ équivaut à $\overrightarrow{F_m} = -\overrightarrow{F_e}$

D'où $\vec{B}$ a le sens du vecteur $\overrightarrow{Oz}$

Représentation :



Valeur de B :

Son intensité est telle que $F_m = F_e$ soit

$B = \frac{2.e.E}{2.e.V} = \frac{E}{V} = \frac{5.10^3}{2,5.10^5} = 2.10^{-2}$ **T** **0,25pt x 3**

3.2- Les autre ions n'auront pas la même trajectoire car $F_e > F_m$. **0,25pt**

3.3- Valeur de E pour que ce soit les ions ${}^{18}_{8}O^{2-}$ qui aient une trajectoire rectiligne :

$E' = V'.B = 2.36.10^5 .2.10^{-2} = 4,72.10^3$ V/m

3.4- Montrons que le rapport E'/E ne dépend que du rapport de masse.

$\frac{E'}{E} = \frac{V'.B}{V.B} = \frac{V'}{V} = \frac{V.\sqrt{\frac{m}{m'}}}{V} = \sqrt{\frac{m}{m'}}$ **0,5pt**

Exercice 14

Dans un tube où règne le vide, on dispose un canon émettant en un point O un pinceau homocinétique d'électrons de vitesse $\overrightarrow{V_0} = V_o\vec{k}$.

Pour visualiser la trajectoire un écran fluorescent est placé dans le plan (O, $\vec{\imath}$, $\vec{k}$)

1-A l'intérieur de deux plaques P et P' de longueur L, parallèle au plan (O, $\vec{\imath}$, $\vec{k}$), on crée un champ électrique $\vec{E}$ uniforme tel que la trajectoire des électrons, donnée à échelle $\frac{1}{2}$ (figure a), passe exactement par le point A de coordonnées (L, L) dans le repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{k}$) .

1.1- Préciser la direction et le sens du vecteur champ électrique $\vec{E}$. On néglige le poids de l'électron. 0,5pt

1.2- En prenant pour origine des dates celle de l'émission d'un électron en O, établir les équations paramétriques du mouvement entre O et A 0,75pt

1.1 -Etablir la relation donnant la charge massique $\frac{e}{m}$ de l'électron en fonction de V_0, E, L. 0,5pt

2-Dans une deuxième expérience, on remplace le champ électrique par un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme tel que la trajectoire des électrons émis à la vitesse $\overrightarrow{V_0}$ soit un quart de cercle dans le plan de l'écran

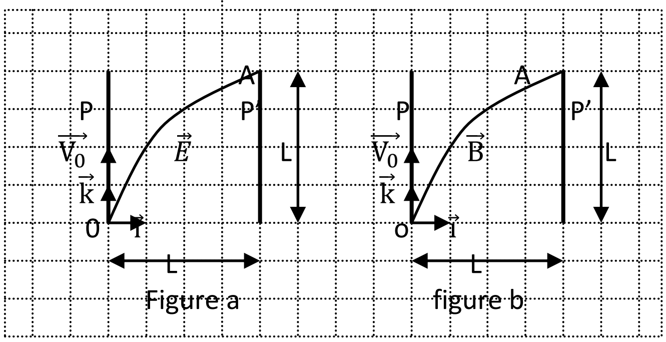
2.1- Préciser le sens de $\vec{B}$. 0,25pt

2.2 -Montrer que la valeur de la vitesse est constante. 0,5pt

2.3- Etablir la relation donnant la charge massique de l'électron en fonction de V_0, B et L.

3-A l'aide des deux expériences précédentes, déterminer la vitesse V_0 d'émission des électrons, ainsi que leur charge massique. 0,5pt

Application numérique : L=4cm ; $E=4.10^4$V/m ; $B=1,69.10^{-3}$T



<u>Une solution exercice</u> 14:

1-

1.1-Direction du champ $\vec{E}$:

Perpendiculaire au plan des plaques P et P'.

Sens de $\vec{E}$:

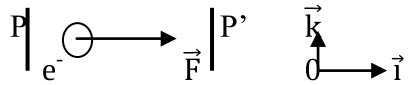
L'électron est soumis à la force électrique $\vec{F} = -e.\vec{E}$ orienté vers l'intérieure de la concavité de la trajectoire.

On en déduit que $\vec{E}$ a le sens contraire du vecteur $\vec{\imath}$.

1.2-Equations paramétriques du mouvement de l'électron entre O et A.

Dans le référentiel terrestre galiléen, l'électron dans le champ $\vec{E}$ est soumis à la force électrique $\vec{F} = -e.\vec{E}$.

Représentation :



Application du T C I :

$\vec{F} = -e.\vec{E}\begin{bmatrix} -E \\ 0 \end{bmatrix} = m.\vec{a}\begin{bmatrix} a_i \\ a_k \end{bmatrix}$

D'où $\vec{a}\begin{bmatrix} a_i = \frac{e.E}{m} \\ a_{k=0} \end{bmatrix}$

A t = 0 ; $\overrightarrow{V_0}\begin{bmatrix} 0 \\ V_0 \end{bmatrix}$

Vitesse de l'électron dans le champ :

$\vec{V} = \frac{e.E}{m}.t.\vec{\imath} + V_0.\vec{k}$

Position de l'électron :

$\overrightarrow{OG} = (x.\vec{\imath} + z.\vec{k}) = \frac{e.E}{2.m}.t^2.\vec{\imath} + V_0.t.\vec{k}$

1.2 1.2- Relation donnant la charge massique $\frac{e}{m}$ de l'électron en fonction de V_0, E, L.

Ecrivons l'équation de la trajectoire de l'électron :
Sachant que son mouvement est uniforme suivant $\vec{k}$; z = V_0.t d'où t = $\frac{z}{V_0}$

x = $\frac{e.E}{2.m}.t^2 = \frac{e.E}{2.m}.(\frac{z}{V_0})^2$

On en déduit la charge massique :

$$\frac{e}{m} = \frac{2.x.V_0^2}{E.z^2} = \frac{2.V_0^2}{E.L} =$$

2-

2.1- Précisons le sens de $\vec{B}$:
Sachant que la force magnétique de Lorentz à laquelle est soumis l'électron dans ce champ a le sens de $\vec{\imath}$; l'application de la règle des trois doigts de la main droite montre que $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan des plaques et est entrant. $\vec{B}$ $\otimes$

2.2- Montrons que la valeur de la vitesse est constante.
Dans le référentiel terrestre galiléen, l'électron est soumis dans le champ $\vec{B}$ à la force $\vec{F} = -e(\vec{V_0}\wedge\vec{B})$.
En appliquant le T C I à l'électron dans le champ : $\vec{F} = -e(\vec{V_0}\wedge\vec{B}). = m.\vec{a}$

D'où $\vec{a} = \frac{-e.(\vec{V_0}\wedge\vec{B})}{m}$. C'est une accélération centripète. D'où la vitesse initiale $\vec{V_0}$ est constante.

2.3-relation donnant la charge massique de l'électron en fonction de V_0, B et L :
Le mouvement de l'électron est circulaire et uniforme.

a = $\frac{e.B.V_0}{m} = \frac{V_0^2}{R} = \frac{V_0^2}{L}$ d'où $\frac{e}{m} = \frac{V_0}{B.L}$

3-Vitesse V_0 d'émission des électrons :
En égzlznt les deux expressions de la charge massique, on trouve :

$\frac{V_0}{B.L} = \frac{2.V_0^2}{E.L}$ d'où $V_0 = \frac{E}{2.B}$

AN : $V_0 = \frac{4.10^4}{2.1,69.10^{-3}} = 1,25.10^7 m/s$

Charge massique :

$\frac{e}{m} = \frac{V_0}{B.L} = \frac{1,25.10^7}{0,04.1,69.10^{-3}} = 18,49.10^{10} C/kg$.

Exercice 15 :
Un tube dans lequel on fait le vide est constitué de deux plaques métalliques planes et parallèles A et B, distantes de d. Lorsqu'on établit une différence de potentielle U entre A et B, il règne entre A et B un champ électrique uniforme, perpendiculaire aux plaques A et B de valeur $E = \frac{U}{d}$. La plaque A est chauffée, elle émet des électrons supposés sans vitesse initiale La plaque B est à un potentiel positif par rapport à A.

14.1-Préciser la direction, le sens et le module de la force électrostatique qui s'exerce sur un électron.
AN : U = 100V ; d = 10^{-2}m ; $e = 1,6.10^{-19}$ C

14.2-La masse de l'électron est $m = 9.10^{-31} kg$. Montrer que le poids de l'électron est négligeable devant la force électrique précédente. On donne g = 9,8N/kg.

14.3-D'après les résultats précédents, déterminer la nature du mouvement de l'électron entre A et B.

14.4-Ecrire l'équation horaire du mouvement de l'électron le long d'un axe perpendiculaire aux plaques en précisant l'origine des dates et des espaces.

14.5-Calculer la vitesse de l'électron au moment où il touche la plaque B.

14.6-La plaque B est percée d'un trou et laisse passer des électrons au-delà du parcours AB mais à l'intérieur du tube à vide, le champ électrostatique étant nul à l'extérieur de l'espace AB, quelle est la nature du mouvement de l'électron au-delà de AB ?

14.7-Un champ magnétque uniforme est créé dans le tube à vide à l'extérieur de l'espace AB, perpendiculairement au vecteur vitesse de l'électron de module V = $5,6.10^6$m/s. Il oblige celui-ci à parcourir une trajectoire circulaire dont le plan est perpendiculaire aux lignes d'induction et dont le rayon est 2cm.

14.7.1-Préciser les caractéristiques de la force appliquée à l'électron et calculer son module.

14.7.2-Calculer la vitesse angulaire de l'électron.

Solution exercice 15 :

14.1-Direction de la force $\vec{F}$:
Perpendiculaire au plan des plaques ;

- Sens :

Sachant que $\vec{F} = -e.\vec{E}$ et que $\vec{E}$ a le sens des potentiels décroissants (de la plaque B vers la plaque A), on conclut que $\vec{F}$ a le sens du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

- Module de $\vec{F}$:

$F = e.E = 1,6.10^{-19}.\frac{100}{10^{-2}} = 1,6.10^{-15} N$

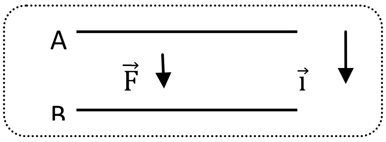
14.2-Montros que le poids de l’électron est négligeable devant la force électrique précédente :

$$\frac{F}{P} = \frac{E.e}{m.g} = \frac{1{,}6.10^{-15}}{9{,}8.9.10^{-31}} = 1{,}82.\,10^{14}$$

On conclut que $\vec{P}$ est négligeable devant $\vec{F}$.

14.3-Nature du mouvement de l’électron :

Dans le référentiel terrestre galiléen, entre A et B, l’électron est soumis uniquement à la force électrique.

Tube 

Appliquons le T C I à l’électron dans le champ :

$\vec{F} = -\,e.\vec{E}$ = m.$\vec{a}$ d’où $\vec{a} = \frac{-\,e}{m}.\vec{E}\,\Big|\frac{-\,U}{d}$

Soit $a = \frac{e.U}{m.d}$

L’électron effectue un mouvement rectiligne et accéléré entre A et B.

14.4-Equation horaire du mouvement :

En prenant pour origine des espaces le point A et pour origine des dates l’instant où l »électron quitte le point A ; l’équation horaire du mouvement dans l’axe (A ;$\vec{\imath}$) est :

$$x(t) = \frac{e.U}{2.m.d}.t^2$$

14.5-Vitesse de l’électron au moment où il touche la plaque B :

$$V_{\square} = \sqrt{2.\frac{e.U}{m}}$$

AN : $V_B = \sqrt{\frac{2.1{,}6.100.10^{-19}}{9.10^{-31}}} = 5{,}96.\,10^{6}\ m/s$

14.6-Au-delà de l’espace AB où règne le champ électrostatique, l’électron n’est plus soumis à une force. Il effectue un mouvement rectiligne et uniforme de vitesse $\vec{V_B}$.

14.7

14.7.1-Caractéristiques de la force appliquée à l’électron :

- Point d’application : électron ;
- Direction : perpendiculaire à $\vec{V}$ et à $\vec{B}$;
- Sens : tel que le trièdre ($-\,e.\vec{V}$; $\vec{B}$; $\vec{F}$)

Soit direct.

- Module :$F = e.V.B$

Le mouvement de l’électron étant circulaire et uniforme, R = $\frac{m.V}{|q|.B}$ d’où B = $\frac{m.V}{e.R}$

$$F = e.V. = \frac{m.V}{e.R} = \frac{m.V^2}{R}$$

$$AN:\ F = \frac{9.\,10^{-31}.\,(5{,}6.\,10^{6})^2}{2.\,10^{-2}} = 1{,}41.\,10^{-15}N$$

14.7.2-Vitesse angulaire de l’électron :

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{5{,}6.10^{6}}{2.10^{-2}} = 2{,}8.\,10^{8}\ rad/s$$

Exercice 16 : Extrait Bac C 2010

Des ions $^{6}_{3}Li^{+}$ sortent d’une chambre d’ionisation à travers une petite ouverture O_1 ménagée au milieu de la plaque P_1 avec une vitesse nulle par rapport au référentiel du laboratoire supposé galiléen, pénètrent dans une enceinte où ils sont accélérés par une tension U=1200V. Les ions sortent de cette enceinte par un orifice O_2 ménagée au milieu de la plaque P_2 et pénètrent avec une vitesse $\vec{V}$, dans une cavité hémicylindrique. Il règne dans cette cavité un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal à la vitesse et d’intensité B=0,12 T qui dévie les ions vers une plaque photographique EF disposée dans le même plan que la plaque P_2. On néglige l’action de la pesanteur sur les ions.

1-Indiquer sur la figure ci-dessous :

-La direction et le sens du champ électrique entre les plaques P_1 et P_2. 0,25pt

-Le sens du champ magnétique dans la cavité hémicylindrique. 0,25pt

2-Etablir l’expression de la valeur de la vitesse $\vec{V}$ d’un ion à l’entrée de la cavité hémicylindrique, en fonction de e, m, et U ; où m est la masse de l’ion et e la charge élémentaire. 0,75pt

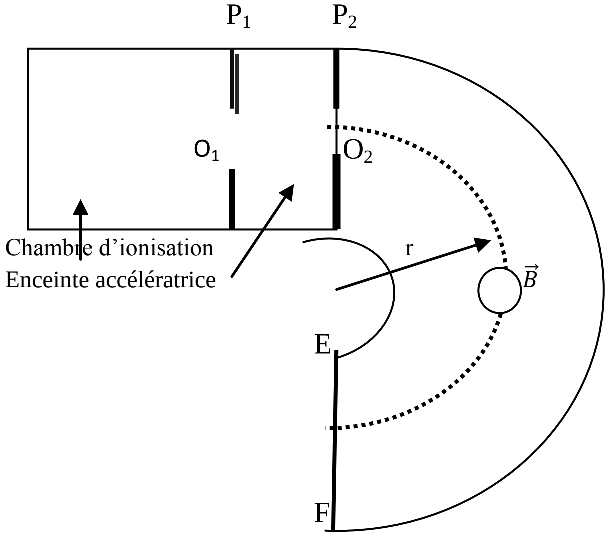
3-Montrer que le mouvement d’un ion dans la cavité est circulaire uniforme. 0 ,75pt

4-Exprimer le diamètre D du cercle support de la trajectoire d’un ion en fonction de m, e, B et U, puis calculer sa valeur numérique. 1pt

On donne ; Masse de l’ion $^{6}_{3}Li^{+}$: m =1,0 x 10^{-26}kg ;

Charge élémentaire : e =1,6 x 10^{-19}C.

Schéma descriptif du dispositif expérimental



Solution exercice 16 :

1-Direction et sens du champ $\vec{E}$:
un ion est accéléré lorsque la somme des forces extérieures appliquées à cet ion a la direction et le sens du vecteur $\overrightarrow{O_1O_2}$. Cette force est $\vec{F} = q\vec{E} = e.\vec{E}$.

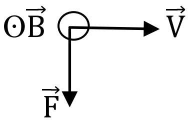
- Sens du vecteur champ magnétique dans la cavité hémi circulaire :

Ce champ est perpendiculaire au plan et est sortant. $\odot\ \vec{B}$.

2- Expression de la vitesse V à la sortie en O_2.
L'ion est accéléré entre O_1et O_2. Le module de l'accélération est a = $\frac{F}{m} = \frac{e.U}{m.d}$ et $V = \sqrt{2.\frac{e.U}{m}}$

3-Montrons que le mouvement d'un ion dans la cavité hémicirculaire est uniforme :
Dans le reférentiel terrestre galiléen, un ion dans cette cavité est soumis à la force magnétique $\vec{F} = e.\vec{E}\wedge\vec{B}$

Représentation :



Application du T C I :
$\vec{F} = e.\vec{E}\wedge\vec{B} = m.\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \frac{e}{m}.(\overrightarrow{V\wedge B})$.
D »après les propriétés du produit vectoriel, $\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{V}$.
On conclut que le mouvement de l'ion est circulaire et uniforme.

4- Exprimons le diamètre D du cercle support de la trajectoire d'un ion en fonction de m, e, B et U
Le mouvement étant circulaire et uniforme,
$a = \frac{V^2}{R} = \frac{e.V.B}{m}$ d'où $R = \frac{m.V}{e.B}$

et $D = \frac{2.m.}{e.B}\sqrt{2.\frac{e.U}{m}}$ $\quad D = \frac{1}{B}.\sqrt{\frac{8.U.m}{e}}$

Valeur numérique :

$$D = \frac{1}{0{,}12}.\sqrt{\frac{8.1200.1{,}0.10^{-26}}{1{,}6.10^{-19}}} = 7{,}2.10^{-2}\text{m}$$

Exercice 17

Trajectoire d'un projectile lancé à l'aide d'une fronde.
Une fronde est constituée de deux cordelettes inextensibles retenant un projectile de masse M=100g, supposé ponctuel. Elle est maniée par le lanceur de façon à lui faire décrire un cercle vertical de centre Ω et de rayon R = 0,8m, à la vitesse angulaire constante.

1- sachant que la fronde tourne à une vitesse constante N=100 tours par minute, montrer que le mouvement du projectile est circulaire et uniforme.

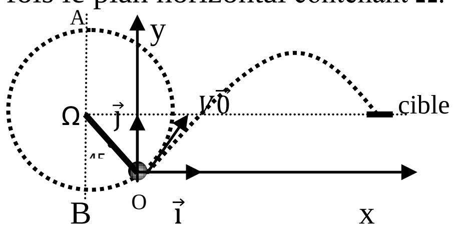
2- Calculer la valeur de la tension des cordelettes aux points A et B précisés sur le schéma

3-Le lanceur lâche brusquement le projectile en libérant une cordelette au moment où celui-ci passe par le point O. les cordelettes font alors un angle de θ = 45^0 par rapport à la verticale

3.1-Etablir l'équation de la trajectoire du projectile dans le repère (O ; $\vec{\imath}$;$\vec{\jmath}$)

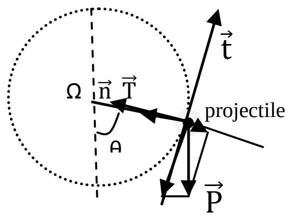
3.2- En déduire la distance à laquelle doit se trouver une cible ponctuelle, situés dans le même plan horizontal que le point **Ω**, pour être atteinte. Plusieurs solutions sont-elles possibles ? Expliquer.

- Utiliser la deuxième loi de Newton
- La trajectoire parabolique coupe deux fois le plan horizontal contenant **Ω**.



Une solution Exercice 17

1- Montrons que le mouvement du projectile est circulaire et uniforme :
Dans le référentiel terrestre galiléen, le projectile est sous à l'action de :
Son poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$ des cordelettes.
Représentation :



Appliquons le T C I au projectile auquel on associe la base de Frenet ($\vec{n}$; $\vec{t}$) :

$$\vec{P}\left|\begin{matrix}-\text{m.g.}\cos\theta \\ -\text{m.g;}\sin\theta\end{matrix}\right. + \vec{T}\left|\begin{matrix}T \\ 0\end{matrix}\right. = \text{m.}\vec{a}\left|\begin{matrix}a_n = \frac{V^2}{R} \\ a_t = R.\frac{d\dot{\theta}}{dt}\ 0\end{matrix}\right.$$

$a_t = R.\frac{d\dot{\theta}}{dt} = R.\frac{d(2.\pi.N)}{dt} = 0$ car la vitesse de rotation est constante.
On conclut que le mouvement du projectile est circulaire et uniforme.

2-Tension des cordelettes aux points A et B :
Exprimons la tension des cordelettes T pour une position quelconque d'angle θ :

A partir de la projection du T C I sur $\vec{n}$, on trouve : $T = m.g.\cos\theta + m.\frac{V^2}{R} = m.(g.\cos\theta + 4.R.\pi^2.N^2)$

Au point A, θ = 0 et cos 0 = 1

$T_A = 0{,}1.\left(9{,}8.\cos 0 + 4.0{,}8.3{,}14^2.\left(\frac{100}{60}\right)^2\right) = 9{,}74N$

Au point B, θ = 180° et cos 180° = -1

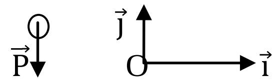
$T_B = 0{,}1.\left(9{,}8.\cos 180 + 4.0{,}8.3{,}14^2.\left(\frac{100}{60}\right)^2\right) = 7{,}78N$

3-

3.1-Equation du mouvement du projectile dans le repère (O ; $\vec{\imath}$;$\vec{\jmath}$) :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le projectile après sa libération est soumis à la seule action de son poids $\vec{P}$

Représentation :



Application du T C I :

$\vec{P} = m.\vec{g} = m.\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \vec{g}\left|\begin{matrix} 0 \\ -g = -9{,}8\ m/s^2 \end{matrix}\right.$

Conditions initiale :

$$\overrightarrow{V_0}\left|\begin{matrix} V_x = V_0\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}.V_0 \\ V_x = V_0\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}.V_0 \end{matrix}\right.$$

Les angles $\overline{B\Omega O}$ et $\widehat{xO\overrightarrow{V_0}}$ sont à cotés perpendiculaires, dont ont même mesure ;

$$V_0 = 2.\pi.R.N = 8{,}4m/s$$

On en déduit l'équation horaire du mouvement :

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{matrix} x(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}.V_0.t \\ y(t) = -4{,}9t^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}.V_0.t \end{matrix}\right.$$

3.2- Distance à laquelle doit se trouver une cible ponctuelle, situés dans le même plan horizontal que le point Ω, pour être atteinte.

Soit C cette cible. $C\left|\begin{matrix} x \\ R\cos 45° = 0{,}4\sqrt{2} \end{matrix}\right.$ dans le repère (O ; $\vec{\imath}$;$\vec{\jmath}$).

La distance cherchée est d = Rsin θ + x.

Ecrivons l'équation e la trajectoire du projectile :

$$t = \frac{2.x}{\sqrt{2}.V_0}$$

$y = -4{,}9.\left(\frac{2.x}{\sqrt{2}.V_0}\right)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}.V_0\frac{2.x}{\sqrt{2}.V_0}$

y= - 9,8. $\left(\frac{x}{.V_0}\right)^2 + x$

Résolvons l'équation

y= $-9{,}8.\left(\frac{x}{.V_0}\right)^2 + x = 0{,}4\sqrt{2}$

On trouve deux valeurs e x :

$x_1 = \frac{V_0^2 + V_0\sqrt{V_0^2 - 1{,}6.9{,}8.\sqrt{2}}}{19{,}6} = \frac{8{,}4^2 + 8{,}4.\sqrt{8{,}4^2 - 1{,}6.9{,}8.\sqrt{2}}}{19{,}6} = 6{,}59m$

$x_2 = \frac{V_0^2 - V_0\sqrt{V_0^2 - 1{,}6.9{,}8.\sqrt{2}}}{19{,}6} =$

$$\frac{8{,}4^2 - 8{,}4.\sqrt{8{,}4^2 - 1{,}6.9{,}8.\sqrt{2}}}{19{,}6} = 0{,}62m$$

Exercice 18

Dans tout le problème, on néglige le poids de la particule et on applique les lois de la mécanique classique. On envisage la séparation des isotopes du xénon (Xe) au moyen d'un spectrographe de Dempster. Une chambre d'ionisation produit des ions positifs $^{129}_{54}Xe^+$ et $^{X}_{54}Xe^+$ Ces ions sont ensuite accélérés entre deux plaques métalliques parallèles p_1 et p_2 puis soumis à l'action d'un champ magnétique qui permet de les séparer. On donne : charge élémentaire : e = $1{,}6.10^{-19}$C ; masse du proton = masse du neutron = $1{,}67.10^{-27}$kg.

1-**Accélération des ions :** Les ions traversent la plaque p_1 en O_1 sans vitesse initiale. Ils sont alors soumis entre p_1 et p_2 ; à une tension accélératrice U = 1000V.

1.1- Dans quel sens cette tension doit être établie ? **0,75pt**

1.2- Montrer que l'énergie cinétique acquise par les ions lorsqu'ils traversent la plaque p_2 en O_2 est indépendante de l'isotope envisagé et calculer sa valeur en joules. **0,5pt + 0,25pt**

1.3- Calculer la vitesse V acquise par les ions $^{129}_{54}Xe^+$ en O_2. On assimilera la masse des ions à la somme des masses de ses nucléons. **1pt**

1.4- Exprimer en fonction de x et V, la vitesse V' acquise par les ions $^{x}_{54}Xe^+$ en O_2. **0,5pt**

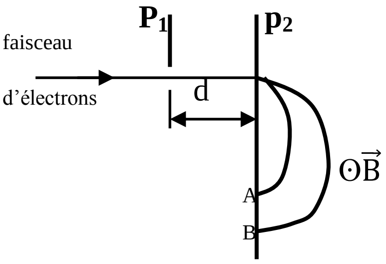
2- Séparation des ions : Les ions animés des vitesses V et V' calculées ci-dessus pénètre en O dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme perpendiculaire au plan de la figure.

2.1- On s'intéresse au mouvement des ions $^{129}_{54}Xe^+$. Montrer que celui-ci est plan, circulaire et uniforme.

Donner l'expression littérale du rayon de courbure R de la trajectoire. Calculer sa valeur numérique R pour B = 0,1T. **0,5pt x 4 = 2pt**

2.2- Les ions $^{129}_{54}Xe^+$ et $^{x}_{54}Xe^+$ décrivent un demi-cercle avant de tomber sur une plaque

photographique respectivement en A et B. On mesure la distance AB = 8mm.
En déduire la valeur de x. (B = 0,1T) 1pt



<u>Une solution exercice 18</u>

1- Accélération des ions

1.1-Sens de la tension U

1ère méthode :

L'ion est accéléré lorsque la somme des forces extérieures appliquées à l'ion a le sens du vecteur $\overrightarrow{P_1P_2}$.

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = q.\vec{E}$ donc $\vec{E}$ a le sens de $\overrightarrow{P_1P_2}$ car q>0.

Comme $\vec{E}$ a le sens des potentiels décroissants, $V_{P1} > V_{P2}$ et **U est orienté de P_2 vers P_1.**

2ème méthode :

Les ions sont accélérés lorsque :

$W_{P1P2}(\vec{F}) = q\, U_{12} > 0$

Or q > 0 ; d'où $U_{12} > 0$

On conclut que la tension U= $Vp_1 - Vp_2$ = U **a le sens (p_2 vers p_1)**

1.2-Montrons que Ec_2 est indépendant de l'isotope :

$\Delta E_C = Ec_2 - Ec_1 = W_{12}(\overrightarrow{F_e}) = q.\vec{E}.\overrightarrow{P_1P_2} = q\,U$

Or Ec_1= 0 d'où Ec_2= e U est indépendant de l'isotope

→valeur de Ec_2

$Ec_2 = 1{,}6.10^{-19}.1000 = \mathbf{1{,}6.10^{-16}J}$

1.3-Valeur V de la vitesse des ions $^{129}_{54}Xe^+$

$Ec_2 = \frac{1}{2}V^2 m = e.U$ d'où $V = \sqrt{\frac{2Ec_2}{m}}$

AN : $V = [\frac{1{,}6.10^{-16}.2}{1{,}67.10^{-27}(129)}]^{\frac{1}{2}} = \mathbf{3{,}85.10^4 m/s}$

1.4- Expression en fonction de x et V de la vitesse V' des ions $^{x}_{54}Xe^+$

$Ec_2 = Ec_2 = \frac{1}{2} m V^2 = Ec_2 = \frac{1}{2}\ m'V'^2$

D'où 129 V^2= x V'^2 et $\mathbf{V' = V\sqrt{\frac{129}{x}} = V\,[\frac{129}{x}]^{\frac{1}{2}}}$

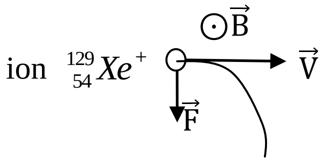
2 **. Séparation** des ions

2.1-Montrons que le mot des ions $^{129}_{54}Xe^+$ est plan, circulaire et uniforme :

Dans le référentiel terrestre galiléen, la force appliquée à l'ion $^{129}_{54}Xe^+$ est la force de Lorentz

$\vec{F} = e\,\vec{v} \wedge \vec{B}$

Représentation :



Appliquons le TCI à l'ion nous avons

$\vec{F} = e\,\vec{v} \wedge \vec{B} = m.\vec{a}$

D'où $\vec{a} = \frac{e}{m}(\vec{v} \wedge \vec{B})$

L'accélération $\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{V}$, le mouvement de l'ion est plan circulaire et uniforme d'accélération $a = \frac{e}{m}$ V B.

→ Expression du rayon R

$A = \frac{e}{m} V B = \frac{V^2}{R}$ d'où $\mathbf{R = \frac{m\,v}{e\,B}}$

AN : $R = \frac{129.1{,}67.10^{-27}.3{,}85.10^4}{1{,}6.10^{-19}.0{,}1} = \mathbf{5{,}18.10^{-1}m}$

2 .2- Valeur de x

2R'= 2R + AB

$2.\frac{m_p.x.V[\frac{129}{x}]^{\frac{1}{2}}}{e\,B} = 2R + AB$

$\frac{4m_p x^2 V^2.129}{e^2B^2x} = (2R + AB)^2$

D'où $x = \frac{(2R+AB)^2e^2B^2}{4{m_p}^2.129.V^2}$

AN : $x = \frac{(2.5{,}18.10^{-1}+8.10^{-3})^2.1{,}6^2.10^{-38}.0{,}1^2}{4.1{,}6^2.10^{-54}.129.3{,}85^2.10^8}$

x= 130,80 = 131.

Exercice 19 : B- Pendule conique / 2pt

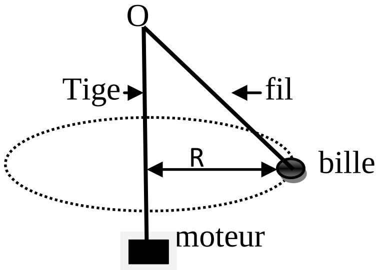
Un pendule est constitué d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur ℓ= 1m. A l'une des extrémités du fil est fixée une bille ponctuelle de masse m=200g. L'autre extrémité du fil est fixée en un point O d'une tige verticale solidaire de l'arbre d'un moteur en rotation uniforme. Lorsque le moteur est mis en marche, la bille décrit un cercle de rayon R=50 cm dans le plan horizontal et la direction du fil fait un angle θ avec la tige verticale (voir figure)
g= 9,8m.s^{-2}.

B.1 -Appliquer le théorème du centre d'inertie à la bille à laquelle est associé un repère de Frenet et déterminer la vitesse angulaire ω de rotation du moteur. 0,75pt

B.2- Calculer la tension T du fil. 0,5pt

B.3- On remplace le fil précédent par un ressort de raideur k inconnue, de longueur à vide ℓ_o=0,30m et de masse négligeable. Le moteur est remis en marche à la vitesse angulaire ω= 8rad.s^{-1}. Le ressort s'écarte maintenant d'un angle β=45° par rapport à la verticale sans osciller et sa longueur devient ℓ= 0,35m.

Exprimer la raideur k du ressort en fonction de ω, m, ℓ et ℓ_o. Calculer la valeur de k.   0,75pt



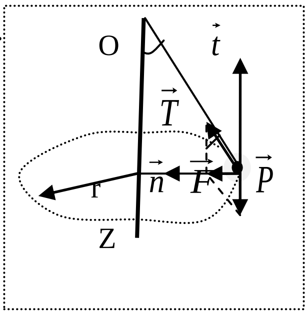
<u>Une solution exercice 19</u>

B.1 -Appliquons le théorème du centre d'inertie à la bille à laquelle est associé un repère de Frenet et déterminons la vitesse angulaire ω de rotation du moteur.

Dans le référentiel terrestre galiléen auquel on associe le repère de Frenet ($\vec{n};\vec{t}$), les forces appliquées à la boille du pendule sont :

→ Le poids $\vec{P}$ de la boule ;

→ La tension $\vec{T}$ du fil.



Appliquons le T C I à la boule :

$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a} = \vec{F}$

$\tan\theta = \frac{F}{P} = \frac{m.\omega^2.R}{m.g} = \frac{\omega^2.R}{g}$

$\frac{R}{\ell} = \frac{\omega^2.R}{g}$ d'où

$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

B.2- Tension T du fil :

$$\sin\alpha = \frac{F}{T} = \frac{m.\omega^2.\ell.\sin\ell}{T}$$

D'où $T = m.\omega^2.\ell$

AN : $T = 0{,}2.9{,}8 = 1{,}96\ N$

B.3- Expression de la raideur k du ressort en fonction de ω, m, ℓ et ℓ_o. Calculer la valeur de k.

Un raisonnement analogue à celui de la question B.2 permet d'écrire :

$$T = k.(\ell - \ell_0) = m.\omega^2.\ell$$

$$k = \frac{m.\omega^2.\ell}{(\ell - \ell_0)}$$

AN : $k = \frac{0{,}2.8^2.0{,}3}{0{,}35-0{,}3} = 76{,}8\ N/m$

Exercice 20

B- Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique et électrique.   /   3pt

Un cyclotron est un accélérateur de particules, circulaire, formé de deux enceintes demi circulaires appelées « dés » placées dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan des « dés » et dans lequel règne le vide. Dans l'espace compris entre les deux enceintes, on établit une tension alternative U qui accélère les particules à chaque passage. Les protons sont injectés dans le cyclotron en un point O avec une vitesse négligeable mais non nulle.

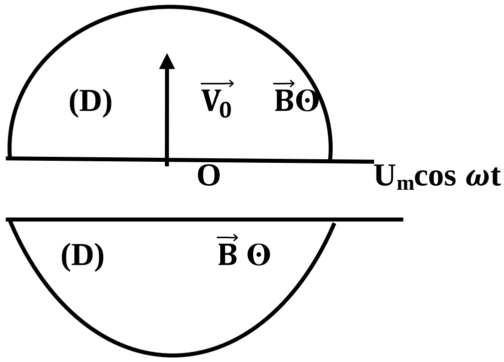
B.1- Montrer qu'à l'intérieur de chaque « dé » , le mouvement du proton est circulaire et uniforme et établir l'expression r du rayon de la trajectoire en fonction de m ; V ; B et q, charge du proton.   **0,75pt + 0,25pt**

Dans le cas de la figure, préciser le sens de la trajectoire.   **0,25pt**

B.2-Exprimer la durée correspondant à un demi tour du proton dans chaque enceinte et déduire l'expression de la fréquence f de la tension accélératrice.   **0,25pt x 2**

B.3- Etablir l'expression de la variation de l'énergie cinétique d'un proton en fonction du nombre de tour. Combien de tour doit effectuer un proton pour atteindre une vitesse V = 20000 km / s.   **1,25pt**

Données : B = 0,5T ; U = 4000V ; masse du proton m = $1{,}67.10^{-27}$ kg.



<u>Une solution exercice 20</u>

B.1 Montrons que dans chaque de le mot du proton est circulaire et uniforme.

Système : proton.

Référentiel : Terrestre galiléen.

Force appliquée : force magnétique

$\vec{F}$=a $\vec{V}$^$\vec{B}$

T.C.I $\vec{F}$=q $\vec{V}$^$\vec{B}$=m$\vec{a}$

D'où $\vec{a}=\frac{q}{m}(\vec{V}$^$\vec{B})$

$\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{V}$ d'après les propriétés du produit vectoriel.

C'est une accélération centuplée. D'où le mot du proton est circulaire et uniforme

- Expression du rayon de courbure

  $a = \frac{eBV}{m} = \frac{V^2}{R}$

D'où $R=\frac{mV}{e.B}$

- Sens de la trajectoire le proton tourne dans le sens trigonométrique ou sens contraire des aiguilles d'une montre.

B.2 -Durée d'un demi-tour

$t_{\frac{1}{2}}=\frac{\pi R}{V}=\frac{\pi.m.V}{V.e\,B}$

Expression de la fréquence de la tension alternative

$f=\frac{1}{2t_{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\frac{2\pi m}{eB}}=\frac{eB}{2\pi m}$

B.3-Expression de la variation de E_c en fonction du nombre de tour

$n=\frac{1}{2}$. $\Delta E_C=\frac{1}{2}mV_{\frac{1}{2}}^2-\frac{1}{2}m\,V^2_o=e\,u$

$n=1$ $\Delta E_C=\frac{1}{2}m\,V^2_1-\frac{1}{2}mV_{\frac{1}{2}}^2=e\,u$

$n=\frac{3}{2}$ $\Delta E_C=\frac{1}{2}mV_{\frac{3}{2}}^2-\frac{1}{2}m\,V^2_1=e\,u$

$n=2$ $\Delta E_C=\frac{1}{2}m\,V^2_2-\frac{1}{2}m\,V_{\frac{3}{2}}^2=e\,u$

$n=2$ $\frac{1}{2}m\,V^2_2-\frac{1}{2}m\,V^2_o=4\,e\,u$

En additionnant membre à membre ces égalités, On en déduit que :

$\Delta E_C=2n\,e\,u.$

On pouvait aussi constater que l'énergie cinétique varie 2 fois en un tour et que chaque variation vaut e.U.

- Nombre de tour à effectuer pour atteindre $V=2.10^7$ m/s

$\frac{1}{2}m\,V^2-\frac{1}{2}m\,V^2_o=4\,e\,u$

V_o est négligeable, d'où $V^2_o=0$

$\frac{1}{2}m\,V^2-\frac{1}{2}m\,V^2_o=2n\,e\,u.$

Et $n=\frac{m\,V^2}{4\,e\,u}$

AN : $n=\frac{1,67.10^{-27}..4.10^{14}}{4.1,6.10^{-19}.4000}=$

n =260937500 tours

Exercice 21 : Extrait Bac C 2014

Partie A : Action des champs magnétique et électrique sur un faisceau d'électrons : 3,5pt

Des particules de masse $m = 6,65.10^{-27}$kg pénètrent dans une région où règnent un champ magnétique $\vec{B}$ et un champ électrique $\vec{E}$ uniformes et orthogonauxentre eux et à la vitesse $\vec{V}$ des particules à l'entrée O_1 de la région comme l'indique la figure ci-dessous. On constate que certaines des particules ont une trajectoire rectiligne horizontale et sont recueillies en O_2 appartenant à la droite $(O_1\vec{V})$. Ces particules sont dites sélectionnées. On néglige leur poids devant les autres forces. On donne : $q = -3,2.10^{-19}$C ;
$B = 9.10^{-3}$T ; $E = 5.10^3$V/m.

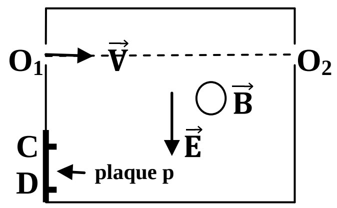
1-Donner en justifiant la réponse, le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$. 0,5pt

2-Montrer que la valeur V_0 de la vitesse des particules sélectionnées ne dépend ni de la masse des particules, ni de leur charge électrique puis calculer sa valeur numérique. 1pt

3- On supprime le champ électrique. Les particules viennent alors heurter une plaque P placée verticalement dans la région. (Voir figure) . La mesure de l'écart entre les points d'impact extrêmes des particules sur la plaque donne CD = 30mm.

3.1-Donner la nature du mouvement des particules dans la région puis donner l'expression de la grandeur caractéristique de leur trajectoire. 1pt

3.2-Calculer les valeurs V_{max} et V_{min} respectivement de la vitesse maximale et de la vitesse minimale des particules en admettant que la valeur V_0 de la vitesse des particules sélectionnées est la moyenne $V_0=\frac{V_{max}+V_{min}}{2}$.



Une solution exercice 21

1- Sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ pour que la trajectoire soit rectiligne :

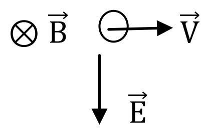
Le mouvement de ces ions doit être rectiligne et uniforme.

Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées à un ion sont :

- La force de Lorentz $\vec{F}=q.(\vec{V}\wedge\vec{B})$;
- La force électrique $\vec{F_e}=q.\vec{E}$

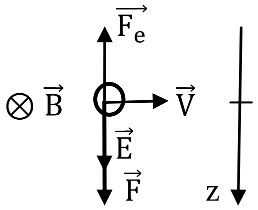
Pour que le mouvement d'un ion soit rectiligne et uniforme, $\vec{F}+\vec{F_e}=\vec{0}$.

De ce fait, $\vec{B}$ est perpendiculaire à $\vec{E}$ et orienté vers l'arrière par application de la règle des trois doigts de la ain droite.



2-Montrons que la valeur V_0 de la vitesse des particules sélectionnées ne dépend ni de la masse des particules, ni de leur charge électrique

Représentons les forces extérieures appliquées à une particule sélectionnée :



Application du principe de l'inertie à une particule sélectionnée : $\vec{F} + \vec{F_e} = \vec{0}$

Projetons cette relation sur un axe vertical descendant. On a :

$-|q|.E + |q|.V_0.B = 0$ d'où $V_0 = \frac{E}{B}$

Valeur numérique :

$$V_0 = \frac{5.10^3}{9.10^{-3}} = 5;56.10^5 m/s$$

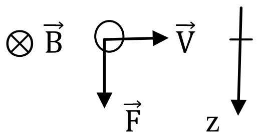
3-

3.1-Nature du mouvement des particules :

Dans le référentiel terrestre galiléen, la force extérieure appliquée à un ion est :

- La force de Lorentz $\vec{F} = q.(\vec{V} \wedge \vec{B})$;

Représentation :



Application du théorème du centre d'inertie :

$\vec{F} = q.(\vec{V} \wedge \vec{B}) = m.\vec{a}$

d'où $\vec{a} = \frac{q}{m}.(\vec{V} \wedge \vec{B})$; accélération centripète.

Le mouvement d'un ion est circulaire et uniforme.

Expression de la grandeur caractéristique de la trajectoire (rayon de la trajectoire) :

$a = \frac{|q|}{m}.V.B = \frac{V^2}{R}$ et $R = \frac{m.V}{|q|.B}$

3.2- Calculons les valeurs V_{max} et V_{min} respectivement de la vitesse maximale et de la vitesse minimale des particules :

$$CD = O_1D - O_1C = 2(R_{max} - R_{min})$$
$$= 2\left(\frac{m.V_{max}}{|q|.B} - \frac{m.V_{min}}{|q|.B}\right)$$

D'où

$V_{max} = V_0 + \frac{CD.B.|q|}{4.m}$ et $V_{min} = V_0 - \frac{CD.B.|q|}{4.m}$

AN :

$$V_{max} = 5{,}59.10^5 m/s$$

$$V_{min} = 5{,}53.10^5 m/s$$

Exercice 22

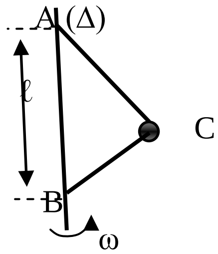
Une petite boule C, de masse m = 1kg est fixée en A et B d'une tige verticale (Δ) par deux fils inextensibles, de masse négligeable et de même longueur ℓ = 1 m, comme l'indique la figure ci-dessous. La tige (Δ) entraine la boule C en rotation de telle manière que les fils AC et BC soient tendus.

Sachant que AB = ℓ, et connaissant la tension T_1 = 27,8N du fil AC ; calculer :

21.1-La tension T_2 du fil BC ;

21.2- La résultante R des forces agissant sur C ;

21.3-La vitesse de rotation ω de C.



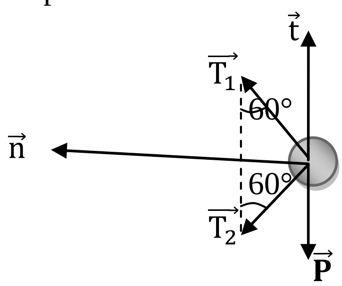
<u>Une solution exercice 22</u>

21.1-La tension T_2 du fil BC ;

Ans le référentiel terrestre galiléen, la boule C est soumise à :

- Son pois $\vec{P} = m.\vec{g}$;
- La tension $\vec{T_1}$ u fil AC ;
- La tension $\vec{T_2}$ u fil BC .

Représentation :



Application u T C I

$$\vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -m.g \end{vmatrix} + \vec{T_1}\begin{vmatrix} T_1.\sin 60° \\ T_1.\cos 60° \end{vmatrix} + \vec{T_2}\begin{vmatrix} T_2.\sin 60° \\ -T_2.\cos 60° \end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix} \frac{V^2}{\ell.\sin 60°} \\ 0 \end{vmatrix}$$

On en éuit que :

$T_2 = T_1 - \frac{m.g}{\cos 60°}$

AN ; $T_2 = 27{,}8 - \frac{1.9{,}8}{0{,}5} = 8{,}2$ N

21.2- La résultante R des forces agissant sur C

D'après ce qui précède,

$R = m.\frac{V^2}{\ell.\sin 60°} = (T_1 + T_1)\sin 60°$

AN : $R = (27{,}8 + 8{,}2).\frac{\sqrt{3}}{2} = 31{,}176$ N

On peut également utiliser la construction de Fresnel pour trouver R sachant que $\vec{T_1}$ fait un

angle θ = 60° + 90° avec (Ox) ; $\overrightarrow{T_2}$ fait un angle **α** = - 60° - 90° avec (Ox) et $\vec{P}$ fait l'angle λ = 90° avec (Ox).

$R^2 =$

$[(T_{1.}\sin 1]50° + T_{2.}\sin(-150°) + P.\sin(-90°)]^2 +$

$=$

$[(T_{1.}\cos 1]50° + T_{2.}\cos(-150°) + P.\cos(-90°)]^2$

AN :

$R^2 = = [(27{,}8.0{,}5 + 8{,}2.(-0{,}5) - 9{,}8]^2 =$

$\left[\left(27{,}8.\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 8{,}2.\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)_{2.} + 0\right]^2 = 972$

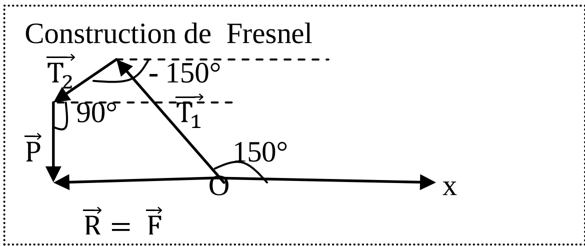
R = 31,176 N

21.3-La vitesse de rotation ω de C.

$$R = m.\omega^2.\ell.sin60°$$

d'où $\omega = \sqrt{\frac{R}{m.\ell.sin60°}}$

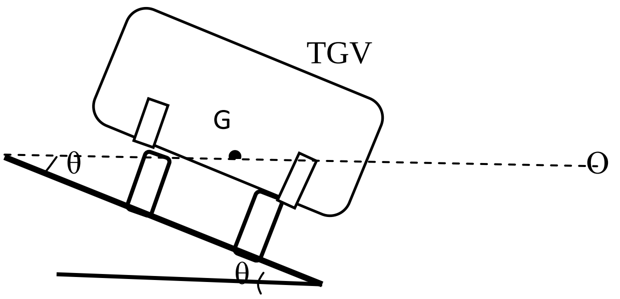
AN : $\omega = \sqrt{\frac{31{,}176}{1.1.sin60°}} = 6\ rad/s$



Exercice 23

Pour obtenir une bonne qualité de roulement, des trains, les voies ferrées sont inclinées vers l'intérieur du virage.

Une locomotive de train à grande vitesse (TGV) décrit un virage à vitesse constante V = 300km/h. Son centre d'inertie G décrit un mouvement circulaire de rayon r = 9 km de centre O contenu dans un plan horizontal. (Voir schéma).



1- Quelle condition doit remplir la locomotive du train pour effectuer un virage sans dérapage ?
En déduire les caractéristiques du vecteur accélération du centre d'inertie de la locomotive lorsqu'elle décrit le virage.

2- On désigne par $\vec{F}$ la somme des forces autre que le poids $\vec{P}$ s'exerçant sur la locomotive. Pour assurer un confort maximal, cette force doit être perpendiculaire au plan de la voie.

2.1- Représenter les forces extérieures s'exerçant sur le centre d'inertie G de la locomotive en justifiant votre construction.

2.2- Déterminer θ ; angle que doit faire le plan de la voie avec l'horizontale pour que cette condition soit satisfaite.

2.3- Déterminer h, différence de hauteur appelée dévers entre le rail extérieur et le rail intérieur sachant que la distance entre les deux rails est d = 1,44m.

2.4- Le TGV est amené à circuler sur une voie classique et à prendre un virage de rayon r' = 900m avec une vitesse $\overrightarrow{V'}$ constante. En raison des contraintes techniques, le dévers h' ne peut dépasser 16 cm.

a) En déduire l'angle θ' dont on ne peut au maximum relever la voie classique de ce virage.

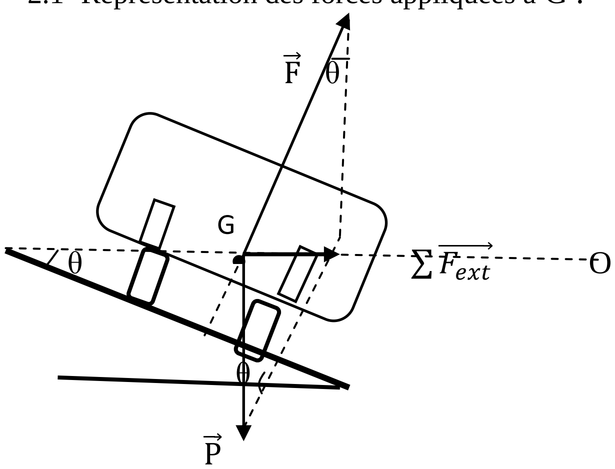
b) Déterminer la valeur de la vitesse maximale $\overrightarrow{V'_m}$ du TGV sur cette portion de voie classique.
Quel inconvénient majeur en résulte-til pour le train ?
On négligera les frottements entre les rails et la voie.

Une solution exercice 23 :

1- Condition à remplir par la locomotive du train pour effectuer un virage sans dérapage :
Son centre d'inertie doit effectuer un mouvement circulaire et uniforme.
Déduisons les caractéristiques de l'accélération de son centre d'inertie :
Point d'application : le centre d'inertie G ;
Direction et sens : centripète ;
Module: $a = \frac{V^2}{r} = \frac{(\frac{300}{3{,}6})^2}{9000} = 0{,}771 m.s^{-2}$

2-

2.1- Représentation des forces appliquées à G :



Justification de la représentation :
$\sum\overrightarrow{F_{ext}}$ doit être centripète.

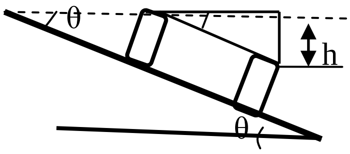
2.2- Déterminer θ ; angle que doit faire le plan de la voie avec l'horizontale pour que le mouvement de G soit circulaire et uniforme :
Appliquons le TCI à G :
$\vec{P} + \vec{F} = m.\vec{a}$

$$\tan\theta = \frac{\sum F_{ext}}{P} = \frac{V^2}{r.g}$$

AN : $\tan\theta = = \frac{V^2}{r.g} = \frac{(\frac{300}{3,6})^2}{9000.9,8} = 0,0787$

$$\theta = 4,5°$$

2 .3- Déterminons le dévers h :



La hauteur entre deux points est la distance verticale qui sépare deux plans horizontaux passant par les deux points.

$$\sin\theta = \frac{h}{d} \text{ d'où } h = d.\sin\theta$$

AN : $h = 1,44.\sin 4,5 = 1,12.10^{-1}m$

2.4-

a) Valeur maximale θ' d'inclinaison de la voie classique :

$$d.\sin\theta' \leq h' \text{ d'où } \sin\theta' \leq \frac{h'}{d} = \frac{0,16}{1,44} = 0,111$$

$$\theta' = 6,38°$$

b) Valeur de la vitesse maximale $\overrightarrow{V'_m}$ du TGV sur cette portion de voie classique :

$\tan\theta' = \frac{V'^2}{r'.g}$ d'où $V' = \sqrt{r'.g.\tan\theta'}$

AN : $V' = \sqrt{900.9,8.\tan 6,38}$ = 31,4m/s = 113,05km/h

Inconvénient majeur qui en résulte pour le train : La vitesse du train diminue considérablement et il n'est plus un TGV.

Exercice 24: Vérification de la 2ème loi de Newton / 4point. Extrait Bac C 2010 Cameroun

Le graphe de la figure ci-dessous représente à l'échelle $1/10^9$, les positions successives occupées à intervalles de temps réguliers et égaux θ=1heure, par le centre d'inertie G d'un satellite de masse m=2000kg, tournant autour de la terre dans le plan équatorial et dans le même sens que celle-ci. Le référentiel géocentrique est supposé galiléen d'origine O(0, 0). La terre est considérée comme une sphère homogène de rayon R = 6400 km et de masse M = 6.10^{24} kg. La position occupée par le centre d'inertie G du satellite à l'instant t_i est noté G_i.

On admet que le satellite n'est soumis qu'à la seule action du champ de giraviation de la terre.

On donne la constante de gravitation universelle ϵ =6,67 x 10^{-11} N.m². kg⁻²

1-En se servant du graphe,

1.1-Déterminer la valeur du rayon r de l'orbite du satellite dans le référentiel géocentrique et en déduire son altitude h par rapport à la surface de la terre.

1.2-déterminer la période T du satellite 0,5pt

2-on considère une position G_i quelconque occupée par le centre d'inertie du satellite. En considérant le satellite comme un point matériel, déterminer les caractéristiques de la force que la terre exerce sur le satellite et la représenter sur la figure ci-dessous. On prendra pour échelle :1 cm pour 200N. 0,75pt

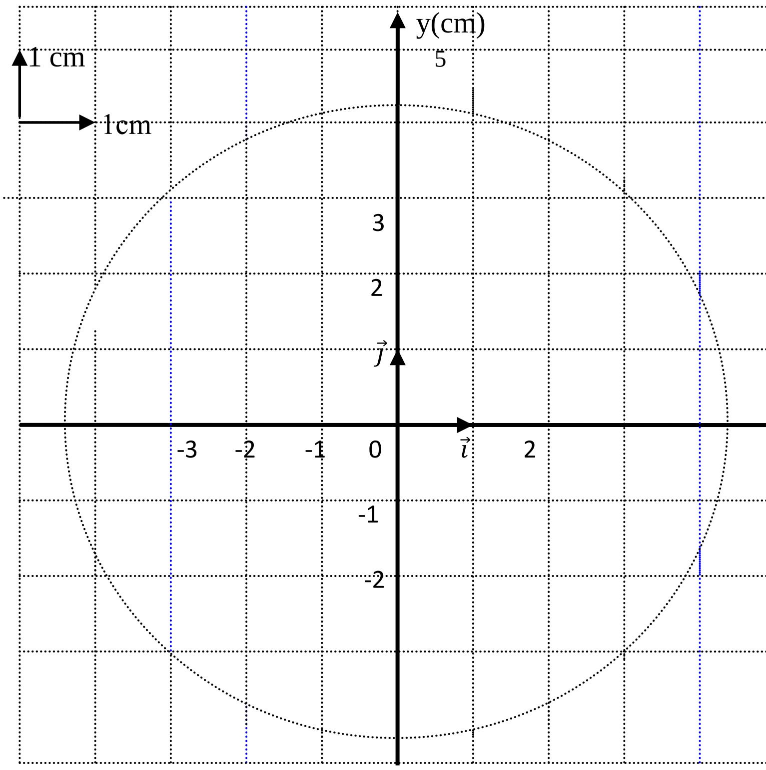
3-construire en un autre point G_k de votre choix, le vecteur $\overrightarrow{A_k}$=$\overrightarrow{G_kG_{k+2}}$ + $\overrightarrow{G_kG_{k-2}}$ et déterminer graphiquement sa norme. 0,5pt

4-On détermine l'accélération en une position G_k occupée par le centre d'inertie du satellite par la relation vectorielle :$\overrightarrow{a_k}$=$\frac{\overrightarrow{A_k}}{4.\theta^2}$; déterminer les caractéristiques de l'accélération en ce point et la représenter sur le graphe. Echelle :

1 cm pour 0,1 m.s⁻². 0,75pt

5- Enoncer la deuxième loi de Newton (théorème du centre d'inertie) et montrer qu'elle est applicable au mouvement du centre d'inertie du satellite dans le repère choisi pour construire le graphe de la figure ci-dessous.

Figure : positions occupées par le centre d'inertie G d'un satellite dans le référentiel géocentrique à l'échelle $1/10^9$. Diviser le cercle en 24 parties



Une solution exercice 24

1-

1.1-Valeur du rayon r de l'orbite du satellite :

La mesure du rayon de la trajectoire du satellite sur le graphe donne 4,2cm = r.E (E= échelle du dessin).

On en déduit que : $r = \frac{4,2.10^9\ cm}{1}$ = 42000 km.

- Déduction de l'altitude h du satellite par rapport à la surface de la terre :

$\mathrm{r = R + h \quad d'où \quad h = r - = 35600km}$

1.2- Période du satellite :

C'est la durée d'un tour du satellite. Sur le graphe on constate que le satellite fait un tour en 24h.

La période cherchée est $T = 24\ h = 98400\ s$

2- Caractéristiques de la force que la terre exerce sur le satellite :

Dans le référentiel géocentrique galiléen auquel on associe la base $(\vec{n}\ ;\vec{t})$ de Frenet, la force appliquée au satellite est la force de gravitation terrestre $\vec{F} = \in.\frac{M.m}{r^2}.\vec{n}$.

D'où les caractéristiques suivantes de $\vec{F}$:

- Point d'application : Centre d'inertie du satellite ;
- Direction et sens : Centripète ;
- Module :
- $F = \in.\frac{M.m}{r^2} =$

  $6,67.10^{-11}\frac{2000.6.10^{24}}{(42000.1000)^2}$=453,74N

Le vecteur $\vec{F}$ est représenté par un segment de droite fléchée de longueur 2,3cm et orientée vers le centre du cercle.

2- Construction du vecteur $\overrightarrow{A_k}=\overrightarrow{G_kG_{k+2}} + \overrightarrow{G_kG_{k-2}}$

Voir figure ci-dessous.

Détermination graphique de sa norme :

La mesure de la longueur de ce vecteur donne : $\ell =$ 1,2cm = $1,2.10^{-2}m$

D'où $A_k = \ell.10^9 = 1,2.10^7m$

3- Caractéristiques du vecteur :$\overrightarrow{a_k}=\frac{\overrightarrow{A_k}}{4.\theta^2}$

- Point d'application : G_k;
- Direction et sens : Centripète ;
- Module : $a_k = \frac{A_k}{4.\theta^2} = \frac{1,2.10^7}{4.3600^2} =$ $0,232\ m/s^2$

Représentation : Voir figure ci-dessous.

$\overrightarrow{a_k}$ est représenté par un segment fléché de longueur :

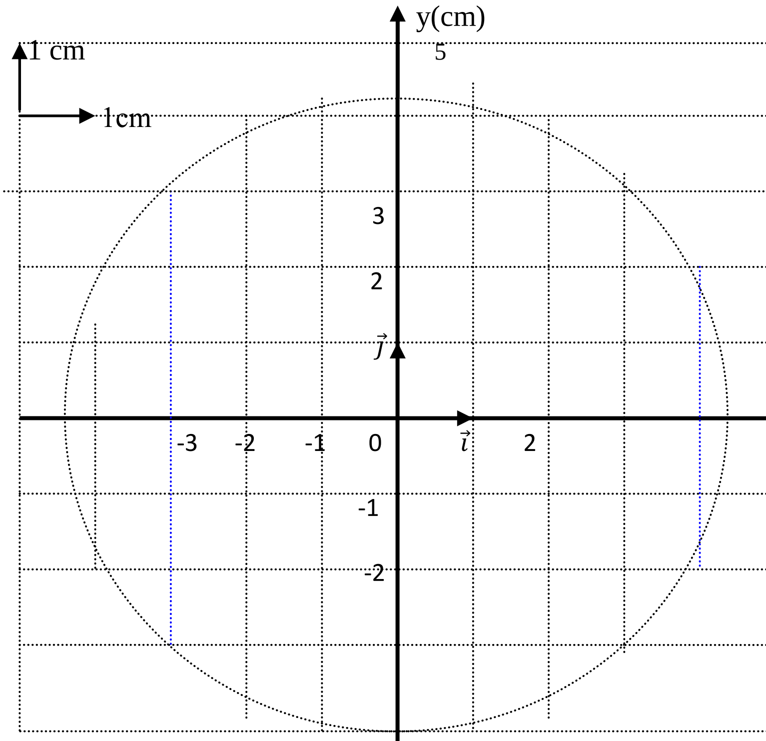
5-Enoncé de la deuxième loi de Newton : dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de sa masse par l'accélération $\overrightarrow{a_G}$ de son centre d'inertie.

Montrons que cette loi est applicable au mouvement du centre d'inertie du satellite :

Pour cela, vérifions que $F = m.a_k$

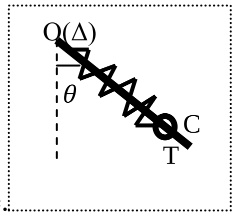
$$F = 2000.0,232 = 464\ N$$

Cette valeur est compatible à la valeur théorique qui est de 453,74N et on peut dire que la deuxième loi de Newton est vérifiée pour le satellite.



EXERCICE 25 / 4pt C + D

On dispose d'un ressort à spires non jointives de longueur au repos ℓ_0= 0,2m et de raideur k = 25N/m. on néglige la masse du ressort dans tout l'exercice. On enfile ce ressort sur une tige OT soudée à un axe vertical (Δ) faisant avec la verticale descendante un angle θ<90°. Une des extrémités du ressort est fixée en O tandis qu'à l'autre on accroche un corps C de masse m coulissant sans frottement su OT. Le système est au repos. (Voir figure)



1- Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le corps C. **0,5pt**

2- Calculer la longueur ℓ_1 du ressort à l'équilibre.

3- Calculer l'intensité R de la réaction de la tige OT sur le corps C. **0,75pt**

On donne : θ = 30° ; m = 200g et g = 10 N/kg.

4- La tige étant supprimée, l'ensemble tourne autour de l'axe (Δ) à la vitesse angulaire constante ω. Le ressort n'oscille pas et a une longueur ℓ_2.

4.1- Préciser la trajectoire décrite par le corps C.

4.2- Exprimer la longueur ℓ_2 en fonction de ω, m, θ ; k et ℓ_0. **0,75pt**

4.3- Calculer ℓ_2 sachant que ω = 7 rad/s.

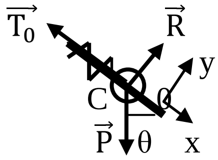
Une solution exercice 25

1- Inventaire des forces qui s'exercent sur C :

- Le poids $\vec{P}$ de C ;
- La tension $\vec{T_0}$ du ressort à l'équilibre ;
- La réaction $\vec{R}$ de la tige T.

2- Longueur ℓ_1 du ressort à l'équilibre :

Représentons les forces appliquées :



Appliquons le principe de l'inertie au corps C :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T_0} = \vec{0}$$

Projetons cette relation vectorielle sur l'axe (Ox). On a :

$\mathrm{m.g.\cos\theta} - \mathrm{k}(\ell_1 - \ell_0) = 0$

D'où $\ell_1 = \frac{\mathrm{m.g.\cos\theta}}{\mathrm{k}} + \ell_0$

AN: $\ell_1 = \frac{0{,}2.10.\cos 30°}{25} + 0{,}2 = 0{,}27 \text{ m}$

3- Intensité de la réaction de la tige sur C:

Projetons la relation vectorielle sur l'axe (Oy).

On a: $-\mathrm{m.g.\sin\theta} + \mathrm{R} = 0$

D'où $\mathrm{R} = \mathrm{m.g.\sin\theta}$

AN: $\mathrm{R} = 0{,}2.10.\sin 30° = 1 \text{ N}$

4-

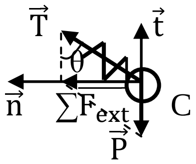
4.1- Trajectoire décrite par C après suppression de la tige :

Etudions le mouvement du corps C :

Dans le référentiel terrestre galiléen, C est soumis à :

- son poids $\vec{P}$ de C ;
- La tension $\vec{T}$ du ressort

Représentation :



Application du T C I au corps C :

$$\vec{T}\left|\begin{matrix}\mathrm{T.\sin\theta}\\ \mathrm{T.\cos\theta}\end{matrix}\right. + \vec{P}\left|\begin{matrix}0\\ -\mathrm{m.g}\end{matrix}\right. = \mathrm{m.}\vec{a}\left|\begin{matrix}a_n\\ a_t = 0\end{matrix}\right.$$

D'où $\vec{a}\left|\begin{matrix}a_n = \frac{\mathrm{T.\sin\theta}}{\mathrm{m}}\\ a_t = 0\end{matrix}\right.$

Comme l'accélération est normale, le mouvement du corps C est circulaire et uniforme.

Sa trajectoire est un cercle contenu dans un plan horizontal de rayon R = ℓ_2.sin θ.

4.2- Expression de la longueur ℓ_2 en fonction de ω, m, θ ; k et ℓ_0.

$\sin\theta = \frac{\sum F_{ext}}{T} = \frac{\mathrm{m.\omega^2.\ell_2.\sin\theta}}{\mathrm{k}(\ell_2 - \ell_0)}$

D'où $\ell_2 = \frac{\mathrm{k.\ell_0}}{\mathrm{k - m.\omega^2}}$

4.3- Application numérique :

$$\ell_2 = \frac{25.0{,}2}{25 - 0{,}2.7^2} = 0{,}33 \text{ m}$$

Exercice 26

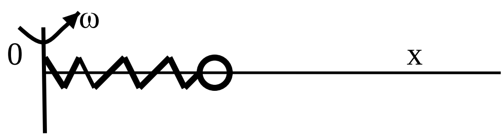
A un axe vertical YY' est fixée rigidement une tige horizontale OX. Sur cette tige est fixé un ressort à boudin R de longueur au repos ℓ_0 = 20cm. Une de ses extrémités est fixée à l'axe YY', l'autre est attachée à un solide de masse m = 10g qui peut glisser sans frottement le long de la tige OX. Le ressort s'allonge de 1cm pour une force de traction égale à 0,125N.

1-

1.1- On fait tourner l'ensemble autour de YY' avec une vitesse angulaire ω. Etablir la relation donnant l'allongement x du ressort en fonction de la vitesse angulaire ω ; la masse m étant considérée comme ponctuelle.

1.2- Le ressort ne pouvant sans déformation permanente dépasser une longueur de 1m, quelle est la plus grande vitesse de rotation possible ?

2- Sur la tige OX, on enfile à la suite du ressort R un deuxième ressort R' identique au précédent. Une de ses extrémités est fixée à la masse m, dont la longueur est négligeable ; à l'autre extrémité est fixée une masse m'=m, qui glisse également sans frottement sur OX et peut être considéré comme ponctuelle. L'ensemble tourne autour de YY' avec une vitesse angulaire ω. Calculer les longueurs ℓ et ℓ' des deux ressorts quand le système tourne avec une vitesse angulaire ω = 10rad/s. On prendra π^2 = 10.



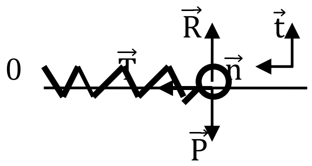
Une solution exercice 26

1- relation donnant l'allongement x du ressort en fonction de la vitesse angulaire ω ; la masse m et de k :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide est soumis à :

- Le poids $\vec{P}$ du solide ;
- La tension $\vec{T}$ du ressort ;
- La réaction $\vec{R}$ de la tige T.

Représentation :



Appliquons le T C I au solide :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T_0} = m.\vec{a}$$

Projetons cette relation vectorielle sur l'axe $\vec{n}$.

On a : $kx = m.\omega^2.(\ell_0 + x)$

D'où $x = \frac{m.\omega^2.\ell_0}{k-m.\omega^2}$ avec $k = \frac{0,125}{0,01} = 12,5\ N/m$

1.3- Plus grande vitesse de rotation possible :

$$\ell_0 + x = \ell_0 + \frac{m.\omega^2.\ell_0}{k-m.\omega^2} \leq \ell$$

$m.\omega^2.\ell_0 \leq (\ell - \ell_0)(k - m.\omega^2)$

$m.\omega^2.\ell_0 + (\ell - \ell_0)\, m.\omega^2 \leq (\ell - \ell_0)k$

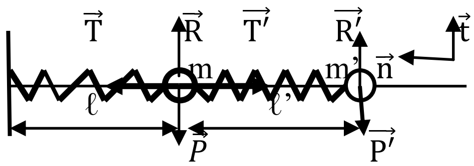
$\omega \leq \sqrt{\frac{k((\ell-\ell_0)}{m.\ell}}$

$\omega_m = \sqrt{\frac{k((\ell-\ell_0)}{m.\ell}} = \sqrt{\frac{12,5(1-0,2)}{0,01.1}} = 31,62\ rad/s$

2-Pour la démarche voir **exercice 11.**

Faisons le bilan des forces extérieures appliquées à chacune des solides à l'aide d'un schéma.

Représentation :



Appliquons le T C I à chaque solide

Solide de masse m

$\vec{T} + \vec{T'} + \vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}$

Projection sur $\vec{n}$ on a :

$$k.x - k.x' = m.\omega^2.\ell$$

$$k(\ell - \ell_0) - k.(\ell - \ell'_0) = m.\omega^2.\ell$$

(1)

Solide de masse m' :

$\vec{T'} + \vec{P'} + \vec{R} = m.\vec{a}$

Projection sur $\vec{n}$ on a :

$k.x' = m'.\omega^2.(\ell + \ell')$

$k.(\ell' - \ell'_0) = m'.\omega^2(\ell + \ell')$

$-m'.\omega^2.\ell + (k - m'.\omega^2).\ell' = k.\ell'_0$ (2)

Comme m = m', on a le système suivant :

$$\begin{cases} (k - m.\omega^2).\ell - k.\ell' = k.(\ell_0 + \ell'_0) \\ -m.\omega^2.\ell + (k - m.\omega^2).\ell' = k.\ell'_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 11,5.\ell - 12,5.\ell' = 5 \\ -\ell + 11,5.\ell' = 2,5 \end{cases}$$

La résolution de ce système donne ℓ = 0,74 m et ℓ' = 0,28 m.

PROBLEME 1 : Ephémérides (30 pt)

Les deux parties sont INDEPENDANTES.

Autour de la planète Jupiter gravitent des satellites naturels. Les quatre plus gros sont Lo, Europe, ganymède et Callisto.

Dans un référentiel centré sur Jupiter supposé galiléen, on considère que le centre de chacun des satellites est aimé d'un mouvement circulaire uniforme autour du centre J de Jupiter. Sur la figure 1 (ci-dessous), on a représenté uniquement la trajectoire du centre d'inertie E d'Europe. Les trajectoires des autres satellites appartiennent sensiblement à ce même plan qui contient aussi le centre T de la terre.

Une revue d'astronomie a publié les courbes donnant des variations, en fonction du temps, de l'ordonnée y de chacun des quatre satellites dans le repère orthonormé (J, $\vec{i}$, $\vec{J}$) lié au référentiel choisi.

Les courbes ou éphémérides obtenues entre le 21 avril 1997 à 00 h 00 et le 2 mai 1997 sont données.

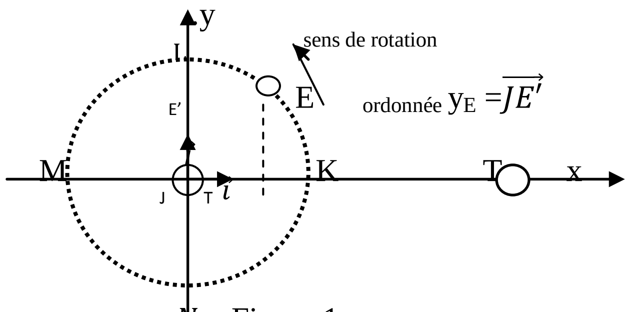


Figure 1

1- Exploitation des courbes publiées par la revue.

1.1-Sur la figure 1 ci-dessus, on a noté K, L, M et N les positions particulières d'Europe quand sa trajectoire coupe les axes (Jx) et (Jy). Sur le document 1 fourmi en annexe à rendre avec la copie, on a placé un point K' qui correspond à un passage du satellite Europe au point K de sa trajectoire. Placer sur le document 1, les points L', M' et N' qui correspondent respectivement aux passages successifs du satellite Europe par les points L, M et N.

1.2-Déterminer la période de révolution du satellite Europe.

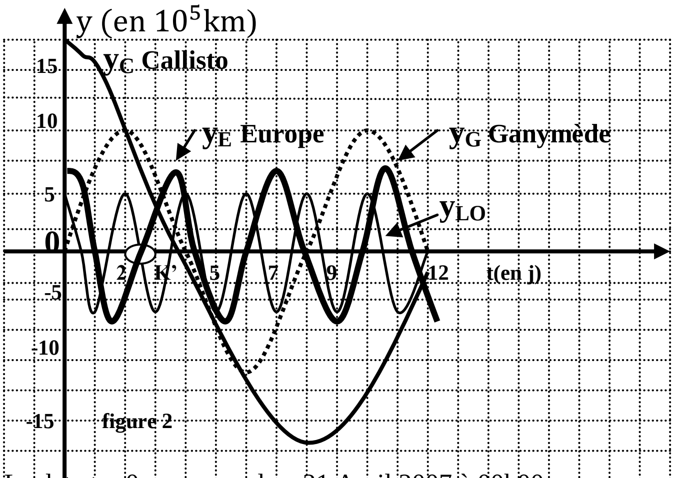
1.3-Déterminer le diamètre de la trajectoire du satellite Europe.

1.4-identifier le satellite le plus proche de Jupiter puis le satellite ayant la plus grande période de révolution.

2-Détermination de la masse de Jupiter

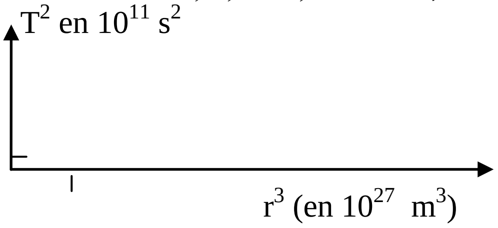
On considère que chaque satellite de masse m n'est soumis qu'à la seule force gravitationnelle de la part de Jupiter de masse M et que les

satellites ont une répartition de masse à symétrie sphérique.
On note r le rayon de la trajectoire circulaire décrite par les satellites autour de Jupiter.
r représente la distance entre le centre de Jupiter et le centre du satellite étudié.
2.1-Donner l'expression vectorielle de la force de gravitation $\overrightarrow{F_{J/S}}$ exercée par Jupiter sur un satellite. Représenter cette force sur un schéma.
2.2-Montrer qu'un satellite est animé d'un mouvement uniforme et déterminer l'expression de sa vitesse en fonction de M et r.
2.3-Quel est le satellite le plus rapide. Justifier.
2.4-Etablir la troisième loi de Kepler.
2.5-L'étude des mouvements des satellites de Jupiter, réalisée dans la partie 1, permet de déterminer la période et le rayon de l'orbite de chaque satellite. Tracer le graphe $T^2 = f(r^3)$ sur le document 2 fourni en annexe à rendre avec la copie.
2.6-En observant ce graphe, pourquoi peut-on dire que la troisième loi de Kepler est vérifiée ? Déterminez l'équation de la meilleure droite passant par les points obtenus et déduire l'ordre de grandeur de Jupiter. On prend $\pi^2 = 10$ et $G = 1 \times 10^{-10}$ unités SI.



La date t = 0 correspond au 21 Avril 2007 à 00h00

Donnée : $\ell n2 = 0,7$; $\ell n\, 1,8.10^7 = 16,7$.



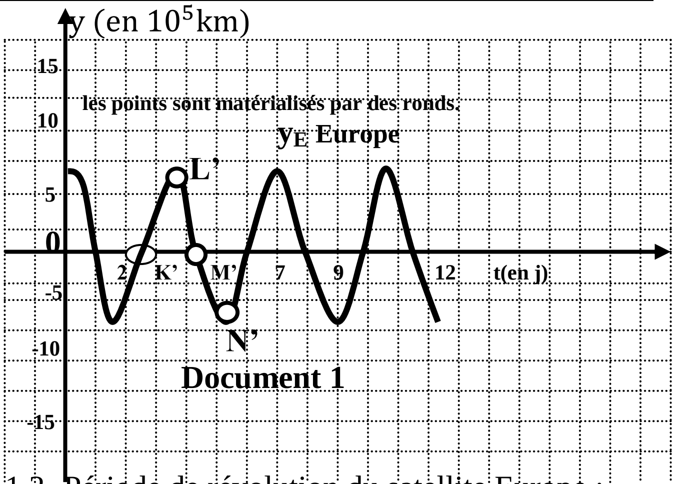
Document 2

Une solution problème 1

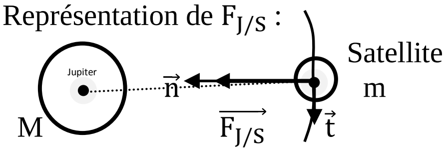
1-
1.1- Plaçons les points L' ; M' et N' :

Le mouvement de Europe est uniforme. Les points K ; L ; M et N sont des positions occupées par Europe à intervalle de temps régulier de $\frac{T}{4}$.
Comme K' est déjà indiqué, on a le tableau suivant :

Points	K'	L'	M'	N'
Ordonnées y	0	y_{Em}	0	$-y_{Em}$



1.2- Période de révolution du satellite Europe :
Le graphe montre que 3,5.T = 12 jours D'où
$T = \frac{12}{3,5} = 3,43\text{ j} = 3,43.24.3600 = 296,23.10^3\text{s}.$
1.3- Diamètre de la trajectoire du satellite Europe :
D'après le graphe, $12.10^5\text{km} < D < 15.10^5$ km
1.4-Satellite le plus poche de Jupiter :
C'est le satellite ayant la plus petite amplitude parmi les sinusoïdes de la figure 2.
C'est le satellite L0.
Le satellite ayant la plus petite période est encore L0.
2-
2.1- Expression de la force de gravitation $\overrightarrow{F_{J/S}}$ exercée par Jupiter sur un satellite :
$\overrightarrow{F_{J/S}} = -G.\frac{M.m}{r^2}.\frac{\overrightarrow{JS}}{JS}$
Représentation de $F_{J/S}$:



2.2- Montrons qu'un satellite a un mouvement uniforme :
Appliquons le T C I au satellite dans le référentiel géocentrique galiléen :
$\overrightarrow{F_{J/S}}\left|\begin{matrix} G.\frac{M.m}{r^2} \\ 0 \end{matrix}\right. = m.\vec{a}\left|\begin{matrix} a_n \\ a_t \end{matrix}\right.$ d'où $\vec{a}\left|\begin{matrix} a_n = G.\frac{M}{r^2} \\ a_t = 0 \end{matrix}\right.$
Comme l'accélération du mouvement du satellite est normale, son mouvement est circulaire et uniforme.
2.3- Satellite le plus rapide : L0 ;
Justification : Il a la plus petite période. C'est-à-dire qu'il fait un tour en peu de temps.
2.4- Etablissons la troisième loi de Kepler :
$T = \frac{2.\pi.r}{v}$

$a = \frac{V^2}{r} = G.\frac{M}{r^2}$ d'où $V^2 = \frac{G.M}{r}$

$T^2 = \frac{4.\pi^2.r^2}{V^2} = \frac{4.\pi^2.r^3}{G.M}$

L'expression de la troisième loi de Kepler cherchée est : $T^2 = \frac{4.\pi^2}{G.M}.r^3$

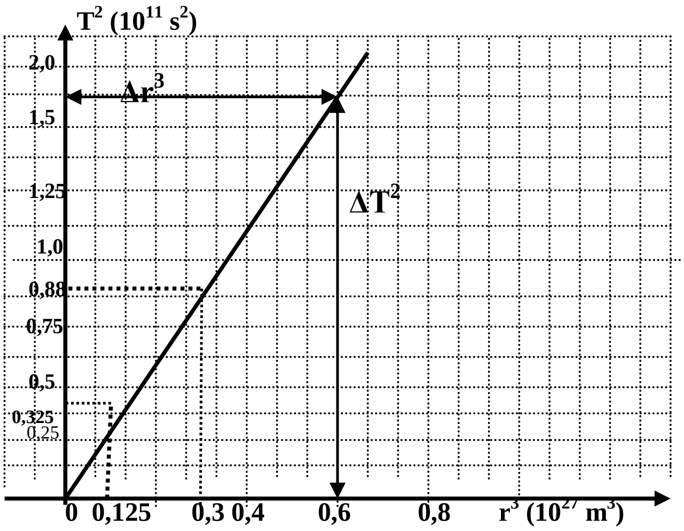
Enoncé : Le carré de la période de révolution d'un satellite est proportionnel au cube du rayon de sa trajectoire.

2.5- Tracé du graphe $T^2 = f(r^3)$:

Pour avoir r et T, on procède comme dans le cas du satellite Europe.

Tableau des valeurs :

	Satellites			
	L0	Europe	Ganymède	Callisto
T(s)	180312	296230	691200	777600
T^2 (10^{11} s^2)	**0,325**	**0,88**	**4,78**	**6,04**
r (10^9 m)	0,5	0,675	1	1,45
r^3 (10^{27} m^3)	**0,125**	**0,307**	**1**	**3,04**



2.6- On peut dire que la troisième loi de Kepler est vérifiée car le grape $T^2 = f(r^3)$ est une droite linéaire. D'où T^2 est proportionnel à r^3.

2.7- Equation de la meilleure droite passant par les différents points :

$T^2 = \frac{\Delta T^2}{\Delta r^3}.r^3 = \frac{1,75.10^{11}}{0,6.10^{27}}.r^3 = 2,92.10^{-16}.r^3$

Ordre de grandeur de Jupiter :

$\frac{4.\pi^2}{G.M}. = 2,92.10^{-16}$ d'où $M = \frac{4.\pi^2}{G.2,92.10^{-16}}.$

AN :

$$M = \frac{4.10}{10^{-10}.2,92.10^{-16}.} = 1,34.10^{27}\text{kg}$$

Remarque : Pour la question 2.7 la valeur de M n'est pas juste car il faut utiliser le papier millimétré. Cependant le raisonnement est juste.

Chapitre 5 : Généralités sur les systèmes oscillants.

Objectifs

- Savoir :
- Citer des exemples de systèmes oscillants
- Définir grandeur sinusoïdale, amplitude ; période ; fréquence, pulsation ; phase ; oscillation ; vibration ; alternance ; oscillation harmonique.
- Donner la relation entre période et fréquence ; entre période et pulsation. Donner les unités de ces différentes grandeurs.
- Définir le déphasage de deux phénomènes sinusoïdaux synchrones.

- Savoir faire théorique
- Exprimer la grandeur associée à un système oscillant
- Exploiter la courbe d'enregistrement ou celle donnée par l'oscilloscope pour déterminer l'amplitude et la période.
- Représenter graphiquement une loi horaire
- Exploiter les résultats donnés par l'éclairage stroboscopique pour dégager la période et la fréquence du phénomène
- Représenter la grandeur associée à un système oscillant par la méthode de Fresnel.
- Comparer deux phénomènes sinusoïdaux de même période.
- Faire la somme de deux fonctions sinusoïdales synchrones par la méthode de Fresnel.

- Savoir faire expérimental
- Mesurer et déterminer l'amplitude ; la période et la fréquence par la méthode d'enregistrement graphique ; l'oscilloscope électronique ou par stroboscopie.

1- Définitions et exemples

1.1-Phénomène périodique

Un phénomène est dit périodique lorsqu'il se reproduit identique à lui même à des intervalles de temps successifs égaux

Exemples :

Les années : les saisons : les marées ; les éclipses ; les battements de cœur.

1.2- Système oscillant ou oscillateur

Un système oscillant ou oscillateur est un système qui peut évoluer du fait de ses caractéristiques propres de façon alternative et périodique de part et d'autre d'une position d'équilibre.

Une oscillation est le mouvement d'un oscillateur sur une période. (On dit aussi une vibration)

Exemple de systèmes oscillants :

- Les oscillateurs mécaniques ; le balancier d'une horloge
- Oscillateur biologique : le cœur humain
- Oscillateur électrique : décharge d'un condensateur dans une bobine inductive de résistance négligeable.
- Les oscillateurs acoustiques : la guitare ; le violon, le piano ; le diapason ; l'orgue.

Les oscillateurs sont classés en deux groupes ;

- Les oscillateurs libres :

Ce sont ceux dont la période n'est pas imposée de l'extérieur. Ils possèdent une période qui leur est propre.

Exemple : Décharge d'un condensateur dans une bobine inductive de résistance négligeable.

- Les oscillateurs forcés : Ce sont ceux dont la période est imposée par l'extérieur. Celle-ci peut être différente de leur période propre.

Exemple : La balançoire. En effet lorsqu'un homme pousse un enfant sur une balançoire, à chaque oscillation, il restitue au système l'énergie qui a été perdue par frottement.

1.3- Phénomène vibratoire

Un phénomène périodique est dit vibratoire ou oscillatoire lorsque la grandeur physique associée varie de part et d'autre d'une valeur moyenne.

Exemple ; Une tension alternative varie de $+U_{max}$ à $-U_{max}$ de part et d'autre de $U = 0$.

2- Caractéristiques du mouvement d'un système oscillant

2.1-Loi horaire

C'est la grandeur caractéristique qui permet de décrire l'évolution au cours du temps du mouvement d'un système oscillant. Cette loi horaire peut être une grandeur sinusoïdale du temps c-à-d une fonction sinusoïdale du temps de la forme

$f(t) = F_m \cos(\omega t + \varphi)$ ou

$f(t) = F_m \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$

Exemples de lois horaires :

- Loi horaire associée au mouvement d'un pendule simple non amorti :
  $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$ ou
  $\theta(t) = \theta_m \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$
- Loi horaire associée au mouvement rectiligne sinusoïdal
  $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ ou
  $x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$
- Loi horaire associée à une tension alternative ;
  $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ ou
  $u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$

Remarque :
Si une loi horaire est de la forme $f(t) = F_m \sin(\omega t + \varphi)$ alors on peut également l'écrire sous la forme :
$f(t) = F_m \cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})$

Un oscillateur harmonique est un oscillateur dont la loi horaire est une fonction sinusoïdale du temps.

2.2- Définition des grandeurs associées à une loi horaire.

Considérons une loi horaire de la forme

$f(t) = F_m \cos(\omega t + \varphi)$.

2.2.1-Elongation du mouvement de l'oscillateur

C'est la quantité f(t). C'est l'écart à un instant donné entre la position considérée et la position d'équilibre. C'est une grandeur algébrique.

2.2.2- L'amplitude F_m

C'est la valeur absolue de l'élongation maximale. Elle a même unité que l'élongation. Deux phénomènes sinusoïdaux de même amplitude sont dits **isochrones**.

2.2.3- La période T

C'est le plus petit intervalle de temps au bout duquel le phénomène se reproduit identique ç lui même.
Elle s'exprime en seconde et est liée à la Pulsation par la relation :

$T = \frac{2.\pi}{\omega}$

ω : pulsation en radian par seconde ($rad.s^{-1}$) ;
T : période en seconde (s)

Une période correspond à deux alternances de même durée.
Une alternance est le mouvement d'un oscillateur pendant une demi-période.
Deux phénomènes sinusoïdaux de même période sont dits **synchrones**.

2.2.4- La fréquence N ou f

C'est le nombre de période par seconde. Elle s'exprime en hertz (Hz). Elle est liée à la période et à la pulsation par les relations :

$N = f = \frac{1}{T}$ ou $\omega = 2.\pi.N$

2.2.5- La pulsation ω

C'est la quantité $\omega = 2.\pi.N$ et qui s'exprime en radian par seconde ($rad.s^{-1}$)

2.2.6- La phase

La quantité $(\omega.t + \varphi)$ représente la phase à l'instant t et φ la phase à l'instant t = 0 ou phase initiale.
Elle s'exprime en radian (rad)

Remarque :
Deux phénomènes périodiques peuvent avoir la même période et la même amplitude. Ils sont dits **iso synchrones.**

2.3- Représentation d'une loi horaire

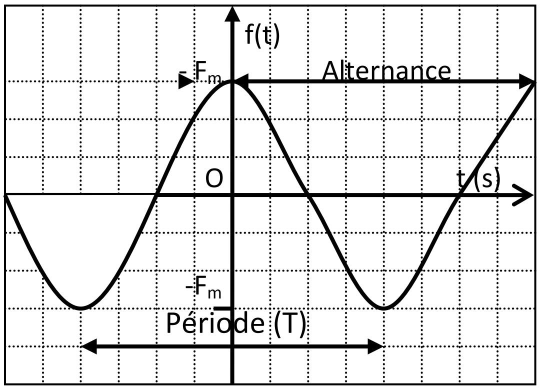
Considérons une loi horaire de la forme

$f(t) = F_m \cos(\omega t + \varphi)$.

Pour représenter cette loi horaire, il faut :

-Respecter les échelles sur les axes ;
-Calculer la période des oscillations ;
-Choisir des valeurs du temps qui sont des sous multiples et des multiples de la période ($0; \frac{T}{4}; \frac{T}{2}; \frac{3T}{4}; T; \frac{5T}{4}$…….)
-Respecter l'intervalle de représentation choisi.

La représentation graphique d'une telle loi est la suivante **:**



Exemple d'application :

Représenter dans l'intervalle [0 ; T] la loi horaire du mouvement rectiligne sinusoïdal suivante :

$x(t) = 2.\cos(100.\pi.t + \frac{\pi}{2})$. En mm.

Echelle : 2cm correspond à 1mm en ordonnées et 1cm correspond à 2.10^{-3}s.

<u>Une solution</u>

-La période du mouvement est $T = \frac{2.\pi}{100.\pi} = 2.10^{-2}$s

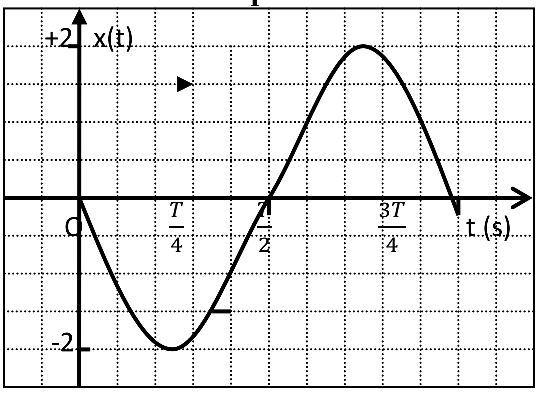
Ce temps correspond à 10cm.

Tableau des valeurs :

T	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
x(t)	0	-2	0	2	0

Représentation

N.B un carreau représente 1 cm.



Remarquons que la fonction

$x(t) = 2.\cos(100.\pi.t + \frac{\pi}{2})$ est équivalente à la fonction $x(t) = 2.\sin(100.\pi.t + \pi)$.

2.3- Equation différentielle du mouvement d'un oscillateur harmonique

Dérivons la fonction sinusoïdale du temps

$\mathbf{f(t) = F_m \cos(\omega t + \varphi)}$ deux fois par rapport au temps

$$\dot{f}(t) = \frac{df(t)}{dt} = -F_m\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\ddot{f}(t) = \frac{d^2 f(t)}{dt^2} = -F_m\omega^2\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 f(t)$$

D'où $\ddot{f}(t) + \omega^2.f(t) = 0$

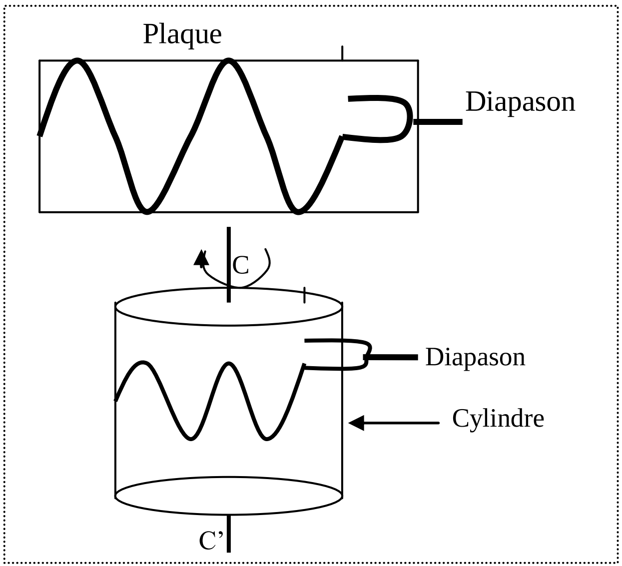
C'est l'équation différentielle du mouvement d'un oscillateur harmonique.

3- Etude expérimentale du mouvement d'un système oscillant

3.1-Enregistrement graphique

C'est une méthode utilisée pour analyser l'évolution d'un système dont on peut faire inscrire directement les oscillations.

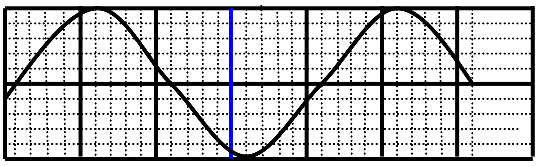
- Enregistrement de l'évolution d'un oscillateur harmonique



La pointe d'un stylet fixée à l'extrémité d'un diapason trace une courbe sinusoïdale sur une plaque se déplaçant d'un mouvement uniforme. La connaissance de la longueur correspondant à une oscillation et de la vitesse de translation de la plaque permet de déterminer la période de l'oscillateur.

<u>Exemple Exercice</u> 11 page 128.

L'enregistrement du mouvement d'un oscillateur mécanique est effectué à l'aide d'un cylindre tournant de sorte qu'un point de sa périphérie ait une vitesse de 20 cm.s^{-1}. En utilisant le graphique ci-dessous, déterminé :



Echelle 0,5cm

0,5cm

11.1- L'amplitude du mouvement de l'oscillateur.

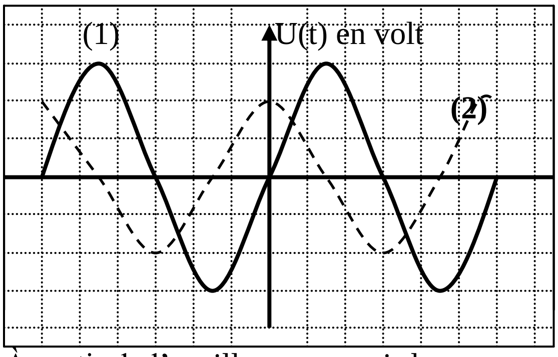
11.2- Sa période et sa fréquence.
11.3- Son équation horaire.
Solution :
11.1- Amplitude du mouvement :
D'après le graphique, a = 0,5cm.
11.2- Période du mouvement de l'oscillateur.
En une période du mouvement, un point de la périphérie du cylindre parcourt une distance de 2 cm. Comme le mouvement du cylindre est uniforme, nous pouvons écrire :
d = V.T d'où $T = \frac{d}{V} = \frac{2}{20} = 0,1$ s

- Fréquence du mouvement :

$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,1} = 10$ Hz
11.3- Equation horaire du mouvement.
Le mouvement étant rectiligne et sinusoïdal, l'équation horaire est de la forme :

$$\mathbf{x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi)} \quad \textbf{ou}$$
$$\mathbf{x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})}$$

$X_m = 5.10^{-3}$m $\quad \omega = 2.\pi.N$
A l'instant t = 0 ; $x(t) = -0,1cm = 10^{-3}$m
On a : $\mathbf{-10^{-3} = 5.10^{-3} \sin(\omega.0 + \varphi)}$
$\sin\varphi = -\frac{1}{5}$ et $\boldsymbol{\varphi = -11,53° = -0,2}$ **rad**
L'équation horaire est alors :
$x(t) = 5.10^{-4}$ si (20πt – 0,2)
ou $x(t) = 5.10^{-4}$ cos (20πt – 1,77) en m.
Autres exemples :
Exercices : 7 ; 8 ; 10 page 127
3.2- Analyse à l'oscilloscope
L'oscilloscope électronique ou oscillographe est un appareil utilisé au laboratoire pour étudier l'évolution des systèmes oscillants. Il comporte un capteur qui permet de convertir le signal périodique en un signal électrique observable sur l'écran de l'oscilloscope.
Exemple ; Exercice 14 page 128



À partir de l'oscillogramme ci-dessus:
S=2v/div $\quad$ b=4 ms/div
Déterminer:
14-1- la période et la fréquence de chaque signal.
14-2- l'amplitude de chaque signal.
14-3- le déphasage
14.4- Quel est, de ces deux signaux, celui qui est en avance sur l'autre.

Une solution :
14.1- Période et fréquence du mouvement
Les deux signaux sont synchrones. Ils ont la même période et la même fréquence.

- Période du mouvement

$T = 6.\ 4.10^{-3}$ s $= 24.10^{-3}$ s

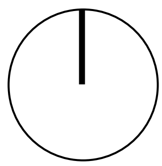
- Fréquence du mouvement

$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{24.10^{-3}} = 41,67$ Hz
14.2- Amplitude de chaque signal

signal	Tension maximale
Signal (1)	U_{1m} = 3.2 = 6 V
signal (2)	U_{2m} = 2.2 = 4 V

14.3- Déphasage :
Sachant que le décalage horaire est $\theta = \frac{T}{4}$ et
$\Delta\boldsymbol{\varphi} = \omega.\theta$; on a : $\Delta\varphi = \frac{T}{4}.\frac{2.\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$ rad.
14.4- Le signal (2) est en avance de phase sur le signal (1) de $\frac{\pi}{2}$ rad. (Quadrature de phase)
3.3- Analyse stroboscopique
3.3.1- Définition
La stroboscopie est une méthode d'analyse des phénomènes périodiques très rapides. (Fréquence supérieure à 10Hz ou période inférieure à 0,1s).
La stroboscopie utilise un stroboscope, source de lumière intermittente qui émet périodiquement des éclairs très brefs dont on peut faire varier la fréquence $N_e = f_e$ ou la période T_e.

3.3.2- Etude stroboscopique de la rotation d'un disque
Considérons un disque blanc sur lequel on a peint un rayon noir et fixé en son centre sur l'arbre d'un moteur tournant à vitesse constante.
Si la vitesse de rotation du disque est très grande, le disque parait uniformément gris.



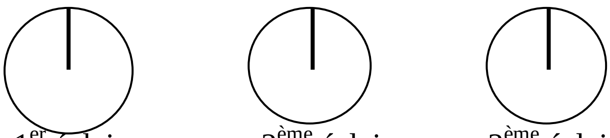
Soit N la fréquence de rotation du disque. Eclairons le à l'aide d'un stroboscope de fréquence des éclairs N_e. Pour expliquer l'apparence observée, il suffit de répondre à la question suivante :

Quel mouvement effectue le disque entre deux éclairs consécutifs ?

- 1er cas : Immobilité apparente avec un repère fixe :

$T_e = k.T$ ou $N_e = \frac{1}{k}N$ (k appartenant à IN^*)

Entre deux éclairs consécutifs, le disque effectue k tours. Le disque est éclairé dans la même position et parait immobile.



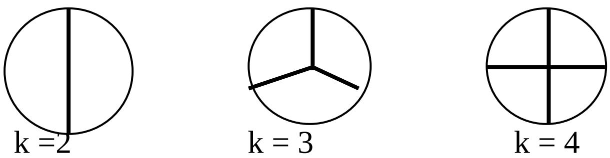
1er éclair 2ème éclair 3ème éclair

La plus grande valeur de la fréquence des éclairs pour laquelle on observe une immobilité apparente avec un repère fixe correspond à la fréquence du mouvement périodique étudié.

- 2ème cas : Immobilité apparente avec k repères fixes.

$T_e = \frac{1}{k}T$ ou $N_e = k.N$ (k appartenant à IN^*)

Entre deux éclairs consécutifs, le disque fait $\frac{1}{k}$ tour. Le disque est éclairé k fois par tour toujours au même endroit.



k =2 k = 3 k = 4

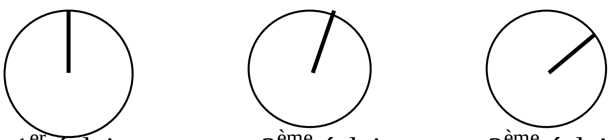
2 repères fixes 3 repères fixes 4 repères fixes

En général, lorsque $N_e = k.N$, on observe k fois le repère fixe.

3ème cas : mouvement ralenti direct

$T_e \approx T$ avec $T_e \succ T$ ou $N_e \approx \frac{1}{k}N$ avec $N_e \prec \frac{1}{k}N$

Entre deux éclairs consécutifs, le disque effectue un peut plus de k tour. L'œil ne voit que la fraction de tour et observe un mouvement ralenti de même sens que le sens réel du mouvement.



1er éclair 2ème éclair 3ème éclair

4ème : Mouvement apparent rétrograde ou indirect.

$T_e \approx T$ avec $T_e \prec T$ ou $N_e \approx \frac{1}{k}N$ avec $N_e \succ \frac{1}{k}N$

Entre deux éclairs consécutifs, le disque effectue un peut moins de k tour. L'œil ne voit que la fraction de tour et observe un mouvement ralenti de sens contraire que le sens réel du mouvement.

- Fréquence du mouvement apparent

La valeur algébrique de la fréquence du mouvement apparent est donnée par la relation :

$N_a = N - k.N_e$

→ Si $N_a \succ 0$, le mouvement apparent est direct.

→ Si $N_a \prec 0$, le mouvement apparent est rétrograde.

Pour résoudre un problème de stroboscopie, il faut d'abord identifier le mouvement périodique de plus petite période et appliquer les résultats développés plus haut.

<u>Exemple</u> : exercice 19 page : 129 Classique

Un ventilateur comportant trois pales régulièrement espacées et tournant à la vitesse 720 tr/min est éclairé à l'aide d'un stroboscope.

19.1- Quelle est la fréquence de rotation du ventilateur ?

19.2- Identifier le mouvement périodique de plus courte durée et déterminer sa fréquence.

19.3- Qu'observe-t-on lorsque la fréquence des éclairs est : 18 Hz ; 72Hz ; 19Hz ?

<u>Une solution</u> :

19.1- Fréquence de rotation du ventilateur.

$N = \frac{720}{60} = 12$ Hz

19.2- Identification du mouvement périodique.

En un tour du ventilateur, chaque pale occupe la place de la pale suivante et ainsi de suite. Comme les pales sont régulièrement espacées, le mouvement périodique étudié est **la réalisation d'un tier de tour.**

- La fréquence du mouvement périodique :

Sa période est $T' = \frac{T}{3} = \frac{1}{3N}$

D'où la fréquence du mouvement est

$N' = 3.N$

AN : $N' = 12.3 = 36$ Hz

19.3- Observations :

- La fréquence des éclairs est $N_e = 18$ Hz :

$N_e = \frac{1}{2}N'$

Entre deux éclairs, chaque pale effectue 2/3 de tours. On observe une immobilité apparente avec 3 pales fixes.

- La fréquence des éclairs est $N_e = 72$ Hz

$N_e = 2.N'$

Entre deux éclairs, chaque pale fait $\frac{1}{6}$ ème de tour. On observe une immobilité apparente avec 6 pales fixes.

- La fréquence des éclairs est N_e = 19 Hz :

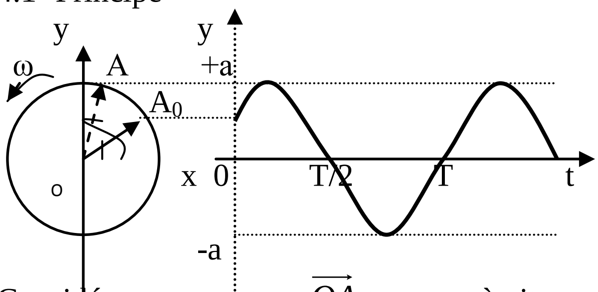
$N_e \approx \dfrac{1}{k}N'$ avec $k \prec 1$

Entre deux éclairs consécutifs, chaque pale effectue un peu moins d'un tiers de tour. On observe un mouvement apparent ralenti rétrograde de trois pales fixes.

Devoir : Exercices : 18 ; 20 page 129

4-Représentation d'une fonction sinusoïdale du temps par la méthode de Fresnel

4.1- Principe



Considérons un vecteur $\overrightarrow{OA}$ tournant à vitesse angulaire constante ω dans le sens trigonométrique.

A l'instant t=0, le vecteur $\overrightarrow{OA}$ est repéré par l'angle ($\overrightarrow{Ox}$; $\overrightarrow{OA_0}$) = φ

A un instant quelconque t, le vecteur $\overrightarrow{OA}$ est repéré par l'angle ($\overrightarrow{Ox}$; $\overrightarrow{OA}$) = (ω.t + φ)

Projetons le vecteur tournant $\overrightarrow{OA}$ sur chacun des axes Ox et Oy. Nous avons :

Suivant Ox : x = a.cos (ω.t + φ)

Suivant Oy : y = a.sin (ω.t + φ)

La représentation des fonctions sinusoïdales du temps x et y par un vecteur tournant $\overrightarrow{OA}$ est appelée représentation de Fresnel.

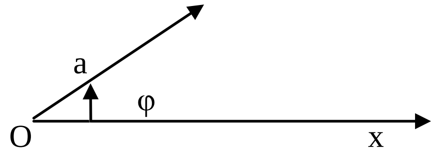
Les conventions de cette représentation sont les suivantes :

- Module du vecteur $\overrightarrow{OA} = a$; amplitude du mouvement ;

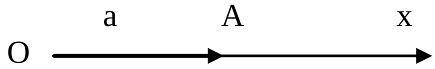
L'angle $(\widehat{\overrightarrow{Ox}\,;\overrightarrow{OA_0}})$ = φ est un angle polaire et représente la phase à l'origine.

Exemple de représentation de Fresnel :

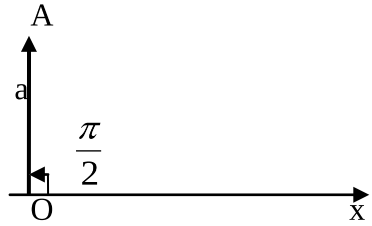
- x = a.cos (ω.t + φ)



- x = a.cos ω.t



- y = a.sin (ω.t + $\frac{\pi}{2}$)

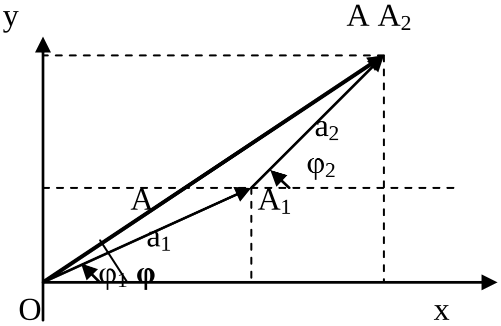


4.2- Somme de deux fonctions sinusoïdale de même période.

Il s'agit de calculer par la méthode de Fresnel la somme de deux fonctions sinusoïdales de même période : $x_1 = a_1.\cos(\omega.t + \varphi_1)$ et
$x_2 = a_2.\cos(\omega.t + \varphi_2)$.

Pour cela, traçons les vecteurs de Fresnel $\overrightarrow{OA_1}$ et $\overrightarrow{A_1A_2}$ des fonctions x_1 et x_2 puis le vecteur $\overrightarrow{OA_2}$ tel que $\overrightarrow{OA_2} = \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{A_1A_2}$

Le vecteur $\overrightarrow{OA}$ de norme a est le vecteur de Fresnel associé à la somme des fonctions x_1 et x_2 tel que la projection de $\overrightarrow{OA}$ sur Ox soit
x = a.cos (ω.t + φ)



De la représentation de Fresnel ci-dessus, A est tel que :

$A^2 = (a_1.\cos\varphi_1 + a_2.\cos\varphi_2)^2 + (a_1.\sin\varphi_1 + a_2.\sin\varphi_2)^2$

$$\tan\varphi = \frac{a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2}{a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2}$$

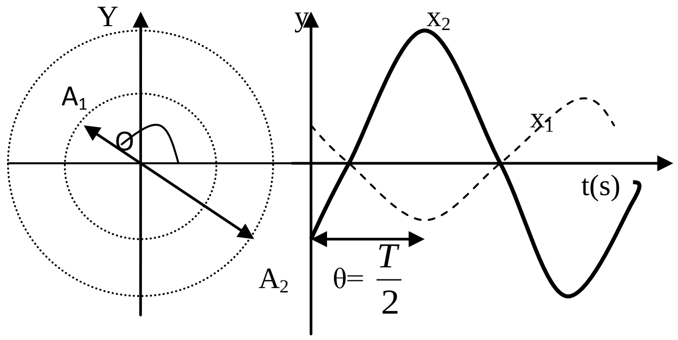
4.3- Différence de phase de deux fonctions sinusoïdales de même période.

Soient deux fonctions sinusoïdales du temps :
$x_1 = a_1.\cos(\omega.t + \varphi_1)$ et
$x_2 = a_2.\cos(\omega.t + \varphi_2)$.

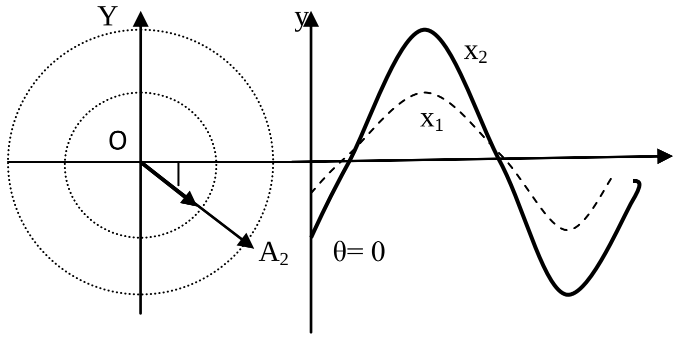
- x_1 est en avance de phase sur x_2 si φ_1 est supérieur à φ_2. La différence $\varphi_2 - \varphi_1$ représente la différence de phase entre x_1 et x_2.

- $| \varphi_2 - \varphi_1 | = \omega.\theta$ où θ représente le décalage horaire entre x_1 et x_2 exprimé en seconde et ω la pulsation en rad.s^{-1}.

4.3.1-Fonctions en opposition de phase.
Deux fonctions x_1 et x_2 sont en opposition de phase lorsque leur différence de phase $\varphi_2 - \varphi_1 = .\pi + 2k.\pi$ ($k \in Z$).
Les deux fonctions s'annulent en même temps. L'une est maximale quand l'autre est minimale.



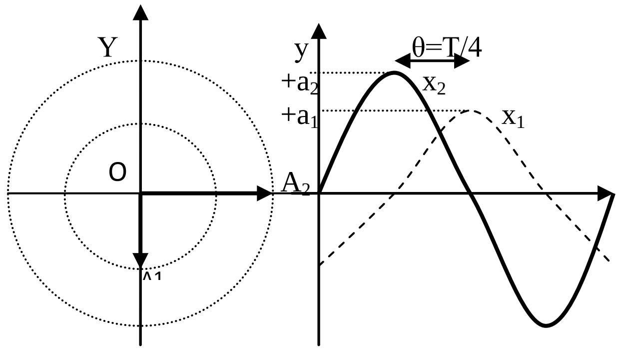
4.3.2- Fonction en phase.
Deux fonctions x_1 et x_2 sont en phase lorsque leur différence de phase $\varphi_2 - \varphi_1 = 2.k.\pi$ ($k \in Z$).
Les deux fonctions s'annulent en même temps.et atteignent leur maximum ou leur minimum en même temps



4.3.2- Fonction en quadrature de phase.
Deux fonctions x_1 et x_2 sont en quadrature de phase lorsque leur différence de phase

$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} + 2.k.\pi$ ($k \in Z$).

Le décalage horaire $\theta = \frac{T}{4}$



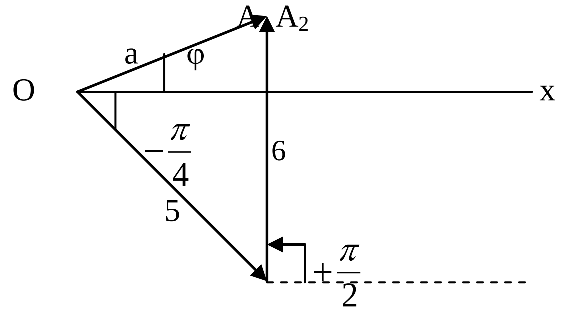
Exemple d'application : Exercice 16 page 129
Déterminer par la construction de Fresnel la somme des fonctions sinusoïdales suivantes :

16.1-$x_1 = 5.\sin(\omega.t - \frac{\pi}{4})$ et

$x_2 = 6.\sin(\omega.t + \frac{\pi}{2})$ en cm

16.2- $i_1 = 5\sqrt{2}\cos \omega.t$ et $i_2 = 3\sqrt{2}\cos(\omega.t + \frac{\pi}{3})$

<u>Une solution</u>.
16.1- Construction de Fresnel.



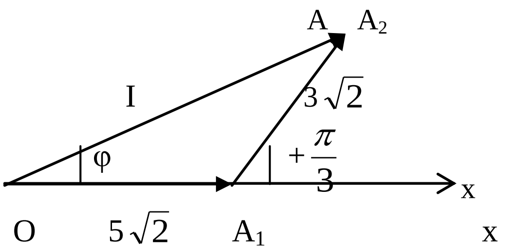
$a^2 = (5.\cos(-\frac{\pi}{4}) + 6\cos\frac{\pi}{2})^2 + (5.\sin(-\frac{\pi}{4}) + 6.\sin\frac{\pi}{2})^2$

D'où a = 4,31 cm.

$$\tan\varphi = \frac{5\sin(-\frac{\pi}{4}) + 6\sin\frac{\pi}{2}}{5\cos(-\frac{\pi}{4}) + 6\cos\frac{\pi}{2}} = 0{,}69$$

$x = x_1 + x_2 = 4{,}31 \sin(\omega.t + 0{,}61)$

16.2- $i_1 = 5\sqrt{2}\cos \omega.t$ et $i_2 = 3\sqrt{2}\cos(\omega.t + \frac{\pi}{3})$



$I^2 = (5\sqrt{2}.\cos 0 + 3\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{3})^2 + (5.\sqrt{2}\sin 0 + 3\sqrt{2}.\sin\frac{\pi}{3})^2$

d'où a = 17,26 A

$$\tan\varphi = \frac{5.\sqrt{2}\sin 0 + 3\sqrt{2}.\sin\frac{\pi}{3})}{(5\sqrt{2}.\cos 0 + 3\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{3})} = \frac{13{,}5}{84{,}5} = 0{,}159$$

φ = 9,07° = 0,158 rad
$i = i_1 + i_2 = 17{,}26\cos(\omega.t + 0{,}158)$

Exercices : Généralités sur les systèmes oscillants

Test de connaissance

Exercice 1

Citer cinq exemples de système oscillants.

Solution exercice 1

- Le balancier d'une horloge ;
- La balançoire
- La tension alternative ;
- Le cœur humain ;
- La décharge d'un condensateur dans une bobine inductive ;
- Le pendule élastique ; pendule pesant ; pendule simple.

Exercice 2

Définir les mots ou expressions suivantes :

a) grandeur sinusoïdale ;
b) amplitude ;
c) période ;
d) fréquence
e) pulsation ;
f) phase ;
g) déphasage ;
h) oscillation ou vibration
i) oscillateur harmonique

Solution exercice 2

a) Grandeur sinusoïdale : Grandeur qui varie comme le sinus d'un angle.
b) Amplitude ; valeur absolue de l'élongation maximale.
c) Période : C'est le plus petit intervalle de temps au bout duquel le phénomène se reproduit identique à lui-même.
d) Fréquence : c'est l'inverse de la période.
e) Pulsation : c'est la quantité ω exprimée en radian par seconde telle que $\omega = 2.\pi.N$.
f) Phase : c'est la quantité $(\omega.t + \varphi)$ exprimée en radian. C'est l'écart angulaire entre la position considérée et la position d'équilibre.
g) Déphasage : Différence de phase entre deux grandeurs sinusoïdales
h) Oscillation ou vibration : C'est le mouvement d'un oscillateur pendant une période.
i) Oscillateur harmonique : Oscillateur dont la loi horaire est une fonction sinusoïdale du temps.

Exercice 3

Donner la relation entre la période et la pulsation ; entre la fréquence et la pulsation. Donner les unités de ces différentes grandeurs.

Solution exercice 3

Relation entre la période et la pulsation :

$$T = \frac{2.\pi}{\omega}$$

-Relation entre la fréquence et la pulsation ;

$\omega = 2.\pi.N$.

N en hertz(Hz) et ω en rad/s et T en seconde (s).

Exercice 4 :

Répondre par vrai ou par faux :

a) La rotation de la terre est un mouvement oscillatoire ;
b) Tous les oscillateurs existant dans la nature sont des oscillateurs harmoniques ;
c) La période d'un oscillateur libre n'est pas imposée par un dispositif extérieur ;
d) Un oscillateur harmonique est un oscillateur dont la loi horaire est une fonction sinusoïdale du temps.
e) La plus grande fréquence d'un stroboscope pour laquelle on obtient une apparence d'immobilité est égale à la fréquence du mouvement périodique.

Solution exercice 4

question	A	B	C	d	e
réponses	Faux	Faux	Vrai	vrai	Vrai

Exercice 5 : Q C M

5.1-Lorsque la période d'un oscillateur diminue, sa fréquence :
a) augmente ; b) diminue ; c) reste constante.
5.2-L'amplitude d'un oscillateur est une grandeur :
a) négative ; b) nulle ; c) positive.
5.3-La fréquence de l'intensité d'un courant alternatif de loi horaire i= $5\sqrt{2}..100.\pi.t$ est :
a) 50 Hz ; b) 100Hz ; c) 700Hz.
5.4-Le dispositif qui permet de visualiser une grandeur périodique sur un écran est :
a) L'oscillographe ; b) le stroboscope ; c) l'oscillogramme.
5.5-Pour observer un ralenti apparent direct d'un phénomène de fréquence donnée ; la fréquence des éclairs du stroboscope doit être :
a) légèrement plus grand ; b) d'égale valeur ; c) légèrement plus petit.
5.6- Les tensions $u_1 = 4.\cos \omega.t$ et $u_2 = 5.\sin \omega.t$ sont :

a) En phase ; b) en opposition de phase ; c) En quadrature de phase.

Solution exercice

Questions	5.1	5.2	5.3	5 .4	5.5	5.6
Réponses	a)	c)	a)	a)	c)	c)

Exercice 6

La loi horaire d'un oscillateur est donnée par la relation x=4.cos(3.π.t + π) où x est exprimé en mètre et t en seconde. Déterminer :

a) la fréquence et la période du mouvement.

b) L'amplitude et la phase initiale du mouvement.

Solution exercice 6

a) Fréquence du mouvement :

N = $\frac{\omega}{2.\pi}$. AN : N = $\frac{3.\pi}{2.\pi} = 1{,}5\ Hz$

Période du mouvement :

T = $\frac{2.\pi}{\omega} = \frac{2.\pi}{3.\pi} = \frac{2}{3}\ s$

b) Amplitude : X_m = 4m

Phase initiale : φ = π rad

Exercice 7

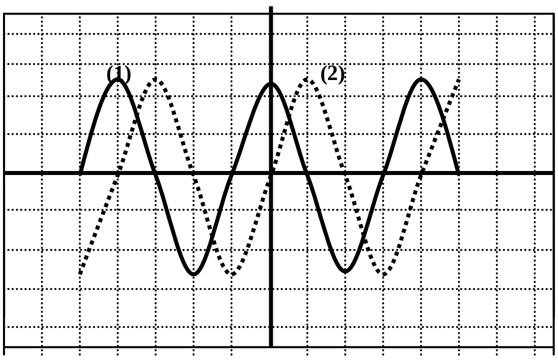
Les oscillogrammes ci-dessous sont obtenus avec une sensibilité verticale s = 5V/div et un balayage b = 5ms / div. Déterminer :

7.1- La période et la fréquence de chaque signal.

7.2- L'amplitude de chaque signal.

7.3-Calculer le décalage horaire et préciser laquelle est en avance de phase sur l'autre. Calculer le déphasage et conclure.

7.3-Ecrire la loi horaire du mouvement de chaque signal.



Solution exercice 7

7.1- Période de chaque signal.

Les deux signaux ont la même période et elle correspond à 4 divisions.

D'où T = 4.5.10^{-3} = 2.10^{-2}s

Fréquence : N = $\frac{1}{T} = \frac{1}{2.10^{-2}} = 50\ Hz$

7.2-Amplitude du signal (1) et (2):

Les deux signaux ont même amplitude.

Elle correspond à 2,5divisions.

U_{1m} = U_{2m}= 2,5.5 = 12,5V

Acquisition des savoirs et savoirs faire

Exercice 8

L'écran d'un oscilloscope électronique est un carré de coté 10 cm. On mesure une tension sinusoïdale de valeur maximale U_m= 2V et de fréquence f = 50Hz délivrée par le secondaire d'un transformateur. Le réglage de l'oscilloscope est le suivant : s=1V/div ; b = 2ms/div.

8.1- Ecrire l'expression de la loi horaire de cette tension.

8.2-Faire un schéma en vraie grandeur de l'aspect de l'écran.

Solution exercice 8

8.1- Expression de la loi horaire **:**

u(t) =U_m cos (ω.t + φ)

Comme U_m=2V et ω = 2.π.f ;

En admettant qu'a t = 0 ; u=0, φ = $\mp \frac{\pi}{2}\ rad$ on obtient l'expression suivante :

u(t) =2.cos (100.π.t $\mp \frac{\pi}{2}$) en volts

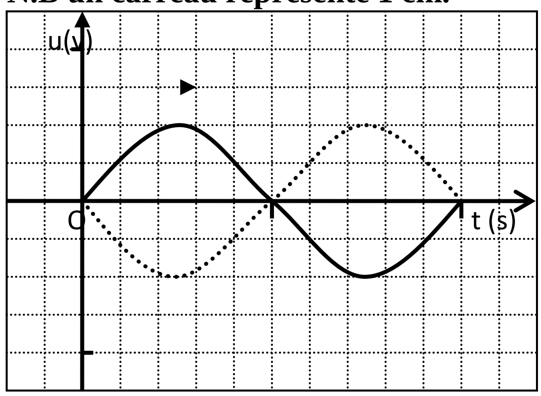
8.2- Schéma en vraie grandeur de l'aspect de l'écran (cas où φ=$\frac{\pi}{2}\ rad$). La période de cette tension est T = $\frac{1}{f} = \frac{1}{50}$= 0,02s = 20ms

- Tableau des valeurs :

T	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
u(t)	0	-U_m	0	+U_m	0

Représentation

N.B un carreau représente 1 cm.



Pour φ= $-\frac{\pi}{2}\ rad$ on an la courbe en trait fort.

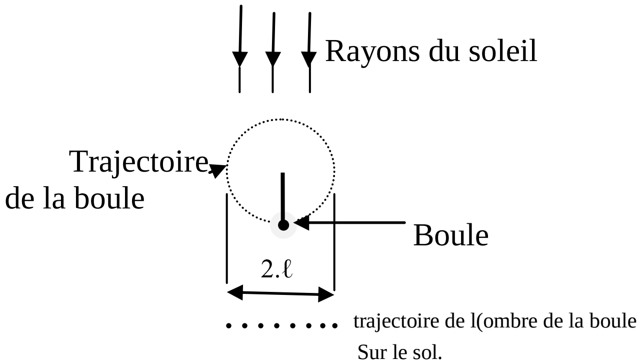
Exercice 9

Une tige mince de 20cm de longueur munie d'une boule à son extrémité libre tourne dans le sens trigonométrique autour d'un axe horizontal

à raison de 0,5tr/s.En supposant que les rayons du soleil tombent verticalement, on observe le mouvement de l'ombre formée sur le sol.
9.1-Dessiner l'aspect de la trajectoire de l'ombre de la boule sur le sol et déduire la nature de son mouvement.
9.2-Déterminer :
9.2.1-sa période et sa fréquence.
9.2.2-Son amplitude.
9.2.3- A l' instant initial, la tige est en position haute. Ecrire l'équation x(t) de la position de l'ombre sur le sol.
9.3- Calculer la distance parcourue par l'ombre de la boule sur le sol au bout de 10s.

Solution exercice 9 :

9.1-Trajectoire de l'ombre de la boule sur le sol.



Nature de son mouvement : Rectiligne et sinusoïdal.
9.2.1- Fréquence du mouvement : N = 0,5Hz ;
Période du mouvement :
$T = \frac{1}{N} = \frac{1}{0,5} = 2s$
9.2.2- Amplitude du mouvement :
$X_m = \ell = 20cm$
9.3-Equation horaire du mouvement :
Elle est de la forme $x(t) = X_m\cos(\omega.t + \varphi)$ ou de la forme $x(t) = X_m \sin(\omega.t + \varphi + \frac{\pi}{2})$
La pulsation $\omega = 2.\pi.N = \pi$ rad
A t = 0, la tige est en position haute signifie que l'ombre de la boule est à l'abscisse x = 0 et se déplace dans le sens négatif des élongations. D'où sa vitesse à cet instant est inférieure à zéro.
$x(t=0) = X_m\cos(\omega.0 + \varphi) = X_m\cos\varphi = 0$
d'où $\varphi = \mp \frac{\pi}{2}$rad
$\dot{x}(t) = - X_m.\omega.\sin(\omega.t + \varphi)$
$\dot{x}(t = 0) = - X_m.\omega.\sin(\omega.0 + \varphi) = - X_m.\omega.\sin\varphi$
$\dot{x}(t =- X_m.\omega.\sin\varphi$ est inférieur à zéro lorsque $\varphi = + \frac{\pi}{2}$rad.
L'équation cherchée est :
$x(t) = 20.\cos(\pi.t + \frac{\pi}{2})$ ou $x(t) = 20.\cos(\pi.t + \pi)$ en cm.

9.3- Distance parcourue en 10s :
Pendant ce temps, l'oscillateur a effectué $n = \frac{t}{T} = \frac{10}{2} = 5$ oscillations.
$d = 5.4.\ell = 5.4.20 = 400\ cm$

Exercice 10

Un diapason a pour fréquence N = 440Hz. On l'observe avec un stroboscope électronique. Donner la plus petite période du stroboscope pour laquelle le diapason parait immobile.

Solution Exercice 10.

La plus petite valeur de la période du stroboscope correspond à la plus grande fréquence du stroboscope pour observer une immobilité apparente.
L'immobilité est observée pour $f_e = \frac{1}{k}.f$.
Pour k = 1, on a la plus grande fréquence des éclairs du stroboscope.
On en déduit que $T_{min} = \frac{1}{f_{e\,max}}$
AN : $T_{min} = \frac{1}{440} =$

Exercice 11

Une roué de bicyclette comporte 28 rayons supposés tous dans un plan perpendiculaire à l'axe et régulièrement espacés. La roue tourne à la vitesse de 6tr/s. On éclaire avec un stroboscope dont les éclairs ont une fréquence réglable entre 50 et 300Hz.
11.1-Quelle est la fréquence de rotation de la roue
11.2- Pour certaines valeurs de la fréquence des éclairs, la roue parait immobile. Expliquer le phénomène et calculer la valeur de ces fréquences.
11.3- Qu'observe-t-on lorsque la fréquence des éclairs est :
a) Légèrement supérieure à 168Hz ?
b) Légèrement inférieure à 168 Hz ?

Une solution exercice 11

11.1- Fréquence de rotation de la roue ;
Pour un système qui effectue un mouvement de rotation uniforme ; son mouvement est périodique et sa fréquence est le nombre de tour par seconde. N = 6Hz
11.2 -Explication
La roue parait immobile chaque fois qu'un rayon occupe la place d'un autre rayon. Cette condition est remplie lorsque la période des éclairs du stroboscope est telle que : $T_e = k.T'$($k \in IN*$) où T' est la période du mouvement de plus courte

durée qui est la réalisation de $\frac{1}{28}ème$ de tour par un rayon.
Si T est la période de rotation de la roue et n le nombre de rayon, $T' = \frac{T}{n}$ et N' = n.N.
T_e = k.T' équivaut à $N_e = \frac{1}{k}.N' = \frac{n}{k}.N$.
Valeur des fréquences :
50Hz ≤ N_e ≤ 300Hz c à d $50 \leq \frac{28.6}{k} \leq 300$.
$0{,}5 \leq k \leq 3{,}36$. D'où k ∈ [1, 2, 3]

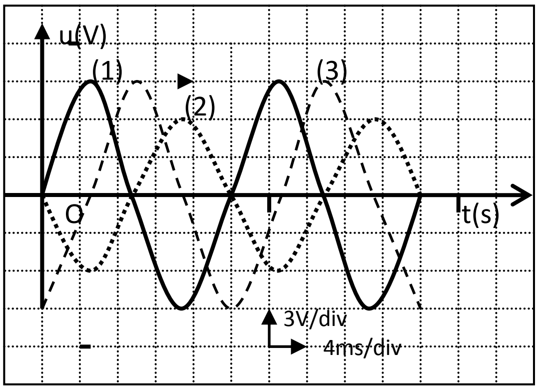
K	1	2	3
Fréquence	168	84	56

11.3- Observations, lorsque:
a) La fréquence des éclairs est légèrement supérieure à 168Hz:
$N_e = \frac{168}{k} = \frac{N'}{k}$ avec k légèrement inférieur à 1.
Entre deux éclairs consécutifs, chaque rayon effectue un peu moins de $\frac{1}{28}$ tour. On observe un mouvement ralenti rétrograde d'une roue avec 28 rayons fixes.
b) La fréquence des éclairs est légèrement inférieure à 168Hz.
$N_e = \frac{168}{k} = \frac{N'}{k}$ avec k légèrement supérieur à 1.
Entre deux éclairs consécutifs, chaque rayon effectue un peu plus de $\frac{1}{28}$ tour. On observe un mouvement ralenti direct d'une roue avec 28 rayons fixes.

Exercice 12
Le plateau d'un tourne disque est éclairé par un stroboscope de fréquence des éclairs 100Hz. En combien de secteur égaux et régulièrement espacés fait-il le diviser pour qu'il paraisse immobile lorsque le plateau fait :
12.1-78tours par minute ;
12.2- 45 tours par minute ;
12.3- $\frac{100}{3}$ tours par minute.

<u>Solution exercice 12</u>.
En ce référant à l'exercice 11 précédent ;
Soit n le nombre de secteurs égaux ; N la fréquence de rotation du disque et N' la fréquence de rotation du mouvement périodique de plus courte durée ; l'immobilité apparente est observée lorsque : $N_e = \frac{1}{k}.N' = \frac{n}{k}.N$
12.1-Cas où le plateau fait 78 tours par minute.
La fréquence de rotation du disque est :
N = $\frac{78}{60}$ = 1,3Hz et la fréquence du mouvement de plus courte durée est : $N' = n.N = \frac{n.78}{60.}$
L'immobilité s'observe pour : $N_e = \frac{n.78}{60.k} = 100$
Soit 78.n = 6000.k équivaut à : 13.n = 1000.k.
Le plus petit couple entier non nul solution de cette équation est n = 1000 et k = 13.
Le plateau doit être divisé en 1000 secteurs régulièrement espacés.
12.2- La fréquence de rotation du disque est de 45 tr par minute ; soit N=$\frac{45}{60}$ Hz.
Soit n le nombre de secteurs égaux, la fréquence du mouvement de plus courte durée est :
$N' = n.N = \frac{n.45}{60.}$
L'immobilité s'observe pour : $N_e = \frac{n.45}{60.k} = 100$
Soit 45.n = 6000.k équivaut à : 3.n = 400.k.
Le plus petit couple entier non nul solution de cette équation est n = 400 et k = 3.
Le plateau doit être divisé en 400 secteurs régulièrement espacés.
12.3- La fréquence de rotation du disque est de $\frac{100}{3}$ tr par minute ; soit N=$\frac{100}{3.60} = \frac{5}{9}$ Hz.
Soit n le nombre de secteurs égaux, la fréquence du mouvement de plus courte durée est :
$N' = n.N = \frac{n.5}{9.}$
Soit 5.n = 900.k équivaut à : n = 180.k.
Le plus petit couple entier non nul solution de cette équation est n = 180 et k = 1.
Le plateau doit être divisé en 180 secteurs régulièrement espacés.

Exercice 13



13.1-Par simple observation des oscillogrammes ci-dessous, dire si les tensions représentées par les oscillogrammes (1) et (2) sont en phase, en opposition de phase ou en quadrature de phase. Aucun calcul n'est demandé.
Justifier votre réponse.
13.2- Même question pour les tensions représentées par (2) et (3).

13.3-Déterminer la période et l'amplitude maximale de chacun des trois tensions.
13.4-Ecrire l'expression de la loi horaire de la tension (1) puis déduire celles des tensions (2) et (3) à partir des observations de la question 13.1.

Solution exercice 13

13.1- Les tensions (1) et (2) sont en opposition de phase.
Justification : Les deux tensions s'annulent en même temps, l'une est maximale lorsque l'autre est minimale.
13.2- les tensions (2) et (3) sont en quadrature de phase.
Justification : L'une s'annule lorsque l'autre est minimale.
13.3-
-Période de chacune des trois tensions :
Etant donné qu'on ne comparait que des fonctions sinusoïdales ayant même période, les trois tensions ont la même période.
Celle-ci vaut : T = 4ms. 5 = 20 ms = 0,02 s.

Tension	(1)	(2)	(3)
Amplitude maximale	9V	6V	9V

13.4-Loi horaire de la tension (1) :
$u_1(t) = U_{1m}.\sin(\frac{2.\pi}{T}.t+\varphi)$
U_{1m} = 9V ; T = 0,02 s et u(t) devient :
$u_1(t) = 9.\sin(\frac{2.\pi}{0,02}.t+\varphi)$
A t = 0, $u_1(t=0) = 0$ d'où sin φ = 0 et
φ = $k.\square\ rad$. La valeur **φ** = 0 convient.
$\mathbf{u_1(t) = 9.\sin(100.\pi.t)}$ **ou**
$\mathbf{u_1(t) = 9.\cos(100.\pi.t-\frac{\pi}{2})}$ ***en volt***

- Loi horaire de la tension (2) :

Les tensions (1) et (2) sont en opposition de phase.
D'où φ_1 = 0 rad et φ_2 = π rad.
$\mathbf{u_2(t) = 9.\sin(100.\pi.t+\pi)}$ **ou**
$\mathbf{u_2(t) = 9.\cos(100.\pi.t+\frac{\pi}{2})}$ ***en volt***

- Loi horaire de la tension (3) :

Les tensions (2) et (3) sont en quadrature de phase et (2) est en retard sur (3).
De ce fait $\varphi_3 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2}\ rad$.
$\varphi_3 = \varphi_2 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$ rad
$\mathbf{u_3(t) = 9.\cos(100.\pi.t+\pi)}$ ***en volt*****.ou**
$\mathbf{u_3(t) = 9.\sin(100.\pi.t-\frac{\pi}{2})}$

Exercice 14 / 5pt

1-Sur l'arbre d'un moteur, on fixe un disque noir sur lequel est peint un secteur blanc.
a) Si la fréquence de rotation du disque est N = 48Hz et celle des éclairs N_e = 48Hz, comment apparait le secteur blanc ? 0,5pt
b) Si la fréquence des éclairs est N_e = 47,5Hz, qu'observe-t-on sur le disque ? 0,5pt
2- Le disque précédent porte désormais quatre rayons blancs régulièrement espacés. Le disque tourne à la vitesse constante et on l'éclaire à l'aide d'un stroboscope. La plus grande fréquence des éclairs pour laquelle le disque parait immobile est 100Hz.
a) Calculer la vitesse de rotation du disque. 0,5pt
b) Identifier le mouvement périodique étudié et déterminer sa période. 0,5pt x 2
c) Qu'observe-t-on si la fréquence des éclairs est de 200hz, 0,5pt
3-On donne les fonctions suivantes ;
$x_1 = 3\cos 100.\pi t$; x_2 $4\cos(100.\pi t+\pi/2)$ et
$x_3 = 2\cos(100.\pi.t-\pi/2)$ en cm.
a) Pour la fonction x_1, indiquer l'amplitude ; la période et la phase initiale. 0,25pt x 3
b) Faire la construction de Fresnel de la fonction $x = x_1 + x_2 + x_3$ puis écrire x sous la forme
$x = a\cos(100\pi.t+\varphi)$ 0,75pt + 0,5pt

Solution exercice 14:

1-
a) Apparence du secteur blanc:
Il parait immobile.
b) Si la fréquence des éclairs est de 47,5Hz, entre deux éclairs consécutifs, le disque effectue un peut plus de un tour et on observe un mouvement π/2secteur blanc.
2-
a) Vitesse de rotation du disque.
La plus grande valeur de la fréquence des éclairs pour laquelle on observe une immobilité apparente avec un secteur blanc correspond à a fréquence de rotation du disque.
D'où sa vitesse de rotation est N = 100 tr/s.
b) Identification du mouvement périodique étudié : La réalisation d'un quart de tour par un secteur blanc.
Période de ce mouvement :
$T' = \frac{T}{4} = \frac{1}{4.N} = \frac{1}{4.100} = 2{,}5.10^{-3}$s
c) Observation si la fréquence des éclairs est N_e=200Hz :
La fréquence du mouvement périodique étudié est N'= 4.100 = 400Hz.
$N_e = 200 = \frac{1}{2}.400$
Entre deux éclairs consécutifs, chaque secteur blanc effectue 2/4 tour.

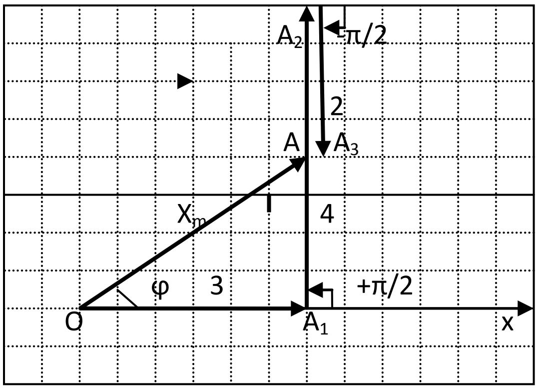
On observe une immobilité apparente d'un disque noir avec quatre secteurs blancs.

3-

a) Pour la fonction x_1 :

Amplitude	Période	Phase initiale
3cm	0,02s	0 rad

b) Construction de Fresnel



Valeūr de l'amplitude maximale X_m.

$X_m = \sqrt{3^2 + (4-2)^2} = \sqrt{13}$ cm

Phase initiale :

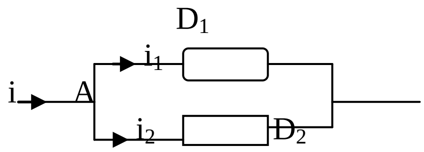
$\tan \varphi = \frac{4-2}{3}$ = 0,667

D'où φ = 33,7° = 1,87.π rad

$x = \sqrt{13}\cos(100.\pi t + 1,87.\pi)$

Exercice 15

1- On considère le circuit ci-contre où D_1 et D_2 sont des dipôles quelconques.



On donne $i_1 = 3.\cos \omega t$ et $i_2 = 3.\cos(\omega t + \pi/2)$

a)Ecrire l'expression de la loi des nœuds au point A.

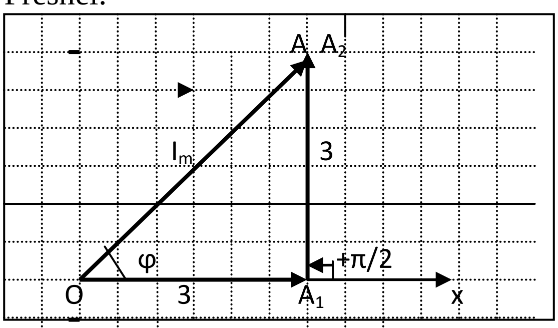
b) Par la construction de Fresnel, déterminer i.

<u>Solution exercice 15</u>

1-Expression de la loi des nœuds au point A :

$i = i_1 + i_2 = 3.\cos \omega t + 3.\cos(\omega t + \pi/2)$

2-Détermination de i par la construction de Fresnel:



I_m $= \sqrt{I_{1m}^2 + I_{2m}^2} = \sqrt{3^2+3^2} = 3.\sqrt{2}$ A

tan $\varphi = \frac{I_{2m}}{I_{1m}} = \frac{3}{3} = 1$ d'où $\varphi = \frac{\pi}{4}\ rad$

$i = 3.\sqrt{2}.\cos(\omega.t + \frac{\pi}{4})$

Exercice 16

Un oscilloscope permet de visualiser deux tensions alternatives sinusoïdales u_1 et u_2. Les résultats enregistrés sont consignés dans le tableau ci-dessous.

t en s	0	5	10	15	20	25
U_1 en mV	0	5	0	-5	0	5
U_2 en mV	-10	0	10	0	-10	0

a) Représenter dans le même graphe les deux tensions. Echelle ; 2cm pour 5ms et 2cm pour 5mV.

b) Etablir les équations horaires de u_1 et u_2 sous la forme $u_1 = U_{1m}\cos(\omega t + \varphi_1)$ et

$u_2 = U_{2m}\cos(\omega t + \varphi_2)$

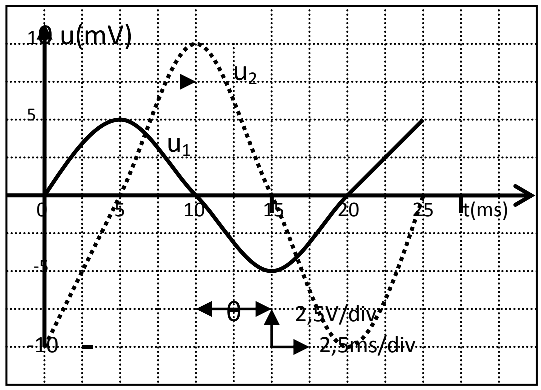
c) Calculer la différence de phase entre les deux tensions et conclure.

d) Déterminer graphiquement le décalage horaire θ entre les deux tensions. Laquelle des deux tensions est en avance de phase sur l'autre

<u>Solution Exercice 16</u>

a) Représentation

Une division correspond à un centimètre.



b) Equation horaire de u_1 :

u_1 est de la forme $u_1(t) = U_{1m}\cos(\omega.t + \varphi_1)$

$u_1(t=0) = 0$ d'où $\cos\varphi_1 = 0$ et $\varphi_1 = \mp\frac{\pi}{2} rad$.

Comme cette tension se déplace dans le sens positif $(\dot{u_1}(t\ 0) > 0)$, la valeur $(-\frac{\pi}{2})\ rad$ convient.

$U_{1m=}$ 5mV et $\omega = 2.\frac{\pi}{T} = 2.\frac{\pi}{20} = 0,1.\pi$ rad / s

L'expression cherchée est :

$u_1(t) = 5.\cos(0,1.\pi.t - \frac{\pi}{2})$ en mV

ou $u_1(t) = 5.\sin(0,1.\pi.t)$ en mV

- Equation horaire de u_2 :

u_2 est de la forme $u_2(t) = U_{2m}\cos(\omega.t + \varphi_2)$
$u_2(t = 0) = -10$ V d'où $\cos \varphi_2 = -1$ et $\varphi_2 = \pi\ rad$.
$U_{2m=}$ 10mV et $\omega = 2.\frac{\pi}{T} = 2.\frac{\pi}{20} = 0{,}1.\pi$ rad / s
L'expression cherchée est :

$U_2(t) = 10.\cos(0{,}1.\pi.t + \pi)$ en mV

Ou $U_2(t) = 10.\sin(0{,}1.\pi.t - \frac{\pi}{2})$ en mV

b) Calcul de la différence de phase entre les deux tensions :

$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$ rad

Conclusion : les deux tensions sont en quadrature de phase.

d) Détermination graphique du décalage horaire :

Sur le graphe, $\theta = \frac{T}{4}$

La tension u_2 est en retard de $\frac{\pi}{2}$ rad sur la tension u_1.

Exercice 17

Le cadran d'une montre mécanique est gradué de 1 à 12 et compte 12 secteurs identiques d'angle $\theta = \frac{2\pi}{12}$radian. L'heure est indiquée avec l'aiguille des heures et des minutes.

1-Quelle est la nature du mouvement de chacune de ces deux aiguilles ? Ce mouvement est-il périodique ? Dans l'affirmative, quelle est la valeur de la période de chacune des aiguilles ?

2-Calcule en tour par minute la vitesse de rotation N_1 de l'aiguille des heures et N_2 de celle des minutes.

3-Exprime en fonction N_1 et N_2 respectivement les angles θ_1 et θ_2 balayé par chacune des aiguilles. On rappelle que $\theta = \omega.t$.

4-On commence l'étude du mouvement des deux aiguilles lorsque la montre indique 12 heures. Au bout de combien de temps se produira la première superposition des deux aiguilles ? Quelle sera à ce moment précis l'heure indiquée ? En déduis la période T de superposition des deux aiguilles.

<u>Solution exercice 17</u>

1_Nature du mouvement de chaque aiguille :
Le mouvement est circulaire et uniforme.
Le mouvement est bien périodique.

- Période du mouvement de l'aiguille des heures :

Cette aiguille fait un tour en un temps t_1 = 12h = 12.3600 secondes.
D'où T_1 = 43200 s

- Période du mouvement de l'aiguille des minutes :

Cette aiguille fait un tour en un temps t_2 = 1h = 1.3600 secondes.
D'où T_2 = 3600 s

2- Vitesse de rotation en tour par minute :
-De l'aiguille des heures :
$N_1 = \frac{n}{t}$ AN : $N_1 = \frac{1}{60.12} = \frac{1}{720}\ tr/min$
-De l'aiguille des minutes :
$N_2 = \frac{n}{t}$ AN : $N_2 = \frac{1}{60} = \frac{1}{60}\ tr/min$

3-Expression en fonction N_1 et N_2 respectivement les angles θ_1 et θ_2 balayé par chacune des aiguilles. $\theta = \omega.t$.
$\theta_1 = 2.\pi.N_1.t$
$\theta_2 = 2.\pi.N_2.t$

4-Temps au bout duquel se produira la première superposition des deux aiguilles :
Cette superposition se produit lorsque l'aiguille des munutes a fait un tour de plus que l'aiguille des heures. D'où

$$\theta_2 = 2.\pi.N_2.t = \theta_1 + 2.\pi = 2.\pi.N_1.t + 2.\pi$$
$$(N_2 - N_2).t = 1$$

D'où

$$t = \frac{1}{(N_2 - N_1)} = \frac{1}{\frac{1}{60} - \frac{1}{720}} = \frac{720.60}{720 - 60} = 65{,}45\text{min}$$

Soit : t = 1heure 5minutes 27 secondes

- Heure indiquée :

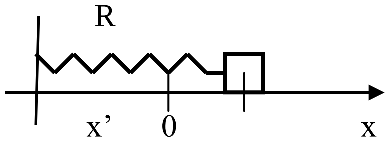
13 heures, 5 minutes 27 secondes.

- Période T de superposition des aiguilles :

T = **1heure 5minutes 27 secondes**

Exercice 18 :

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort R à spires non jointives de masse négligeable, de raideur k, lié à un mobile (s) placé sur une table à coussin d'air, oscille sans frottement parallèlement à une direction x'x.



A l'équilibre, le centre d'inertie G du mobile (S) coïncide avec l'origine 0 du repère. Un capteur bien connecté permet de transmettre à une voie de l'oscilloscope une tension U, proportionnelle à l'abscisse x de G en fonction du temps. Lorsque le mobile oscille, l'examen de la courbe visualisée sur l'écran permet de relever le tableau de mesure ci-dessous :

t(ms)	0	87	175	262	350	437	525	612	700	787	875
U(V)	-3,0	-2,1	0	+2,1	+3,0	+2,1	0	-2,1	-3,0	-2,1	0

X(cm)											

Sachant qu'un étalonnage préliminaire a montré que la valeur de la tension U = 2,5V correspond à l'abscisse x = 5cm,

18.1- Compléter la troisième ligne du tableau.

18.2-Tracé sur papier millimétré la courbe x = f(t) : échelle

1cm pour 50ms en abscisse ;

1cm pour 1cm en ordonnées.

18.3-

a) Déterminer graphiquement la période T et en déduire la fréquence N et la pulsation ω.

b) Mesurer l'amplitude X_m du mouvement.

c) L'origine des dates t = 0 est l'instant t = 0 du tableau. Préciser la phase à l'origine des dates et donner l'expression numérique x(t).

Une solution exercice 18

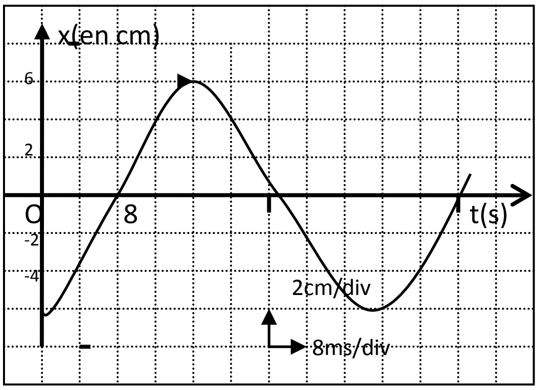
18.1-Complétons le tableau

La tension est proportionnelle à l'allongement,

$\frac{2,5}{5} = \frac{U}{x}$ d'où $x = \frac{5.U}{2,5} = 2.U$

t (ms)	0	87	175	262	350	437	525	612	700	787	875
U(V)	-3,0	-2,1	0	+2,1	+3,0	+2,1	0	-2,1	-3,0	-2,1	0
X(cm)	**-6,0**	**-4,2**	**0**	**+4,2**	**+6**	**+4,2**	**0**	**-4,2**	**-6**	**-4,2**	**0**

18.2-Graphe x = f(t)



N.B : l'échelle utilisée pour la représentation est différente de celle voulue par l'énoncé de l'exercice.

18.3-

a) Période du mouvement :

T = 70ms = 0,07s

- Fréquence du mouvement :

N = $\frac{1}{T}$ AN : N = $\frac{1}{0,07}$ = 14,29 Hz

b) Amplitude : X_m = 6 cm

c) Phase à l'origine des dates :

L'oscillateur est harmonique. Sa loi horaire est de la forme x(t) = $X_m$cos (ω.t + φ)

A t = 0 ; x(t=0) = 6 cm = 6.cos φ

d'où cos φ = 1 et φ = 0

Expression numérique x(t).

x(t) = 6.cos (2 $.\pi.$ 14,29.t). ou

x(t) = 6.sin (2 $.\pi.$ 14,29.t+ $\frac{\pi}{2}$)

Exercice 19

On donne : ℓ=90cm ; g=10m.s^{-2} ; θ_0=0,05 rad.

B- La courbe représentée ci-dessous représente les variations en fonction du temps de l'élongation d'un oscillateur.

B.1- Cet oscillateur est-il amorti ou non amorti ?

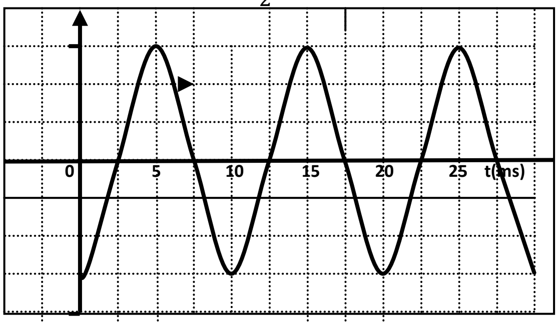
B.2- Déterminer la période ou la pseudo période T_0 du mouvement de cet oscillateur ainsi que sa fréquence N_0.

B.3- Construire sur la figure 1 du document à remettre avec votre copie les variations en fonction du temps de l'élongation d'un autre oscillateur de même période T_0 , d'amplitude 4cm et en quadrature avance avec l'oscillateur précédent.

B.4- Ecrire l'expression de l'élongation du mouvement de l'oscillateur de départ en respectant les conditions initiales de la courbe ci-dessous.

B.5- En utilisant la construction de Fresnel, déterminer la somme des fonctions suivantes :

x_1 = 2cos (100πt + $\frac{\pi}{2}$) et x_2 = 3 sin(100πt + $\frac{\pi}{4}$)



Chapitre : Le pendule simple

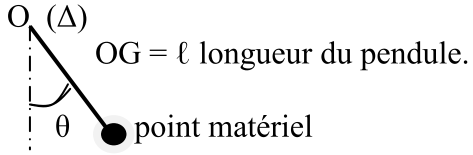
Objectifs ;

- Savoir :
- Pendule simple ;
- Donner l'expression de la période propre d'un pendule simple.
- Reconnaitre les courbes traduisant des amortissements.
- Citer les causes des pertes d'énergie par un oscillateur.
- Citer les types d'amortissements.
- Savoir faire théorique
- Décrire le pendule simple.
- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation au pendule simple pour établir l'équation différentielle.
- Exprimer la période et la fréquence propre
- Etablir l'équation horaire du mouvement du pendule simple
- Faire l'étude énergétique du système
- Ecrire l'équation différentielle d'un pendule simple amorti
- Proposer des solutions pour entretenir un oscillateur
- Savoir faire expérimental
- Mesurer la période et la pseudo période d'un pendule simple
- Mettre en évidence l'influence de la longueur du pendule simple sur sa période.

A- Etude dynamique du pendule simple

1- Définition

Un pendule simple est un ensemble constitué d'un objet ponctuel de masse m attaché à l'extrémité d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur ℓ, l'ensemble pouvant tourner autour d'un axe fixe (Δ).



2-Etude dynamique du pendule simple vertical

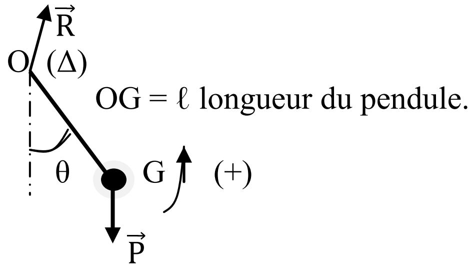
2.1- Equation différentielle

Pour établir l'équation différentielle, étudions le pendule dans le référentiel terrestre galiléen lorsqu'il est incliné d'un angle θ :

Les forces extérieures appliquées au système sont :

- Le poids $\vec{P}$ du point matériel ;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe.

Représentation :



Appliquons la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation au pendule :

$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

Soit : $M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = m.\ell^2.\ddot{\theta}$

$-m.g.\ell.\sin\theta + 0 = m.\ell^2.\ddot{\theta}$

On obtient l'équation différentielle :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\sin\theta = 0.$$

Cette équation différentielle n'est pas celle d'un oscillateur harmonique.

Cependant, dans le cas des oscillations de faible amplitudes ($\theta \leq 10°$) ; $\sin\theta \cong \theta$ en radian ou $0 < \theta \leq 0{,}174$ rad.

L'équation différentielle devient :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\theta = 0.$$

Cette équation différentielle est celle d'un oscillateur harmonique dont l'une des solutions est de la forme :

$\theta(t) = \theta_m \cos(\omega.t + \varphi')$ ou $\theta(t) = \theta_m \sin(\omega.t + \varphi)$

ω est la pulsation propre du pendule en $rad.s^{-1}$.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

Remarque : On peut également utiliser le théorème du centre d'inertie pour établir l'équation différentielle.

2.2- Période et fréquence des oscillations

a) Période du mouvement du pendule

La période est la durée d'une oscillation. Elle s'exprime en seconde.(s).

$$T = \frac{2.\pi}{\omega} = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

ℓ : longueur du pendule en mètre (m) ;
g intensité de la pesanteur en $N.kg^{-1}$;
ω pulsation propre en $rad.s^{-1}$.

N.B : Un pendule qui bat la seconde a une période de 2s.
Un battement correspond à une demi-oscillation ou à une alternance.

b) Fréquence du pendule

C'est l'inverse de la période. Elle s'exprime en hertz (Hz)

$$N = f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

Exercice d'application : Exercice 20 page 159. Classiques camerounais.

Un pendule simple est composé d'une petite boule, de masse m = 100g suspendue à un fil de longueur ℓ = 1,0 m accroché en un point fixe O. Le pendule, écarté de sa position d'équilibre d'une amplitude θ_m= 10°, est abandonné sans vitesse initiale. On désigne par θ l'élongation angulaire à une date t.

20.1-Faire l'inventaire des forces appliquées sur la boule et les représenter.

20.2-Ecrire dans un référentiel approprié que l'on précisera, la deuxième loi de Newton sous forme vectorielle.

20.3-Ecrire les projections de cette relation dans la base de Frenet ($\vec{t}$ orienté dans le sens trigonométrique et $\vec{n}$ vers le point O).

20.4-Déduire de l'une de ses projections, l'équation différentielle du mouvement du pendule.

20.5-Déterminer les expressions de la pulsation propre et de la période propre dans le cas des oscillations de faible amplitude puis faire l'activité numérique.

20.6-Ecrire l'équation horaire du mouvement du pendule.

20.7- Etablir l'expression de la tension du fil pour une position quelconque en fonction de m ; g ; θ et ℓ.

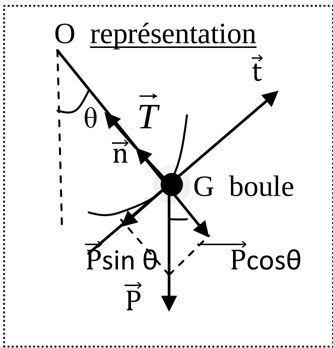
Une solution

20.1-Inventaire des forces appliquées sur la boule du pendule

Inventaire des forces :

-Le poids $\vec{P}$ de la boule

-La tension $\vec{T}$ du fil.



20.2-Expression de la deuxième loi de Newton appliquée à la boule :

Dans le référentiel Terrestre Galiléen ;

$$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

20.3- Projection de cette relation dans le repère de Frenet ($\vec{n}$; $\vec{t}$).

$$\vec{P}\begin{vmatrix}-m.g.\cos\theta \\ -m.g.\sin\theta\end{vmatrix} + \vec{T}\begin{vmatrix}T \\ 0\end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix}\frac{V^2}{\ell} \\ \ell.\ddot{\theta}\end{vmatrix}$$

On obtient les deux équations suivantes :

Suivant $\vec{n}$: $-m.g.\cos\theta + T = m.\frac{V^2}{\ell}$ (1)

Suivant $\vec{t}$: $-m.g.\sin\theta = m.\ell.\ddot{\theta}$ (2)

20.4- Déduisons l'équation différentielle du mouvement :

De (2) on a l'équation différentielle :

$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\sin\theta = 0$. Comme les oscillations sont de faible amplitude, sin θ = θ (rad) et l'équation différentielle devient : $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\theta = 0$.

20.5- Expression de la pulsation propre :

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

Expression de la période propre :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

AN : $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2.\pi.\sqrt{\frac{1}{9,8}} = 2,00\,s$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{9,8}{1}}$ = <u>3,13 rad.s</u>$^{-1}$= π $rad.s^{-1}$

20.6- Equation horaire du mouvement du pendule : $\theta(t) = \theta_m.\cos(\omega t + \varphi)$

A t = 0 ; $\theta_0 = \theta_m$ équivaut à cos φ = 1 et φ = 0.

θ_m = 10° = 0,174 rad

D'où <u>θ(t) = 0,174.cos π.t</u> en radian.

20.7- Expression de la tension du fil pour une position quelconque :

$$T = m.g.\cos\theta + m.\frac{V^2}{\ell}$$

Le pendule est abandonné sans vitesse initiale.
Le théorème de l'énergie cinétique permet de déterminer V^2.

$\frac{1}{2}m.V^2 = m.g.(\ell.\cos\theta - \ell.\cos\theta_m)$

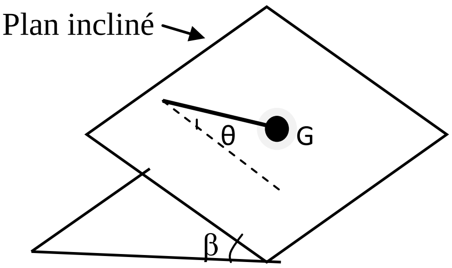
$$V^2 = 2.g.(\ell.\cos\theta - \ell.\cos\theta_m)$$

T evient : $T = m.g.(3.\cos\theta - 2.\cos\theta_m)$

3-Etude dynamique du pendule simple incliné

3.1- Définition

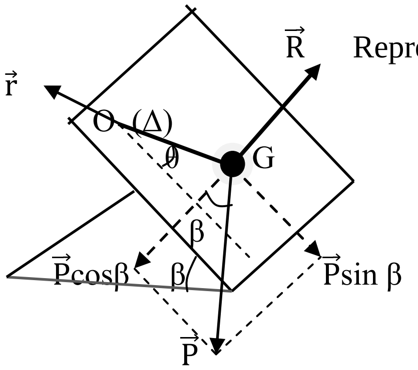
Le pendule simple incliné est un pendule simple oscillant sur un plan incliné.



3.2- Equation différentielle

Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées au système sont :

- Le poids $\vec{P}$ du point matériel ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné sur le point matériel ;
- La réaction $\vec{r}$ de l'axe de rotation.



Représentation :

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation au pendule simple incline:

$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{r}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

Soit : $M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{r} = m.\ell^2.\ddot{\theta}$

$- m.g.(\sin\beta)\,\ell.\sin\theta + 0 + 0 = m.\ell^2.\ddot{\theta}$

On obtient l'équation différentielle :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.(\sin\beta).\sin\theta = 0.$$

Le pendule simple incliné n'est pas un oscillateur harmonique.

Dans le cas des oscillations de faibles amplitudes (θ < 10°) ; l'équation différentielle devient :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.(\sin\beta).\theta = 0.$$

C'est l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique de rotation.

La pulsation propre de e mouvement est :

$$\omega = \sqrt{\frac{g.\sin\beta}{\ell}}$$

a) Période des oscillations

$T = \frac{2.\pi}{\omega} = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g.\sin\beta}}$

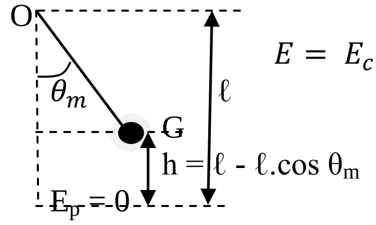
b) fréquence des oscillations :

$N = f = \frac{\omega}{2.\pi} = \frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{g.\sin\beta}{\ell}}$

3.2-Etude énergétique du pendule simple

3.2.1-Cas du pendule simple vertical non amorti :

En prenant pour niveau de référence de l'énergie potentielle le plan horizontal passant par la position d'équilibre.



$E = E_c + E_P$

L'énergie mécanique du pendule lorsqu'il est à sa position d'élongation maximale θ_m est :

$E_m = E_c + E_{PP}$

$= 0 + m.g.(\ell - \ell.\cos\theta_m)$

L'énergie mécanique du pendule lorsqu'il est à sa position d'élongation θ est :

$$E = E_c + E_{PP}$$

$= \frac{1}{2}.m.\ell^2.\dot{\theta}^2 + m.g.(\ell. - \ell.\cos\theta)$

$= \frac{1}{2}.m.\ell^2.(\frac{V}{\ell})^2 + m.g.(\ell - \ell.\cos\theta)$

$= \frac{1}{2}m.V^2 + m.g.(\ell - \ell.\cos\theta)$

$= \frac{1}{2}.m.2.g.(\ell.\cos\theta - \ell\cos\theta_m) + m.g.(\ell - \ell.\cos\theta)$

$= m.g.\ell(1 - \cos\theta_m) = E_m$

L'énergie mécanique d'un pendule simple non amorti est constante. Sa dérivée par rapport au temps est nulle. $\frac{d(Em)}{dt} = 0$

Démonstration :

$\frac{d(Em)}{dt}$

$= \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}^2) + \frac{d}{dt}[\,m.g.\ell(1-\cos\theta)]$

$= \frac{1}{2}m.\ell^2\frac{d}{dt}(\dot{\theta})^2 + mg\ell.\frac{d}{dt}(1-\cos\theta)$

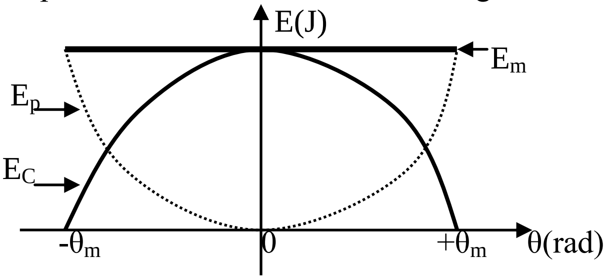
$= \frac{1}{2}m.\ell^2 2.\dot{\theta}.\ddot{\theta} + mg\ell\,[\,0-(-\dot{\theta}.\sin\theta)]$

$m.\ell.\dot{\theta}.[\ell.\ddot{\theta} + g.\sin\theta] = 0$

On retrouve l'équation différentielle du mouvement d'un pendule simple non amorti.

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\sin\theta = 0$$

3.2.2-Diagramme des énergies d'un pendule simple non amorti en fonction de l'angle θ :



4- Lois du pendule simple

- Loi d'isochronisme des oscillations de faible amplitude (θ< 10°)

La période d'un pendule simple non amorti est indépendante de l'amplitude. On dit que les oscillations sont isochrones. (Même amplitude)

- Loi des longueurs.

  La période d'un pendule simple est proportionnelle à la racine carrée de la longueur du pendule.

- La loi de pesanteur.

La période d'un pendule simple est inversement proportionnelle à la racine carrée de l'intensité de la pesanteur.

Lorsque l'amplitude devient un peu plus grand mais inférieur à 20°,

$$T = 2.\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}(1+\frac{\theta_m^2}{16})$$

Pour des oscillations de faible amplitude θ inférieur à 10°, on peut prendre $\cos\theta_m = 1 - \frac{\theta_m^2}{2}$ avec θ_m en radian.

5- Amortissement des oscillations

5.1- Causes des amortissements

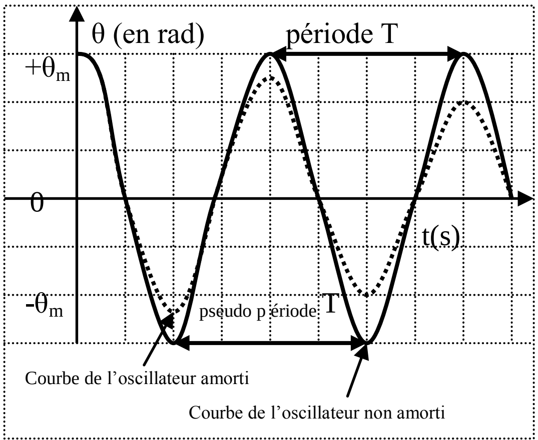
L'amortissement est le ralentissement du mouvement d'un système par des facteurs extérieurs.

Les oscillateurs mécaniques réels voient leur amplitude diminuer progressivement jusqu'à s'annuler après un certain temps. Cela est dû aux pertes d'énergie mécanique dues aux phénomènes dissipatifs

- Frottements solide-solide ;
- Frottements solide-liquide ou frottement visqueux.

Du fait de cet amortissement, le mouvement de l'oscillateur n'est plus rigoureusement périodique et la période T d'une oscillation est appelée pseudo période.

5.2- Représentation d'une loi horaire



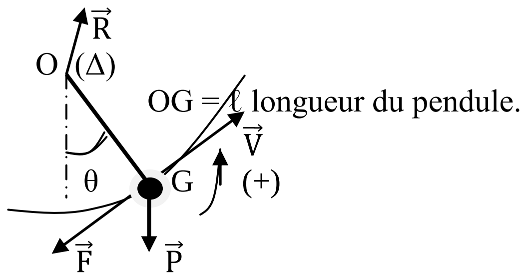
6- Etude du pendule simple vertical amorti

Dans le cas des oscillations de faible vitesse, la force de frottement visqueux due à l'air sur la boule est $\vec{F} = -\boldsymbol{\lambda}.\vec{\boldsymbol{V}}$ où λ est une constante et $\vec{V}$ la vitesse.

Le pendule est alors soumis aux forces suivantes :

- Le poids $\vec{P}$ de la boule ;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe de rotation ;
- La force de frottement $\vec{F}$

Représentation



Appliquons la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation au pendule :

$M_{(\Delta)}(\vec{P}) + M_{(\Delta)}(\vec{R}) + M_{(\Delta)}(\vec{F}) = m.\ell^2.\ddot{\theta}$

$-m.g.\ell.\sin\theta + 0 - F\ell = m.\ell^2.\ddot{\theta}$

On obtient l'équation différentielle :

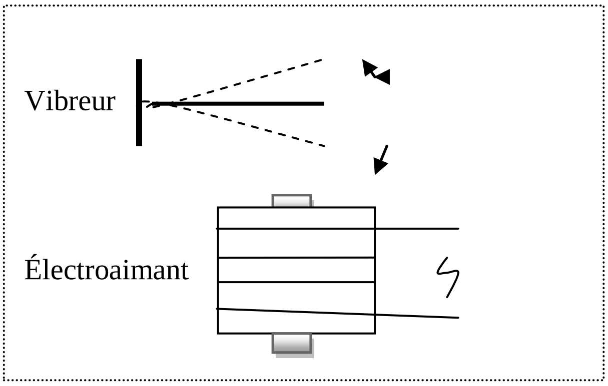
$$\ddot{\theta} + \frac{\lambda}{m}.\dot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\sin\theta = 0.(\text{avec } V = \ell.\dot{\theta})$$

Pour θ petit, l'équation différentielle du mouvement d'un pendule simple amorti a pour expression : $\ddot{\theta} + \frac{\lambda}{m}.\dot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\theta = 0$

θ en radian.

7- Entretien des amortissements

L'entretien consiste à compenser l'énergie perdue par l'oscillateur.
Dans le cas d'une lame vibrante, l'entretien des oscillations se fait à l'aide d'un électroaimant alimenté en courant alternatif. La fréquence du vibreur est deux fois celle du courant.



8-Application du pendule simple

- La régulation des horloges ;
- La mesure précise de l'intensité de la pesanteur.

Exercices : Le pendule simple

Tests de connaissances

1- Définir les termes ou expressions :

a) Oscillations libres ; b) Période propre ; c) Pendule élastique ; d) pendule pesant ; e) pendule simple ; f) amortissement des oscillations.

Une solution exercice 1 :
1- définition :
a) Oscillations libres ; Un système oscillant effectue des oscillations libres lorsque la fréquence des oscillations ne dépend pas d'un dispositif extérieur.

b) Période propre : temps au bout duquel un oscillateur libre non amorti effectue une oscillation.

c) **Pendule élastique :** Système oscillant constitué d'un ressort à spires non jointives et d'un solide de masse m.

d) **pendule pesant** : Solide pouvant tourner autour d'un axe ne passant pas par son centre d'inertie.

e) **pendule simple** : Ensemble constitué d'un objet ponctuel de masse m relié à l'extrémité d'un fil inextensible de masse négligeable.

f) **Amortissement des oscillations** : Diminution de l'amplitude des oscillations d'un oscillateur à cause des pertes d'énergie.

Exercice 2 :
Donner l'expression de la période propre d'un pendule élastique ; d'un pendule simple ; d'un pendule de torsion et d'un pendule pesant.

Une solution exercice 2 :

Type de pendule	Période
Pendule élastique	$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}$
Pendule de torsion	$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$

Pendule pesant	$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.OG}}$
Pendule simple	$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

Exercice 3 :
Citer un exemple pratique d'application d'un : pendule de torsion ; d'un pendule pesant ; d'un pendule simple et d'un pendule élastique.

<u>Une solution exercice 3:</u>

Pendules	application
Pendule de torsion	Régulation des oscillations des aiguilles d'un galvanomètre.
Pendule pesant	La régulation des pendules muraux
Pendule simple	Mesur précise de l'intensité de la pesanteur
Pendule élastique	Suspension d'une automobile Réglage du balancier d'une horloge de montre mécanique

Exercice 4
Quelles sont les causes des pertes d'énergie d'un système oscillant ?

<u>Une solution exercice 4</u>
Les causes sont :
Les frottements solide-solide ;
Les frottements solide-liquide ou frottements visqueux.

Exercice 5 :
Répondre par vrai ou par faux :
5.1- Un pendule élastique horizontal non amorti est un oscillateur harmonique.
5.2- Un pendule simple est un solide de forme arbitraire pouvant osciller autour d'un axe quelconque
5.3- La période des oscillations d'un pendule dépend des conditions initiales
5.4- L'énergie mécanique d'un oscillateur élastique amorti est constante.
5.5- La période d'un oscillateur élastique non amorti est la même que que le pendule soit horizontal ou vertical ou oblique.
5.6- La période des oscillations d'un pendule simple ne d'pend pas de l'amplitude lorsque celle-ci est faible.
5.7- Un oscillateur est libre lorsque la fréquence des oscillations est imposée par un dispositif extérieur.
5.8- Un oscillateur est en résonance lorsque la fréquence de l'excitateur est beaucoup plus grande que celle de l'oscillateur.
5.9- Un pendule simple a la même période des oscillations sur la terre que sur la lune.
5.10- La fréquence des oscillations d'un pendule de torsion est d'autant plus grande que le moment d'inertie du solide est important.

<u>Une solution exercice 5</u>

5.1	5.2	5.3	5.4	5.5
vrai	Faux	faux	faux	Vrai

5.6	5.7	5.8	5.9	5.10
vrai	Faux	faux	faux	vrai

Remarque (5.9) : Le champ de pesanteur varie en fonction du lieu.

Exercice 6
Questions à choix multiples
6.1- La période d'un pendule simple dans le cas des oscillations de faible amplitude est donnée par la relation :
a) $2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}$; b) $2.\pi.\sqrt{\ell.g}$; c) $2.\pi.\sqrt{\frac{g}{\ell}}$
6.2- La période d'un pendule élastique dépend de :
a) la longueur du ressort ; b) la masse du solide ; c) la pesanteur.
6.3- Un oscillateur constitué d'un solide de petites dimensions oscillant à l'extrémité d'un fil inextensible est :
a) un pendule pesant ; b) un pendule simple ; c) un pendule de torsion.
6.4- Le pendule de torsion effectue un mouvement :
a) rectiligne ; b) hélicoïdal ; c) sinusoïdal de rotation.
6.5- La fréquence propre d'un pendule élastique est donnée par la relation :
a) $2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{k}}$; b) $2.\pi.\sqrt{\frac{m}{m}}$; c) $\frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{k}{m}}$

6.6- L’équation différentielle des oscillations de faible amplitude d’un pendule simple est :

a) $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\theta = 0$; b) $\ddot{\theta} + \frac{\ell}{g}.\sin\theta = 0$;

c) $\ddot{\theta} + \frac{\ell}{g}.\theta = 0$;

6.7- Un oscillateur mécanique est constitué d’un ressort vertical fixé par le haut au bout duquel on suspend une masse m. Soit T la période des oscillations. Que devient cette période si on triple la masse ?

a)$(1-\sqrt{3})T$; b) $\frac{\sqrt{3}}{3}T$; c) $\sqrt{3}\,T$ d) $(1+\sqrt{3}\,).T$

6.1	6.2	6.3	6.4
a) $2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}$	b) la masse du solide	b) un pendule simple	c) sinusoïdal de rotation.

6.5	6.6	6.7
c) $\frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{k}{m}}$	a) $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\theta = 0$	c) $\sqrt{3}\,T$

Exercice 7 : Système oscillant /4pt

Un pendule simple est constitué d’une masse ponctuelle m = 100g accrochée à l’extrémité d’un fil inextensible de masse négligeable et de longueur ℓ=1m. On l’écarte de la verticale d’un angle θ_0 puis on l’abandonne sans vitesse initiale. On prendra l’horizontale de la position la plus basse de la masse comme niveau de référence de l’énergie potentielle de pesanteur. A un instant quelconque, le pendule en mouvement fait un angle θ avec la verticale du lieu.

a) déterminer l’expression de l’énergie potentielle Ep de pesanteur du système {terre-pendule} en fonction de m, g, ℓ et θ.

b) Si θ est petit, on peut écrire : sin θ = θ(rad) et $(1-\cos\theta) = 2\,.\sin^2\frac{\theta}{2}$.

Donner la nouvelle expression de l’énergie potentielle Ep de pesanteur en fonction de m, g, ℓ et θ. 1pt

c) On admet que le système est conservatif :

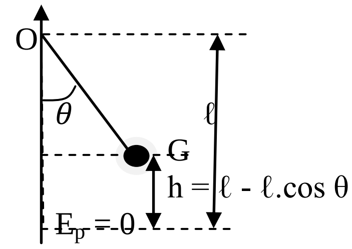
c.1-Définir un système conservatif. 0,5pt

c.2-Pour des oscillations d’amplitude $\theta_m = 10°$, calculer l’énergie cinétique Ec du pendule au passage par la position $\theta = \frac{\theta_m}{2}$

On prendra g =10N/kg

Une solution exercice 7

a) Expression de l’énergie potentielle Ep de pesanteur du système {terre-pendule} en fonction de m, g, l et θ.



L’énergie mécanique du pendule lorsqu’il est à sa position d’élongation maximale θ est :

$E_p = m.g.(\ell - \ell.\cos\theta)$

b) nouvelle expression de l’énergie potentielle Ep de pesanteur en fonction de m, g, ℓ et θ.

$$E_p = m.g.\ell(1 - \cos\theta = m.g.\ell.\,2\,.\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

$$E_p = 2.m.g.\ell.\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

c-

c.1) Un système est dit conservatif lorsque son énergie mécanique est constante.

c.2) Energie cinétique du pendule au passage par sa position $\theta = \frac{\theta_m}{2}$.

Le système est conservatif, alors l’énergie potentielle de pesanteur du système {terre-pendule} à la position d’élongation θ_m est égale à l’énergie mécanique du système.

$E = 2.m.g.\ell.\sin^2\frac{\theta_m}{2}$

De plus

$E = E_c + E_p = E_c + 2.m.g.\ell.\sin^2\frac{\theta_m}{4}$

D’où

$$E_c = 2m.g.\ell(\sin^2\frac{\theta_m}{2} - \sin^2\frac{\theta_m}{4})$$

AN : $E_c = 2.0{,}1.10.1.(\sin^2\frac{10}{2} - \sin^2\frac{10}{4})$ $=1{,}14.\,10^{-2}$J

Exercice 8:

Exercice 16 page 157 Classique Camerounais.

Pour déterminer l’intensité de la pesanteur terrestre en un lieu ; on mesure pour plusieurs longueurs , la durée t de 20 oscillations d’un pendule simple et on a obtenu le tableau de valeurs ci-dessous.

ℓ(m)	0,400	0,600	0,800	1,000	1,200	1,400	1,600
t(s)	25,36	31,04	35,84	40,04	43,92	47,44	50,72
T(s)							
$T^2(s^2)$							

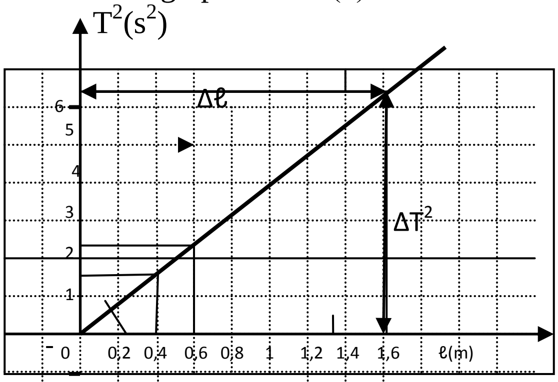
1- Déterminer la période propre des oscillations correspondant à chaque longueur et compléter le tableau de valeurs.

2- Tracer le graphe $T^2 = f(\ell)$ et vérifier la validité de l'expression théorique de la période d'un pendule simple.
3- En déduire la valeur de l'intensité de la pesanteur au lieu d'expérience.

Une solution 8
15.1- Détermination de la période propre du pendule :
$20.T = t$ d'où $T = \frac{t}{20}$
Complétons le tableau :

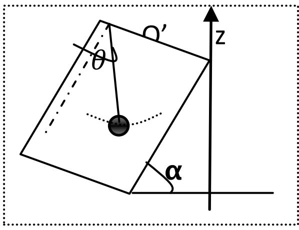
ℓ(m)	0,400	0,600	0,800	1,000	1,200	1,400	1,600
t(s)	25,36	31,04	35,84	40,04	43,92	47,44	50,72
T(s)	1,26	1,55	1,79	2,0	2,2	2,37	2,54
$T^2(s^2)$	1,60	2,4	3,21	4,0	4,82	5,62	6,43

2- Tracé du graphe $T^2 = f(\ell)$



Validité de l'expression théorique :
Le graphe $T^2 = f(\ell)$ montre que T^2 est proportionnel à ℓ.
D'après l'expression théorique $T = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}$, la période d'un pendule simple est proportionnelle à la racine carrée de sa longueur : $T = k.\sqrt{\ell}$. On en déduit que $T^2 = k'.\ell$. La relation théorique est alors vérifiée.
3- valeur de l'intensité de la pesanteur au lieu considéré :
La pente $\frac{\Delta T^2}{\Delta \ell}$du graphe $T^2 = f(\ell)$ représente $\frac{4.\pi^2}{g}$.
D'où $g = \frac{4.\pi^2}{\frac{\Delta T^2}{\Delta \ell}} = \frac{4.3{,}14^2}{\frac{6{,}43-0}{1{,}6-0}} = 9{,}81\ \text{N/kg}$

Exercice 9
On se propose d'étudier l'influence du champ de pesanteur sur la période d'un pendule simple incliné. Pour cela on réalise le dispositif suivant : On suspend un point matériel de masse m=200g par un fil inextensible de masse négligeable à un point fixe O'. L'ensemble repose sur un plan incliné d'angle α=30°. On écarte le pendule ainsi constitué d'un petit angle θ = 6° et on l'abandonne à lui même sans vitesse initiale.

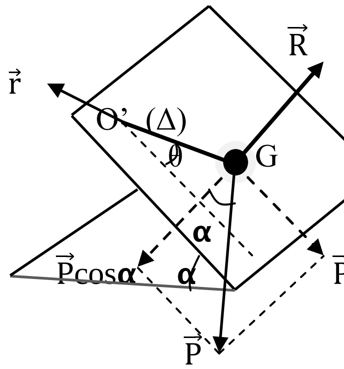


1-Etude dynamique
1.1-Par une étude dynamique, établir l'équation différentielle du mouvement de ce pendule sa sachant que sa longueur est ℓ = 1 m.
1.2-En déduire la période T_0 des petites oscillations.
1.3-Par analogie avec le pendule simple verticale, quelle est la valeur g' du champ de pesanteur pour un pendule simple incliné ?
B- Etude énergétique du pendule simple incliné
B.1-Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système pendule-terre pour une position quelconque d'angle θ en fonction de m ; g ; ℓ ; θ ; $\boldsymbol{\alpha}$ et θ_m et en déduire celle de son énergie mécanique. $\cos\theta = (1 - \frac{\theta^2}{2})$ 1pt
B.2-Quand dit-on qu'un système est conservatif ? Justifier que ce système est conservatif. 0,25pt
B.3-Représenter l'allure du diagramme donnant la variation de l'énergie cinétique ; énergie potentielle et mécanique en fonction de l'angle θ.

Une solution exercice 9
1- Etude dynamique du pendule simple incliné :
1.1- Etablissons l'équation différentielle :
Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées au système sont :

- Le poids $\vec{P}$ du point matériel ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné sur le point matériel ;
- La réaction $\vec{r}$ de l'axe de rotation.

Représentation :



Appliquons la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation au pendule simple incline:
$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{r}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

Soit : $M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{r} = m.\ell^2.\ddot{\theta}$

$- m.g.(\sin\alpha)\,\ell.\sin\theta + 0 + 0 = m.\ell^2.\ddot{\theta}$

On obtient l'équation différentielle :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.(\sin \boldsymbol{\alpha}).\sin\theta = 0.$$

NB : Seule la composante $\vec{P}\sin\beta$ du poids a un effet de rotation sur le pendule.

Dans le cas des oscillations de faibles amplitudes ($\theta < 6°$) ; $\sin\theta \approx \theta\,(rad)$. l'équation différentielle devient :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.(\sin \boldsymbol{\alpha}).\theta = 0.$$

1.2- Période des oscillations :

La pulsation propre de e mouvement du pendule est :

$$\omega = \sqrt{\frac{g.\sin\alpha}{\ell}}$$

La période des oscillations est :

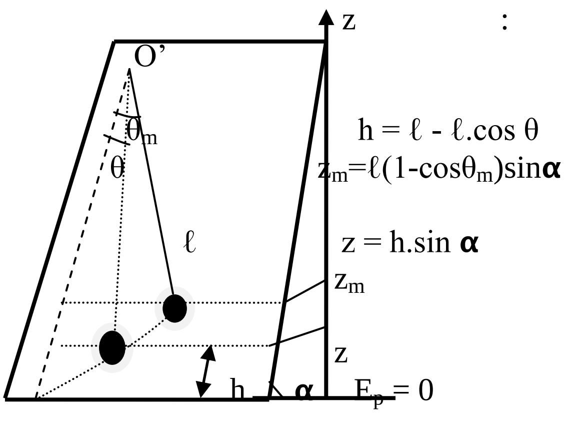
$$T_0 = \frac{2.\pi}{\omega} = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g.\sin\alpha}}$$

1.3- Par analogie avec le pendule simple vertical, donc la période propre est $T'_0 = \frac{2.\pi}{\omega} = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}$, on conclut que l'intensité de la pesanteur sur un plan incliné d'un pendule simple est :

g' = g. sin α où **α** est l'angle du plan incliné.

B- Etude énergétique :

B.1- Expression de l'énergie potentielle du système pendule-terre pour une position quelconque d'angle θ en fonction de m ; g ; ℓ ; **α** ; θ et θ_m :



$E_p = m.g.z = m.g.\ell(1 - \cos\theta).\sin\boldsymbol{\alpha}$

$= m.g.\ell(1\text{-}1 + \frac{\theta^2}{2}).\sin\boldsymbol{\alpha}$

$E_p = \frac{1}{2}.m.g.\ell\theta^2.\sin\boldsymbol{\alpha}$

Déduction de l'énergie mécanique:

$E_m = E_p + E_c$

Expression de E_c pour la position d'angle θ :

Sachant que le pendule est lâché sans vitesse initiale à la position d'angle θ_m ; appliquons le théorème de l'énergie cinétique à la boule du pendule entre les deux positions :

$E_c - 0 = W(\vec{P}) + W(\vec{T}) = m.g(z_m - z)$

$= m.g.\ell(\cos\theta - \cos\theta_m).\sin\boldsymbol{\alpha}$

$= m.g.\ell(1 - \frac{\theta^2}{2} - 1 + \frac{\theta_m^2}{2}).\sin\boldsymbol{\alpha}$

$E_c = m.g.\ell(\frac{\theta_m^2}{2} - \frac{\theta^2}{2}).\sin\boldsymbol{\alpha}$

D'où l'expression de l'énergie mécanique :

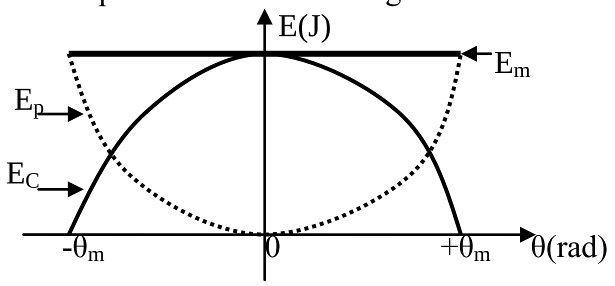
$Em = = \frac{1}{2}.m.g.\ell.\theta_m^2.\sin\alpha$

A.2-Un système est dit conservative lorsque son énergie mécanique reste constante au cours de son évolution.

Justification : $Em = = \frac{1}{2}.m.g.\ell.\theta_m^2.\sin\alpha$

Est constante car toute les grandeurs physiques dans cette expression ne varient pas au cours du temps. De ce fait, $\frac{dE_m}{dt} = 0$.

A.3- Allure du diagramme donnant la variation de l'énergie cinétique ; énergie potentielle et mécanique en fonction de l'angle θ.



Exercice 10

Une balançoire supportant un enfant de masse m = 20 kg et assimilable à un pendule simple de longueur ℓ = 3m.

1- Faire le bilan des forces qui s'exercent sur l'enfant au cours du mouvement. 0,25pt

2- Représenter ces forces sur un schéma, le pendule étant en mouvement à une date quelconque t.

3- Sous quelle(s) forme(s) se trouve l'énergie de cet oscillateur. 0,25pt

4- Expliquer ce qui se passe du point de vue énergétique lors des oscillations. 0,25pt

5- Pour $\theta_m = 45°$, calculer la vitesse et la tension du fil au passage par sa position d'équilibre.1pt

On constate que l'amplitude des oscillations diminue progressivement.

6- Quelle est l'origine de ces amortissements ?

7- Représenter l'allure de la variation de l'élongation en fonction du temps pendant deux pseudos périodes**.**

8- On constate que l'oscillateur perd à chaque passage par sa position d'équilibre 2% de son énergie cinétique. Au bout de combien d'oscillations l'amplitude ne vaudra plus que θ=**22,5° ?**

9 - Lassé de se balancer, l'enfant arrête et descend. Puis il reprend son jeu. Son père l'installe sur le siège puis le pousse brièvement, périodiquement, toujours de la même façon. En opérant d'une certaine manière, il constate que l'amplitude des oscillations est de plus en plus grande. Pour des raisons de sécurité il ne poursuit pas son expérience.

a) Comment le père a-t-il procédé ?

b) Comment s'appelle ce phénomène ?

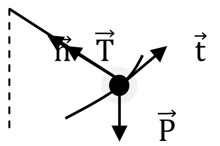
c) Avec quelle fréquence le père est-il intervenu ?

Une solution exercice 10 :

1- Bilan des forces qui s'exercent sur l'enfant au cours du mouvement **:**

- Le poids $\vec{P}$ de l'enfant ;
- La tension $\vec{T}$ du fil.

2- Représentation de ces forces :



3- L'énergie de l'oscillateur se trouve sous forme mécanique. (énergie potentielle de pesanteur et énergie cinétique)

4- Explication de ce qui se passe du point de vue énergétique lors des oscillations :

L'énergie potentielle de pesanteur est transformée en énergie cinétique et vice versa. Lorsque l'énergie potentielle de pesanteur diminue, l'énergie cinétique augmente et inversement

5- .Vitesse du pendule au passage par s position d'équilibre :

La balançoire est abandonnée sans vitesse initiale. Le théorème de l'énergie cinétique permet de déterminer V.

$\frac{1}{2}\mathrm{m}.\mathrm{V}^2 = \mathrm{m.g}.(\ell.\cos\theta - \ell\cos\theta_\mathrm{m})$

$$\mathrm{V}^2 = 2.\mathrm{g}.(\ell.\cos\theta - \ell.\cos\theta_\mathrm{m})$$

A la position d'équilibre, θ = 0°,

D'où $\mathrm{V} = \sqrt{2.\mathrm{g}.\ell(1-\cos\theta_\mathrm{m})}$

AN: $\mathrm{V} = \sqrt{2.9{,}8.3(1-\cos 45°)} = 4{,}15\ \mathrm{m/s}$

Tension du fil au passage par la position d'équilibre :

Appliquons le théorème du centre d'inertie à l'enfant dans le référentiel terrestre galiléen auquel on associe la base ($\vec{n}$; $\vec{t}$) de Frenet :

$\vec{P} + \vec{T} = \mathrm{m}.\vec{a}$

En projetant cette relation suivant $\vec{n}$ on a :

$$\mathrm{T} - \mathrm{m.g} = \mathrm{m}.\frac{\mathrm{V}^2}{\ell}$$

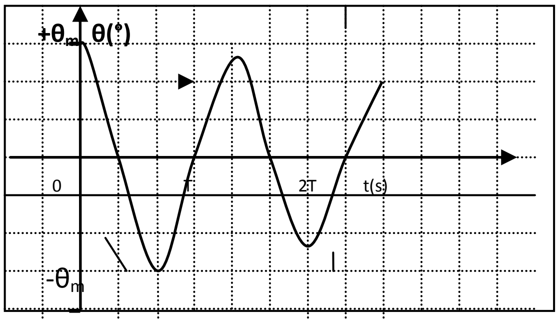
En remplaçant V par sa valeur dans cette relation, on trouve : $\mathrm{T} = \mathrm{m.g}.(3 - 2.\cos\theta_\mathrm{m})$

AN :

$\mathrm{T} = 0{,}2.9{,}8.(3 - 2.\cos 45°) = 3{,}1\mathrm{N}$

6- L'origine de l'amortissement est la perte d'énergie à cause des frottements visqueux entre l'enfant et l'air au cours des oscillations.

7- Représentation de l'allure de la variation de l'élongation en fonction du temps pendant deux pseudo périodes**.**



8-Nombre d'oscillation pour que l'amplitude soit θ = 22,5° :

Soit E_0 l'énergie cinétique de l'oscillateur juste avant son premier passage par la position d'équilibre :

$$\mathrm{E}_0 = \mathrm{m.g}.\ell(1-\cos\theta_\mathrm{m})$$

L'énergie cinétique de l'oscillateur juste avant son passage par la position d'équilibre lorsque l'amplitude est θ vaut $\mathrm{E} = \mathrm{m.g}.\ell(1-\cos\theta)$

Exprimons E en fonction du nombre d'oscillation :

Pour $\mathrm{n} = \frac{1}{2}$; $\mathrm{E}_{1/2} = \mathrm{E}_0 - 0{,}02.\mathrm{E}_0 = 0{,}98.\mathrm{E}_0$

Pour $n = 1$; $\mathrm{E}_1 = \mathrm{E}_1 - 0{,}02.1 = (0{,}98)^2.\mathrm{E}_0$

On en déduit que $\mathrm{E_n} = (0{,}98)^{2\mathrm{n}}.\mathrm{E}_0$

$\mathrm{E_n} = (0{,}98)^{2\mathrm{n}}.\mathrm{E}_0 = \mathrm{m.g}.\ell(1-\cos\theta)$

Soit

$(0{,}98)^{2\mathrm{n}}.\mathrm{m.g}.\ell(1-\cos\theta_\mathrm{m})\ \ \mathrm{m.g}.\ell(1-\cos\theta$

On trouve :

$\mathrm{n} = \frac{1}{2.\ell\mathrm{n}(0{,}98)}.\ell\mathrm{n}(\frac{1-\cos\theta}{1-\cos\theta_\mathrm{m}})$

AN:

$$n = \frac{1}{2.\ell n(0{,}98)}.\ell n\left(\frac{1-22{,}5}{1-\cos 45}\right) = 33{,}34 \text{ oscilltions.}$$

9-

a) Le père a procédé par excitation de l'oscillateur.

b) Le phénomène est appelé résonance car l'amplitude des oscillations imposées par le père augmente.

c) Le père est intervenu avec une fréquence égale à cette du pendule simple.

$$\text{Soit } N = \frac{1}{2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \frac{1}{2.3{,}14.\sqrt{\frac{3}{9{,}8}}} = 0{,}288\text{Hz}$$

Exercice 11: Expérience de physique / 4pt

On veut étudier l'influence de l'amplitude des oscillations (θ_m), de la masse (m) et de la longueur (ℓ) sur la période d'un pendule simple. On utilise à cet effet différents fils de longueurs ℓ_1 = 50 cm ; ℓ_2 = 100 cm ; ℓ_3 = 150 cm et des masses ponctuelles de valeurs respectives : m_1 = 20g ; m_2 = 40g et m_3 = 80g.

1-La détermination de la période passe par la mesure de 10 oscillations. Pourquoi procède-t-on ainsi ?

2-Donner l'inconvénient principal si on procédait par la mesure de 100 oscillations bien comptées.

3- Avec la masse m_2 = 40g et le fil de longueur ℓ_2 = 100 cm, on mesure la durée de 10 oscillations pour différentes valeurs de l'amplitude θ_m. Le tableau suivant regroupe les résultats obtenus :

θ_m (°)	5	10	15	20	30	40
10.T (s)	20,1	20,1	20,1	20,3	20,4	20,7

3.1- Au vu du tableau, l'amplitude θ_m a-t-elle une influence sur la période des oscillations ? Expliquer. **0,25pt x 2**

3.2- Dans quelles conditions parle-t-on d'isochronisme des oscillations ? **0,5pt**

4- Pour θ_m = 10°, on mesure la durée de 10 oscillations pour les différents pendules. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

ℓ(cm) / m(g)	50	100	150
20	14,2	20,1	24,5
40	14,2	20,1	24,6
80	14,2	20,1	24,6

4.1- Au vu de ce tableau, quelle est l'influence de la masse sur la période des oscillations d'un pendule simple ? **0,5pt**

4.2- Pour m = 20g, tracer la courbe $T^2 = f(\ell)$. Echelle : 1cm correspond à $1s^2$ en ordonnées et 3cm pour 50 cm en abscisse. **1pt**

4.3- En déduire que la période T est proportionnelle à $\sqrt{\ell}$. **0,5pt**

Une solution exercice 11 :

1- On procède par la mesure de dix oscillations du pendule pour avoir une meilleure approximation de la période du pendule.

2- Inconvénient principal si on procédait par la mesure de 100 oscillations bien comptées :
On mesurera plutôt la pseudo période des oscillations car les oscillations s'amortissent.

3-

3.1- Le tableau montre que l'amplitude θ_m a une influence sur la période des oscillations.
Pour 5° $\leq \theta_m \leq$ 15°, les oscillations ont la même période.
Ao delà e 15°, la période augmente avec l'amplitude.

3.2- On parle d'isochronisme des oscillations lorsque la période des oscillations ne varie pas avec l'amplitude.
Cette condition est remplie ici pour
5° $\leq \theta_m \leq$ 15°.

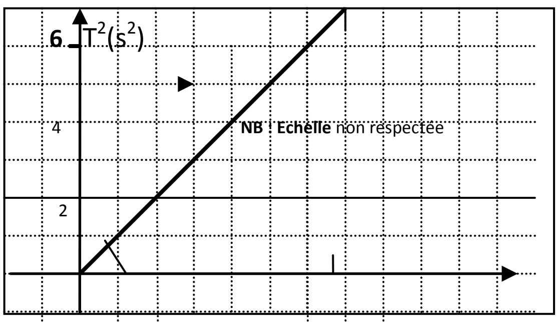
4-

4.1- Influence de la masse sur la période des oscillations :
La période des oscillations est indépendante de la masse.

4.2- tracé de la courbe $T^2 = f(\ell)$ pour m = 20g :
Tableau des valeurs

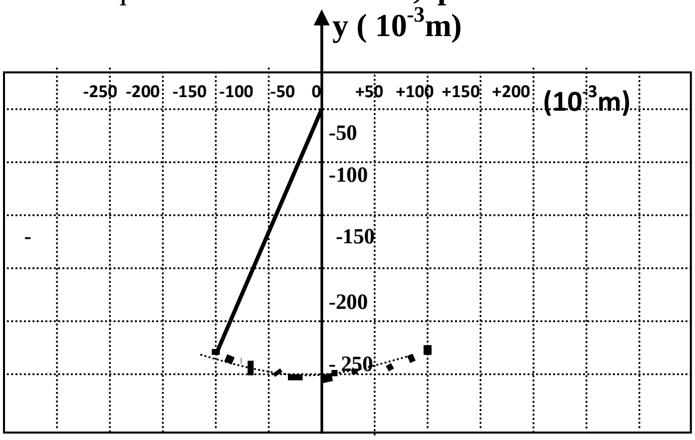
ℓ(cm)	50	100	150
T(s)	1,42	2,01	2,45
$T^2(s^2)$	2,02	4,04	6,00

Graphe $T^2 = f(\ell)$



4.3- Déduisons que la période T est proportionnelle à $\sqrt{\ell}$.
Le graphe $T^2 = f(\ell)$ est une droite linéaire de pente positive, alors T^2 est proportionnel à ℓ et peut s'écrire : $T^2 = k.\ell$ et $T = \sqrt{k}.\sqrt{\ell}$.
En posant k' = $\sqrt{k}$; alors T = k'. $\sqrt{\ell}$.
On conclut que la période T est proportionnelle à la racine carrée de la longueur du pendule.

Exercice 12
Un pendule simple est constitué d'un mobile suspendu à l'extrémité d'un fil accroché au point O(0 ; 0). Le mouvement du centre d'inertie du mobile a été enregistré sur une table disposé verticalement. Un fil à plomb donne la position et un point est déposé toutes les 50 ms. On obtient l'enregistrement de la figure ci-dessous des positions du centre d'inertie du mobile.
A.1-Qu'est ce qu'un pendule simple ? **0,5pt**
A.2- Quelle est la valeur approximative de la période du pendule ? **0,5pt**
A.3- Déterminer la longueur du pendule.
A.4- Déduire des questions A.2) et A.3) la valeur de l'intensité de la pesanteur au lieu considéré.
A.5- Que se passerait-il si on laisse le pendule osciller plus longtemps ? Pourquoi ?
A.6- Déterminer l'amplitude θ_m des oscillations de ce pendule simple et dire si l'oscillateur est harmonique. **0,5pt**



une solution exercice 12
A.1- Un pendule simple est un système constitué d'un point matériel de masse m fixé à l'une des extrémités d'un fil inextensible et de masse négligeable, l'ensemble pouvant tourner autour d'un axe fixe.
A.2- Valeur approximative de la période du pendule :
La période étant la durée d'une oscillation c à d d'un aller e retour, nous constatons qu'un aller correspond à $10.\theta$
D'où $T = 2.10.\theta = 2.10.50.10^{-3} = 1s$

A.3- Longueur du pendule :
D'après le graphe, $\ell = 250.10^{-3}\ m$
A.4- Déduction de la valeur de g :
$T^2 = 4.\pi^2.\frac{\ell}{g}$ d'où $g = 4.\pi^2.\frac{\ell}{T^2}$
AN :
$g = 4.\pi^2.\frac{0,25}{1^2} = 9,86$ N/kg
A.5- Si on laissait le pendule osciller plus longtemps, l'amplitude des oscillations diminuerait progressivement et le système finit par s'immobiliser : c'est l'amortissement.

Justification : L'amortissement est dû aux frottements visqueux entre le système et l'air.

A.6-Amplitude θ_m des oscillations :
$$\sin\theta_m = \frac{100.10^{-3}}{\ell} = \frac{100.10^{-3}}{250.10^{-3}} = \frac{2}{5} = 0,4$$
On en déduit $\theta_m = 23,8° = 0,41$ rad
Cet oscillateur n'est pas harmonique car $\theta_m > 10°$.

Exercice 13 :
On étudie l'influence de la longueur et de l'amplitude θ sur la période des petites oscillations d'un pendule simple.
1-Donner la liste du matériel indispensable pour la réalisation de cette expérience en précisant le role de chacun.
2- Schématiser le dispositif expérimental.
3- Décrire brièvement le mode opératoire de cette manipulation.
4- On fait varier l'amplitude θ et on mesure la durée de 10 oscillations pour une longueur ℓ du pendule. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous :

θ en degré	5	7	9	10
10.t (en s)	14,0	14,0	14,0	14,1

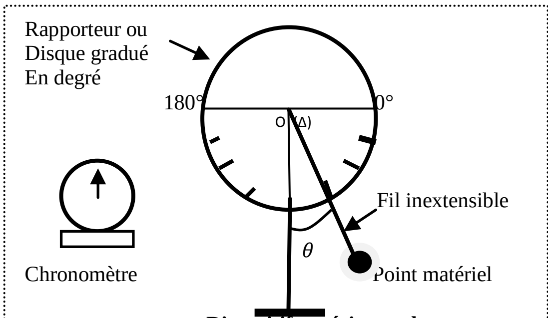
Quelle conclusion peut-on tirer de ce tableau ?

Une solution exercice 13 :

Matériels	Fonction
01 fil inextensible de masse négligeable	Constitué le pendule simple
01 objet ponctuel de masse m	

01 support (clou)	Servir de fixation et d'axe de rotation
01 chronomètre	Mesurer la durée de 10 oscillations
01 rapporteur ou un disque gradué en degré.	Mesurer l'amplitude des oscillations
01 règle graduée	Mesurer la longueur du pendule

2- Schéma du dispositif expérimental :



Dispositif expérimental

3-Description du mode opératoire :

1ère étape : Fixer son pendule sur l'axe de rotation.

2ème étape : Ajuster la graduation 90° du rapporteur sur la verticale passant par la position d'équilibre du pendule ;

3ème étape : Ecarter le pendule de sa position d'équilibre d'un angle θ < 10° puis lâcher au même moment que vous déclenchez le chronomètre. Compter 10 oscillations et arrêter le chronomètre.

4ème étape : Lire l'indication du chronomètre et enregistrer dans un tableau.

5ème étape : Reprendre les étapes 3 et 4 en variant l'amplitude θ et enregistrer les résultats dans un tableau.

N.B : Pour chaque valeur de θ, faire 03 fois la manipulation et retenir la valeur moyenne du temps comme durée de 10 oscillations.

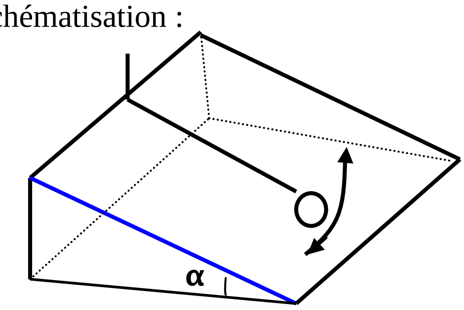
4- Le tableau obtenu montre que la période des oscillations d'un pendule simple pour des oscillations de faible amplitude est indépendante de l'amplitude. (Isochronisme des oscillations).

Exercice 14 : Extrait BAC D 2014

Expérience

Fiche de travaux pratique		
Niveau : Terminale D et TI	1-Titre du TP : Le pendule simple incliné	2-Domaine : Mécanique
3-Objectifs :	4-Matériels : Chronomètre ;	
Détermination de l'accélération de la pesanteur du lieu de l'expérience	rapporteur ; plan incliné d'angle α = 20° ; un clou pour la suspension du pendule ; un fil inextensible et de masse négligeable de longueur variable ; une masse marquée que l'on supposera ponctuelle.	

5- Schématisation :



6- Protocole expérimental :

A l'aide du rapporteur, on mesure l'angle d'écartement du pendule de la verticale apparente puis on l'abandonne pour θ = 9°. Avec le chronomètre, on mesure la durée de 10 oscillations du pendule pour une longueur déterminée L du fil. On obtient le tableau suivant :

L(m)	0,7	0,8	0,9	1	1,2	1,3
10.T(s)	28,7	30,7	32,6	34,3	37,6	39,2

7- Exploitation

7.1- Pour un pendule simple vertical, la période propre des oscillations est de la forme :

$T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{g}}$.

En déduire celle T' du pendule incliné ci-dessus en fonction de L ; g et α. 1pt

7.2- Tracer la courbe $T^2 = f(L)$.

Echelle : Abscisses : 1cm pour 0,1m et en ordonnées : 1cm pour $1s^2$. 1,5pt

7.3- A partir de la courbe ci-dessus, déterminer la valeur expérimentale de l'accélération de la pesanteur du lieu de l'expérience.

Une solution exercice 14 :

7.1- Déduisons l'expression de T'en fonction de L ; g et .**α**

Pour un pendule simple incliné, c'est la composante $P.sin\theta$ du poids qui a un effet de rotation.

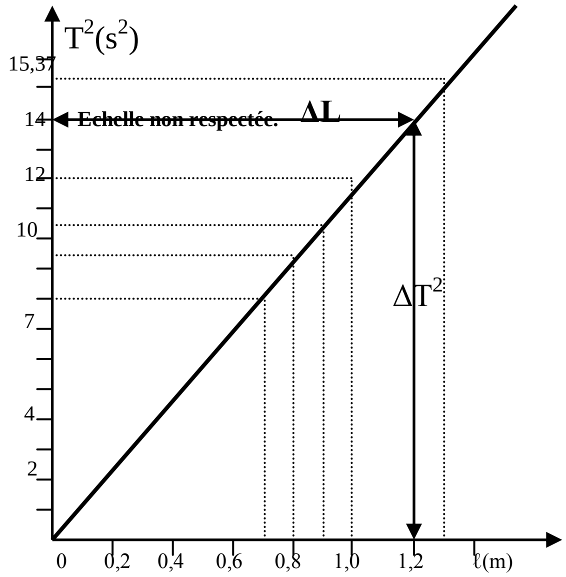
Par analogie avec le pendule simple vertical, l'intensité de la pesanteur est $g' = g.\sin\alpha$.

On en déduit que $T' = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{g'}} = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{g.\sin\alpha}}$

7.2- Tracé de la courbe $T^2 = f(L)$.

-Tableau des valeurs :

L(m)	0,7	0,8	0,9	1	1,2	1,3
10.T(s)	28,7	30,7	32,6	34,3	37,6	39,2
$T(s)$	2,87	3,07	3,26	3,43	3,76	3,92
$T^2(s^2)$	8,24	9,42	10,63	11,76	14,14	15,37



7.2- Détermination de la valeur de l'accélération expérimentale au lieu de l'expérience :

La pente du graphe $T^2 = f(L)$ représente la quantité $\frac{4.\pi^2}{g.\sin\alpha} = \frac{\Delta T^2}{\Delta L} = \frac{14,14}{1,2} = 11;78\ s^2/m$

On en déduit que

$$g = \frac{4.\pi^2}{11,78.\sin\alpha} = \frac{4.3,14^2}{11,78.\sin 20} = 9,8\ N/kg$$

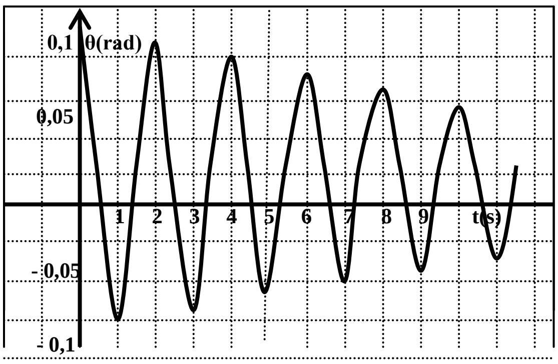
Exercice 15

L'enregistrement ci-dessous montre l'évolution au cours du temps de l'élongation angulaire d'un pendule simple.

1- Le mouvement du pendule est-il amorti ou non amorti ?

2- La durée au cours de laquelle un pendule amorti ou non amorti repasse par sa position d'équilibre en allant dans le même sens est appelée sa période ou sa pseudopériode. Mesurer sur l'enregistrement ci-dessous, la période ou la pseudopériode du pendule. On expliquera sa méthode de mesure utilisée.

3- Quelle est l'amplitude initiale des oscillations ?



Une solution exercice 15

1- Le mouvement de ce pendule est amorti car l'amplitude des oscillations diminue au cours du temps.

2-Mesure de la pseudopériode :

Sur l'enregistrement nous constatons que la durée de $(5 + \frac{3}{4})$ de pseudopériode est de 11,5s.

On en déduit la période par la relation :

$$\left(5 + \frac{3}{4}\right).T = 11,5 \quad d'où \quad T = \frac{11,5}{(5 + \frac{3}{4})} = 2s$$

NB : Mesurer seulement la durée d'une oscillation sur le graphe est une mauvaise méthode car la durée des oscillations n'est pas rigoureusement la même chose.

3- Amplitude initiale des oscillations :

Elle est $\theta_m = 0,1\ rad.$

Exercice 16

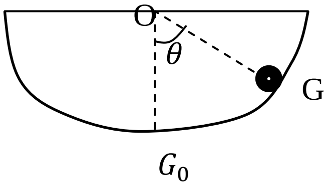
Au fond d'une gouttière ayant la forme d'un demi-cercle de rayon R=10cm se déplace sans frottement une bille homogène ponctuelle de masse m. La position de la bille est repérée à chaque instant par l'angle $\theta = (\widehat{\overrightarrow{OG_0}\ ;\ \overrightarrow{OG}})$ que fait le vecteur $\overrightarrow{OG}$ avec la verticale (OG_0) passant par le centre du demi-cercle. La bille est écartée de sa position d'équilibre d'un petit angle $\theta_m = 0,15rad$ puis abandonnée sans vitesse initiale. g = 9,8 N/kg

1-Faire le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur la bille et représenter.

2-Etablir l'équation différentielle du mouvement de la bille. 1pt

3-Déduire l'expression de sa période propre et calculer sa valeur. 0,5pt

4-Etablir l'équation horaire du mouvement à partir des conditions initiales. 0,5pt

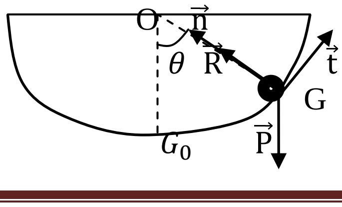


Une solution exercice 16

1- Bilan des forces extérieures qui s'exercent sur la bille :

- Le poids $\vec{P}$ de la bille ;
- La réaction $\vec{R}$ de la gouttière.

Représentation :



2- Etablissons l'équation différentielle du mouvement de la bille :
Appliquons le TCI à la bille :
$\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}$
Projetons cette relation vectorielle dans la base $(\vec{n}\ ;\ \vec{t})$ de Frent. On a :

$$\vec{P}\begin{vmatrix}-m.g.\cos\theta \\ -m.g.\sin\theta\end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix}R \\ 0\end{vmatrix} = m.\vec{a}\begin{vmatrix}a_n = \frac{V^2}{R} \\ a_t = R.\ddot{\theta}\end{vmatrix}$$

On déduit que : $-m.g.\sin\theta = m.R.\ddot{\theta}$.
On obtient l'équation différentielle suivante :
$\ddot{\theta} = \frac{g}{R}.\sin\theta = 0$ et comme θ< 10° ; cette équation devient : $\ddot{\theta} = \frac{g}{R}.\theta = 0$.

3- Expression de la période propre :

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{R}{g}}$$

Valeur numérique :
$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{0,1}{9,8}}$ = 0,63 s.

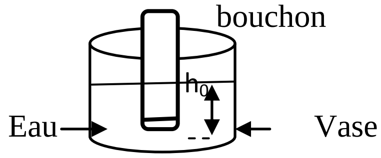
4- Equations horaires du mouvement :
Elle est de la forme :
$\theta(t) = \theta_m \sin(\omega.t + \varphi)$ ou $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega.t + \varphi')$
A t = 0 ; $\theta(t=0) = \theta_m \sin(\omega.0 + \varphi)$

$$\sin\varphi = 1 \text{ et } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

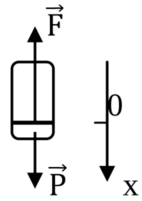
$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{9,8}{0,1}} = 7.\sqrt{2} = 9,89\ \mathrm{rad/s}$

Loi horaire :
$\theta(t) = 0,15 \sin(7.\sqrt{2}.t + \frac{\pi}{2})$ ou
$\theta(t) = 0,15 \sin(7.\sqrt{2}.t)$ en radian.

Exercice 17 : Extrait épreuve zéro 2006
<u>Rappel</u> : la poussée d'Archimède exercée par un fluide sur un corps immergé est une force de contact verticale ascendante appliquée au centre de gravité de l'objet et de module égal au poids du volume de liquide déplacé.
Un bouchon de liège lesté est déposé verticalement dans l'eau contenue dans un vase.
A.1- Calculer la profondeur h_0 d'immersion du bouchon. 0,5pt
On donne : r(rayon du bouchon) = 3,14 cm ;
g = 10N/kg ; m(masse du bouchon) = 62,8g
ρ(masse volumique de l'eau) = 1g/cm^3.
A.2- On provoque une immersion supplémentaire
x = 0,5cm du bouchon puis on l'abandonne sans vitesse initiale.
En négligeant les turbulences, établir l'équation différentielle du mouvement ultérieur du bouchon.
Quelle est la nature du mouvement de son centre d'inertie ?
A.3- Exprimer en fonction des paramètres du système la période propre des petites oscillations puis calculer sa valeur numérique.

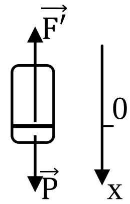


<u>Une solution exercice 17</u> :
A.1- Profondeur h_0 d'immersion du bouchon.
Etude de l'équilibre du bouchon :
Dans le référentiel terrestre galiléen, le bouchon est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la poussée d'Archimède $\vec{F}$.
Représentation :
Application du principe de l'inertie au bouchon :



$\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$
Projection sur l'axe (Ox) :
$m.g - \rho.\pi.r^2.h_0.g = 0$
D'où $h_0 = \frac{m}{\rho.\pi.r^2}$
AN : $h_0 = \frac{62,8}{1.3,14.3,14^2} = 2,03.\mathrm{cm}$

A.2- Equation différentielle du mouvement ultérieur du bouchon
Dans le référentiel terrestre galiléen, le bouchon est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la poussée d'Archimède $\vec{F'}$.
Représentation :
Application du TCI au Centre d'inertie au bouchon :



$\vec{P} + \vec{F} = m.\vec{a}$
Projection sur l'axe (Ox) :

$$m.g - \rho.\pi.r^2.(x + h_0)g = m.\ddot{x}$$
$$m.g - \rho.\pi.r^2.h_0.g - \rho.\pi.r^2.x.g = m.\ddot{x}$$
$$0 - \rho.\pi.r^2.x.g = m.\ddot{x}$$

D'où l'équation différentielle :
$\ddot{x} + \frac{\rho.\pi.r^2.g}{m}.x = 0$
Nature du mouvement :
Le centre d'inertie du bouchon effectue un mouvement rectiligne et sinusoïdal.
A.3- Expression de la période des oscillations :

$$T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{\rho.\pi.r^2.g}}$$

AN : $T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{62{,}8.10^{-3}}{1000.3{,}14^3 10^{-4}.10}} = 0{,}283$ s

Exercice 18

Le balancier d'une horloge dont la période est 2s à 0°C est assimilable à un pendulé simple de longueur ℓ_0. La tige métallique constituant le pendule a un coefficient de dilatation linéaire $\lambda = 1{,}8.10^{-5}K^{-1}$. g =9,8N/kg.

1- Calculer ℓ_0.

2- La température devient 30°C. L'horloge retarde-t-elle ou avance-t-elle ? De combien par jour ?

<u>Une solution exercice 18</u>

1-Valeur de ℓ_0

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_0}{g}}$ d'où $\ell_0 = \frac{{T_0}^2 g}{4\pi^2}$

AN : $\ell_0 = \frac{2^2.9{,}8}{4.3{,}14^2}$ $\ell_0 = 0{,}994$ m

2-Vérifions si l'horloge avance ou retarde

La nouvelle valeur de la période du pendule à 30°C : $T_{30} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_{30}}{g}}$

La longueur d'une tige qui varie en fonction de la température est donnée par la relation

$\ell_{30} = \ell_0(1+\lambda\theta)$

$T_{30} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_0(1+\lambda\theta)}{g}} = T_0\sqrt{1+\lambda\theta}$

Avec $\sqrt{1+\lambda\theta} = (1+\lambda.\theta)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{\lambda.\theta}{2}$

$$T_{30} = T_0 + T_0.\frac{\lambda.\theta}{2}$$

Comme $T_{30} > T_0$, l'horloge retarde

Durée du retard par jour

-Nombre d'oscillation N_0 du pendule par jour à 0°C

$N_0 = \frac{24.h}{T_0} = \frac{24.3600}{T_0}$

Le nombre d'oscillation par jour pour la même horloge à 30°C est : $N_{30} = \frac{24.h}{T_{30}} = \frac{24.3600}{T_0.(1+\frac{\lambda.\theta}{2})}$

Le nombre d'oscillation supplémentaire est :

$N_0 - N_{30} = \frac{24.3600}{T_0}(1 - \frac{1}{1+\frac{\lambda\theta}{2}})$

Or en une oscillation l'horloge à 30°C retarde de

$\Delta T = T_0 - T_{30} = -T_0.\frac{\lambda\theta}{2}$

Le retard par jour est : $\Delta t = (N_0 - N_{30}).\Delta T$

$\Delta t = -T_0.\frac{\lambda\theta}{2}.\frac{24.3600}{T_0}(1 - \frac{1}{1+\frac{\lambda\theta}{2}}) =$

$\frac{\lambda\theta}{2}.\left(1 - \frac{1}{1+\frac{\lambda\theta}{2}}\right).24.3600$

AN : $\Delta t = -\frac{1{,}8.10^{-5}.30}{2}.\left(1 - \frac{1}{1+\frac{1{,}8.10^{-5}.30}{2}}\right).24.3600 =$

$-46{,}64\ s$

Exercice 19

Un pendule simple de longueur ℓ et de masse m oscille dans un plan vertical.

1- Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par l'axe de rotation du pendule. Etablir l'expression de l'énergie mécanique de ce pendule simple pour une position quelconque d'angle θ de l'oscillateur.

2- On néglige tout amortissement. A partir des considérations énergétiques, détermine l'équation différentielle du mouvement de ce pendule simple.

3- Dans quelles conditions le pendule simple est-il un oscillateur harmonique ? Cette condition étant vérifiée, calcule la longueur de ce pendule lorsqu'il bat la seconde en un lieu où g = 9,8N/kg.

4- Ce pendule constitue le balancier d'une horloge qui bat la seconde au niveau de la surface de la terre. L'horloge est transportée au niveau de la lune. Pourra-t-elle garder l'heure au niveau de la lune ?

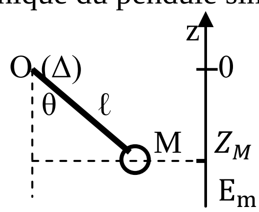
Justifier votre réponse en donnant l'expression de la période du pendule au niveau de la lune.

On donne la distance terre-lune : d = $3{,}844.10^8$m et rayon de la terre : R = 6400km.

L'horloge avance-t-elle ou retarde-t-elle ?

<u>Une solution exercice 19</u>

1- Etablissement de l'expression de l'énergie mécanique du pendule simple :



$E_m = E_c + E_{PP}$

$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + m.g.Z_M$

$Z_M = -\ell.\cos\theta$

$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 - m.g.\ell.\cos\theta$

2- Equation différentielle du mouvement du pendule :

L'énergie mécanique d'un pendule simple non amorti est constante. Par conséquent, sa dérivée par rapport au temps est nulle.

$\frac{d(Em)}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}^2) - \frac{d}{dt}[m.g.\ell\cos\theta] = 0$

$\frac{1}{2}m.\ell^2\frac{d}{dt}(\dot{\theta})^2 - mg\ell.\frac{d}{dt}(\cos\theta) = 0$

$\frac{1}{2}m.\ell^2\, 2.\dot{\theta}.\ddot{\theta} - mg\ell\,[-\dot{\theta}.\sin\theta] = 0$

$m.\ell.\dot{\theta}.[\ell.\ddot{\theta} + g.\sin\theta] = 0$

D'où l'équation différentielle :

$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\sin\theta = 0$

3- Condition pour que le pendule simple non amorti soit un oscillateur harmonique :

$$0 < \theta_m \le 10°$$

Et $\sin\theta = \theta\ (en\ radian)$

Longueur du pendule :

La condition étant vérifiée, l'équation différentielle devient : $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\theta = 0$.

La période du mouvement est :

$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ et $T^2 = 4.\pi^2.\frac{\ell}{g}$

D'où $\ell = \frac{g.T^2}{4.\pi^2} = \frac{9{,}8.2^2}{4.3{,}14^2} = 0{,}994\ m$

4-L'horloge ne pourra pas garder l'heure.

Justification :

La période de ce pendule au niveau de la lune est donnée par la relation :

$T_{lune} = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g_{lune}}} = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g_0.\frac{R^2}{d^2}}} = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell.d^2}{g_0.R^2}}$

$T_{lune} = T_{terre}.\frac{d}{R} > T_{terre}$ L'horloge retarde.

Exercice 20

Un pendule assimilable à un pendule simple est formé d'une petite sphère de fer située à l'extrémité inférieure d'une tige très fine faite d'un métal dont le coefficient de dilatation linéaire est $\boldsymbol{\lambda} = 10^{-3}$. Ce pendule règle une horloge dont la marche est exacte à la température de 20°C. Il a alors une période de 2secondes.

1- On abaisse la température à 0°C. Que devient la marche de l'horloge ? Avance ou retard part jour ?

2- On maintient la température à 0°C et on soumet la petite bille de fer, dont la masse est 50g, à l'action d'un aimant. Comment doit-on placer cet aimant et quelle force (supposée constante) doit-il exercer pour que l'horloge reprenne une marche exacte ? (g = 9,8N/kg)

<u>**Une solution exercice 20**</u> :

1- Marche de l'horloge à 0°C :

Exprimons la période des oscillations du pendule en fonction de la température :

A 20°C : $T_{20} = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell_0(1+\lambda.\theta)}{g}} = 2\ s$

A 0°C : $T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell_0}{g}} < T_{20}$

L'horloge oscille plus vite à 0°C. Dont l'horloge avance.

Avance par jour :

L'avance par oscillation est :

$\Delta T = T_{20} - T_0 = T_0(\sqrt{(1+\lambda.\theta)} - 1)$

En faisant l'approximation $\sqrt{1+\varepsilon} = 1 + \frac{\varepsilon}{2}$

$$\Delta T = \frac{\lambda.\theta.T_0}{2}$$

Le nombre d'oscillation par jour à 20°C est :

$n_{20} = \frac{t}{T_{20}} = \frac{t}{T_0(1+\frac{\lambda.\theta}{2})}$

Le nombre d'oscillation par jour à 0°C est :

$n_0 = \frac{t}{T_0} = \frac{t}{T_0}$

Le nombre d'oscillation supplémentaire à 0°C est : $n_0 - n_{20} = \frac{t}{T_0}\left(1 - \frac{1}{1+\frac{\lambda.\theta}{2}}\right) = \frac{t}{T_0}.\frac{\lambda.\theta}{2}$

L'avance par jour est donnée par la relation :

$\Delta t = \Delta T.(n_0 - n_{20}) = \frac{\lambda.\theta.T_0}{2}.\frac{t}{T_0}.\frac{\lambda.\theta}{2} = t.(\frac{\lambda.\theta}{2})^2$

AN : $\Delta t = 24.3600.(\frac{10^{-3}.20}{2})^2 = 8{,}64\ s$

2- Position de l'aimant pour que l'horloge reprenne sa marche exacte à 0°C :

Il faut augmenter la période des oscillations. Pour cela, on doit diminuer l'intensité de la pesanteur en diminuant l'intensité du poids.

On dispose l'aimant au dessus de la bille de sorte que la force magnétique créée par l'aimant s'oppose au poids de la bille.

Valeur de la force $\vec{F}$:

La période à 0°C devient : $T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{m.\ell_0}{m.g-F}}$ et est égale à la période à 20°C. On peut écrire :

$T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{m.\ell_0}{m.g-F}} = 2.\pi.\sqrt{\frac{\ell_0(1+\lambda.\theta)}{g}}$

$\frac{m}{m.g-F} = \frac{(1+\lambda.\theta)}{g}$ d'où $F = m.g(1 - \frac{1}{1+\lambda.\theta})$

AN :

$F = 0{,}05.9{,}8(1 - \frac{1}{1+20.10^{-3}}) = 9{,}6.10^{-3}\ N$

Chapitre 6 :
Les oscillateurs mécaniques

Objectifs :

- **savoir** :

Donner l'expression de la période propre d'un pendule de torsion ;
Définir le pendule pesant et donner l'expression de sa période propre.
Citer les causes des pertes d'énergie d'un oscillateur. Citer les types d'amortissement.

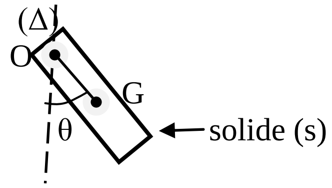
- **Savoir faire théorique** :

Décrire le dispositif du pendule de torsion.
Appliquer la relation fondamentale de la dynamique pour établir l'équation différentielle du mouvement,
Etablir l'équation horaire du pendule de torsion ; faire une étude énergétique du système.
Décrire le pendule pesant ;
Appliquer la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation pour établir l'équation différentielle du mouvement du pendule pesant ;
Exprimer la période des oscillations de faible amplitude.
Etablir l'équation horaire, faire une étude énergétique du système.
Reconnaitre les courbes traduisant les amortissements.
Ecrire l'équation différentielle du mouvement d'un oscillateur amorti. Proposer des solutions pour l'entretien des oscillations.

- **Savoir faire expérimental** :

Mesurer la période et la fréquence du pendule de torsion.
Mettre en évidence l'influence de la masse du pendule pesant sur la période et de l'accélération de la pesanteur.

B- Le pendule pesant
1-Définition du pendule pesant.
C'est tout solide (s) mobile autour d'un axe (Δ) ne passant pas par son centre d'inertie G.
Exemple : la balançoire ; l'horloge.

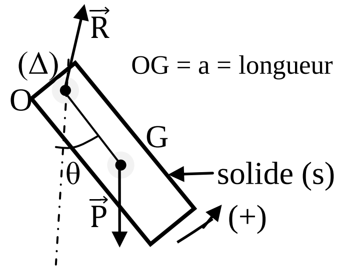


2- Etude dynamique du pendule pesant

Etudions le mouvement du pendule pesant lorsque son centre d'inertie G est écarté de sa position d'équilibre d'un angle θ par rapport à sa position d'équilibre.
Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées au pendule sont :

- Son poids $\vec{P}$;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe de rotation (Δ).

Représentation :



OG = a = longueur du pendule pesant

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation au pendule pesant:

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$
$$-m.g.OG.\sin\theta + 0 = J_\Delta.\ddot{\theta}$$
D'où $\ddot{\theta} + \frac{m.g.OG}{J_\Delta}.\sin\theta = 0$

C'est l'équation différentielle du mouvement du pendule simple.
Le pendule pesant n'est pas un oscillateur harmonique.
Dans le cas des oscillations de faible amplitude $\theta_m < 10°$, $\sin\theta \approx \theta\ (rad)$.
L'équation différentielle devient
$$\ddot{\theta} + \frac{m.g.OG}{J_\Delta}.\theta = 0.$$
Une solution de cette équation est de la forme $\theta(t) = \theta_m.\cos(\omega.t + \varphi)$ ou de la forme $\theta(t) = \theta_m.\sin(\omega.t + \varphi')$.
C'est l'équation d'un mouvement sinusoïdal de rotation

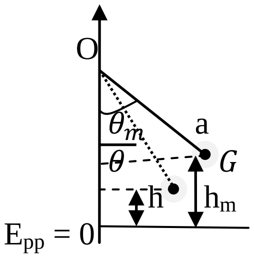
- D'amplitude θ_m;
- De pulsation propre $\omega = \sqrt{\frac{m.g.OG}{J_\Delta}}$.

- De période propre $T = 2.\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.OG}}$

Dans le cas des faibles amplitudes, le pendule pesant est un oscillateur harmonique de rotation.

3- Etude énergétique du pendue pesant

Prenons pour origine des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par la position d'équilibre :



Energie mécanique initiale (position d'angle θ_m):

$E_{mi} = m.g.h_m = m.g.a(1 - \cos\theta_m)$

Energie mécanique pour une position quelconque d'angle θ :

$E_m = M.g.h + E_c$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au pendule pesant entre la position d'angle θ_m et la position d'angle θ, on trouve :

$E_c = m.g.(h_m - h)$

L'énergie mécanique devient :

$E_m = M.g.h + m.g.(h_m - h) = m.g.h_m$

On conclut que l'énergie mécanique du pendule pesant est constante.

Par conséquent ; $\frac{d}{dt}(E_m) = 0$

Dans le cas des oscillations de faibles amplitudes ; $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$ avec θ en radian.

L'énergie mécanique devient :

$E_m = \frac{1}{2}.m.g.a.\theta^2 + \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2$ avec

$\theta(t) = \theta_m.\cos(\omega.t + \varphi)$ ou de la forme

$\theta(t) = \theta_m.\sin(\omega.t + \varphi + \frac{\pi}{2})$.

Exercice d'application : 18, page 159.

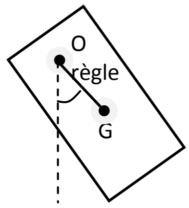
Classique Camerounais

Un petit trou est percé perpendiculairement à l'une des faces d'une règle mince homogène, de longueur ℓ = 1m, à 20 cm de l'une des ses extrémités. Déterminer la période des oscillations de faible amplitude autour d'un axe horizontal passant par ce trou.

Une solution :

Période de petites oscillations :

$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.OG}}$



Valeur de J_Δ :

$J_\Delta = J_G + m.OG^2$

$= \frac{1}{12}m.\ell^2 + m.OG^2$

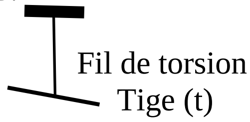
$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{\frac{1}{12}m.\ell^2 + m.OG^2}{m.g.OG}} = 2.\pi.\sqrt{\frac{\frac{1}{12}\ell^2 + OG^2}{g.OG}}$$

AN: $T = 2.\pi.\sqrt{\frac{\frac{1}{12}1^2 + 0,3^2}{9,8.0,3}} = 1,52$ s

C- Le pendule de torsion

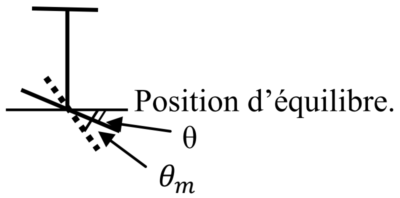
1- Description du pendule de torsion

C'est un ensemble constitue d'une tige (t) suspendue en son centre G à un fil de torsion de constante de torsion C.



2- Etude dynamique du pendule de torsion

Faisons tourner la tige (t) d'un petit angle θ par rapport à sa position d'équilibre. Le fil de torsion exerce sur la tige un couple de rappel qui tend à ramener la tige à sa position d'équilibre.



Dans le référentiel terrestre galiléen, à l'équilibre, la tige est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil de torsion.

Lorsque la tige subie une déformation d'angle θ, elle est soumise en plus des deux forces au couple de rappel de moment $M = -C.\theta$

Application de la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation à la tige (t) :

$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{T}) + M = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$0 + 0 - C.\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$

On obtient l'équation différentielle du mouvement de la tige :

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}.\theta = 0$$

En posant $\omega^2 = \frac{C}{J_\Delta}$ on a : $\ddot{\theta} + \omega^2.\theta = 0$

Cette équation différentielle admet une solution de la forme $\theta(t) = \theta_m.\cos(\omega.t + \varphi)$ ou de la forme $\theta(t) = \theta_m.\sin(\omega.t + \varphi')$.

Le pendule de torsion non amorti est un oscillateur harmonique de rotation de période propre $T = 2.\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$

C en N.M/rad.

3- Etude énergétique du pendule de torsion

Pour une position quelconque de la tige, l'énergie mécanique du pendule est :

$$E = E_c + E_P = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}.C.\theta^2$$

$$= \frac{1}{2}.J_\Delta.\omega^2.\theta_m^2.\sin^2(\omega t + \boldsymbol{\varphi}) + \frac{1}{2}.C.\omega^2.\theta_m^2.\cos^2(\omega t + \boldsymbol{\varphi})$$

Comme $J_\Delta.\omega^2 = C$, on en déduit que :

$$E = \frac{1}{2}.C.\theta_m^2$$

L'énergie mécanique d'un pendule de torsion non amorti est constante et vaut

$$E = \frac{1}{2}.C.\theta_m^2$$

D- Le pendule élastique

1- Description du pendule élastique

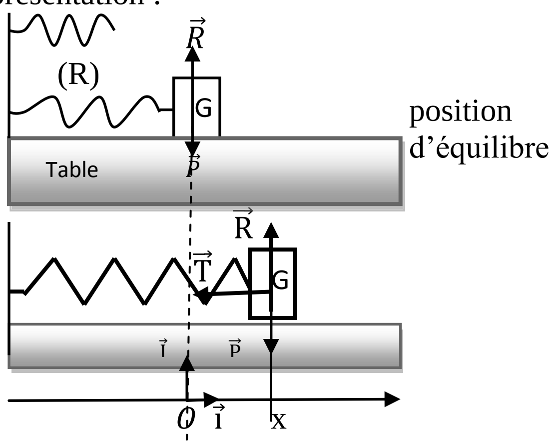
C'est un ensemble constitué d'un solide de masse m relié à un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur k, l'ensemble pouvant osciller horizontalement, verticalement ou obliquement.

2-Le pendule élastique horizontal

2.1- Etude dynamique du pendule élastique horizontal

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide (s) est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ du support à la position d'équilibre ; à son poids $\vec{P}$, à la réaction $\vec{R}$ du support et à la tension $\vec{T}$ du ressort lorsque le solide (s) se trouve à un point M d'abscisse x par rapport à sa position d'équilibre.

Représentation :



Application du T C I au solide (s) :

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m.\vec{a}$

Projetons cette relation sur l'axe (O ;$\vec{i}$) :

$0 + 0 - k.x = m.\ddot{x}$

On obtient l'équation différentielle :

$\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$

Le solide effectue un mouvement rectiligne sinusoïdal d'équation :

$x(t) = x_m.\sin(\omega t + \varphi)$ ou de la forme

$x(t) = x_m.\cos(\omega t + \varphi')$

De pulsation $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$;

De période propre $T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}$

2.2- Etude énergétique du pendule élastique horizontal

Prenons pour origine de l'énergie potentielle élastique la position du ressort non étiré et pour origine des énergies potentielles de pesanteur la position du solide (s) à l'équilibre.

L'énergie mécanique du système {solide-ressort-terre} est :

$E = E_{pp} + E_{pe} + E_c$

A la position d'élongation maximale :

$E = E_{pe} = \frac{1}{2}k.X_m^2$

A une position d'abscisse x , on a :

$$E = 0 + E_{pe} + E_c = \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2 + \frac{1}{2}.k.x^2$$

Avec $x(t) = x_m.\sin(\omega t + \varphi)$ et

$\dot{x}(t) = x_m.\omega\cos(\omega t + \varphi)$

$E = \frac{1}{2}m.X_m^2.\omega^2\cos^2(\omega t + \boldsymbol{\varphi}) + \frac{1}{2}k.X_m^2.\sin^2(\omega t + \boldsymbol{\varphi})$

Comme $m.\omega^2 = k$ alors,

$E = \frac{1}{2}k.X_m^2.[\cos^2(\omega t + \boldsymbol{\varphi}) + \sin^2(\omega t + \boldsymbol{\varphi})] = \frac{1}{2}k.X_m^2$

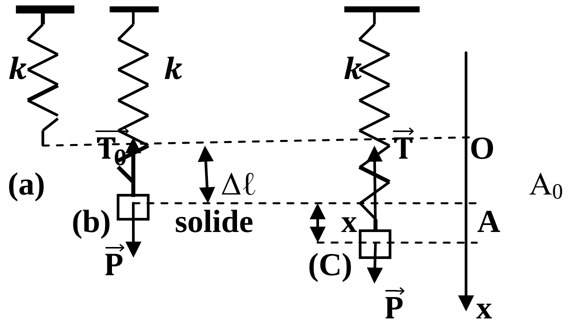
On conclut que l'énergie mécanique d'un pendule horizontal non amorti est constante et vaut: $\frac{1}{2}k.X_m^2$.

3- Le pendule élastique vertical

3.1- Etude dynamique du pendule élastique vertical

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide (s) est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$ et à la réaction du ressort.

Représentation :



Application du T C I au solide (s):

$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}$

Projetons cette relation sur l'axe (O ;x) :

$\mathrm{m.g - k.}\Delta\ell - \mathrm{k.x = m.}\ddot{x}$

$\mathrm{m.g - k.}\Delta\ell = 0$ Condition d'équilibre.

On obtient l'équation différentielle :

$\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$

Le solide effectue un mouvement rectiligne sinusoïdal d'équation :

$x(t) = x_m.\sin(\omega t + \varphi)$ ou de la forme

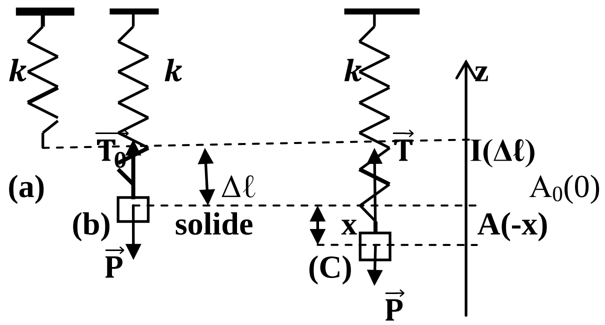
$x(t) = x_m.\cos(\omega t + \varphi')$

De pulsation $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$;

De période propre $T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}$

3.2- Etude énergétique du pendule élastique vertical

Représentation :



En prenant pour origine de l'énergie potentielle élastique la position du ressort non étiré et pour origine de l'énergie potentielle de pesanteur la position du solide à l'équilibre, l'énergie mécanique du système {ressort-solide-terre} à l'instant initial :

$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$

$= 0 \ -\mathrm{m.g.}X_m + \frac{1}{2}.\mathrm{k.}(\Delta\ell + X_m)^2$

$= -\mathrm{m.g.}X_m + \mathrm{k.}\Delta\ell.X_m + \frac{1}{2}.\mathrm{k.}\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}.\mathrm{k}X_m^2$

$E_m = \frac{1}{2}.\mathrm{k.}\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}.\mathrm{k}X_m^2$

Expression de l'énergie mécanique du système {ressort-solide-terre} lorsque le centre d'inertie du solide (s) est en un point A d'abscisse x.

$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$

$= \frac{1}{2}.\mathrm{m.}\dot{x}^2 - \mathrm{m.g.x} + \frac{1}{2}.\mathrm{k.}(\Delta\ell + x)^2$

$= \frac{1}{2}.\mathrm{m.}\dot{x}^2 - \mathrm{m.g.x} + \mathrm{k.}\Delta\ell.x + \frac{1}{2}.\mathrm{k.}\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}.\mathrm{k.}x^2$

$= \frac{1}{2}\mathrm{m.}X_m^2.\omega^2\cos^2(\omega t + \boldsymbol{\varphi}) + \frac{1}{2}\mathrm{k.}X_m^2.\sin^2(\omega t + \boldsymbol{\varphi}) + \frac{1}{2}.\mathrm{k.}\Delta\ell^2$

Comme $\mathrm{m.}\omega^2 = \mathrm{k}$ alors,

$E_m = \frac{1}{2}.\mathrm{k.}\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}.\mathrm{k}X_m^2$

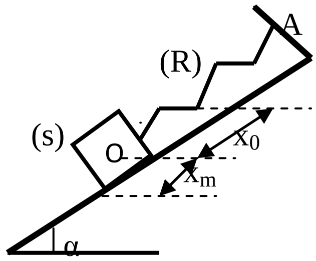
L'énergie mécanique est constante.

4- Le pendule élastique oblique

Etude dynamique et énergétique

<u>Exercice</u>

Sur un plan incliné d'angle α par rapport au plan horizontal, on dispose un ressort (R), de masse négligeable et de constance de raideur k, de longueur à vide ℓ_0, fixé par l'une de ces extrémités à un point A d'une butée fixe. L'autre extrémité est solidaire d'un solide (s) de masse m, de centre d'inertie G, pouvant glisser sans frottement le long du plan incliné. A l'équilibre, G est en O alors que le ressort est allongé de x_0.



Etude dynamique

1- Faire le bilan des forces extérieures appliquées au solide (s) et les représenter.

2- Etablir l'expression de l'allongement x_0 en fonction de m, g, k et α et trouver la valeur numérique de x_0.

3- On écarte le solide (s) de sa position d'équilibre d'une distance x_m= 10cm et on l'abandonne sans vitesse initiale.

3.1- Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du solide (s).

3.2-Quelle est la nature du mouvement de (s) ?

3.3-Calculer la période de ce mouvement et écrire son équation horaire.

4-Etude énergétique.

4.1- Etablir l'expression de l'énergie mécanique du système {ressort-solide-terre} à la position initiale. Faire l'application numérique.
4.2-Exprimer l'énergie mécanique du système {ressort-solide-terre} pour une position quelconque d'abscisse x.
4.3-Montrer que l'énergie mécanique du système {ressort-solide-terre}est constante.
4.4- Le solide est lâché à partir de la position d'élongation maximale et il se met à osciller autour de la position d'équilibre. Calculer la vitesse du centre d'inertie G de (s) au passage par le point d'abscisse x = 2cm.
On donne : m = 200g ; k = 100N/m ; g = 10 N/kg ; α = 30°.
On considérera que l'énergie potentielle de pesanteur est nulle à la position d'équilibre.

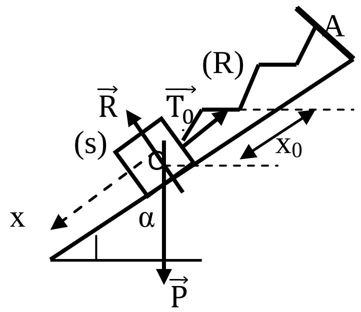
Solution :

Etude dynamique

1- Bilan des forces extérieures :
Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide (s) est soumis à :

- Le poids $\vec{P}$ du solide (s) ;
- La tension $\vec{T_0}$ du ressort ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné.

Représentation des forces qui s'exercent sur (s).



2- Expression de l'allongement x_0 du ressort :
Appliquons le principe de l'inertie au solide:
$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T_0} = \vec{0}$
Projetons cette relation sur un axe (Gx) orienté vers le bas. On a :
m.g.sin α – k.x_0 = 0.

D'où $x_0 = \dfrac{m.g.\sin\alpha}{k}$

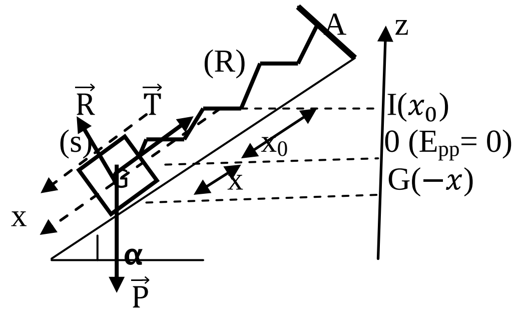
- Valeur numérique de x_0

$x_0 = \dfrac{0{,}2.10.\sin 30°}{100}$ = 9,08.10^{-3}m

3-
3.1- Etablissons l'équation différentielle qui régit le mouvement du solide (s):
Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide (s) est soumis à :

- Le poids $\vec{P}$ du solide (s) ;
- La tension $\vec{T}$ du ressort ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné.

Représentation des forces qui s'exercent sur (s).



Application du TCI au solide (s):
$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m.\vec{a}$
Projetons cette relation sur un axe (Gx) orienté vers le bas. On a :
$$m.g.\sin\alpha - k(x_0 + x) = m.\ddot{x}$$
D'où l'équation différentielle:
$\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$
3.2- Nature du mouvement de (s) :
L'équation différentielle est de la forme $\ddot{x} + \omega^2.x = 0$. Le solide (s) effectue un mouvement rectiligne et sinusoïdal.
3.3- Période du mouvement :
$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{k}} = 2.3{,}14.\sqrt{\frac{0{,}2}{100}} = 0{,}28\ s$

- Equation horaire :

Elle est de la forme
$x(t) = x_m.\sin(\omega t + \varphi)$ ou de la forme
$x(t) = x_m.\cos(\omega t + \varphi')$
A t = 0, x(t) = $x_m = x_m.\sin(\omega.0 + \varphi)$
D'où $\sin\varphi + 1\ et\ \varphi = \frac{\pi}{2}$
$x(t) = 10.\sin(\frac{2.\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}) = 10.\sin(22{,}36t + \frac{\pi}{2})$
$x(t) = 10.\cos(22{,}36.t)$ en cm.
4- Etude énergétique :
4.1- Expression de l'énergie mécanique du système {ressort-solide-terre} à la position initiale :

- L'énergie potentielle de pesanteur de ce système à cette position est :

EpE = $\frac{1}{2}.k.\overline{IG}^2 = \frac{1}{2}k\,(x_0 + x_m)^2$

- L'énergie potentielle de pesanteur est :

Epp = - m.g.x_m.sin α

- L'énergie cinétique est Ec = 0

D'où l'expression de **l'énergie mécanique initiale:**

Em = EpE + Epp = $\frac{1}{2}$k $(x_0 + x_m)^2$ - m.g.x_m.sin α

$= \frac{1}{2}.k.x_0^2 + \frac{1}{2}.k.X_m^2 + k.x_0.X_m - m.g.X_m.\sin\alpha$

$E_m = \frac{1}{2}.k.x_0^2 + \frac{1}{2}.k.X_m^2$

AN :

$E_m = \frac{1}{2}100.[(9{,}08.10^{-3})^2 + (10.10^{-2})^2] = 0{,}495$ J

4.2- Expression de l'énergie mécanique du système {ressort-solide-terre} pour une position quelconque d'abscisse x.

Em = EpE + Epp+ E_c

$= \frac{1}{2}k\,(x_0 + x)^2 - m.g.x.\sin\alpha + \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2$

$= \frac{1}{2}.k.x_0^2 + \frac{1}{2}.k.x^2 + k.x_0.x - m.g.x.\sin\alpha + \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2$

$E_m = \frac{1}{2}.k.x_0^2 + \frac{1}{2}.k.x^2 + \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2$

4.3- Montrons que l'énergie mécanique du système {ressort-solide-terre} est constante :

$$E_m = \frac{1}{2}.k.x_0^2 + \frac{1}{2}.k.x^2 + \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2$$

$$= \frac{1}{2}.k.x_0^2 + \frac{1}{2}.k.x_m^2.\sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}.m.X_m^2.\omega^2.\cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2}.k.x_0^2 + \frac{1}{2}.k.x_m^2[\sin^2(\omega t + \varphi) + +\cos^2(\omega t + \varphi)]$$

$$= \frac{1}{2}.k.x_0^2 + \frac{1}{2}.k.x_m^2$$

On conclut que l'énergie mécanique su système est constante.

4.4- Vitesse du centre d'inertie G de (s) au passage par le point d'abscisse x = 2cm.

$E_m = \frac{1}{2}.k.x_0^2 + \frac{1}{2}.k.x^2 + \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2$

D'où : $\dot{x} = V = \sqrt{\frac{2.E_m - k.(x_0^2 + X^2)}{m}}$

AN :

$\dot{x} = V = \sqrt{\frac{2.0{,}485 - 100.(0{,}02^2 + 0{,}00908^2)}{0{,}2}} = 2{,}17\text{m/s}$

Remarque :

Pour un pendule élastique incliné, l'équation différentielle du mouvement est : $\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$

Et l'énergie mécanique du système {ressort-solide-terre} est constante et vaut:

$$E_m = \frac{1}{2}.k.x_0^2 + \frac{1}{2}.k.x^2 + \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2.$$

E-Oscillations mécaniques forcées ou entretenues : la résonance

1-Notion de résonance

Un oscillateur mécanique est en régime forcé (ou entretenu) lorsque la fréquence des oscillations est imposée par un dispositif extérieur.

Exemple :

- La balançoire : un enfant qui se balance et qui est régulièrement repoussé par une personne est soumis à des oscillations forcées.
- La suspension d'une automobile ;
- La membrane et la bobine d'un haut parleur..

Le dispositif extérieur est appelé **excitateu**r et l'oscillateur est appelé **résonateur**.

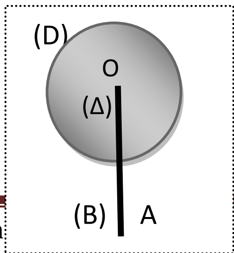
Le phénomène de résonance se produit chaque fois que la fréquence de l'excitateur est éale à la fréquence de l'oscillateur en oscillation libre non amorti. A ce moment, l'amplitude des oscillations est maximale.

2- Etude expérimentale de la résonance

Exercices : Les oscillateurs mécaniques

Exercice 2

Un pendule pesant est constitué d'un disque homogène (D) solidaire d'une tige OA de masse négligeable de longueur L dont l'extrémité O coïncide avec le centre du disque et l'extrémité A porte une bille B de masse M assimilable à un point matériel. Le disque a une



masse M' = 2M et un rayon $r = \frac{L}{3}$. Le pendule

ainsi constitué peut osciller sans frottement autour d'un axe horizontal (Δ), passant par O et perpendiculaire au plan du disque.

1- Exprimer en fonction de M et de L le moment d'inertie J du pendule par rapport à l'axe (Δ). Faire l'application numérique pour M = 100g ; L = 60 cm.

2-Le pendule est écarté de sa position d'équilibre stable d'un petit angle θ_0 et abandonné sans vitesse.

2.1- Etablir l'équation différentielle du mouvement de cet oscillateur.

2.2-Quelle est la nature de son mouvement ? Déterminer la valeur des grandeurs caractéristiques de ce mouvement sachant que $\theta_0 = 0{,}1$rad.

2.3- Calculer la valeur absolue de la vitesse angulaire de l'oscillatoire au passage par sa position d'équilibre dans le cas les deux cas où θ_0 est petit et quand $\theta_0 = \frac{\pi}{2}\ rad$. On prendra g = 10N/kg.

<u>Une solution exercice 2</u>

1- Expression du moment d'inertie J du pendule par rapport à l'axe (Δ) :

$J = J_{disque} + J_{bille} = \frac{1}{2}M'r^2 + M.L^2$

$= \frac{1}{2}.2.M.(\frac{L}{3})^2 + M.L^2 = \frac{10}{9}.M.L^2$

AN: $J = \frac{10}{9}.0{,}1.0{,}6^2 = 0{,}04\ kg.m^2$

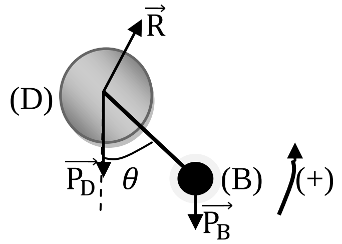
2-

2.1- Equation différentielle du mouvement de cet oscillateur :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le système {disque-tige-bille} est soumis à l'action des forces suivantes :

- Le poids $\overrightarrow{P_B}$ de la bille ;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe (Δ) ;
- Le poids $\overrightarrow{P_D}$ du disque.

Représentation :



Application de la R F D :

$M_\Delta(\overrightarrow{P_D}) + M_\Delta(\overrightarrow{P_B}) + M_\Delta(\vec{R}) = J.\ddot{\theta}$

$0 - M.g.L.\sin\theta + 0 = J.\ddot{\theta}$

Comme θ est petit, $\sin\theta \approx \theta\ (rad)$

On obtient l'équation différentielle suivante :

$\ddot{\theta} + \frac{M.g.L}{J}.\theta = 0$

2.2- Nature du mouvement :

Cette équation différentielle est de la forme $\ddot{\theta} + \omega^2.\theta = 0$

Le pendule effectue un mouvement harmonique de rotation.

- Valeur des grandeurs caractéristiques du mouvement :

Pulsation : $\omega = \sqrt{\frac{M.g.L}{J}} = \sqrt{\frac{0{,}1.0{,}6.10}{0{,}04}} = \sqrt{15} = 3{,}87\ rad/s$

Période : $T = 2.\pi.\frac{1}{\omega} = 2.3{,}14.\frac{1}{\sqrt{15}} = 1{,}6\ s$

2 .3- Valeur absolue de la vitesse angulaire du pendule au passage par sa position d'équilibre.

- Dans le cas de faible amplitude, le pendule effectue un mouvement harmonique.

La position du pendule à chaque instant est de la forme : $\theta(t) = \theta_0.\cos(\omega.t + \varphi)$ ou de la forme

$$\theta(t) = \theta_0.\sin(\omega.t + \varphi - \frac{\pi}{2})$$

La vitesse angulaire à chaque instant est donnée par : $\dot{\theta}(t) = \theta_0.\omega.\cos(\omega.t + \varphi)$ ou

$$\dot{\theta}(t) = -\theta_0.\omega.\sin(\omega.t + \varphi - \frac{\pi}{2})$$

Au passage par la position d'équilibre, la vitesse angulaire est maximale et vaut $\mathbf{\dot{\theta}_m = \dot{\theta}_0.\omega}$

AN : $\mathbf{\dot{\theta}_m = 0{,}1.3{,}87 = 0{,}387\ rad/s}$

NB : La quantité $\dot{\theta}(t) = \theta_0.\omega.\cos(\omega.t + \varphi)$ est maximale lorsque $\cos(\omega.t + \varphi) = 1$

On peut également utiliser le T E C.

$$\dot{\theta}_m = \sqrt{\frac{2.0{,}1.10.0{,}6.(1 - \cos\frac{0{,}1.180}{3{,}14}).}{0{,}04}}$$
$$= 0{,}387\ rad/s$$

- **Cas où** $\theta_0 = \frac{\pi}{2}\ rad$

Dans ces conditions ($\theta_0 > 0{,}174$ rad = 10°), l'oscillateur n'est plas harmonique et son mouvement n'obéit plus à la loi horaire $\theta(t) = \theta_0.\cos(\omega.t + \varphi)$. Par conséquent, on utilise le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer la vitesse au passage par la position d'équilibre.

$$\frac{1}{2}.J.\dot{\theta}_m^2 - 0 = W(\overrightarrow{P_D}) + W(\overrightarrow{P_B}) + W(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}.J.\dot{\theta}_m^2 = M.g.L.(1 - \cos\theta_0)$$

D'où $\dot{\theta}_m = \sqrt{\frac{2M.g.L.(1-\cos\theta_0).}{J}}$

$\dot{\theta}_m = \sqrt{\frac{2.0,1.10.0,6.(1-\cos 90°).}{0,04}} = \sqrt{\mathbf{30}} =$ $\mathbf{5,48\ rad/s}$

Exercice 3 :

Un solide (s) de masse m = 250g est suspendu à un ressort de masse négligeable. A l'équilibre, le ressort est allongé de $a_0 = 14{,}2\ cm$.

1- Calculer la constante de raideur du ressort.

2- Ecarté de sa position d'équilibre d'une longueur $x_0 = 8cm$, et lâché sans vitesse initiale, le solide se mat à osciller. On suppose que les amortissements sont négligeables.

2.1-Montrer que le mouvement de (s) est rectiligne et sinusoïdal.

2.2- Calculer la période propre T des oscillations.

2.3- Donner l'équation horaire du mouvement du solide (s).

2.4- Calculer l'énergie mécanique E de l'oscillateur. On prendra pour niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur la position d'équilibre et pour niveau de référence de l'énergie potentielle élastique la position du ressort non étiré.

2.5- Montrer que l'énergie mécanique de l'oscillateur se conserve.

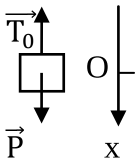
2 .6- Calculer alors la vitesse maximale V_M du solide M.

<u>Une solution exercice 3 :</u>

1- Constante de raideur du ressort :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide (s) est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T_0}$ du ressort.

Représentation :



Condition d'équilibre : $\vec{P} + \vec{T_0} = \vec{0}$

En projetant cette relation sur l'axe (Ox), on a :

$m.g - k.a_0 = 0$ d'où $k = \frac{m.g}{a_0}$

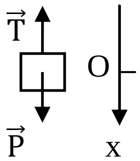
AN : $k = \frac{0{,}25.ç{,}8}{0{,}142} = 17{,}25\ N/m$

2-

2.1- Montrons que le mouvement du solide (s) est rectiligne et sinusoïdal :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide (s) est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du ressort.

Représentation :



Condition d'équilibre : $\vec{P} + \vec{T} = \sum\overrightarrow{F_{ext}} = \vec{F}$

En projetant cette relation sur l'axe (Ox), on a

$m.g - k.(a_0 + x)$ =F

d'où $F = -k.x$. C'est une force de rappel. Le solide (s) effectue un mouvement rectiligne et sinusoïdal.

Autre méthode :

Montrons que l'équation différentielle de ce mouvement est de la forme $\ddot{x} + \omega^2.x = 0$

$$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

En projetant cette relation sur l'axe (Ox), on a

$$m.g + k(a_0 + x) = m.\ddot{x}$$
$$m.g - k.a_0 - k.x = m.\ddot{x}$$

D'où $\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$ et en posant $\omega^2 = \frac{k}{m}$; on a : $\ddot{x} + \omega^2.x = 0$

C'est l'équation différentielle d'un mouvement rectiligne et sinusoïdal

2.2- Valeur de la période propre T :

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{k}} = 2.3{,}14.\sqrt{\frac{0{,}25}{17{,}25}} = 0{,}756\ s$$

2.3- Equation horaire du mouvement du solide (s) :

Cette équation est de la forme

$x(t) = x_m.\sin(\omega t + \varphi)$ ou de la forme $x(t) = x_m.\cos(\omega t + \varphi')$

Or $X_m = x_0$ et ω = $\sqrt{\frac{k}{m}} = 8{,}3\frac{rad}{s}$.

A t = 0 ; x(t=0) = x_0 = x_0 sin **φ**

D'où sin **φ** = 1 et $\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$.

L'équation horaire cherchée est :

$x(t) = 8{,}0.\sin\left(8{,}3.t + \frac{\pi}{2}\right)$ ou

$x(t) = 8{,}0.\cos(8{,}3.t)$

2.4- Valeur de l'énergie mécanique de l'oscillateur :

$E = \frac{1}{2}k(a_0^2 + x_0^2)$

AN : $E = \frac{1}{2}.17{,}25.(0{,}142^2 + 0{,}08^2) = 0{,}23\ J$

2.5- Montrons que l'énergie mécanique du pendule se conserve.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}k(a_0^2 + x_0^2)\right) = 0$$

On conclut que l'énergie mécanique est constante.

2.6- Vitesse du solide au passage par sa position d'équilibre :

La vitesse du solide à un instant t quelconque est : $\dot{x}(t) = \omega.x_m.\cos(\omega t + \varphi)$

A la position d''équilibre, la vitesse est maximale. D'où V = $\omega.x_m$

AN : V = $8{,}3.8.10^{-2} = 0{,}656\ m/s$

On peut également appliquer la conservation de l'énergie mécanique :

$E = \frac{1}{2}k(a_0^2 + x^2) + \frac{1}{2}.m.V^2$

A cette position, x = 0. On en déduit que :

$$V = \sqrt{\frac{2.E - k.a_0^2}{m}}$$

AN : V = $\sqrt{\frac{2.0{,}23 - 17{,}25.0{,}142^2}{0{,}2}} = 0{,}67$ m/s

Exercice 4_

Une tige AB de masse négligeable, mesurant 1,2m peut osciller sans frottement dans un plan vertical autour d'un axe horizontal (D), perpendiculaire à AB et passant par un point O de AB. Une masse ponctuelle m_A = 50g est placée en A.

On écarte la tige de sa position d'équilibre stable d'un petit angle et on l'abandonne sans vitesse initiale.

1- Donne l'expression de la période des oscillations en fonction de m_A ; du moment d'inertie J du système et de OA

2- pendant 4minutes, le pendule effectue 120 oscillations. Quelle est la valeur de la distance OA ?

3- Une masse ponctuelle $m_B = 2.m_A$ est placée en B.

3.1- Calculer le moment d'inertie de ce nouveau système par rapport à (D) et donner la position du centre d'inertie.

3.2- Donner la période T' des oscillations de faible amplitude de ce pendule.

4- La tige AB, munie uniquement de la masse m_A est maintenue horizontalement puis abandonnée à elle-même sans vitesse initiale. Son axe de rotation étant toujours (D). Quelle est la vitesse angulaire acquise par le système au passage par sa position d'équilibre ?

<u>Une solution exercice 4</u>

1- Expression de T :

$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{J}{m_A.g.OG}}$ avec OG = OA

2- Valeur de la distance OA :

$120.T = 4.60 = 120.2.\pi.\sqrt{\frac{J}{m_A.g.OA}}$

$1 = \pi^2.\frac{m_A.OA^2}{m_A.g.OA}$ On en déduit que $OA = \frac{g}{\pi^2}$

AN : $OA = \frac{9{,}8}{\pi^2} = 0{,}994$m

3-

3.1- Moment d'inertie de ce nouveau système par rapport à (D) :

$J_D = m_A.OA^2 + m_B.OB^2$

$= m_A.OA^2 + 2.m_A.OB^2 = m_A.(OA^2 + .OB^2$

AN :

$J_D = 0{,}05.(0{,}994^2 + 0{,}206^2) =$

$5{,}15.10^{-2}$kg.m^2

-Position du centre d'inertie G par rapport à O :

$m_B.\overrightarrow{GB} + m_A.\overrightarrow{GA} = \vec{0}$

$$m_A\left(2.\overrightarrow{GO} + 2.\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA}\right) = \vec{0}$$

D'où $\overrightarrow{OG} = \frac{\overrightarrow{OA} + 2.\overrightarrow{OB}}{3}$

$OG = \frac{OA - 2.OB}{3} = \frac{0{,}994 - 2.0{,}206}{3} = 0{,}194$ m

3.2- Période de faible amplitude des oscillations de ce pendule :

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{J_D}{(m_A + m_B).g.OG}}$$

AN : $T = 2.3{,}14.\sqrt{\frac{5{,}15.10^{-2}}{(0{,}05+2.0{,}05).9{,}8.0{,}194}} = 2{,}67\ s$

4- Vitesse angulaire acquise au passage par sa position d'équilibre :

$$\dot{\theta} = \frac{V}{OA}$$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au pendule entre la position θ_m = 90° et θ = 0° :

on trouve V = $\sqrt{2.g.OA.(1 - \cos\theta_m)}$

$$\dot{\theta} = \frac{\sqrt{2.g.OA(1 - \cos\theta_m)}}{OA}$$

AN :

$\dot{\theta} = \frac{\sqrt{2.9{,}8.0{,}994.(1 - \cos 90°)}}{0{,}994}$ = 4,44rad/s

Exercice 5 : A caractère expérimental /4pt

On se propose de déterminer la constance de torsion C d'un fil AB de longueur 2ℓ et le moment d'inertie J_0 de la tige MN par rapport à son axe de symétrie AB.

AO = OB = ℓ et MO = ON = 20cm. Sur la tige MN et symétriquement à O, on dispose deux masses ponctuelles identiques de masse m=0,2kg. Pour chaque valeur d de la position de la masse m par rapport à O, on fait tourner la tige MN d'un petit angle θ et on mesure la durée Δt de 10 oscillations du pendule de torsion ainsi constitué. Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

d^2 (10^{-4} m^2)	4	16	36	64	100
Δt (s)	20	22,1	26,23	29,05	33,33
T^2 (s^2)					

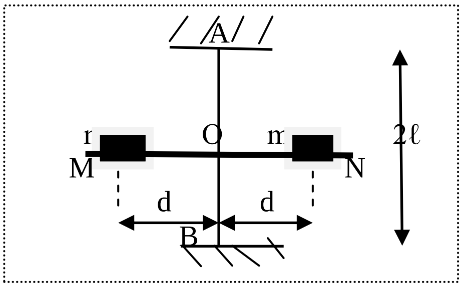
On rappelle que la constante de torsion d'un fil homogène est inversement proportionnelle à sa longueur. ($C = \frac{k}{\ell}$).

1-En appliquant la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation à la tige MN, montrer que la période de cet oscillateur non amorti pour des oscillations de faibles amplitudes est telle que $T^2 = \frac{\pi^2}{c}(J_0 + 2md^2)$.

2- Compléter la dernière ligne du tableau ci-dessus. **0,5pt**

3- Tracer le graphe de la relation $T^2 = f(d^2)$.
Echelle : 1cm pour $1s^2$ et 1cm pour $10.10^{-4}m^2$.

4- A partir du graphe et de la valeur de T^2, déterminer J_0 et C. **0,75pt x 2**



Ue solution exercice 5 : type expérimental :

1-Montrons que la période du pendule est telle que $T^2 = \frac{\pi^2}{C}(J_0 + 2.m.d^2)$

Etudions le mouvement du pendule.
Système : pendule ;
Référentiel : terrestre galiléen ;
Forces appliquées :

- Les poids $\vec{P}$ des deux masses m ;
- Les tensions $\vec{T_A}$ et $\vec{T_B}$ des brins de fil AO et OB ;
- Le couple de torsion du brin de fil AO de moment $M_1 = C_1.\theta$;
- Le couple de torsion du brin de fil OB de moment $M_2 = C_1.\theta$;

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation :

$\Sigma M_\Delta(\overrightarrow{F_{ext}}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$M_\Delta(\overrightarrow{T_A}) + M_\Delta(\overrightarrow{T_B}) + M\Delta(\vec{P}) + M_1+M_2 = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$O+0+0 - c_1.\theta - c_2.\theta = (J_o + 2md^2)\ddot{\theta}$

D'où $\ddot{\theta} +(\frac{C_1C_2}{J_o2md^2})\,\theta = 0$

Sachant que c'est inversement proportionnelle à la longueur, $C= \frac{K}{2\ell}$; $C_1= \frac{K}{\ell}$; $C_2= \frac{K}{\ell}$.

On déduit que $K=2\ell.C$

$C_1=C_2= \frac{2\ell c}{\ell}=2C$

L'équation différentielle du mouvement devient :

$\ddot{\theta} +\frac{4c}{J_o+2md^2}\,\theta = 0$

La pulsation propre de l'osculateur est

$\omega_o=\sqrt{\frac{4c}{J_o+2md^2}}$La période $T=\frac{2\pi}{\omega_o}$ et

$T^2=\frac{4\pi^2}{4c}(J_o+2md^2) = \frac{\pi^2}{C}(J_o+2md^2)$

2- complétons le tableau :

$d^2(m^2)$	4.10^{-4}	16.10^{-4}	36.10^{-4}	64.10^{-4}	100.10^{-4}
Δt (s)	20	22,1	25,23	29,05	33,33
$T^2(s^2)$	4	4,88	6,365	8,439	11,108

3- tracer du graphe $T^2=f(d^2)$. Voir papier millimétrée.
Echelle : 1cm pour $1s^2$ et 1cm pour $10.10^{-4}m^2$

4- déterminer de C.

La pente a de la droite $T^2=f(d^2)$ représente la quantité $\frac{2\pi^2m}{C}$

$A= \frac{\Delta T^2}{\Delta d^2}=\frac{2\pi^2m}{C}$

D'où $C=\frac{2\pi^2m}{A}$ $\quad$ $A=(\frac{10,9-4}{100-4)10^{-4}}) = 7,19.10^{-2}\ \frac{s^2}{m^2}$

$C=\frac{2.3,14^2.0,2}{7,19.10^2}=5,49.10^{-3}$Nm/rad

$C=5,49.10^{-3}$Nm/rad.

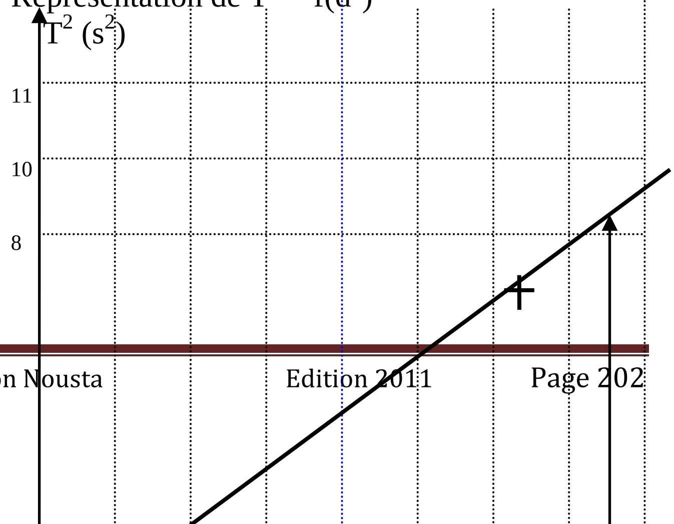
- Détermination de J_o

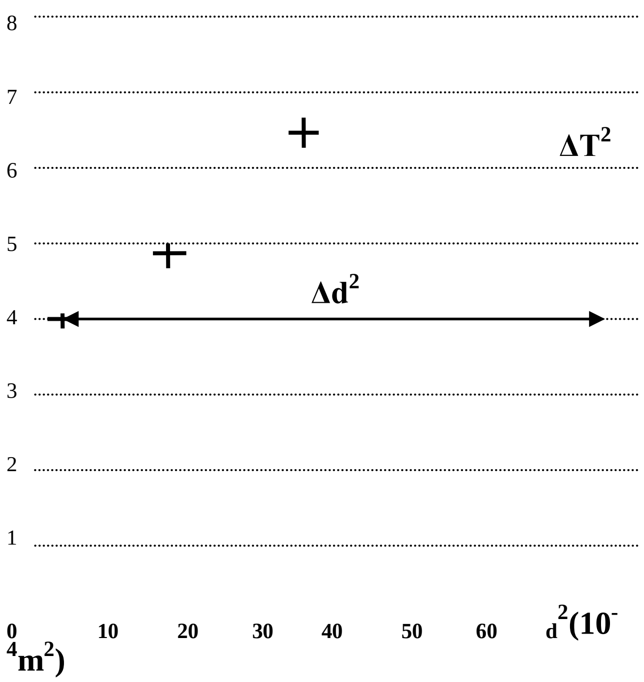
L'ordonnée à l'origine de la courbe $T^2= f(d^2)$ représente $\frac{\pi^2 J_o}{C}=3,6\ s^2$

D'où $J_o=\frac{3,6.C}{\pi^2}$ $\quad$ AN : $\quad$ $J_o=\frac{3,6.5,49.10^{-3}}{3,14^2}$

$J_o=2,0.10^{-3}$ kg m^2

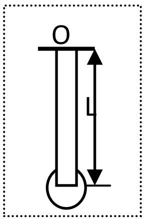
Représentation de $T^2 = f(d^2)$





Exercice 21

Le système régulateur d'une horloge ancienne est un pendule composé d'une tige homogène de longueur L, de masse m et d'un disque homogène de rayon R= 5,0cm et de même masse m dont le centre d'inertie G_0 est confondu avec l'extrémité de la tige.



1- Donner en fonction de m ; L et R le moment dinertie du pendule par rapport à son axe de rotation.

2- Déterminer la position OG du centre d'inertie du pendule par rapport à l'axe de rotation.

3- Pour indiquer correctement l'heure, le pendule doit battre la seconde.

a) Déterminer la longueur L de la tige.

b) Sa valeur dépend-t-telle de la masse commune de la tige et du disque ?

<u>Une solution exercice 21</u>

1- Expression du moment d'inertie du pendule pesant en fonction de m ; L et R :

$$J = J_{0\ tige} + J_{0\ disque}$$

$$= \frac{1}{12}m.L^2 + m.\frac{L^2}{4} + \frac{1}{2}.m.R^2 + m.L^2$$

$$J = \frac{4}{3}.m.L^2 + \frac{1}{2}.m.R^2$$

2- déterminons la position OG du centre d'inertie du pendule :

Soit G_1 le centre d'inertie de la tige et OG_0 le centre d'inertie du disque. G est le barycentre de ces deux points affectés chacun du coefficient m.

$$m.\overrightarrow{GG_0} + m.\overrightarrow{GG_1} = \vec{0}$$

$$m.(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG_0} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG_1}) = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OG_0} + \overrightarrow{OG_1})$$

$$OG = \frac{1}{2}\left(L + \frac{L}{2}\right) = \frac{3}{4}.L$$

3-

a) Valeur de L :

Le pendule bat la seconde, alors T = 2s.

$T^2 = 4.\pi^2.\dfrac{\frac{4}{3}.m.L^2 + \frac{1}{2}.m.R^2}{2.m.g.\frac{3}{4}.L} = 2^2$ on obtient l'équation du second degré :

$$8.L^2 - \frac{9.g}{2.\pi^2}.L + 3.R^2 = 0$$

Les solutions de cette équation sont :

$$L_1 = \frac{\frac{9.g}{2.\pi^2} - \sqrt{\frac{81.g^2}{4.\pi^4} - 4.24.R^2}}{16} = 1{,}68.10^{-3}m$$

$$L_2 = \frac{\frac{9.g}{2.\pi^2} + \sqrt{\frac{81.g^2}{4.\pi^4} - 4.24.R^2}}{16} = 0{,}557\ m$$

La valeur de L_1 n'est pas physiquement acceptable. Seule la valeur L_2 = 0,557m convient.

b) La valeur de L ne dépend pas de la valeur commune de la masse de la tige et du disque.

Exercice 6 : Q.13 à Q.22 Extrait ENSP 2015

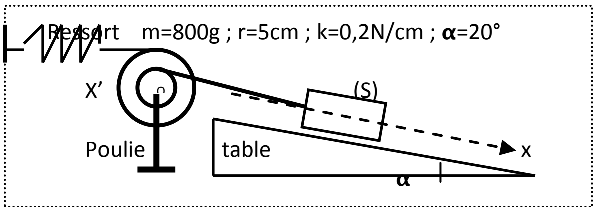
On considère le dispositif ci-dessous :

Le ressort à spires non jointives a une masse négligeable et une constante de raideur k ; son axe reste horizontal au cours de l'expérience. Les fils sont inextensibles et de masse négligeable.

La poulie à double gorge (double tambour) possède un moment d'inertie J_0 par rapport à son axe et les deux tambours ont des rayons R et r tels que R = 2.r ;

Le solide (S) de masse m est posé sur une table à coussin d'air incliné d'un angle **α** par rapport à l'horizontale. On associe au centre d'inertie G du solide un axe x'x parallèle au plan de la table et orienté vers le bas.

Le solide est écarté de sa position d'équilibre vers le bas sur une distance X_m puis lâché sans vitesse initiale. Le solide (S) effectue alors des oscillations autour de sa position d'équilibre suivant l'axe x'x. On néglige d'abord les frottements sur l'axe de la poulie.



Q.13- On note a_0 l'allongement du ressort à l'équilibre. Quelle est l'expression de a_0 ?

A) $\frac{m}{2.k}.g.\sin\boldsymbol{\alpha}$; **B)**) $\frac{2.m}{.k}.g.\sin\boldsymbol{\alpha}$;
C) $\frac{2.m}{2.J_0}.g.\sin\boldsymbol{\alpha}$
D)) $\frac{m.J_0}{2.k}.g.\sin\boldsymbol{\alpha}$; **E)**) $\frac{m}{2.k}.g.\cos\boldsymbol{\alpha}$

Q.14- Quelle est l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie du solide (S) ?

A) $\ddot{x}+\frac{k}{m}.x=0$; B) $\ddot{x}+\frac{4r^2k}{J_0}.x=0$;
C)) $\ddot{x}+\frac{4r^2k}{mr^2+J_0}.x=0$; D) $\ddot{x}+\frac{2r^2k}{mr^2+J_0}.x=0$;
E) $\ddot{x}+\frac{2r^2k}{J_0-mr^2}.x=0$.

Q.15- Quelle est la période propre des oscillations du solide (S)?

A) $\boldsymbol{T_0=\frac{\pi}{r}\sqrt{\frac{J_0+mr^2}{k}}}$ **; B)** $\boldsymbol{T_0=\frac{2\pi}{r}\sqrt{\frac{J_0+mr^2}{2k}}}$ **;**
C) $\boldsymbol{T_0=\frac{\pi}{r}\sqrt{\frac{J_0}{k}}}$ **; D)** $\boldsymbol{T_0=\frac{2\pi}{r}\sqrt{\frac{J_0-mr^2}{2k}}}$ **; E)** $\boldsymbol{T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

Q.16- Calculer la valeur du moment d'inertie J_0 de la poulie sachant que le système en oscillation bat la seconde.

A) 3.10^{-3}kg.m^2 ; B) 2.10^{-2}kg.m^2 ;
C) $8,14.10^{-3}$kg.m^2 ;
D) $3,38.10^{-3}$kg.m^2 ; E) $1,3.10^{-2}$kg.m^2

Le point de référence associé au niveau zéro de l'énergie potentielle de pesanteur est pris sur le plan horizontal contenant le centre d'inertie du solide (S) à l'équilibre. Le point de référence pour l'énergie potentielle élastique est considéré comme étant l'état du ressort à vide. Nous négligeons l'énergie potentielle gravitationnelle engendrée par la poulie dans le système.

Q.17- Quelle est l'énergie mécanique du système « ressort-poulie-solide-terre » à l'instant initial où le solide est lâché ?

A) $2k(\frac{a_0^2}{2}+X_m^2)$; B) $\frac{1}{2}k(a_0^2+X_m^2)$; C) $k(\frac{a_0^2}{2}+2.X_m^2)$;
D) $2k(a_0+2.X_m)^2$; E) $\frac{1}{k}.k.(a_0+2.X_m)^2$

Q.18- Quelle est la vitesse du solide au passage par sa position d'équilibre ?

A) $X_m\sqrt{\frac{k}{m}}$: B) $X_m\sqrt{\frac{k}{mr^2+J_0}}$; C) $2.r.X_m\sqrt{\frac{k}{m}}$;
D) $r.X_m\sqrt{\frac{mr^2+J_0}{k}}$; E) $2rX_m\sqrt{\frac{k}{mr^2+J_0}}$.

On ne néglige plus les frottements sur l'axe de la poulie. Ils sont équivalents à un couple de moment constant, de valeur 6.10^{-3}kg.m^2.
L'amplitude des oscillations du solide vaut 2,5cm.

Q.19- Quelle est la variation de l'énergie mécanique à chaque oscillation ?

A) 6mJ ; B) 12mJ ; C) 24mJ ; D) 48mJ ; E) 96mJ.

Afin de compenser les pertes d'énergie par le système, on associe à la poulie un "poids" de masse M =5kg. A chaque battement, lé « poids » subit une chute sur une hauteur Δh et restitue au système 80% de l'énergie correspondante.

Q.20- Quelle est la valeur de Δh ?

A) 2,45mm ; B) 1,22mm ; C) 24,5mm ;
D) 0,6mm ; E) 12mm

Q.21- De quelle hauteur devra tomber le "poids" pour entretenir le système pendant une heure?

A) 43,20m; B) 2,20m; C) 8,82m;
D) 4,40m; E) 88,20m.

Q.22- On supprime le « poids » qui compense les pertes d'énergie dans le système. Quelle sera la durée de fonctionnement sans entretien ?

A) 5,70min ; B) 46,5s ; C) 6s ; D) 3s ;
E) 15min.

Autres questions :

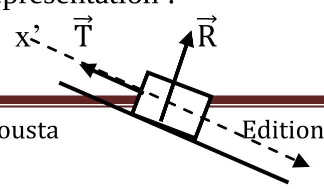
Q.23- Quelle est la nature du mouvement de la poulie ?

Q.24- Ecrire l'équation horaire du mouvement de la poulie.

<u>Une solution exercice 6 :</u>

Q.13- Expression de l'allongement du ressort à l'équilibre :

Etudions l'équilibre du solide (s) :
Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide (s) est soumis à l'action de son poids $\vec{P}=m.\vec{g}$; la réaction $\vec{R}$ de la table et la tension $\vec{T}$ du fil.
Représentation :



Application du principe de l'inertie :

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$

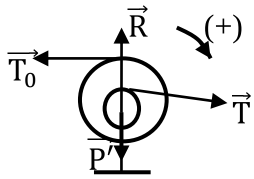
En projetant cette relation sur (x'x), on a :

$-T + m.g.\sin\alpha = 0$

Equilibre de la poulie :

Dans le référentiel terrestre galiléen, la poulie est soumise à l'action de son poids $\vec{P'}$; de la réaction $\vec{R'}$ de l'axe et de la tension $\vec{T_0}$ du ressort et la tension $\vec{T}$ du fil.

Représentation :



Application de la condition d'équilibre :

$M_\Delta(\vec{T_0}) + M_\Delta(\vec{P'}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{T}) = 0$

$-k.a_0.2.r + 0 + r.m.g.\sin\alpha + 0 = 0$

On en déduit que :

$a_0 = \frac{m.g.\sin\alpha}{2.k}$

Q.14- Equation différentielle qui régi le mouvement du solide (s) :

Etude du mouvement du solide (s) :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide (s) est soumis aux forces $\vec{P}$; $\vec{T}$ et $\vec{R}$

Application du TCI au solide (s) :

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m.\vec{a}$

En projetant cette relation sur (x'x), on a :

$-T + m.g.\sin\alpha = m.\ddot{x}$

Etude du mouvement de la poulie :

Dans le référentiel terrestre galiléen, la poulie est soumise à l'action de son poids $\vec{P'}$; de la réaction $\vec{R'}$ de l'axe, de la tension $\vec{T'}$ du ressort et la tension $\vec{T}$ du fil.

Application de la RFDS en rotation :

$M_\Delta(\vec{T'}) + M_\Delta(\vec{P'}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{T}) = J_0.\ddot{\theta}$

$-k.(a_{0.} + x')2.r + r.m.(g.\sin\alpha - \ddot{x}) = J_0.\ddot{\theta}$

$-2.k.x' - m.\ddot{x} = J_0.\frac{\ddot{\theta}}{r}$

Avec $\ddot{\theta} = \frac{\ddot{x}}{r}$; $\frac{x'}{R} = \frac{x}{r} = \theta$ alors, $x' = 2.x$

L'équation devient :

$-2.K.2.x - m.\ddot{x} = J_0.\frac{\ddot{x}}{r^2}$

On obtient l'équation différentielle :

$\ddot{x} + \frac{4.k}{m+\frac{J_0}{r^2}} = 0$ ou $\ddot{x} + \frac{4.k.r^2}{J_0+m.r^2}x = 0$

Q.15- Période propre des oscillations :

$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{J_0 + mr^2}{4.k.r^2}} = \boldsymbol{\frac{\pi}{r}\sqrt{\frac{J_0+mr^2}{k}}}$

Q.16- Valeur de J_0 lorsque le système bat la seconde : (T=2s)

$$J_0 = \frac{r^2.k.T^2}{\pi^2} - m.r^2$$

$T = \frac{0{,}05^2.2^2.\frac{0{,}2}{0{,}01}}{3{,}14^2} - 0{,}8.0{,}05^2 = 1,83.10^{-2}kg.m^2$

Q.17- Energie mécanique du système « ressort-poulie-solide-terre » à l'instant initial où le solide est lâché :

Les différentes énergies sont :

- Energie potentielle élastique du ressort :

$\frac{1}{2}.k.(a_0 + X'_m)^2 = \frac{1}{2}.k.(a_0 + 2X_m)^2$

$X'_m = 2.X_m$

- Energie de la poulie : nulle ;
- Energie du solide (s) :

$$-m.g.X_m.\sin\alpha$$

L'energie mécanique du système est alors :

$$E_m = \frac{1}{2}.k.(a_0 + 2X_m)^2 + -m.g.X_m.\sin\alpha$$

En développant cette expression et en tenant compte de la condition d'équilibre on trouve :

$E_m = k.(\frac{a_0^2}{2} + 2.X_m^2)$

Q.18- Vitesse du solide au passage par sa position d'équilibre :

Le mouvement du solide est rectiligne et sinusoïdal. Sa loi horaire est de la forme $x(t) = X_m.\cos(\omega t + \varphi)$ et sa vitesse instantanée de la forme

$\dot{x}(t) = -\omega.X_m.\sin(\omega t + \varphi)$.

Au passage par sa position d'équilibre, la vitesse est maximale et vaut

$\omega.X_m = X_m.\sqrt{\frac{4.k.r^2}{J_0+m.r^2}} = 2.r.X_m.\sqrt{\frac{k}{J_0+m.r^2}}$

Q.19- Variation de l'énergie mécanique à chaque oscillation :

L'énergie mécanique de l'oscillateur diminue d'une valeur égale à l'opposée du travail du couple de frottement au cours d'une vibration.

$\Delta E_m = -W(\vec{f};\vec{f}) = -M_\Delta(\vec{f};\vec{f}).2\theta$

Or $\theta = \frac{X_m}{r}$

$\Delta E_m = -M_\Delta(\vec{f};\vec{f}).2.\frac{X_m}{r} = 6.10^{-3}.2.\frac{0,025}{0,05} = 6.10^{-3}J$

Q.20 – Valeur de Δh:

80% de l'énergie de chute du poids en un battement (une demi-vibration) compense les pertes d'énergie de l'oscillateur pendant la même période. On peut écrire :

$\frac{80}{100}.M.g.\Delta h = \frac{\Delta E_m}{2}$ d'où $\Delta h = \frac{100.\Delta E_m}{2.80.M.g}$

AN :

$$\Delta h = \frac{100.0,006}{2.80.5.9,8} = 0,076.10^{-3}m$$

Pas de bonne réponse proposée.

Q.21 : Valeur de Δh pour que le système fonctionne pendant une heure :

Le nombre d'oscillation correspondant à une heure est :

$$n = \frac{t}{T} = \frac{3600}{2}$$
$$= 1800 \text{ oscillations ou } 3600 \; battements$$

La hauteur de chute est

$\Delta h' = 2.n.\Delta h = 273 \; mm$

Pas de bonne réponse proposée.

Q.22- Durée de fonctionnement sans poids :

C'est la durée nécessaire pour que l'énergie mécanique du système devienne nulle :

Le nombre d'oscillation pour que cette énergie s'annule est :

$$N = \frac{E_{mi}}{\Delta E_m} = \frac{k.(\frac{a_0^2}{2} + 2.X_m^2)}{\Delta E_m}$$

Le temps cherché est $t = 2.N = 2.\frac{k.(\frac{a_0^2}{2} + 2.X_m^2)}{\Delta E_m}$

AN :

$$t = 2.\frac{0,2}{0,01}.\left(\frac{\frac{\left(\frac{0,8.9,8.\sin 20}{2.\frac{0,2}{0,01}}\right)^2}{2} + 2.0,025}{0,006}\right) = 23,3s$$

Pas de bonne réponse proposée.

Q .23- Nature du mouvement de la poulie :

Mouvement de rotation sinusoïdal d'amplitude $\theta_m = \frac{X_m}{r} = \frac{2X_m}{R}$; de pulsation propre

$\omega = \sqrt{\frac{4.k.r^2}{J_0+m.r^2}}$ et de période propre

$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{J_0 + mr^2}{4.k.r^2}}$.

Q.24- Equation horaire du mouvement de la poulie :

$$\theta(t) = \theta_m.\cos(\omega t + \varphi) = \frac{X_m}{r}\cos(\sqrt{\frac{4.k.r^2}{J_0 + m.r^2}}.t + \varphi)$$

Récapitulatifs :

Q.13	Q.14	Q.15	Q.16	Q.17	Q.18	Q.19	Q.20	Q.21	Q.22
A	D	A	E	C	E	D			

Exercice 7

Un disque plat et homogène, d'épaisseur négligeable et de rayon R = 15cm est suspendu par son centre O à un fil de torsion de constante de torsion C. C est inversement proportionnel à la longueur ℓ du fil. L'autre extrémité du fil est fixé en un point A.

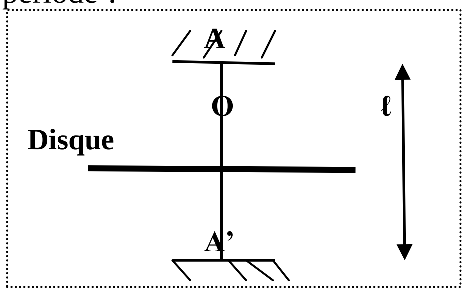
On écarte le disque de sa position d'équilibre d'un angle $\frac{\pi}{3}$ rad, le fil étant maintenu verticalement et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant t = 0s. On constate alors que 20 oscillations de période T ont une durée de 40,0s.

1- Déterminer la nature du mouvement du disque et écrire l'équation horaire de ce mouvement dans un repère fixe.

2- Calculer la constante de torsion C du fil sachant que le moment d'inertie du disque est $J = 2,25.10^{-3}kg.m^2$.

3- Le disque est maintenu à présent à la distance AO = x sur le fil dont les extrémités A et A' sont fixées (voir figure ci-dessous). Déterminer en fonction de T_0 ; ℓ et x la période des oscillations du disque.

Pour quelle valeur de x cette période est-elle maximale ? Quelle est alors la valeur de cette période ?



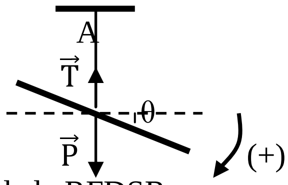
<u>Une solution exercice 7 :</u>

1- la nature du mouvement du disque :

Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées au disque sont :

- le poids $\vec{P}$ du disque ;
- La tension $\vec{T}$ du fil ;
- Le couple de rappel de moment M = - C.θ.

Représentation :



Application de la RFDSR :

$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{T}) + M = J.\ddot{\theta}$

$0 + 0 - C.\theta = J.\ddot{\theta}$

D'où l'équation différentielle :

$\ddot{\theta} + \frac{C}{J}.\theta = 0$

En posant $\omega^2 = \frac{C}{J}$, l'équation différentielle devient : $\ddot{\theta} + \omega^2.\theta = 0$.

Le disque effectue un mouvement de rotation sinusoïdal.

- Equation horaire du mouvement :

$$\theta(t) = \theta_m.\sin(\omega.t + \varphi)$$

A t = 0, $\theta\ (t = 0) = \theta_m = \theta_m.\sin\varphi$ d'où $\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad.$

$$\omega = \frac{2.\pi}{T} = \frac{2.20.\pi}{40} = \pi\ rad/s$$

$\theta(t) = \frac{\pi}{3}.\sin(\pi.t + \frac{\pi}{2})$ ou $\theta(t) = \frac{\pi}{3}.\cos(\pi.t)$

2- valeur de C sachant que J = $2{,}25.10^{-3}$kg.m^2 :

$$C = J.\omega^2$$

AN :

$C = 2{,}25.10^{-3}.3{,}14^2 = 2{,}22.10^{-2}\text{N.m/rad}$

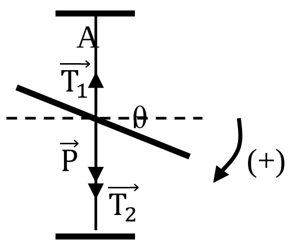
3- Détermination de la période T_0 de petite oscillation en fonction de C ; x et ℓ :

Etudions le mouvement du disque dans cette nouvelle position :

Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées au disque sont :

- le poids $\vec{P}$ du disque ;
- La tension $\vec{T_1}$ du brin de fil OA;
- La tension $\vec{T_2}$ du brin de fil OA';
- Le couple de rappel de moment M_1 = - C_1.θ du brin de fil OA ;
- Le couple de rappel de moment M_2 = - C_2.θ du brin de fil OA' ;

Représentation :



Application de la RFDSR

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{T_1}) + M_\Delta(\vec{T_2}) + M_1 + M_2 = J.\ddot{\theta}$$

$$0 + 0 + 0 - C_1.\theta - C_2.\theta = J.\ddot{\theta}$$

D'où l'équation différentielle : $\ddot{\theta} + \frac{C_1 + C_2}{J}.\theta = 0$

Comme la constante de torsion est inversement proportionnelle à la longueur du fil, on peut écrire : $C = \frac{k}{\ell}$; $C_1 = \frac{k}{x}$; $C_2 = \frac{k}{\ell - x}$

On en déduit que :

$k = C.\ell$; $C_1 = \frac{C.\ell}{x}$ et $C_2 = \frac{C.\ell}{\ell - x}$

L'équation différentielle devient :

$\ddot{\theta} + \frac{C.\ell^2}{x.(\ell - x).J}.\theta = 0$

Le disque effectue un mouvement de rotation sinusoïdal de pulsation propre $\omega = \sqrt{\frac{C.\ell^2}{x.(\ell - x).J}}$

Et de période propre $T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{x.(\ell - x).J}{C.\ell^2}}$

$T_0 = \frac{2.\pi}{\ell}.\sqrt{\frac{C}{J}}.\sqrt{x(\ell - x)}$

Cette période T_0 est maximale lorsque la quantité $\sqrt{x(\ell - x)}$ atteint sa valeur maximale la quantité $\frac{2.\pi}{\ell}.\sqrt{\frac{C}{J}}$ est constante.

Etudions la fonction f(x) = $\sqrt{x(\ell - x)}$

$$D_f = [0;\ \ell]$$

$\frac{df(x)}{dx} = \frac{\ell - 2x}{2.\sqrt{x.\ell - x^2)}}$

Le signe de $\frac{df(x)}{dx}$ est celui de $(\ell - 2x)$.

D'où le tableau de variation :

X	0		$\frac{\ell}{2}$		ℓ
$\frac{df(x)}{dx}$		+	0	−	
f(x)	0	↗	$\frac{\ell}{2}$	↘	0

La valeur maximale de $f(x)$ est atteinte pour $x = \frac{\ell}{2}$ et $f\left(\frac{\ell}{2}\right) = \frac{\ell}{2}$

La période est maximale lorsque $x = \frac{\ell}{2}$

$T_{0\ max} = \frac{2.\pi}{\ell}.\sqrt{\frac{C}{J}}.\frac{\ell}{2} = \pi.\sqrt{J}.$

AN : $T_{0\ max} = 3{,}14.\sqrt{\frac{2{,}22.10^{-2}}{2{,}25.10^{-3}}} = 9{,}86$ s

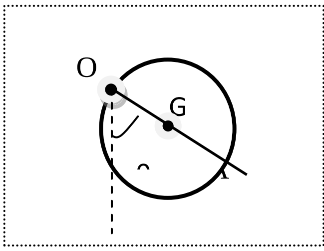
Exercice 8 :

1-

Un cerceau homogène en bois est suspendu en O à un axe (Δ) horizontal, perpendiculaire au plan du cerceau. La masse du cerceau est m. Son rayon est R. On donne g=10 m/s^{-2} ; R=20 cm et

m=1kg. Le moment d'inertie du cerceau par rapport à l'axe (Δ) est $J_\Delta=2mR^2$. On repère la position du cerceau par l'angle θ entre OG et la verticale (G centre d'inertie du cerceau).
On écarte le cerceau d'un angle $\theta_0=10°$ et on le lâché sans vitesse initiale à l'instant considéré comme instant initial.

1.1-Etablir l'équation différentielle du mouvement et déduire l'équation horaire $\theta(t)$ et la période propre T_0 des petites oscillations.



1.2-Quelle est la vitesse angulaire du cerceau lorsqu'il passe par sa position d'équilibre ? 0,5pt

1.3-Après un temps suffisamment long, le pendule fini par s'immobiliser. Expliquer le phénomène et représenter l'allure de $\theta(t)$ en fonction du temps pour deux pseudo périodes.

2-On accroche une petite bille ponctuelle en acier de même masse m que le cerceau en un point A diamétralement opposé à O.

2.1- Quel est le nouveau moment d'inertie J'_Δ ?

2.2- Etablir l'équation différentielle du mouvement, si on excite l'ensemble dans les mêmes conditions qu'à la première question ?

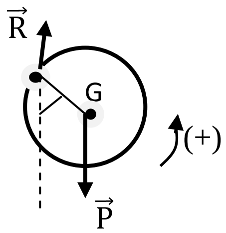
<u>Une solution exercice</u> 8

1-

1.1- Equation différentielle du mouvement du cerceau :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le cerceau est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ de l'axe.

Représentation :



Application de la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation :

$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$-m.g.OG.\sin\theta + 0 = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$\ddot{\theta} + \frac{m.g.OG}{2.mR^2}.\sin\theta = 0$

avec OG = R ; $\sin\theta = \theta\ (rad)$; on obtient l'équation différentielle :

$\ddot{\theta} + \frac{g}{2R}.\theta = 0$

- Equation horaire $\theta(t)$:

$\theta(t) = \theta_0.\sin(\sqrt{\frac{g}{2R}}\,.t + \varphi)$ ou

$\theta(t) = \theta_0.\cos(\sqrt{\frac{g}{2R}}\,.t + \varphi')$

A t = 0, $\theta(t=0) = \theta_0$; $\sin\varphi = 1$ et $\varphi = \frac{\pi}{2}$rad

La loi horaire cherchée est :

$\theta(t) = 0{,}174.\sin(5\,.t + \frac{\pi}{2})$ ou

$\theta(t) = 0{,}174.\cos(5\,.t)$

- Période de petites oscillations :

$T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{2.R}{g}} = 2.3{,}14.\sqrt{\frac{2.0{,}2}{10}} = 1{,}26\ s$

1.2- Vitesse angulaire du cerceau au passage par sa position d'équilibre :

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au cerceau :

$$\Delta E_c = \sum W$$

$\frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2 - 0 = m.g.R(1-\cos\theta_0)$

D'où $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{g}{R}.(1-\cos\theta_0)}$

AN : $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{10}{0{,}2}.(1-\cos 10°)}$ = 0,87 rad/s

Autre méthode.

La vitesse angulaire à un instant t quelconque est : $\dot{\theta}(t) = \theta_0.\sqrt{\frac{g}{2R}}\cos(5\,.t + \frac{\pi}{2})$

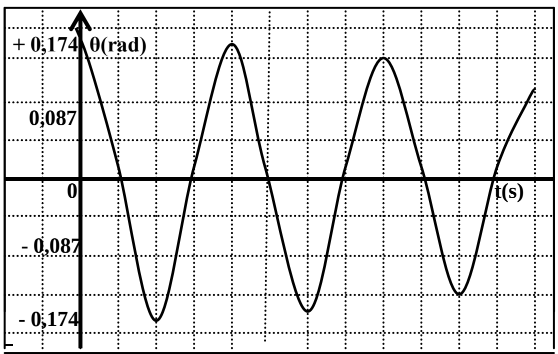
En ce point, la vitesse est maximale est vaut :

$\dot{\theta} = \theta_0.\sqrt{\frac{g}{2R}} = 0{,}174.\sqrt{\frac{10}{2.0{,}2}} = 0{,}87\ rad/s$

1.3- Explication du phénomène :

Au cours des oscillations, le pendule perd progressivement de l'énergie mécanique à cause des forces de frottement visqueux entre le cerceau et l'air. L'amplitude des oscillations diminue progressivement et l'oscillateur finit par s'immobiliser : c'est l'amortissement.

- Représentation de l'allure de $\theta(t)$ en fonction du temps pour deux pseudopériodes.



2-

2.1- Nouveau moment d'inertie J'_Δ :

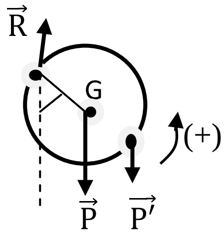
$J'_\Delta = J_\Delta + 2.m.R^2 = 4.m.R^2$

2.2-Etablissons l'équation différentielle du mouvement de l'ensemble :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le nouveau système est soumis à l'action de :

- le poids $\vec{P}$ du cerceau;
- la réaction $\vec{R}$ de l'axe
- Le poids $\vec{P'}$ de la bille ponctuelle.

Représentation :



Application de la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation :

$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{P'}) = J'_\Delta.\ddot{\theta}$

$-m.g.OG.\sin\theta + 0 - m.g.2.R.\sin\theta = 4.M.R^2.\ddot{\theta}$

$\ddot{\theta} + \frac{3.g}{4.R}.\sin\theta = 0$

avec OG = R ; $\sin\theta = \theta\ (rad)$; on obtient l'équation différentielle :

$\ddot{\theta} + \frac{3.g}{2R}.\theta = 0$

- Equation horaire $\theta(t)$:

$\theta(t) = \theta_0.\sin(\sqrt{\frac{3g}{4R}}.t + \varphi)$ ou

$\theta(t) = \theta_0.\cos(\sqrt{\frac{3g}{4R}}.t + \varphi')$

A t = 0, $\theta(t=0) = \theta_0$; $\sin\varphi = 1$ et $\varphi = \frac{\pi}{2}$rad

La loi horaire cherchée est :

$\theta(t) = 0{,}174.\sin(6{,}12.t + \frac{\pi}{2})$ ou

$\theta(t) = 0{,}174.\cos(6{,}12.t)$

Exercice 9

Dans la gorge d'une poulie (P) de rayon r=10cm et dont on veut déterminer J_Δ, on fait passer une ficelle inextensible de masse négligeable. A l'une des extrémités de cette ficelle. On accroche un solide (S) de masse m=100g.. L'autre extrémité de la ficelle est reliée à un ressort (R) de raideur k=10N/m et de masse négligeable dont l'une des extrémités est fixée sur un support relié au plan incliné. L'autre extrémité du ressort est fixée à la ficelle passant dans la gorge de la poulie. Les frottements sur l'axe de la poulie seront négligés. On prendra g=10 m/s^2

3.1- Ecrire la relation entre m, g ; k et l'allongement x_0 du ressort lorsque le système est en équilibre. Calculer x_0. 0,5pt

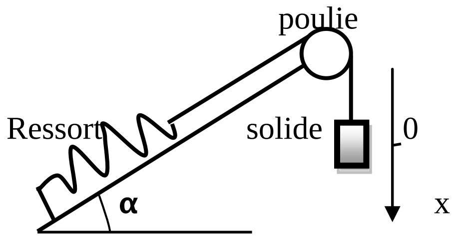
3.2- On provoque un déplacement supplémentaire de (S) vers le bas puis on l'abandonne sans vitesse initiale. Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x de (S) en fonction de k ; m ; r et J_Δ. 0,75pt

3.3- Déduire J_Δ si la période des oscillations est 2 secondes. On suppose que la pulsation propre de cet oscillateur est données par $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m+\frac{J_\Delta}{r^2}}}$.

N.B : A la question 3.1, vous étudier l'équilibre de la poulie.

3.4- Déduire de la question 3.2, l'équation différentielle qui régit le mouvement de la poulie et donner la nature de son mouvement. On rappelle que la ficelle ne glisse pas dans la gorge de la poulie.

3.5-Détermine toutes les caractéristiques du mouvement de la poulie lorsque X_m = 5cm.



<u>Une solution exercice 9</u>

3-

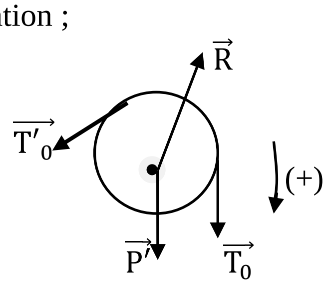
3.1- Ecrivons la relation entre m, g ; k et l'allongement x_0

Etudions l'équilibre de la poulie :

Dans le référentiel terrestre galiléen, la poulie est soumise à :

- Son poids $\vec{P'}$;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe ;
- La tension $\vec{T'_0}$ du ressort ;
- La tension $\vec{T_0}$ du fil.

Représentation ;



Application du principe de l'inertie :

$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{T'_0}) + M_\Delta(\vec{T_0}) = 0$

$0 + 0 - k.x_0.r + m.g.r = 0$

D'où la relation :

$$x_0 = \frac{m.g}{k}$$

AN : $x_0 = \frac{0,1.10}{10} = 0,1m$

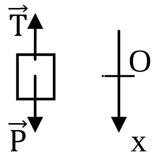
3.2- Etablissons l'équation différentielle du mouvement du solide

Etudions le mouvement du système :

<u>Sous système 1</u> : solide (s) :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide (s) est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil.

Représentation :



Application du T C I au solide (s) :

$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

La projection sur (Ox) donne :

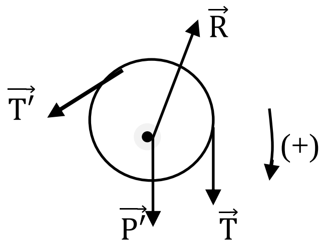
$m.g - T = m.\ddot{x}$ (1)

<u>Sous système 2</u> : Poulie

Dans le référentiel terrestre galiléen, la poulie est soumise à :

- Son poids $\vec{P'}$;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe ;
- La tension $\vec{T'}$ du ressort ;
- La tension $\vec{T}$ du fil.

Représentation ;



Application du principe de la R F D S en rotation :

$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{T'}) + M_\Delta(\vec{T}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$0 + 0 - k.(x_0 + x).r + T.r = J_\Delta.\ddot{\theta}$ (2)

En remplaçant dans (2) ; T par sa valeur dans (1), on a :

$-k.x_0 - k.x + m.g - m.\ddot{x} = J_\Delta.\frac{\ddot{x}}{r^2}$

D'où l'équation différentielle du mouvement de (s) : $\ddot{x} + \frac{k}{\frac{J_\Delta}{r^2} + m}.x = 0$

3.3- Déduction de J_Δ pour T = 2s

$T_0^2 = 4.\pi^2.\frac{\frac{J_\Delta}{r^2} + m}{k}$ d'où $J_\Delta = \left(\frac{4.\pi^2.k}{T_0^2} - m\right).r^2$

AN : $J_\Delta = \left(\frac{4.\pi^2.10}{2^2} - 0,1\right).0,1^2 = 0,985\ kg.m^2$

3.4- Déduisons l'équation différentielle du mouvement de la poulie :

On sait que $x = r.\theta$ et $\ddot{x} = r.\ddot{\theta}$

Remplaçons dans l'équation différentielle précédente x et $\ddot{x}$ par leurs valeurs. On a:

$\ddot{x} + \frac{k}{\frac{J_\Delta}{r^2} + m}.x = 0$ équivaut à:

$r.\ddot{\theta} + \frac{k}{\frac{J_\Delta}{r^2} + m}.r.\theta = r.\left(\ddot{\theta} + \frac{k}{\frac{J_\Delta}{r^2} + m}.\theta\right) = 0$

D'où l'équation différentielle qui régie le mouvement de la poulie : $\ddot{\theta} + \frac{k}{\frac{J_\Delta}{r^2} + m}.\theta = 0$

- Nature de son mouvement :

Comme l'équation différentielle est de la forme $\ddot{\theta} + \omega^2.\theta = 0$, on conclut que la poulie effectue un mouvement de **rotation sinusoïdale**.

3.5- Caractéristiques du mouvement de la poulie :

- Période :

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{\frac{J_\Delta}{r^2} + m}{k}} = 2.3,14.\sqrt{\frac{\frac{0,985}{0,1^2} + 0,1}{10}} = 19,72s$$

- Equation horaire de son mouvement :

Elle se déduit de celle du solide.

A t = 0, x = X_m = X_m.sin (ω.0 + $\boldsymbol{\varphi}$)

$$r.\theta_m = r.\theta_m.\sin(\omega.0 + \varphi)$$

D'où $\sin(\varphi) = 1$ *et* $\boldsymbol{\varphi = \frac{\pi}{2}}$ ***rad***

$\theta(t) = \frac{X_m}{r}.\sin(\frac{2.\pi}{T}.t + \frac{\pi}{2}) = \mathbf{\frac{0,05}{0,1}.\sin\ (\frac{2.3,14}{19;72}.t + \frac{\pi}{2})}$

$\theta(t) = 0,5.\sin(0,318.t + \frac{\pi}{2})$ en radian.

Ou $\theta(t) = 0,5.\cos(0,318.t)$

Exercice 10

Deux charges électriques ponctuelles (+q) et (–q) sont placées aux extrémités d'une tige isolante de longueur ℓ. Le moment d'inertie de l'ensemble par rapport à un axe passant par le centre de la tige est J. L'ensemble est placé dans le champ électrostatique uniforme crée par deux plaques parallèles. On néglige le poids de l'ensemble devant les forces électrostatiques.

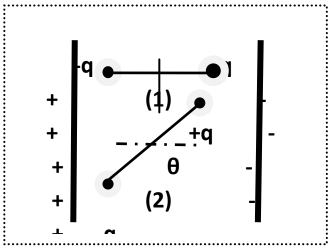
4.1- Montrer que la position d'équilibre correspond à la position (1) de la figure. 0,25pt

4.2- La tige est écartée d'un angle θ par rapport à la position d'équilibre.

Représenter et donner l'expression du moment du couple de forces qui s'exercent sur les deux charges électriques 0,25pt x 3

4.3- Donner l'équation liant θ et $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ à chaque instant en fonction de q ; ℓ ; J et E, intensité du champ électrique entre les plaques lorsqu'on abandonne le système sans vitesse initiale.

4.4- A quelle condition la tige effectue telle des oscillations harmoniques ? 0,25pt



Une solution exercice 10

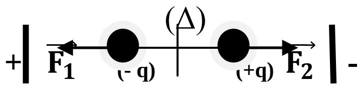
4.1- Montrons que la position d'équilibre de la tige correspond à la situation (1) :

Dans le référentiel terrestre galiléen, les forces extérieures appliquées au système en position (1) sont :

- La force électrique $\overrightarrow{F_1} = -q.\vec{E}$ due au champ électrique $\vec{E}$ sur (-q) ;

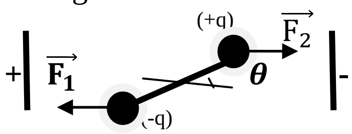
- La force électrique $\overrightarrow{F_2} = q.\vec{E}$ due au champ électrique $\vec{E}$ sur (-q) .

Représentation :



$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \vec{0}$ alors, la tiga est en équilibre.

4.2- Représentation du couple de forces qui s'exercent sur la tige :



Expression du moment du couple de forces :

$$M_\Delta(\overrightarrow{F_1}\,\overrightarrow{F_2}) = -\left(q.E.\frac{\ell}{2} + q.E.\frac{\ell}{2}\right).\sin\theta$$
$$= -q.E.\ell.\sin\theta$$

NB : Le signe (-) montre que ce couple de forces s'oppose à la rotation.

4.3- Déduisons la relation liant $\ddot{\theta} = \frac{d^2\ddot{\theta}}{d^2t}$ et θ :

Appliquons la R F D S en rotation au système :

$$M_\Delta(\overrightarrow{F_1}\,\overrightarrow{F_2}) = J.\frac{d^2\ddot{\theta}}{d^2t} = -q.E.\ell.\sin\theta$$

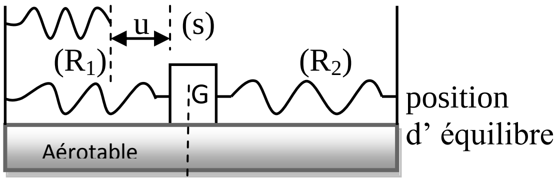
D'où la relation : $\frac{d^2\ddot{\theta}}{d^2t} + \frac{q.E.\ell}{J}.\sin\theta = 0$

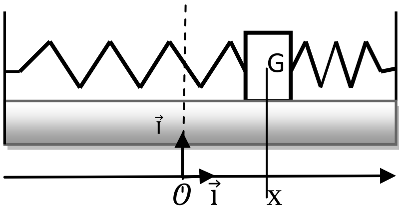
4.4-Condition pour que la tige effectue des oscillations harmoniques :

$0 < \theta \leq 10°$ et $\sin\theta \approx \theta$ (rad).

Exercice 11

Un solide (s) de masse m=800g peut glisser sur one table à coussin d'air horizontale avec des frottements négligeables. Le solide (s) est relié à la table par l'intermédiaire de deux ressorts identiques R_1 et R_2 de masse négligeable devant celle de (s), de raideur unique k.





Lorsque le solide (s) est à l'équilibre, les deux ressorts sont allongés de u = 30,0 cm. On écarte le solide (s) de sa position d'équilibre d'une longueur x_0 = 25,0 cm puis on le lâche. La position du centre d'inertie G du solide (s) en un instant quelconque noté M est repéré par son abscisse OM = x par rapport au point O, position du centre d'inertie lorsque le système est à l'équilibre.

1- Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide (s).

2- Déterminer la période propre et la fréquence propre de l'oscillateur.

3- Ecrire l'équation horaire du mouvement du point G.

4- Donner les expressions en fonction de x :

4.1- De l'énergie potentielle élastique $E_{pe}(x)$;

4.2- De l'énergie mécanique totale $E(x)$ en choisissant comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur $E_{po} = 0$, le plan horizontal passant la position d'équilibre.

4.3- De l'énergie cinétique $E_c(x)$.

5- Représenter les trois fonctions $E_{pe}(x)$; $E(x)$ et $E_c(x)$ sur un même graphique.

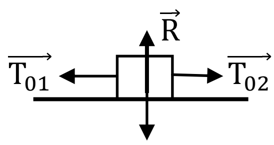
6- Déterminer la vitesse du solide (s) pour l'abscisse x_1= 12,0 cm.

Une solution exercice 11.

1- Equation différentielle du mouvement du solide (s) :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$; la réaction $\vec{R}$ de la table ; et les tensions des deux ressorts.

Représentation :



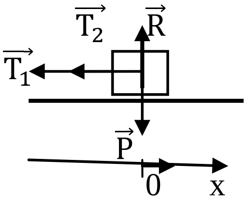
Equilibre :

$\vec{P} + \vec{R} + \overrightarrow{T_{01}} + \overrightarrow{T_{02}} = \vec{0}$

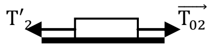
$-k.u + k.u = 0$

$\vec{P}$

A une position quelconque d'abscisse x :



$\vec{T_2}$ est la somme de deux vecteurstension :
$\vec{T_{02}}$ et $\vec{T'_2}$ de sens contraires $\vec{T_{02}}$= k.u.$\vec{i}$ et T'$_2$ = -k.x.$\vec{i}$



$\vec{T_2} = k.(u-x).\vec{i}$. cette tension varie en fonction de x. On peut la représenter dans l'un des sens du mouvement mais son expression est constante.

Application du TCI :

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = m.\vec{a}$

La projection sur (Ox) donne :

$0 + 0 - k(u + x) + k.(u - x) = m.\ddot{x}$

D'où l'équation différentielle :

$$\ddot{x} + \frac{2.k}{m}.x = 0$$

2- Période T_0 des oscillations :

$$T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{2.k}}$$

AN :

$T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{0,8}{2.6,5}} = 1,36\ s$

3- Fréquence des oscillations :

$N = \frac{1}{T_0} = 0,64\ Hz$

4- expression en fonction de x :

4.1- Energie potentielle élastique :

$$E_{pe}(x) = \frac{1}{2}(u + x)^2 + \frac{1}{2}k.(x - u)^2$$

$= k.(u^2 + x^2) = 0,585 - 6,5.x^2$

4.2- Energie mécanique totale $E(x)$:

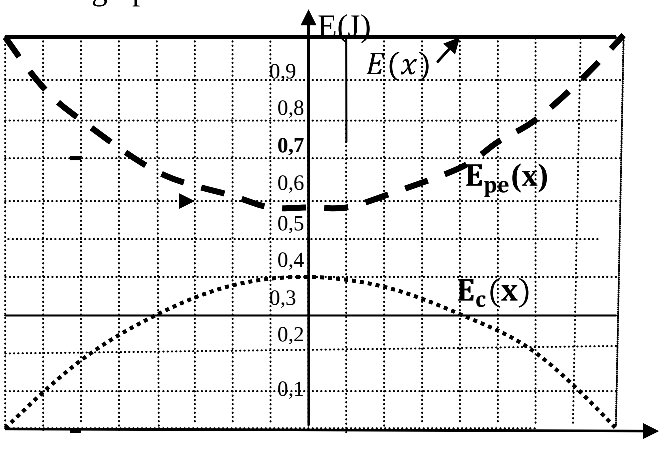
Comme le système est conservatif, l'énergie mécanique est l'énergie potentielle à la position d'élongation maximale.

$E(x) = = k.(u^2 + x_0^2) = 0,991$ J

4.3- Energie cinétique $E_c(x)$:

$E_c(x) = E(x) -\ 0,585 - 6,5.x^2 = 0,406 - x^2.$

5- Représentation graphique des énergies sur le même graphe :



$-25 \quad -\frac{3x_0}{4} \quad -\frac{x_0}{2} \quad -\frac{x_0}{4} \quad 0 \quad \frac{x_0}{4}$

$\frac{x_0}{2} \quad x(en \quad ^{10-2}m$

Exercice 12 : Extrait BAC C 2010

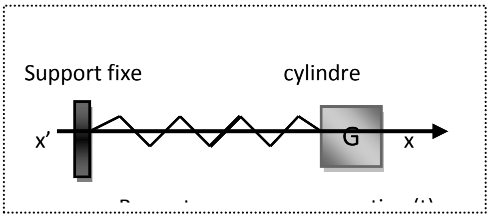
Un cylindre homogène en acier est fixé par l'une de ses bases à un ressort à spires non jointives et à réponse linéaire de raideur k =20 N.m^{-1}, enfilé sur une tige métallique lisse et lubrifié par un fluide visqueux. L'autre extrémité du ressort et de la tige, sont fixées à un support vertical fixe. Le mouvement du cylindre le long de la tige métallique s'effectue avec frottement visqueux dont la somme des actions est représentée par une force unique $\vec{f}$= - α.$\vec{V}$, où $\vec{V}$ est la vitesse instantanée du centre d'inertie du cylindre. On écarte le cylindre de sa position d'équilibre en déplaçant son centre d'inertie G d'une distance x_0 = + 5cm puis on l'abandonne sans vitesse initiale à une date prise comme origine des dates.

1-En appliquant les lois du mouvement de Newton, écrire l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie du cylindre.

2-Le cylindre effectue des oscillations pseudopériodiques de pseudo-période T= 0,5 s dont l'amplitude diminue progressivement à cause des pertes d'énergie dues aux frottements.

2.1-En admettant que la pseudo-période a même expression que la période propre du même oscillateur non amorti, calculer la masse du cylindre. 0,5pt

2.2-Calculer à la date t=0, la valeur E_0 de l'énergie mécanique de l'oscillateur. On ne prendra pas compte de la pesanteur. π^2=10



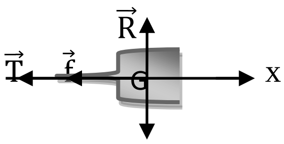
Une solution exercice 12 :

1- Equation différentielle du mouvement du centre d'inertie du cylindre.

Dans le référentiel terrestre galiléen, le centre d'inertie du cylindre est soumis à :

- Le poids $\vec{P}$ du cylindre ;
- La réaction $\vec{R}$ de la tige ;
- La force de frottement $\vec{f}$.
- La tension $\vec{T}$ du essort.

Représentation :



$\vec{P}$

Application du TCI : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} + \vec{f} = \vec{0}$

Projection sur l'axe (Gx) on a :

$$-\alpha.\dot{x} - k.x = m.\ddot{x}$$

On obtient l'équation différentielle :

$$\ddot{x} + \frac{\alpha}{m}.\dot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$$

2-

2.1- Masse du cylindre :

La période des oscillations d'un pendule élastique non amorti est donnée par la relation :

$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}$ d'où $m = \frac{k.T^2}{4.\pi^2}$

AN : $m = \frac{20.0,5^2}{4.10} = 1,25.10^{-1}kg$

2.2- Energie mécanique de l'oscillateur à t = 0 :

$$E_m = \frac{1}{2}.k.X_0^2$$

AN : $E_m = \frac{1}{2}.20.0,05^2 = 0,025\,J$

Exercice 13

Les figures (a) et (b) ci dessous sont des oscillateurs élastiques verticaux constitués de deux ressort à spires non jointives de raideurs k_1 et k_2 sans masse et d'un solide de masse m. On fait osciller chacun de ces oscillateurs. Les oscillations sont supposées libres.

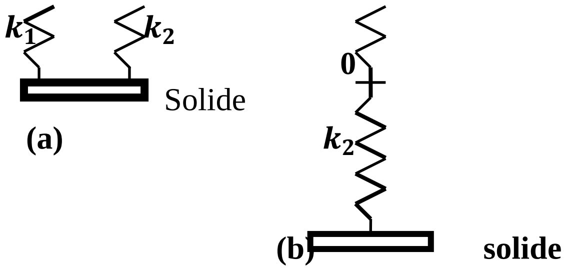
A.1- Etablir l'équation différentielle du mouvement de chacun de ces oscillateurs en fonction de m ; k_1 ; k_2 ; x et $\ddot{x}$.

A.2- Montrer que l'ensemble des deux ressorts ainsi associés constitue un seul ressort de raideur $k = k_1 + k_2$ en (a) et $k' = \frac{k_1.k_2}{k_2 + k_1}$ en (b). **0,5pt x 2**

A.3- Donner l'expression de l'énergie mécanique du système {masse-ressort-terre} dans le cas (a) en oscillations libres non amorties. On prendra pour niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal passant par la position d'équilibre.

A.4- L'énergie mécanique du système {masse-ressort-terre} dans le cas (a) en oscillations libres non amorties est donnée par la relation :

$E_m = \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2 + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)x^2$ où $\Delta\ell$ est l'allongement du ressort à l'équilibre. En appliquant le principe de la conservation de l'énergie mécanique d'un pendule élastique non amorti, retrouver l'équation différentielle de son mouvement.

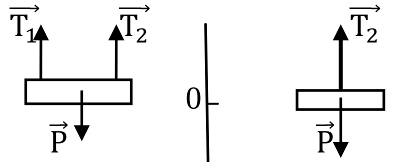


<u>**Une solution exercice 13**</u>

A.1- Equation différentielle du mouvement :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide est soumis à l'action de son poids et des tensions des deux ressorts (cas (a)) ; au poids et à la tension du ressort 2 (cas (b)). :

Représentation :



Cas (a) cas (b)

Application du T C I au solide dans le cas (a) :

A l'équilibre : $\vec{P} + \overrightarrow{T_{01}} + \overrightarrow{T_{02}} = \vec{0}$

Par projection sur (0x), on a :

$m.g - k_1.\Delta\ell - K_2.\Delta\ell = 0$

Pendant les oscillations :

$\vec{P} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = m.\vec{a}$

Par projection sur (0x), on a :

$m.g - k_1.(\Delta\ell + x) - k_2.(\Delta\ell + x) = m.\ddot{x}$

$m.g - k_1.\Delta\ell - k_1x - k_2.\Delta\ell - k_2.x = m.\ddot{x}$

on obtient l'équation différentielle :

$\ddot{x} + \frac{k_1+k_2}{m}.x = 0$

Application du T C I au solide dans le cas (b) :

A l'équilibre : $\vec{P} + \overrightarrow{T_{02}} = \vec{0}$

d'où $m.g - k_2.\Delta\ell_2 = 0$ (1)

De même au point de jonction des deux ressorts,

$\overrightarrow{T_{01}} + \overrightarrow{T_{02}} = \vec{0}$ soit $-k_1.\Delta\ell_1 - K_2.\Delta\ell_2 = 0$ (2)

Pendant les oscillations :

$\vec{P} + \vec{T_2} = m.\vec{a}$

Par projection sur (0x), on a :

$m.g - k_2.(\Delta\ell + x_2) = m.\ddot{x}$

$m.g - k_2.\Delta\ell - k_2.x_2 = m.\ddot{x}$

$-k_2.x_2 = m.\ddot{x}$ (3)

De plus, le point de jonction des deux ressorts est en équilibre.

$\vec{T_1} + \vec{T_2} = \vec{0}$ soit

$-k_1(\Delta\ell_1 + x_1) + k_2.(\Delta\ell_2 + x_2) = 0$ (4)

(1) Et (2) dans (4) donne :

$-k_1.x_1 + k_2.x_2 = 0$ (5)

Le déplacement x du solide est égal à la somme des allongements de chacun des deux ressorts à partir de la position d'équilibre qui ne s'allongent pas de la même façon car de raideur différente.

$x = x_1 + x_2$ (6)

La résolution de (5) et (6) donne

$x_2 = x.\frac{k_1}{k_1+k_2}$ (7)

Introduisons la relation (7) dans la relation (3)

On obtient la relation :

$-\mathrm{k}_2.\frac{k_1}{k_1+k_2}\mathrm{x} = \mathrm{m}.\ddot{\mathrm{x}}$

L'équation différentielle cherchée est :

$$\ddot{\mathrm{x}} + \frac{k_1}{k_1+k_2}.\frac{\mathrm{k}_2}{\mathrm{m}}.\mathrm{x} = 0$$

A.2- Montrons que l'ensemble des deux ressorts ainsi associés constitue un seul ressort de raideur k = $k_1 + k_2$ en (a) et k' = $\frac{k_1.k_2}{k_2.+k_1}$ en (b) :

L'équation différentielle du mouvement d'un pendule vertical non amorti est :

$$\ddot{\mathrm{x}} + \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{m}}.\mathrm{x} = 0$$

Par analogie, on déduit que la constante de raideur du ressort unique équivalent est :

k = $k_1 + k_2$ pour (a) et k' = $\frac{k_1.k_2}{k_2.+k_1}$ pour (b).

A.3- Energie mécanique du système {masse-ressort-terre} dans le cas (a) en oscillations libres non amorties :

$\mathrm{E} = \mathrm{E_c} + \mathrm{E_{pe}} + \mathrm{E_{pp}}$

$= \frac{1}{2}.\mathrm{m}.\dot{\mathrm{x}}^2 + \frac{1}{2}.\mathrm{k}_1(\Delta\ell + \mathrm{x})^2 + \frac{1}{2}.\mathrm{k}_2.(\Delta\ell + \mathrm{x})^2 - \mathrm{m.g.x}$

$= \frac{1}{2}.\mathrm{m}.\dot{\mathrm{x}}^2 + \frac{1}{2}.(k_1 + k_2)\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}.(k_1 + k_2)x^2 + (k_1 + k_2)\Delta\ell.x - m.g.x$

Or $(\mathrm{k}_1 + \mathrm{k}_2)\Delta\ell. - \mathrm{m.g.} = 0$ condition d'équilibre< ;

D'où l'énergie mécanique du système :

$\mathrm{E} = \frac{1}{2}.\mathrm{m}.\dot{\mathrm{x}}^2 + \frac{1}{2}.(\mathrm{k}_1 + \mathrm{k}_2)\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}.(\mathrm{k}_1 + \mathrm{k}_2)\mathrm{x}^2$

A.4- Retrouvons l'équation différentielle à partir du principe de conservation de l'énergie :

L'énergie mécanique du système {masse-ressort-terre} est constante. De ce fait, $\frac{dE}{dt} = 0$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d\left[\frac{1}{2}.\mathrm{m}.\dot{\mathrm{x}}^2 + \frac{1}{2}.(\mathrm{k}_1+\mathrm{k}_2)\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}.(\mathrm{k}_1+\mathrm{k}_2)\mathrm{x}^2\right]}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}.\mathrm{m}.\dot{\mathrm{x}}^2\right) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{1}{2}.(\mathrm{k}_1 + \mathrm{k}_2)\Delta\ell^2\right) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{1}{2}.(\mathrm{k}_1 + \mathrm{k}_2)\mathrm{x}^2\right) = 0$$

$$m.\dot{x}.\ddot{x} + 0 + (\mathrm{k}_1 + \mathrm{k}_2)\dot{\mathrm{x}}.\mathrm{x} = 0$$

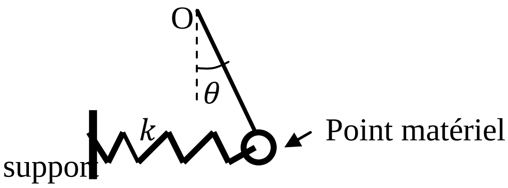
D'où l'équation différentielle :

$$\ddot{x} + \frac{(\mathrm{k}_1 + \mathrm{k}_2)}{m}.\mathrm{x} = 0$$

_Exercice 14

L'objet ponctuel d'un pendule simple de longueur ℓ et de masse m est relié à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, l'autre extrémité du ressort étant fixée à un support fixe. Le pendule peut tourner sans frottement autour d'un axe horizontal (Δ) perpendiculaire au plan de la figure et passant par le point O de suspension du pendule. A la position d'équilibre du pendule, le ressort n'est ni étiré ni comprimé. Tout en maintenant le fil tendu, on écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un petit angle θ_m de sa position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse initiale.

On donne ℓ = 1,20 cm ; k = 10N/m ;
g = 9,8N/kg.



1-Faire le bilan de forces extérieures appliquées au pendule et les représenter.

2- Etablir l'équation différentielle qui régie le mouvement du pendule pour des oscillations de faible amplitude.

3- Donner l'expression de la période des oscillations et écrire l'équation horaire du mouvement.

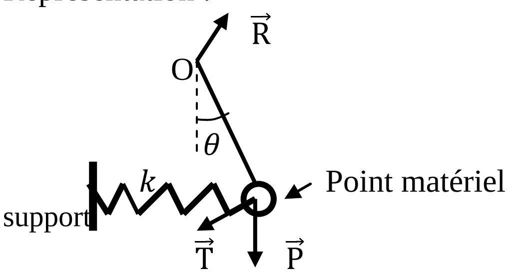
4- On mesure la durée de 10 oscillations et on trouve 20s. Déduire la valeur de la masse du point matériel.

<u>Une solution exercice 14</u>

1- Bilan des forces extérieures appliquées au pendule :

- Le poids $\vec{\mathrm{P}}$ du point matériel ;
- La tension $\vec{\mathrm{T}}$ du ressort ;
- La réaction $\vec{\mathrm{R}}$ de l'axe en O.

Représentation :



2- Equation différentielle qui régie le mouvement du pendule pour des oscillations de faible amplitude :

Appliquons la RFD du solide en rotation au pendule :

$\mathrm{M}_\Delta(\vec{\mathrm{P}}) + \mathrm{M}_\Delta(\vec{\mathrm{R}}) + \mathrm{M}_\Delta(\vec{\mathrm{T}}) = \mathrm{J}_\Delta.\ddot{\theta}$

$-m.g.\ell.\sin\theta - k.\ell^2.\theta = m.\ell^2.\ddot{\theta}$

Remarque : l'allongement x du ressort est la longueur de l'arc de cercle de rayon ℓ et d'angle θ.

Comme $\sin\theta = \theta\ (rad)\ faible\ amplitude$

On obtient l'équation différentielle :

$$\ddot{\theta} + \left(g + \frac{k.\ell}{m}\right).\frac{1}{\ell}.\theta = 0$$

3- Période des oscillations :

$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{m.\ell}{g.m+k.\ell}}$

Equation horaire qu mouvement :

Le mouvement du pendule est harmonique. Son équation est de la forme :

$\theta(t) = \theta_m.\sin(\sqrt{\frac{m.g+k.\ell}{m.\ell}}.t + \varphi)$ ou

$\theta(t) = \theta_m.\cos(\sqrt{\frac{m.g+k.\ell}{m.\ell}}.t + \varphi - \frac{\pi}{2})$

A t = 0 ; $\theta(t) = \theta_m$

d'où $\sin\varphi = 1\ et\ \varphi = \frac{\pi}{2} rad$

$\theta(t) = \theta_m.\sin(\sqrt{\frac{m.g+k.\ell}{m.\ell}}.t + \frac{\pi}{2})$ ou

$\theta(t) = \theta_m.\cos(\sqrt{\frac{m.g+k.\ell}{m.\ell}}.t)$

4- Masse du point matériel :

$10.T = 20 = 10.2.\pi.\sqrt{\frac{m.\ell}{g.m+k.\ell}}$

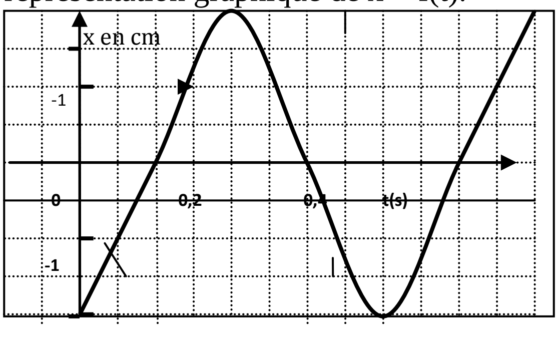
$\frac{1}{\pi^2} = \frac{m.\ell}{m.g+k.\ell}$ d'où $m = \frac{k.\ell}{\ell.\pi^2-g}$

AN : $m = \frac{10.1,2}{1,2.\pi^2-9,8} = 5,904kg$

Exercice 15

Un objet est accroché à un ressort dont l'autre extrémité est liée à un support fixe.

L'objet est tiré verticalement, puis relâché. Il effectue des oscillations suivant la verticale. Un capteur relié à un ordinateur permet d'enregistrer le mouvement de l'un des points de l'objet en fonction du temps. L'ordinateur donne la représentation graphique de x = f(t).



1- A un instant t, quelle est la grandeur physique dont la valeur est égale à celle du coefficient directeur de la tangente à la courbe x = f(t) ?

2- A quels instants la vitesse de l'objet est-elle nulle ? Quelles sont les valeurs des abscisses ?

3- A quels instants la valeur absolue de la vitesse est maximale ?

4- Déterminer graphiquement la valeur absolue de la vitesse maximale et comparer avec la valeur théorique.

__**Une solution exercice 15**__

1- Grandeur physique dont la valeur est égale à celle du coefficient directeur de la tangente à la courbe x = f(t) :

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe x = f(t) est la quantité $A = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

On conclut que **la grandeur physique est la vitesse de l'objet.**

2- Instants où la vitesse est nulle :

Sachant que la vitesse est nulle lorsque $x = \mp X_m$, on a :

Instants t	0	$\frac{T}{2}$	$\frac{2.T}{2}$	$\frac{3.T}{2}$
Abscisses	-2	2	-2	2

3-Instants où la valeur absolue de la vitesse est maximale :

Cette vitesse est nulle lorsque $x = 0$. D'où les instants suivants :

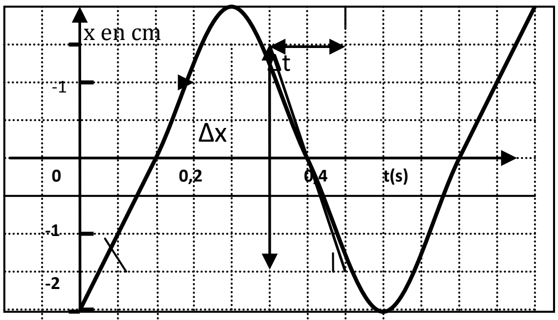
Instants t	$\frac{T}{4}$	$\frac{3.T}{4}$	$\frac{5.T}{4}$

4- Détermination graphique de la valeur de la vitesse maximale :

Calculons la tangente à la courbe en un point correspondant à l'une de ces dates.

Voir figure ci-dessous.

$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,03}{0,1} = 0,3\ m/s$



Valeur théorique de V_m :

Pour un pendule élastique vertical,

$|V_m| = X_m.\frac{2.\pi}{T} = 0,02.\frac{2.3,14}{0,4} = 0,314$ m/s

Exercice 16

Un pendule est constitué d'une tige AB de masse négligeable de longueur ℓ = 0,55m, suspendue à son extrémité A et portant à l'extrémité B une masse de fer m_1 = 100g considérée comme ponctuelle et en son milieu C une autre masse ponctuelle $m_2 = 2.m_1$ non métallique.

1- On étudie le mouvement de petites oscillations non amorties du pendule dans le champ de pesanteur terrestre. Etablir l'équation du mouvement et calculer sa période propre T. On donne g = 9,8 N/kg.

2- On place sous la masse m_1 une bobine munie d'un noyau de fer doux et alimentée en courant continu. Cette bobine exerce sur la masse m_1 seule, une force d'attraction magnétique verticale, dirigée vers le bas, de module supposé constant et égal à F = 2 N. Trouver la nouvelle équation du mouvement de faibles oscillations du pendule et sa période T'.

<u>Une solution exercice 16</u>

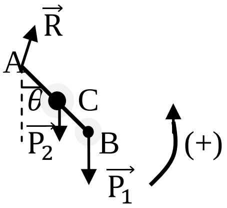
1-Equation du mouvement du pendule :

Etudions le mouvement du pendule.

Dans le référentiel terrestre galiléen, le pendule est soumis à :

- Le poids $\overrightarrow{P_1}$ de la masse de fer ;
- Le poids $\overrightarrow{P_2}$ de l'objet de masse m_2 ;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe de rotation en A.

Représentation



Application de la relation fondamentale de la dynamique :

$M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\overrightarrow{P_1}) + M_\Delta(\overrightarrow{P_2}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$0 - m_1.g.\ell.\sin\theta - 2.m_1.g.\frac{\ell}{2}.\sin\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$-2.m_1.g.\ell.\sin\theta = (m_1.\ell^2 + 2.m_1.\frac{\ell^2}{4}).\ddot{\theta}$

$-2.g.\sin\theta = \frac{3}{2}.\ell.\ddot{\theta}$

Comme θ est petit, $\sin\theta = \theta\ (rad)$

On obtient l'équation différentielle :

$\ddot{\theta} + \frac{4g}{3\ell}.\theta = 0$

C'est l'équation différentielle d'un mouvement sinusoïdal de rotation de pulsation $\sqrt{\frac{4g}{3\ell}}$et dont une solution est de la forme

$\theta(t) = \theta_m.\sin(\sqrt{\frac{4g}{3\ell}}.t + \varphi)$ ou de la forme

$$\theta(t) = \theta_m.\cos(\sqrt{\frac{4g}{3\ell}}.t + \varphi - \frac{\pi}{2})$$

- période T= $2\pi\sqrt{\frac{3\ell}{4g}}$

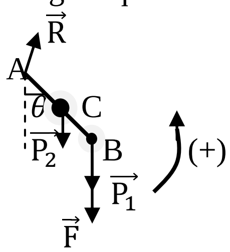
AN : T= $2\pi\sqrt{\frac{3.0,55}{4.9,8}}$ = 1,27 s

2-Nouvelle équation du mouvement

Dans le référentiel terrestre galiléen, le pendule est soumis à :

- Le poids $\overrightarrow{P_1}$ de la masse de fer ;
- Le poids $\overrightarrow{P_2}$ de l'objet de masse m_2 ;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe de rotation en A.
- La force magnétique $\vec{F}$

Représentation



Appliquons de la RFD

$M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\overrightarrow{P_1}) + M_\Delta(\overrightarrow{P_2}) + M_\Delta(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$0 - m_1.g.\ell.\sin\theta - 2.m_1.g.\frac{\ell}{2}.\sin\theta - F.\ell.\sin\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$-2.m_1.g.\ell.\sin\theta - F.\ell.\sin\theta = (m_1.\ell^2 + 2.m_1.\frac{\ell^2}{4}).\ddot{\theta}$

Avec $\sin\theta \approx \theta\ (rad)$; on a l'équation différentielle :

$\ddot{\theta} + (\frac{4g.\ell}{3} + \frac{2.F}{3.\ell.m_1}).\theta = 0$

C'est l'équation différentielle d'un mouvement harmonique de rotation dont une des solutions est de la forme :

$\theta(t) = \theta_m.\sin(\sqrt{\frac{2g\ell}{3} + \frac{2F}{3.m_1\ell}}.t + \varphi)$ ou de la forme

$$\theta(t) = \theta_m.\cos(\sqrt{\frac{2g\ell}{3} + \frac{2F}{3.m_1\ell}}.t + \varphi - \frac{\pi}{2})$$

$$\theta(t) = \theta_m.\sin(5,6.t + \varphi)$$

- Période T' :

$T' = 2.\pi.\sqrt{\frac{9.\ell.m_1}{12.g.m_1.\ell^2+6.F}}$

AN : $T' = 2.3,14.\sqrt{\frac{9.0,55.0,1}{12.9,8.0,1.0,55^2+6.2}}$= 1,12 s

Exercice 17 : Pendule réversible :

On considère un pendule de masse m, de centre d'inertie G, pouvant osciller autour de plusieurs axes horizontaux situés dans un même plan contenant G. Soit J_G le moment d'inertie du pendule par rapport à un axe horizontal passant par G.

1- Donner l'expression de la période des oscillations de petites amplitudes de ce pendule par rapport à un axe (Δ_1) distant de a_1 de G.

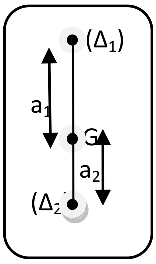
2-On montre que la période de ce pendule est la même lorsqu'il oscille autour d'un axe (Δ_2) situé de l'autre coté de G et à une distance a_2 de G ($a_1 \neq a_2$). Montrer que $a_1 . a_2 = \frac{J_G}{m}$.

3- Montrer que la longueur du pendule simple synchrone de ce pendule oscillant autour de (Δ_1) ou de (Δ_2) est $\ell = a_1 + a_2$.

Une solution exercice 17

1-Expression de la période des oscillations de faible amplitude par rapport à (Δ_1)

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_G + m.a_1^2}{mga_1}}$



2-Montrons que $\frac{J_G}{m} = a_1 a_2$

La période des oscillations du pendule par rapport à (Δ_2) est

$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J_G + m.a_2^2}{mga_2}}$

La période est la même pour (Δ_1) et (Δ_2). On peut écrire

$T_1 = T_2$ équivaut à $2\pi\sqrt{\frac{J_G + m.a_1^2}{mga_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_G + m.a_2^2}{mga_2}}$

$$\frac{J_G + m.a_1^2}{mga_1} = \frac{J_G + m.a_2^2}{mga_2}$$

$\frac{J_G(a_2 - a_1)}{a_2.a_1} = -ma_1 + ma_2 = m(a_2 - a_1)$

D'où $\frac{J_G}{m} = a_1 . a_2$

3-Montrons que la longueur du pendule simple synchrone est $\ell = a_1 + a_2$

Le pendule simple synchrone a la même période que celle du pendule pesant

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_G + m.a_1^2}{mga_1}}$

$\ell = \frac{J_G + ma^2{}_1}{ma_1} = \frac{J_G}{ma_1} + a_1 = \frac{a_1.a_2}{a_1} + a_1$

$\ell = a_1 + a_2$

Exercice 18: Oscillateur mécanique amorti.

Un solide (s) de masse m, muni d'un trou peut coulisser à travers celui-ci le long d'une tige horizontale parallèle à l'axe (x'x). Il est accroché à un ressort R fixé au support en A. O est la position du centre d'inertie de (s) à l'équilibre.

1- Le solide (s) est écarté d'une distance x_0 de O puis lâché. Donner l'expression littérale de la pulsation propre des oscillations en supposant les frottements nuls.

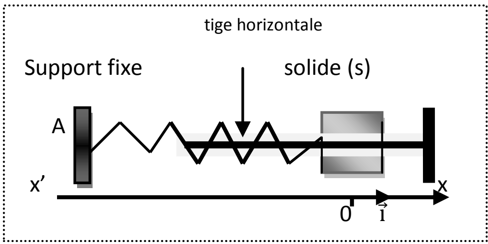
2- On admet maintenant l'existence des forces de frottement dont la la résultante est une force qui a pour expression $\vec{f} = -\lambda.\vec{V}$ où $\vec{V}$ est la vitesse instantanée du solide (s) et λ le coefficient de frottement. Etablir l'équation différentielle du mouvement de (s) dans le repère $(0 ;\vec{i})$.

3- Il s'agit d'un mouvement oscillatoire pseudopériodique. Définir ce type de mouvement.

4- Dessiner l'allure de l'élongation x = f(t) du solide (s) en supposant que l'amplitude du mouvement s'annule au bout de 5 pseudos périodes à la suite d'un amortissement solide-solide.

5-Exprimer l'énergie mécanique de l'oscillateur en fonction de k ; x ; m et $\dot{x}$. Le plan horizontal est le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

6- En déduire la puissance de la force de frottement sachant qu'elle est la dérivée de l'énergie mécanique par rapport au temps.



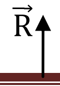
Une solution exercice 18

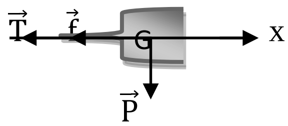
1- Expression de la pulsation propre du mouvement : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

2- Equation différentielle du mouvement de (s) :
Dans le référentiel terrestre galiléen, le centre d'inertie du solide (s) est soumis à :

- Le poids $\vec{P}$ du solide ;
- La réaction $\vec{R}$ de la tige ;
- La force de frottement $\vec{f}$.
- La tension $\vec{T}$ du essort.

Représentation :





Application du TCI : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} + \vec{f} = \vec{0}$

Projection sur l'axe (0 ; $\vec{\imath}$) on a :

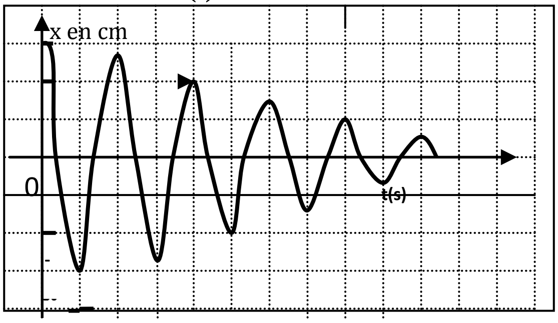
$$-\boldsymbol{\lambda}.\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{k}.\mathbf{x} = \mathbf{m}.\ddot{\mathbf{x}}$$

On obtient l'équation différentielle :

$$\ddot{\mathbf{x}} + \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{m}}.\dot{\mathbf{x}} + \frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}}.\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$$

3- Mouvement pseudopériodique : mouvement oscillatoire caractérisé par une diminution de l'amplitude des oscillations au cours du temps et qui fini par s'amortir.

4-Courbe x =f(t) :



5-Energie mécanique de l'oscillateur :

$$E_m = \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2 + \frac{1}{2}.k.x^2$$

6- Puissance de la force de frottement :

$$P = \frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}.m.\dot{x}^2 + \frac{1}{2}.k.x^2)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}.m.\dot{x}^2\right) + \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}.k.x^2)$$

$$= m.\ddot{x}.\dot{x} + k.\dot{x}.x = (m.\ddot{x} + k.x)\dot{x}$$

D'après l'équation différentielle ;

$$-\boldsymbol{\lambda}.\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{k}.\mathbf{x} = \mathbf{m}.\ddot{\mathbf{x}}$$

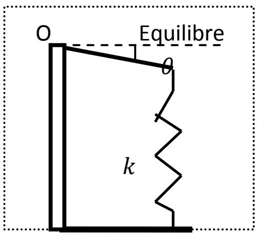
$$P = (-\boldsymbol{\lambda}.\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{k}.\mathbf{x} + \mathbf{k}.\mathbf{x}).\dot{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{P} = -\boldsymbol{\lambda}.\dot{\mathbf{x}}^{\mathbf{2}}$$

Exercice 19

A-

Une tige horizontale de masse m et de longueur L est munie d'un pivot à une extrémité et son autre extrémité est reliée à un ressort de constante de aideur k. Lorsqu'on écarte la tige d'un petit angle θ par rapport à l'horizontale et qu'on la lâche à partir de cette position, montrer qu'elle décrit un mouvement harmonique simple de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{3k}{m}}$. On fera l'approximation $L.\cos\theta \approx L$ et on considérera la tige homogène de longueur L



B- Un marin saute et tombe verticalement sur le fond de l'embarcation. L'embarcation oscille verticalement à la surface de l'eau du fait de la poussée d'Archimède avec une période de 2,0s. On désigne par h la profondeur d'immersion du système {embarcation-marin} à l'équilibre et par $h + x$ la profondeur d'immersion du système au cours des oscillations.

B.1- faire le bilan des forces extérieures appliquées au système {embarcation-marin} puis écrire le principe d'inertie pour ce système.

B.2-Appliquer le théorème du centre d'inertie au système en mouvement oscillatoire et déduire l'équation différentielle du mouvement.

B.3- A partir de la période des oscillations, déduire la masse M de l'embarcation.

On donne : masse du marin m = 75kg ; masse volumique de l'eau : ρ = 1000kg/m^3 ;
g = 9,8 N/kg ; surface occupée par la base de l'embarcation à la surface libre de l'eau supposée constante au cours des oscillations : S = 3,00m^2. On négligera les amortissements et les vibrations latérales.

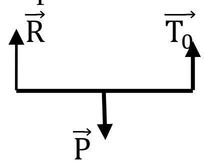
<u>Une solution exercice 19</u>

A-Montrons que le mouvement de la planche est sinusoïdal de pulsation ω :

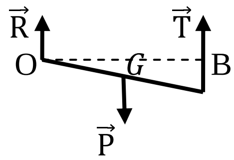
Dans le référentiel terrestre galiléen, la tige est soumise à :

- Son poids $\vec{P}$
- La tension $\vec{T}$ du ressort
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe.

Représentation :



Position d'équilibre



pendant l'oscillation

Application de la R F D :

A l'équilibre :

$$M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{T_0}) = 0$$

$$0 + m.g.\frac{L}{2} - k.\Delta\ell.L = 0$$

$$\frac{m.g}{2} - k.\Delta\ell = 0 \qquad (1)$$

Au cours des oscillations :

$$M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{T_0}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$$0 + \mathrm{m.g.OG} - \mathrm{k.}(\Delta\ell + \mathrm{L.\theta}).\mathrm{OB} = (\frac{1}{12}.\mathrm{m.L^2} + \mathrm{m.}\frac{\mathrm{L^2}}{4}).\ddot{\theta}$$

$m.g.\frac{L}{2}.\cos\theta -$
$k.\Delta\ell.L.\cos\theta - k.L.\theta.L.\cos\theta = \frac{M.L^2}{3}.\ddot{\theta}$

$\left(m.g.\frac{L}{2} - k.\Delta\ell.\right)\cos\theta - k.L.\theta.L.\cos\theta = \frac{M.L^2}{3}.\ddot{\theta}$

$0 - k.L^2.\theta = \frac{M.L^2}{3}.\ddot{\theta}$

On obtient l'équation différentielle :

$\ddot{\theta} + \frac{3.k}{m}.\theta = 0$

C'est l'équation différentielle d'un mouvement harmonique simple de rotation de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{3k}{m}}$.

B-

B.1- Bilan des forces extérieures appliquées au système {embarcation-marin} :

Dans le référentiel terrestre galiléen, ses forces sont :

- Le poids du système $\vec{P}$;
- La poussée d'Archimède $\vec{F}$
- Ecriture du principe d'inertie pour ce système :

$$\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$$

En projetant sur un axe vertical descendant :

$$(M + m)g - \rho.S.h.g = 0$$

B.2- Déduction de l'équation différentielle du mouvement à partir du T C I :

Application du T C I au système pendant les oscillations :

$$\vec{P} + \vec{F} = (M + m)\,\vec{a}$$

En projetant cette relation vectorielle sur un axe vertical descendant

$(M + m)g - \rho.S.g.(h + x) = (M + m).\ddot{x}$

$(M + m)g - \rho.S.g.h - \rho.S.g.x = (M + m).\ddot{x}$

On obtient l'équation différentielle :

$\mathbf{\ddot{x} + \frac{\rho.S.g}{M+m}.x = 0}$

B-3- Déduisons la masse de l'embarcation :

La pulsation du mouvement est $\omega = \sqrt{\frac{\rho.S.g}{M+m}}$

$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{M+m}{\rho.S.g}}$ soit $\frac{T^2}{4.\pi^2} = \frac{M+m}{\rho.S.g}$

on déduit que:

$$M = \frac{T^2.g.s.\rho}{4.\pi^2} - m$$

AN :

$M = \frac{2^2.9,8.3.1000}{4.\pi^2} - 75 = 2906,87\ \text{kg}$

EXERCICE 20 / 6pt les systèmes oscillants

Les données ci-dessous ont été recueillies pour un pendule élastique horizontal constitué d'un solide de masse m = 70g oscillant sans frottement à l'extrémité d'un ressort à réponse linéaire de constance k = 20 N/m. Le tableau donne en fonction du temps t, l'abscisse x du centre d'inertie du solide. (x=0 correspond à la position d'équilibre) et V sa vitesse. On a calculé l'énergie potentielle E_p du mobile.

En utilisant les données du tableau :

1- Déterminer la période T et l'amplitude a des oscillations.

2- Vérifier le résultat à partir de la période propre de l'oscillateur. 0,5pt

3- Sur un papier millimétré, construire dans un repère orthogonal et en portant en abscisse l'élongation X et en ordonnées les énergies potentielles E_p ; cinétique E_c et mécanique Em, le diagramme d'énergie de cet oscillateur.

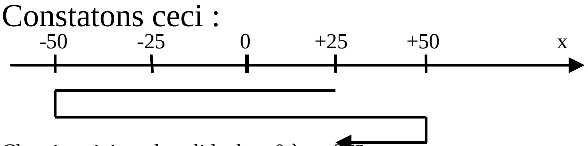
Echelles :1cm correspond à 5mJ en ordonnées et 1cm correspond à 10mm en abscisses. 0,5pt x 3

t(ms)	x(mm)	V (mm/s)	E_p (mJ)
0	25,0	-731,9	6,25
30	1,0	-845,0	0,01
45	-11,4	-822,8	1,30
119	-49,8	-70,7	24,82
134	-49,3	140,9	24,30
178	-30,2	673,2	9,14
253	28,5	694,0	8,14
312	50,0	-35,4	24,96
372	25,0	-731,9	6,25

Une solution exercice 20 :

1- Période des oscillations :

Constatons ceci :



Chemin suivi par le solide de t=0 à t = 372 ms

On conclut que T = 0,372s

- Amplitude des oscillations :

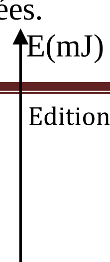
Le schéma ci-dessus nous permet de déduire que l'amplitude X_m du mouvement du solide est : 50mm.

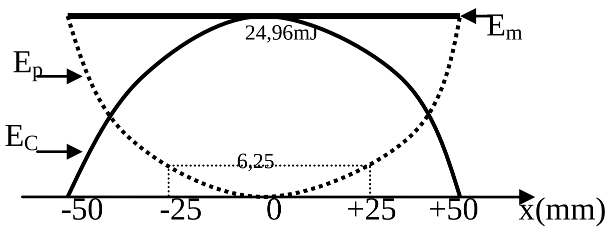
2- Vérification du résultat :

$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{k}} = 2.3{,}14.\sqrt{\frac{0{,}07}{20}} = 0{,}372$ s.

3- Construction du diagramme des énergies de l'oscillateur :

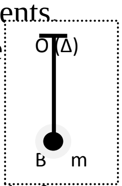
NB : c'est l'allure du diagramme car les échelles ne sont pas respectées.





Exercice 21 / 6pt

A- A une tige rigide de masse M, on fixe en B tel que d(O, B)= ℓ, un objet de masse m, qu'on considère comme ponctuelle. Lorsque l'ensemble est à l'équilibre la tige est verticale, B étant sous O. on écarte le pendule ainsi constitué de sa position d'équilibre en le faisant tourner par rapport à un axe horizontal (Δ) passant par O d'un angle θ_0 et on l'abandonne à lui-même. On néglige tous les frottements.



A.1- En appliquant à l'objet de masse m le théorème du centre d'inertie, établir l'équation différentielle qui régit son mouvement ultérieur.

A.2- A quelle condition sur la valeur de θ_0 peut-on considérer que le mouvement ultérieur du pendule est sinusoïdal ?

A.3- Cette condition étant remplie, on prend pour origine des dates la date où le pendule est abandonné à lui-même. Ecrire l'équation horaire du mouvement de ce pendule.

On donne : ℓ=90cm ; g=10m.s^{-2} ; θ_0=0,05 rad.

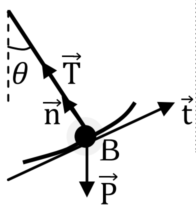
Une solution exercice 21 :

A.1- Equation différentielle du mouvement de m :

Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide de masse m est soumis à :

Son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ de la tige.

Représentation :



Remarquer qu'on étudie le mouvement de l'objet de masse m et non du système {tige-objet de masse m}.
Le T C I s'applique à l'objet de masse m.

Application du TCI au solide de masse m :

$$\vec{P}\left|\begin{matrix}-m.g.\cos\theta\\-m.g.\sin\theta\end{matrix}\right. + \vec{T}\left|\begin{matrix}T\\0\end{matrix}\right. = m.\vec{a}\left|\begin{matrix}\frac{V^2}{\ell}\\ \ell.\ddot{\theta}\end{matrix}\right.$$

En projetant cette relation sur l'axe $\vec{t}$: on obtient :

$$-m.g.\sin\theta = m.\ell.\ddot{\theta}$$

D'où l'équation différentielle :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\sin\theta = 0$$

A.2- Condition sur θ_0 pour que le mouvement du pendule soit sinusoïdal :

$0 < \theta_0 \leq 10°$ ou $0 < \theta_0 \leq 0{,}174\ rad$

A.3- Equation horaire du mouvement du pendule :

Le mouvement étant sinusoïdal, la loi horaire est de la forme $\theta(t) = \theta.\cos(\omega_0.t + \varphi - \frac{\pi}{2})$

Ou $\theta(t) = \theta.\sin(\omega_0.t + \varphi)$.

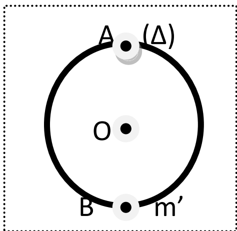
A t = 0 ; $\theta(t{=}0) = \theta_0 = \theta_0.\sin(0.t + \varphi)$ d'où $\sin\varphi = 1$ et $\varphi = \frac{\pi}{2}$.rad

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \sqrt{\frac{10}{0{,}9}} = \frac{10}{3} = 3{,}33\text{rad/s}$$

$\theta(t) = 0{,}05.\cos(\frac{10}{3}.t)$ ou $\theta(t) = 0{,}05.\sin(\frac{10}{3}.t + \frac{\pi}{2})$ en rad.

Exercice 22 : Système oscillant / 4pt

Un disque mince dont le plan est vertical, a pour rayon R = 0,30 m et pour masse m. Il peut osciller autour d'un axe horizontal (Δ) perpendiculaire à son plan et passant par un point A de sa circonférence.



En B, diamétralement opposé à A, on place une petite surcharge ponctuelle S de masse m' = $\frac{m}{2}$. Sachant que le moment d'inertie du disque par rapport à un axe perpendiculaire à son plan et passant par O a pour valeur $J_0 = \frac{mR^2}{2}$, montrer que :

1-Le moment d'inertie du disque seul par rapport à (Δ) a pour valeur $J_1 = 3.\frac{mR^2}{2}$. **0,5p**

2- Le moment d'inertie du système disque-surcharge par rapport à (Δ) a pour valeur $J = 7.\frac{mR^2}{2}$. **0,5pt**

3- On procède à une étude dynamique de ce pendule. Le pendule est écarté de sa position d'équilibre d'un petit angle θ = 8° et abandonné sans vitesse initiale à l'instant t = 0. Les frottements sont négligeables.

3.1- Dans le référentiel terrestre galiléen, faire le bilan des forces extérieures appliquées au système disque-surcharge et représenter sur un schéma. **0,25pt x 2**

3.2- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation au pendule ainsi constitué, établir l'équation différentielle du mouvement de ce pendule. **0,5pt**

3.3- Etablir la loi horaire du mouvement du pendule. **0,5pt**

3.4- Calculer la période propre du pendule.

4- Etude énergétique : L'origine des énergies potentielles est le plan horizontal passant par le point A.

4.1- Etablir l'expression de l'énergie potentielle E_p ; de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie mécanique E_m du système | pendule-terre} pour une position quelconque θ du pendule en fonction de m ; g ; R et $\dot{\theta}$. La distance du centre d'inertie du pendule à l'axe (Δ) est AG = $\frac{4}{3}.R$ **0,25pt x 3**

4.2-Montrer que l'énergie mécanique d'un pendule pesant non amorti est constante.

<u>Une solution exercice 22</u>

1-Montrons que le moment d'inertie du disque seul par rapport à (Δ) est $J_1 = \frac{3}{2}.m.R^2$

$J_1 = J_0 + m.R^2 = \frac{1}{2}.m.R^2 + m.R^2 = \frac{3}{2}.m.R^2$.

2- Montrons que le moment d'inertie du système disque-surcharge est $J = \frac{7}{2}.m.R^2$

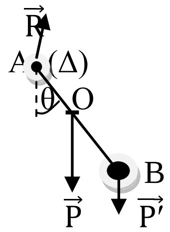
$J = J_1 + m'.(2.R)^2 = \frac{3}{2}.m.R^2 + 2.m.R^2 = \frac{7}{2}.m.R^2$

3-

3.1- Bilan des forces appliquées au pendule dans le référentiel terrestre galiléen :

- Le poids $\vec{P} = m.\vec{g}$ du disque ;
- Le poids $\vec{P'} = m'.\vec{g}$ de la surcharge ;
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe (Δ). **0,25pt**

Représentation :



3.2- Equation différentielle du mouvement :
Appliquons la RFD du solide en rotation au pendule :

$\sum M_{\Delta}(\overrightarrow{F_{ext}}) = M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{P'}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = J.\ddot{\theta}$

$- m.g.R.\sin\theta - \frac{m}{2}.g.2.R.\sin\theta = \ddot{\theta}.\frac{7}{2}.m.R^2$

$\ddot{\theta} + \frac{4.g}{7.R}.\sin\theta = 0$

θ petit ; sin θ = θ (rad) et en posant $\omega_0^2 = \frac{4.g}{7.R}$; l'équation différentielle devient :

$\ddot{\theta} + \frac{4.g}{7.R}.\theta = 0$ **0,5pt**

3.3- Equation horaire du mouvement du pendule :
Son mouvement est sinusoïdal et est de la forme θ(t) = θ.cos (ω₀.t + φ) ou θ(t) = θ.sin (ω₀.t + φ')

A t = 0 ; θ(t) = θ d'où cos φ = 1 et φ = 0.
D'où l'équation

$\theta(t) = 8.\cos(\frac{4.g}{7.R}.t) = \theta(t) = 8.\cos(4{,}36.t)$ en rad

ou $\theta(t) = 8.\sin(4{,}36.t + \frac{\pi}{2})$ **0,5pt**

3.4- Période propre du pendule :

$T_0 = \frac{2.\pi}{\omega_0} = 2.\pi.\sqrt{\frac{7.R}{4.g}} = 1{,}44$ s **0,25pt x 2**

4- Etude énergétique :

4.1- Energie potentielle Ep du pendule :

$Ep = -(m + \frac{m}{2}).g.AG.\cos\theta$

On trouve **Ep = - 2.m.g.Rcos** θ 0,25pt

Energie cinétique :

$Ec = \frac{1}{2}.J.\dot{\theta}^2 = \frac{7}{4}.m.R^2.\dot{\theta}^2$ **0,25pt**

Energie mécanique

Em = Ec + Ep

= **- 2.m.g.Rcos** θ + $\frac{7}{4}.m.R^2.\dot{\theta}^2$ **0,5pt**

4.2- Montrons que l'énergie mécanique est constante :

$\frac{dEm}{dt}$ = **- 2.m.g.R.$\frac{d}{dt}$cos** θ + $\frac{7}{4}.m.R^2.\frac{d}{dt}\dot{\theta}^2$

$= \frac{7}{2}.m.R^2.2.\dot{\theta}.\ddot{\theta} + 2.m.g.R.\dot{\theta}.\sin\theta$

$= m.R.\dot{\theta}\,(7.R.\ddot{\theta} + 4.g.\sin\theta) = 0$ car

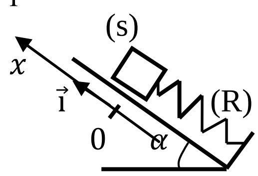
$(7.R.\ddot{\theta} + 4.g.\sin\theta) = 0$ (équation différentielle).

D'où l'énergie mécanique est constante.

Exercice 23

Un solide (s), de masse m = 100g et de centre d'inertie G, peut se déplacer en translation sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'angle **α** par rapport à l'horizontale. Au bas de la pente on dispose un ressort hélicoïdal à spires non jointives R, de raideur k = 50N/m et de longueur à vide ℓ_0 = 12cm.

Le mouvement du solide est étudié dans le repère (0 ; $\vec{i}$). L'origine 0 coïncide avec G_0, position au repos du centre d'inertie du solide.



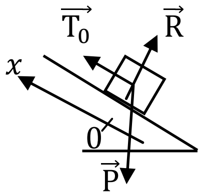
1- La longueur du ressort correspondant à la position d'équilibre est ℓ = 11,5cm. En négligeant les frottements dans cette position, calculer **α**.

2- On étire le ressort d'une amplitude X_m = + 4,5cm, le centre d'inertie du solide passe alors de G_0 à G_M et on l'abandonne sans vitesse initiale.

2.1- Exprimer la tension $\vec{T}$ du ressort à une date t en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie du solide.
2.2- Les frottements étant négligeables, établir l'équation différentielle du mouvement du solide (s) sur le plan incliné.
Calculer la période des oscillations et écrire l'équation horaire du mouvement.
2.3- Les forces de frottements sont maintenant proportionnelles à la vitesse du solide : $\vec{f} = - b.\vec{V}$.
Etablir l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique amorti.

<u>Une solution exercice 23</u>

1-Calcul de $\boldsymbol{\alpha}$:
Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$; à la réaction $\vec{R}$ du plan incliné et à la tension $\vec{T_0}$ à l'équilibre.
Représentation :



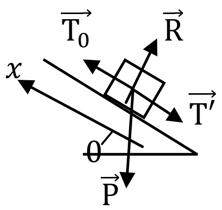
Application du principe de l'inertie (condition d'équilibre) :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T_0} = \vec{0}$$

Par projection sur $\overrightarrow{0x}$ on a :
$k.(\ell_0 - \ell) - m.g.\sin\alpha = 0$
D'où $\sin\alpha = \frac{k.(\ell_0-\ell)}{m.g} = \frac{50(0,12-0,115)}{0,1.9,8} = 0,225$

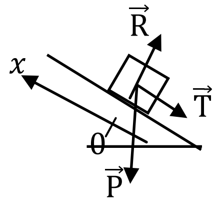
$$\alpha = 14,78°$$

2-
2.1- Exprimer la tension $\vec{T}$ du ressort à une date t en fonction de l'abscisse x :
La tension $\vec{T}$ du ressort est la somme de deux tensions :
La tension $\vec{T_0}$ d'équilibre et la tension $\vec{T'}$ d'étirement.



$$\vec{T} = k.(\ell_0 - \ell)\vec{\imath} - k.x.\vec{\imath}$$

2.2- Equation différentielle du mouvement du solide (s) sur le plan incliné :
Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$; à la réaction $\vec{R}$ du plan incliné et à la tension $\vec{T}$.
Représentation :



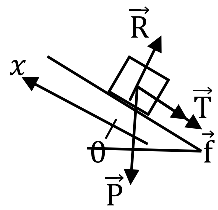
Application du TCI :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

Par projection sur $\overrightarrow{0x}$ on a :
$k.(\ell_0 - \ell) - k.x - m.g.\sin\alpha = m.\ddot{x}$
avec $k.(\ell_0 - \ell) - m.g.\sin\alpha = 0$ (condition d'équilibre), on a l'équation différentielle :

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$$

2.3- Equation différentielle du mouvement de l'oscillateur amorti :
Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$; à la réaction $\vec{R}$ du plan incliné ; à la tension $\vec{T}$ du ressort et à la force de frottement $\vec{f}$:
Représentation :



On ne peut pas être rigoureux dans l'orientation de $\vec{T}$ car ce vecteur $\vec{T} = k.(\ell_0 - \ell)\vec{\imath} - k.x.\vec{\imath}$ change de sens en fonction de la valeur de $(\ell_0 - \ell) - x$ mais il faut donner son expression vectorielle pour trouver l'équation différentielle.

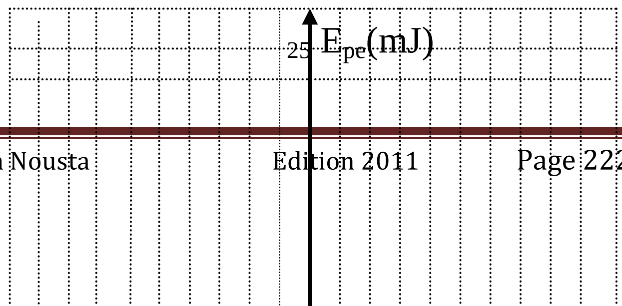
Application du TCI :

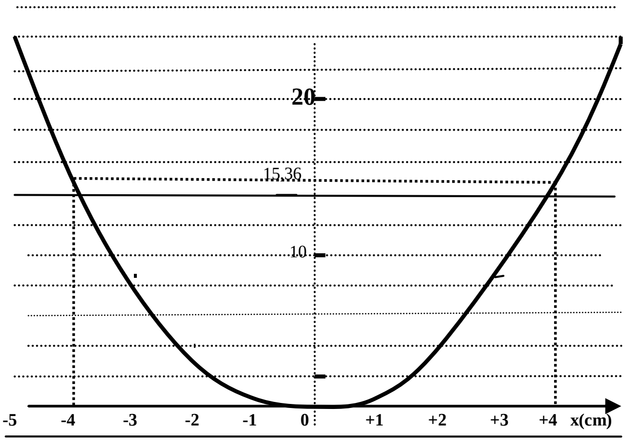
$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{f} = m.\vec{a}$$

Par projection sur $\overrightarrow{0x}$ on a :
$k.(\ell_0 - \ell) - k.x - m.g.\sin\alpha - b.\dot{x} = m.\ddot{x}$
avec $k.(\ell_0 - \ell) - m.g.\sin\alpha = 0$ (condition d'équilibre), on a l'équation différentielle :

$$\ddot{x} + \frac{b}{m}.\dot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$$

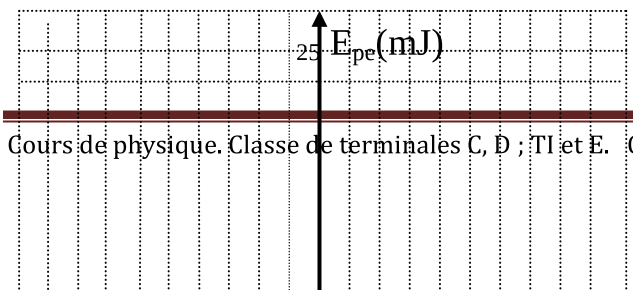
Exercice 24 :
Un petit cylindre de masse m = 248g glisse sans frottement le long d'une tige horizontale. Il est accroché à une extrémité d'un ressort à spires non jointives dont l'autre extrémité est fixe. La position du centre d'inertie G du cylindre est repérée par son abscisse x par rapport au repère $(0 ; \vec{\imath})$ d'origine O prise à la position d'équilibre.

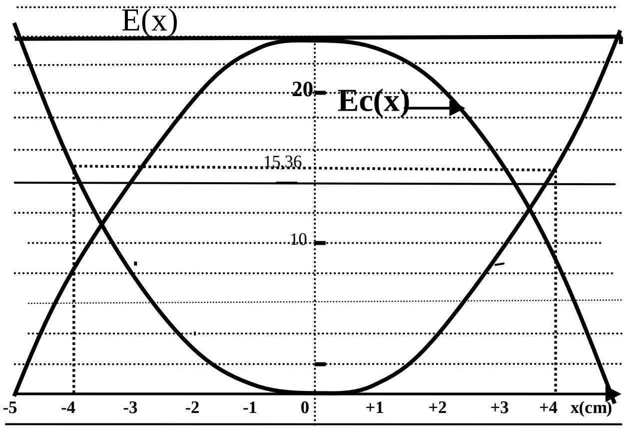




1- Les variations de l'énergie potentielle élastiques E_{pe} du pendule en fonction de l'abscisse x sont représentées ci-dessus. Calculer la constante de raideur du ressort.
2- Calculer la valeur V_0 de la vitesse du cylindre à son passage par sa position d'équilibre en O.
3- Calculer la période des oscillations de ce pendule élastique.
4-Reproduire le graphe et tracer sur le même système d'axes les courbes représentant l'énergie mécanique E et l'énergie cinétique Ec du pendule en fonction de x.

Une solution exercice 24
1- Constante de raideur du ressort :
A partir de la courbe, noue constatons que $\mathrm{E_{pe}}(\mathrm{x} = 0{,}05\mathrm{m}) = 24.10^{-3}\mathrm{J} = \frac{1}{2}k.x^2$
D'où $\mathrm{k} = \frac{2.\mathrm{E_{pe}}(\mathrm{x}=0{,}05\mathrm{m})}{\mathrm{x}^2} = \frac{2.24.10^{-3}}{0{,}05^2} = 19{,}2\ \mathrm{N/m}$
2- Vitesse V_0 du cylindre au passage par sa positon d'équilibre O:
A ce point O, toute l'énergie emmagasinée par le pendule sous forme d'énergie potentielle élastique est transmise au cylindre sous forme cinétique. $E_c(O) = \frac{1}{2}m.V_0^2 = \mathrm{E_{pe}}(\mathrm{x} = 0{,}05\mathrm{m})$
D'où $V_0 = \sqrt{\frac{2.\mathrm{E_{pe}}(\mathrm{x}=0{,}05\mathrm{m})}{m}}$
AN : $\mathrm{V_0} = \sqrt{\frac{2.24.10^{-3}}{0{,}248}} = 0{,}439\mathrm{m/s}$
3- Représentation des graphes E=f(x) et Ec=g(x) :
Nous savons que l'énergie mécanique d'un pendule élastique non amorti est constante et vaut $\mathrm{E} = \frac{1}{2}\mathrm{k.X_m^2} = 24\mathrm{mJ}$ dans ce cas.
D'autre part, $E = E_{pe} + E_c$ d'où $E_c = E - E_{pe}$
On obtient les courbes ci-dessous :



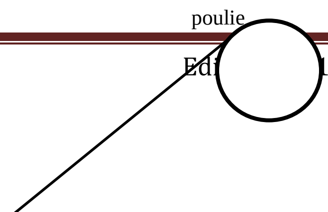


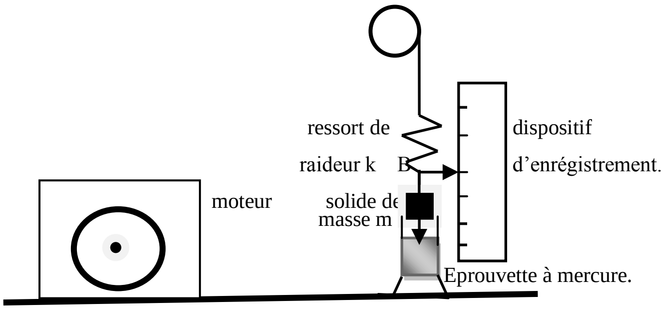
Exercice :

Exercice : Expérience de physique : 4pt
On considère le dispositif schématisé sur le document ci-dessous. Le solide S, a une masse m=216g. Le ressort est à spires non jointives ; sa constante de raideur est k=14N/m et sa masse négligeable.
1-Dans une première expérience, le ressort étant suspendu à un support, on accroche à son extrémité des masses marquées telles que la masse totale soit égale à 216g. On écarte le système de sa position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse initiale. La durée de dix oscillations, mesurée avec un chronomètre, donne une moyenne égale à 7,82 s.
1.1-quel type d'oscillation observa-t-on ? 0,5pt
1.2-Vérifier que le résultat de la mesure est en accord avec la théorie. 0,5pt
2-On utilise le dispositif ci-dessous. On note dans le tableau la fréquence N de rotation du moteur et l'amplitude X_m des oscillations du solide.
2.1-Quel type d'oscillations observe-t-on ? Préciser le résonateur et l'excitateur. 0,75pt
2.2- Représenter sur une feuille de papier millimétré, le graphe donnant l'amplitude X_m des oscillations en fonction de la fréquence f de l'excitateur. 1pt
2.3- Quel phénomène ce graphique met-il en évidence ? Evaluer la fréquence caractéristique f_R. 0,75pt
2.4-Comparer f_R et f_0, fréquence propre du résonateur. Conclure. 0,5pt

N(tr/min)	24	36	48	60	66	72	74,4
X_m (cm)	0,95	1,25	1,6	2,3	3,5	7,3	12,1

N(tr/min)	76,8	79,2	81,6	84	90	96	108	120	132
X_m' (cm)	13,4	11,9	6,0	4,8	3,0	1,2	1,0	0,5	0,4





Chapitre 7
Les oscillateurs électriques

Objectifs

Etudier le comportement d'un circuit électrique siège des oscillations libres et forcées

Etablir des analogies électromécaniques.

- Savoir

-Définir oscillateur électrique
- donner l'unité de l'impédance
- Citer les causes des pertes d'énergie électromagnétique
- Donner les propriétés d'un dipôle R L C à la résonance (impédance, fréquence, phase, l'intensité I)
- Donner l'expression de l'impédance d'un circuit R L C
- Donner l'expression de la tension et de l'intensité efficace
- Définir résonance.

- Savoir faire théorique

-Etablir l'équation différentielle régissant les oscillations électriques
- Décrire le condensateur
- Exprimer la charge instantanée q et l'intensité instantanée i
- Exprimer la pulsation, la fréquence et la période des oscillations libres
- Exprimer l'énergie électromagnétique
- Ecrire l'équation différentielle des oscillations amorties
- Ecrire l'équation de la tension aux bornes du dipôle R L C en fonction de q ou i
- Utiliser le vecteur de Fresnel associé aux différentes tensions et exprimer l'impédance du circuit et le déphasage
- Exploiter les relations obtenues
- Tracer la courbe de résonance
- Exploiter les courbes obtenues à l'écran de l'oscilloscope ou résultats des mesures
- Déterminer la largeur de la bande passante et le facteur de qualité
- Exprimer la puissance moyenne consommée dans un dipôle R L C

- Exprimer le facteur de puissance
- Etablir les analogies électromécaniques
  - Savoir faire expérimental

-Mettre en évidence la décharge oscillatoire d'un condensateur dans une bobine inductive
- Mettre en évidence les différents types d'amortissement électrique à l'aide de l'oscilloscope
- Mettre en évidence les oscillations forcées dans un circuit R L C
- Mesurer la tension U_m, l'intensité I_m, la période T et le déphasage entre la tension et l'intensité
- Déterminer expérimentalement l'impédance Z.

A- Les régimes transitoires

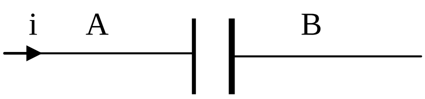
On appelle régime transitoire le comportement d'un système pendant la transition entre deux régimes permanents.

A.1- Le condensateur

A.1.1- Définition

Un condensateur est un ensemble constitué de deux surfaces planes et conductrices appelées armatures et séparées par un isolent appelé diélectrique.

Représentation :



La charge : $q_A = - q_B = C\, U_{AB}$.

L'intensité du courant est $i = \frac{dq}{dt}$.

A.1.2- Capacité d'un condensateur plan

Elle est donnée par la relation :

$$C = k.\varepsilon.\frac{S}{e}$$

$k = 8{,}85.10^{-12}$ est la perméabilité du vide ;

ε : Constante du diélectrique

S : surface commune de l'une des armatures en m^2 ;

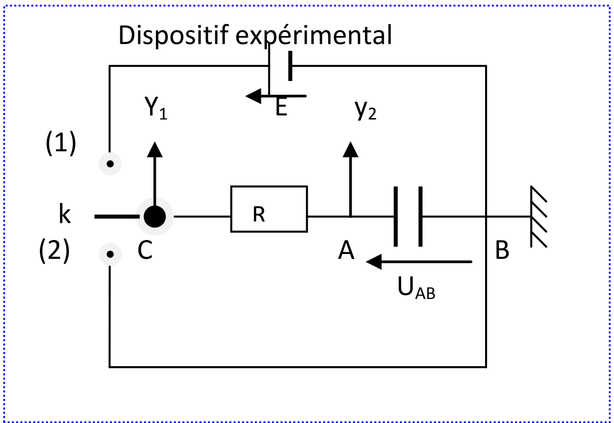
e : Epaisseur du diélectrique en m.

C : capacité du condensateur en farad (F).

A.1.3- Charge et décharge d'un condensateur dans un dipôle R C.

Un dipôle R C est une association en série d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance R.

a) Mise en évidence du régime transitoire.



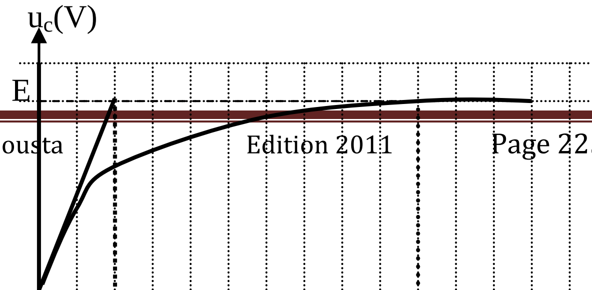
E est un générateur idéal, de f é m E et de résistance interne nulle.

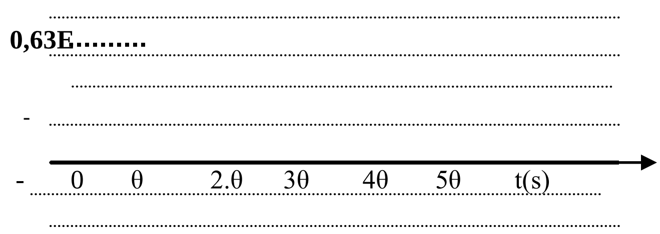
Fermons l'interrupteur k en le basculant dans la position (1). Un oscilloscope branché aux bornes du condensateur (voie y_2) permet de mesurer la tension U_{AB} aux bornes du condensateur pendant la charge. Nous constatons que cette tension varie progressivement et atteint une valeur maximale $U_{max} = E$.

Basculons k dans la position (2). Le condensateur se décharge progressivement jusqu' à avoir une charge nulle.

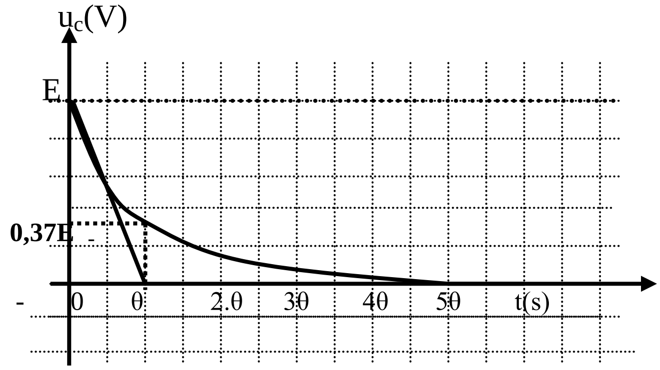
La charge et la décharge d'un condensateur ne sont pas des phénomènes instantanés.

Oscillogramme de la charge du condensateur





Oscillogramme de décharge du condensateur



b) Constante des temps θ

C'est une grandeur qui détermine la rapidité avec laquelle le condensateur se charge ou se décharge.
Elle ne correspond ni à la durée de charge ni de décharge.
Sa valeur est θ = R.C
R est la résistance du conducteur ohmique en ohm (Ω)
C : capacité du condensateur en farad (F)
θ constante de temps en seconde (s).

c) Détermination graphique de θ.

C'est l'abscisse du point d'intersection de la tangente en zéro avec l'asymptote à la courbe u_{AB} = f(t) pendant la charge.
C'est aussi le point d'intersection de la tangente au point d'ordonnée u_{AB} = E à la courbe u_{AB} = f(t) pendant la décharge avec l'axe des temps.
C'est aussi l'abscisse du point de coordonnée u_{AB} = 0,63E pendant la charge ou u_{AB} = 0,37E pendant la décharge.
On montre que la charge est terminée à 95% après une durée t = 3.θ et à 99% après 5.θ.

d) **Tension aux bornes du condensateur**

La loi d'additivité des tensions permet d'écrire :

- Pendant la charge :

$U_{CA} + u_{AB} + u_{BC} = 0$

$R.i + u_{AB} - E = 0$ avec $i = \frac{dq}{dt} = C.d(\frac{u_{AB}}{dt})$

$R.C.d(\frac{u_{AB}}{dt}) + u_{AB} = E$

$\dot{u_{AB}} + \frac{1}{R.C}.u_{AB} = \frac{E}{RC}$

Cette équation differénctielle admet pour soluion:

$$\mathbf{u_{AB} = E\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}$$

C'est la tension aux bornes du condensateur pendant la charge.

La charge : $\mathbf{q(t) = C.\,u_{AB} = C.E\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}$

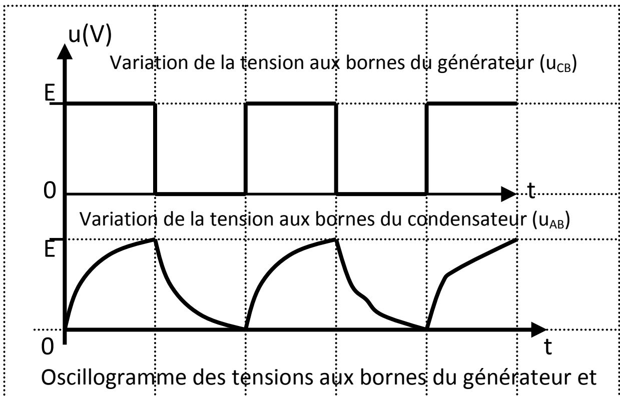
- Pendant la décharge :
  E = 0 et l'équation différentielle devient :

$\dot{u_{AB}} + \frac{1}{R.C}.u_{AB} = 0$

Cette équation differénctielle admet pour soluion:

$$\mathbf{u_{AB} = E.\,e^{-\frac{t}{RC}}}$$

C'est la tension aux bornes du condensateur pendant la décharge.



Oscillogramme des tensions aux bornes du générateur et du condensateur.

A.1.4-Energie emmagasinée dans le condensateur :

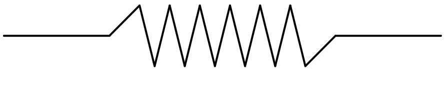
$W = \frac{1}{2}.C.U^2 = \frac{1}{2}.q.U$ W en joules (J)

A.2- La bobine

A.2.1- Définition

On obtient une bobine en enroulant sur un cylindre quelques spires de fil conducteur.

Représentation



A.2.2- Phénomène d'auto induction

C'est le phénomène d'apparition d'une f é m induite dans une bobine à la suite de la variation de son flux propre.
L'expression de la f é m d'auto induction est :

$e = -\frac{d\varphi}{dt} = -L.\frac{di}{dt}$

L : inductance de la bobine en henry (H)

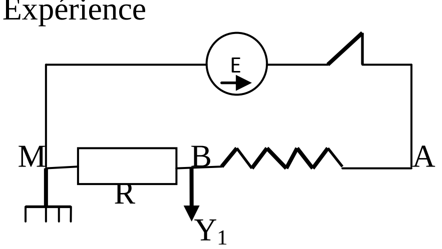
$\frac{di}{dt}$: Dérivée par rapport au temps de l'intensité du courant.

A.2.3- Tension aux bornes de la bobine :

$U_{AB} = r.i - e = r.i + L.\frac{di}{dt}$

A.2.4- Etude du régime transitoire.

a) Expérience



Afin d'étudier l'évolution de l'intensité du courant dans la bobine (L ; r) après la fermeture ou l'ouverture de l'interrupteur k, branchons un oscilloscope aux bornes du conducteur de résistance R. Notons $R_t = R + r$, la résistance totale du circuit.

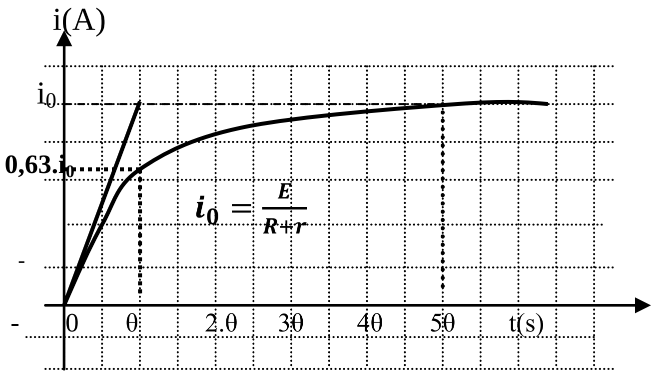
Fermons l'interrupteur k. L'oscilloscope montre que l'intensité du courant croit jusqu'à atteindre une valeur limite égale à l'intensité du courant dans le circuit en régime permanant.

Ouvrons l'interrupteur k. L'intensité du courant décroit jusqu'à s'annuler.

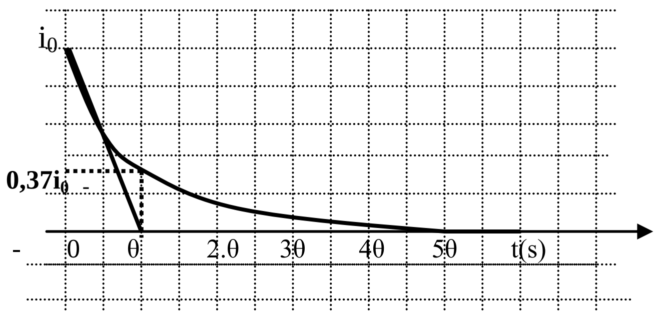
Conclusion : l'établissement ou l'interruption du courant dans le circuit de la bobine n'est pas un phénomène instantané.

b) Courbes de variation de l'intensité du courant

b.1- Pendant l'établissement du courant



b.2-Pendant la disparition du courant



c) Constante des temps θ

C'est le rapport :

$$\theta = \frac{L}{R+r}$$

$$\begin{cases} L \text{ en henry } (H) \\ R \text{ et } r \text{ en ohms } (\Omega \\ \theta \text{ en secondes } (s) \end{cases}$$

d) Détermination graphique de θ.

C'est l'abscisse du point d'intersection de la tangente en zéro avec l'asymptote à la courbe i(t) = f(t) pendant l'établissement du courant.

C'est aussi l'abscisse du point de coordonnée $i(t) = 0,63i_0$ pendant l'établissement du courant ou $i(t) = 0,37i_0$ pendant la disparition du courant.

d) Intensité du courant dans la bobine

La loi d'additivité des tensions permet d'écrire :

- Pendant l'établissement du courant :

$u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$

$R.i + r.i + L.\frac{di}{dt} = E$

$(R + r).i + L.\frac{di}{dt} = E$ équivaut à

$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r).i}{L} = \frac{E}{L}$ cette équation différentielle a une solution de la forme :

$$\mathbf{i(t) = A\, e^{\left(-\frac{R+r}{L}\right).t} + \frac{E}{E+r}}$$

Pendant l'établissement du courant à t = 0 ;

$i(t = 0) = 0$

$$\textbf{D'où} \quad \mathbf{i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{\left(-\frac{R+r}{L}\right).t}\right)}$$

Pendant la disparition du courant

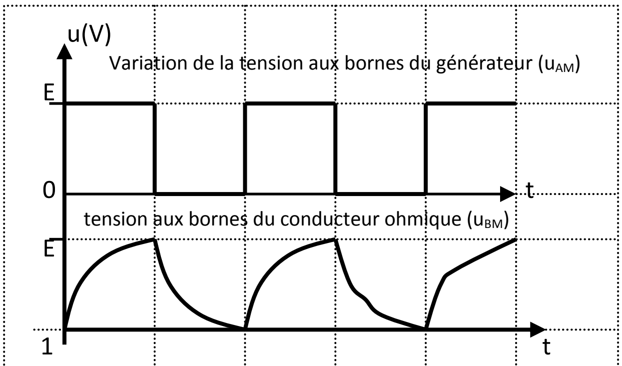
$R.i + r.i + L.\frac{di}{dt} = 0$

$$\textbf{D'où} \quad \mathbf{i(t) = \frac{E}{R+r}\,.\,e^{\left(-\frac{R+r}{L}\right).t}}$$

Lorsque le régime permanent est atteint,

$i = i_0 = \frac{E}{R+r}$

A l'instant t = 0; $\frac{di}{dt} = \frac{i_0}{\theta}$



Oscillogramme des tensions aux bornes du générateur et du conducteur ohmique.

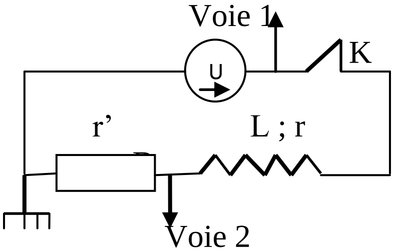
A.2.3-Energie emmagasinée dans l la bobine

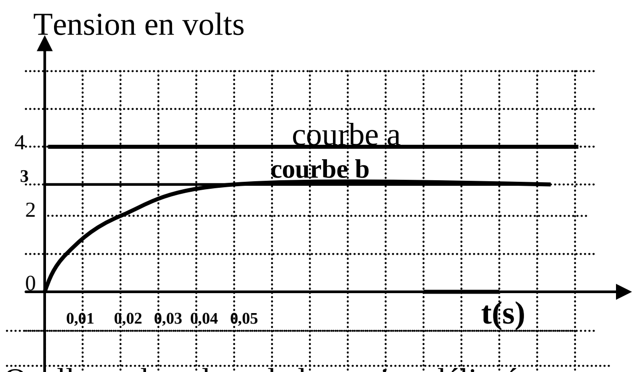
W = $\frac{1}{2}.L.i^2$

L en henry (H) ; i en ampère (A) et W en joule (J)

Exercice d'application :

On réalise l montage suivant : r'=100Ω ; on pose R =r+r'. A la date t = 0, on ferme l'interrupteur k. L'acquisition démarre et l'ordinateur enregistre sur les voies 1 et 2 les variations des tensions correspondantes en fonction du temps.





1-Quelle est la valeur de la tension délivrée par le générateur ?

2-Quelle est la valeur de l'intensité du courant dans le circuit en régime permanent ?

3-En déduire la valeur de la résistance r.

4-Calculer la constante de temps de ce circuit.

5- En déduire la valeur de l'inductance de la bobine.

Une solution :

1-Valeur de la tension délivrée par le générateur :

La courbe a indique la variation de la tension aux bornes du générateur en fonction du temps car du fait que cette tension est constante, elle ne varie pas au cours du temps. U = 4V

2- Intensité du courant dans le circuit en régime permanent :

La courbe b montre la variation de la tension aux bornes du résistor de résistance r' au cours du temps. Cette tension est constante lorsque le régime permanent est atteint et vaut 3V.

$U_{r'}$ = 3 = r'.i d'où $i = \frac{U_{r'}}{r'} = \frac{3}{100} = 0{,}03A$

3- Valeur de la résistance r :

En régime permanent, $U = (r + r')I$

$d'o\grave{u}\ \ r = \frac{U}{I} - r'$

AN : $r = \frac{4}{0{,}03} - 100 = 33{,}33\Omega$

4- Constante de temps :

Nous constatons que le régime permanent est atteint après environ 0,05s.

D'où $\theta = \frac{0{,}05}{5} = 0{,}01\ s.$

5- Valeur de l'inductance de la bobine :

$\theta = \frac{L}{r+r'}\ d'o\grave{u}\ L = (r + r').\theta$

AN : L = 133,33.0,01 = 1,33H

B- Les oscillateurs électriques

B.1-Définition

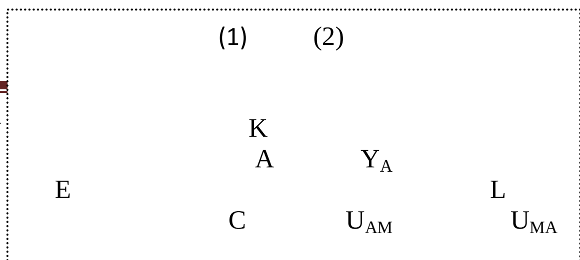
Un oscillateur électrique est un circuit électrique dont la grandeur physique associée (tension, courant ou charge électrique) varie de façon alternative et périodique de part et d'autre d'une valeur moyenne.

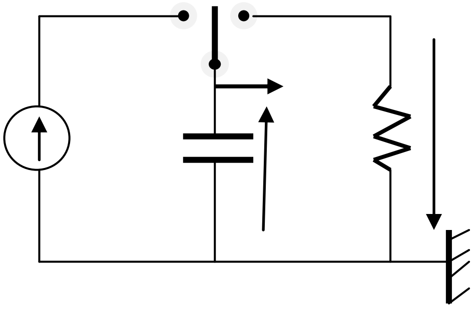
Il existe des oscillateurs électriques libres (amortis et non amortis) et des oscillateurs électriques forcés.

B.2- Les oscillateurs électriques libres.

B.2.1- Oscillateur électrique libre non amorti : décharge d'un condensateur dans une bobine inductive pure.

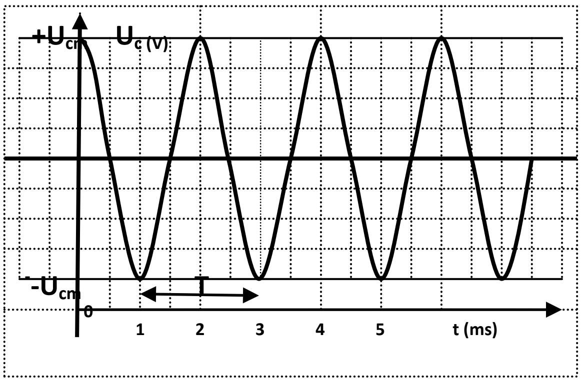
a) Dispositif expérimental





Basculons l'interrupteur k dans la position (1). Le condensateur se charge. Sa charge initiale est $Q_0 = C.E$.
Basculons l'interrupteur k dans la position (2) . Le condensateur se décharge dans la bobine purement inductive pure (inductance L et résistance interne r = 0).
Un oscilloscope branché en A (voie Y_A) permet de visualiser l'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur. Cette tension est sinusoïdale.

b- Oscillogramme de la tension aux bornes du condensateur



:
La tension u_c aux bornes du condensateur est sinusoïdale.
On conclut que la décharge d'un condensateur aux bornes d'une bobine inductive pure est un phénomène oscillatoire. Ces oscillations sont libres car l'évolution du système ne dépend pas d'un facteur extérieur.
Elles sont non amorties car l'amplitude des oscillations reste constante au cours de l'évolution du système.

c) Etude théorique du système
c.1- Equation différentielle d'évolution de la charge q du condensateur

$u_{AM} + u_{MA} = 0$

$\frac{q}{C} + L.\frac{di}{dt} = 0$ or $i = \frac{dq}{dt}$ et $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$

On obtient l'équation différentielle suivante :

$\ddot{q} + \frac{1}{LC}.q = 0$

Posons $\omega^2 = \frac{1}{L.C}$; pulsation propre des oscillations en radian par seconde (rad/s)
Cette équation différentielle admet pour solution :
$q(t) = Q_m.\cos(\omega.t + \varphi)$

$q(t) = C.E.\cos\left(\frac{1}{L.C}.t + \varphi\right)$

c.2) Equation différentielle d'évolution de la tension u aux bornes du condensateur
Remplaçons dans l'équation différentielle précédente q par C.u. On obtient :

$C.\ddot{u} + \frac{1}{LC}.C.u = 0$

D'où l'équation différentielle :

$\ddot{u} + \frac{1}{LC}.u = 0$

Cette équation différentielle admet pour solution :
$u(t) = U_m.\cos(\omega.t + \varphi)$

$u(t) = U_m.\cos\left(\frac{1}{L.C}.t + \varphi\right)$

c.3) Période des oscillations :

$\boldsymbol{T = \frac{2.\pi}{\omega} = 2.\pi.\sqrt{L.C}}$

T en seconde (s) : L en henry (H) et C en farad (F).

c.4) Fréquence des oscillations :

$N = f = \frac{1}{2.\pi.\sqrt{L.C}}$ N ou f en hertz (Hz)

c.5) Energie électromagnétique :
Dans un circuit LC purement idéal, on distingue deux (02) formes d'énergie :

- Energie électrique dans le condensateur :

$E_{électrique} = \frac{1}{2}.q.U = \frac{1}{2}.C.U^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}$

- Energie magnétique dans la bobine

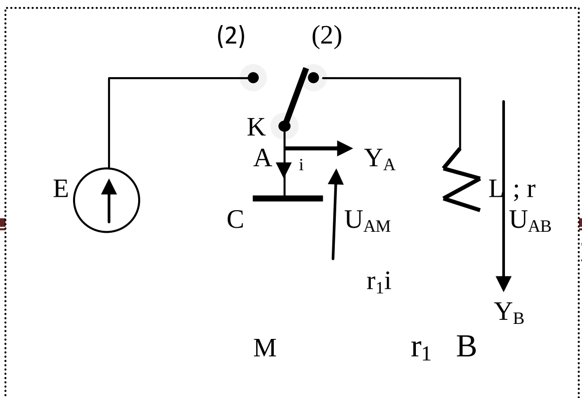
$\boldsymbol{E_{magnétique} = \frac{1}{2}.L.i^2}$

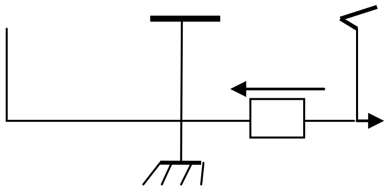
L'énergie électromagnétique est :

$E = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}.L.i^2$

B.2.2- Oscillateur électrique libre amorti : décharge d'un condensateur dans une bobine résistive.

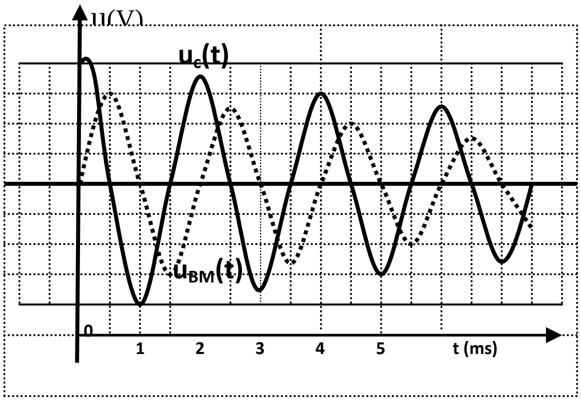
a) Dispositif expérimental





Basculons l'interrupteur k dans la position (1). Le condensateur se charge. Sa charge initiale est $Q_0 = C.E$.
Basculons l'interrupteur k dans la position (2) . Le condensateur se décharge dans la bobine (inductance L et résistance interne r).
Un oscilloscope bi courbe branché en A (voie Y_A) et en B (voie Y_B permet de visualiser l'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur et aux bornes du résistor de résistance r_1 respectivement.

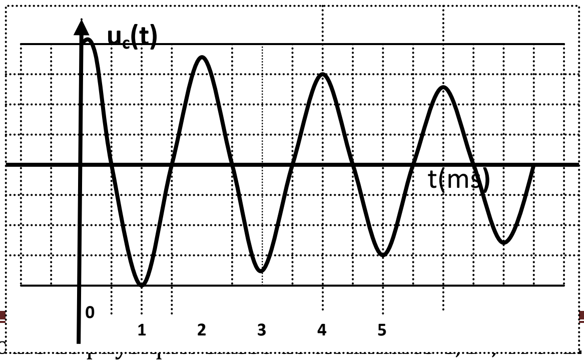
b) Oscillogramme des tensions

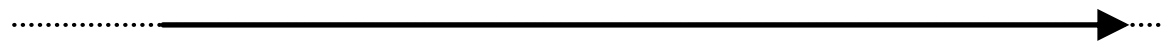


Les deux (02) tensions sont encore sinusoïdales de même période, mais l'amplitude des oscillations diminue au cours des oscillations.
Les deux tensions sont déphasées l'une par rapport à l'autre.
La pseudo période des oscillations est encore égale à la période des oscillations du circuit LC en oscillation libre non amortie.
La résistance $R = r_1 + r$ du circuit RLC ainsi constitué est la cause des amortissements car l'énergie électrique est dissipée par effet joule.

Selon la valeur de r_1 on distingue :

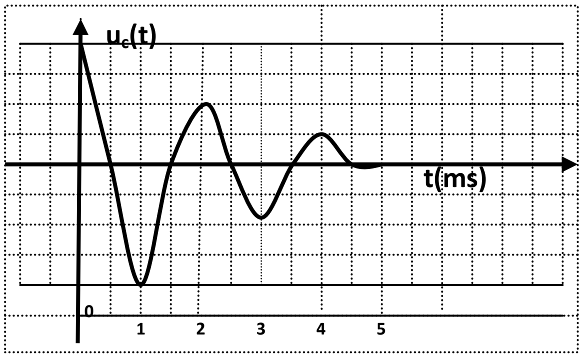
- **Le régime pseudopériodique où R = r** ($r_1 = 0$)





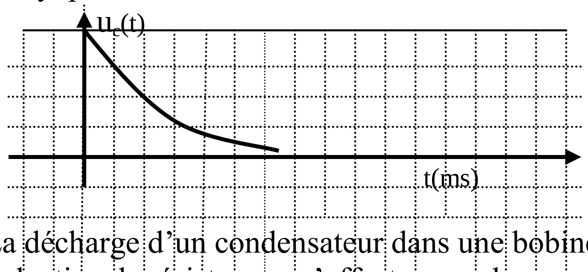
- **Le régime apériodique critique ou régime critique**

La résistance du circuit est $r_1 = 2.\sqrt{\frac{L}{C}}$. La courbe obtenue a une amplitude qui s'annule rapidement.



- **Le régime apériodique ou régime sous critique.**

La résistance du circuit est supérieure à $2.\sqrt{\frac{L}{C}}$.
Il n'y ps d'oscilltion.



La décharge d'un condensateur dans une bobine inductive de résistance r s'effectue par des oscillations sinusoïdales amorties.

c- Equation différentielle d'évolution dee la charge du condensateur

$u_{AM} + u_{MB} + u_{BA} = 0$

$\frac{q}{C} + r_1.i + r.i + L.\frac{di}{dt} = 0$

or $i = \frac{dq}{dt}$ et $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$.

On obtient l'équation différentielle suivante :

$\ddot{q} + \frac{(r_1+r)}{L}.\dot{q} + \frac{1}{LC}.q = 0$

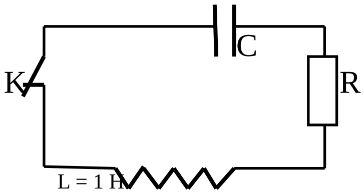
Remarque :
Les circuits oscillants idéaux n'existent pas, sauf dans le cas des supraconducteurs (conducteurs de résistance nulle). Pour obtenir des oscillations sinusoïdales, il faut entretenir les oscillations.

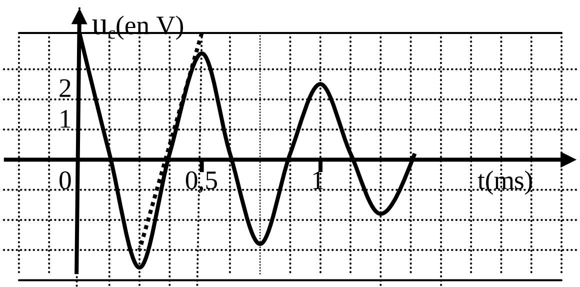
d-Entretien des oscillations :
-Utilisation d'un amplificateur opérationnel dit à résistance nulle ;
-Introduction dans le circuit RLC d'un générateur qui fournit à chaque oscillation une

puissance égale à celle dissipée par effet joule. Ce générateur se comporte comme un résistor de résistance négative et égale à **–(r + r₁).**

Exercice d'application

Un condensateur de capacité C préalablement chargé est relié à un résistor de résistance R et à une bobine d'inductance L. A la date t = 0, on ferme l'interrupteur k. On enregistre les variations de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.





a) Déterminer la pseudo période T de l'oscillateur.
b) Déduire la capacité C du condensateur.
c) Calculer la valeur de l'énergie initiale stockée dans le condensateur.
d) Montrer qu'a la date t = $\frac{3}{4}.T$, toute l'énergie de l'oscillateur est stockée dans la bobine et déterminer sa valeur.
e) Calculer l'intensité du courant dans le circuit à cette date.
f) Calculer la résistance R du résistor.

Une solution

a) Pseudo période T des oscillations
$2{,}75T = 0{,}125.11.10^{-3}$
d'où T = $\frac{0{,}125.11.10^{-3}}{2{,}75} = 5.10^{-4}s$

b) Capacité C du condensateur :
$T^2 = 4.\pi^2.L.C$ d'où C = $\frac{T^2}{4.\pi^2.L}$
AN : C = = $\frac{(5.10^{-4})^2}{4.\pi^2.1}$ = $9{,}3.10^{-11}F$

c) valeur de l'énergie initiale stockée dans le condensateur.
$E = \frac{1}{2}.C.U^2$
AN : $E = \frac{1}{2}.9{,}3.10^{-11}.4^2 = 7{,}44.10^{-10}.J$

d) Montrons qu'a la date t = $\frac{3}{4}.T$, toute l'énergie de l'oscillateur est stockée dans la bobine :
A t = $\frac{3}{4}.T$, la tension aux bornes du condensateur est nulle et $E_{condensateur} = 0$.
On conclut que toute l'énergie de l'oscillateur se trouve dans la bobine.
Valeur numérique :

$$E_{bobine} = \frac{1}{2}.L.i^2 = \frac{1}{2}.L.[\frac{dq}{dt}]^2$$
$$= \frac{1}{2}.L.C^2.[\frac{du}{dt}]^2$$

La quantité $\frac{du}{dt}$ est la dérivée par rapport au temps de la tension à cette date.
Sa valeur numérique est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $u_c(t)$ à cette date (t = $\frac{3}{4}.T$).

$$\frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{7}{0{,}125.2.10^{-3}} = 28.10^3\ V/s$$
$$E_{bobine} = \frac{1}{2}.1.(9{,}3.10^{-11})^2.28^2.10^6$$
$$= 3{,}4.10^{-12}\ J$$

e) Intensité du courant dans le circuit à cette date :
$i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du}{dt} = 9{,}3.10^{-11}.28.10^3 = 2{,}6.10^{-5}\ A$

f) Résistance R du résistor :

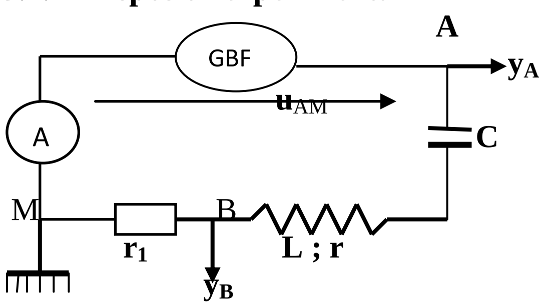
$$E_{condensateur} - E_{bobine} = R.i^2.t$$
$$R = \frac{E_{condensateur} - E_{bobine}}{i^2.t}$$

AN : $R = \frac{7{,}44.10^{-10} - 3{,}4.10^{-18}}{(2{,}6.10^{-5})^2.0{,}125.3.10^{-3}} =$ 2934911,2. $10^{-6}\Omega$ = 2,9350 Ω.

C- Les oscillateurs électriques forcés

C..1-Mise en évidence des oscillations forcées dans un circuit RLC

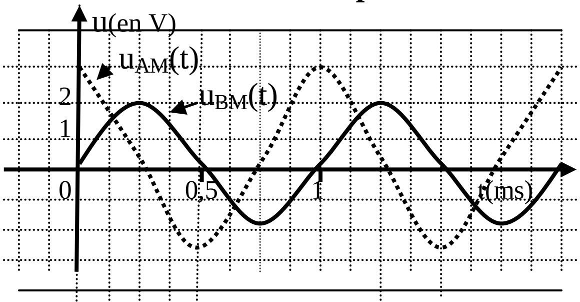
C.1.1- Dispositif expérimental



Le GBF (générateur basse fréquence) délivre une tension sinusoïdale de fréquence **N;**
La bobine sans noyau de fer a une inductance L et une résistance r ;
Un résistor de résistance r_1 et un oscilloscope bi courbes (voie y_A et y_B).

La voie y_A permet de visualiser les variations de la tension aux bornes du GBF (aux bornes du circuit RLC) en fonction du temps ($u_{AM}(t)$) et la voie y_B permet d'obtenir les variations de la tension aux bornes du résistor $u_{BM}(t)$.

C.1.2- Observations et interprétations



On observe sur l'écran de l(oscilloscope deux tension sinusoïdale de même période mais déphasées l'une par rapport à l'autre.
La tension $u_{BM}(t) = r_1.i(t)$ est proportionnelle à l'intensité du courant dans le circuit. Elle permet d'étudier les variations de l'intensité du courant dans le circuit en fonction du temps.
Lorsqu'ons fait varier la fréquence N, le rapport $\frac{U}{I} = Z\ (imp\acute{e}dance\ du\ circuit)$ reste constant.

C.1.3- Conclusion

En appliquant aux bornes d'un dipole RLC série une tension sinusoïdale, il est le siège des oscillations électriques forcées car la fréquence des oscillations est imposée par l'extérieur.

C.2- Etude théorique du circuit RLC série
C.2.1-Tension instantanée.

$soit\ i(t) = I_m \cos \omega.t\ ;\quad i(t) = \frac{dq}{dt}$
$d'o$ù
$q(t) = \int I_m \cos \omega.t\,.dt = \frac{I_m}{\omega}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$.

$u_{AM}(t) = u_{AB}(t) + u_{BM}(t)$
$= \frac{I_m}{C.\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + L\frac{di}{dt} + (r + r_1)\, I_m \cos \omega.t$
$= \frac{I_m}{C.\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + L\omega I_m cos\,(\omega.t + \frac{\pi}{2}) +$
$(r + r_1)\, I_m \cos \omega.t$

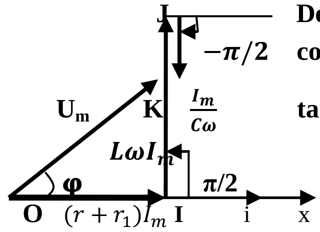
$u_{AM}(t)$ est la somme de fonctions sinusoïdales de même période. Elle peut se mettre sous la forme $u_{AM}(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ grâce à la construction de Fresnel.

- Dessine un vecteur $\overrightarrow{OI}$ faisant un angle de zéro degré avec un axe horizontal (Ox) et représentant $(r + r_1)I_m$
- Dessine un vecteur $\overrightarrow{IJ}$ faisant un angle de $\frac{\pi}{2}\ rad$ avec un axe horizontal (Ox) et représentant $L\omega I_m$;
- Dessine un vecteur $\overrightarrow{JK}$ faisant un angle de $-\frac{\pi}{2}\ rad$ avec un axe horizontal (Ox) et représentant $\frac{I_m}{C.\omega}$.
- Le vecteur $\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JK}$ représente U_m ; tension maximale aux bornes AM du circuit.

C.2.2- Caractéristiques du dipôle RLC série : la tension maximale U_m ; l'impédance Z ; le déphasage φ.

En fonction du signe de $L\omega - \frac{1}{C\omega}$; on a trois constructions de Fresnel.

- $\boldsymbol{L\omega - \frac{1}{C\omega}}$ **> 0 : le circuit est dit inductif**



Déphasage
cos φ= $\frac{(r+r_1)}{Z}$
tan φ = $\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{(r+r_1)}$

Construction de Fresnel

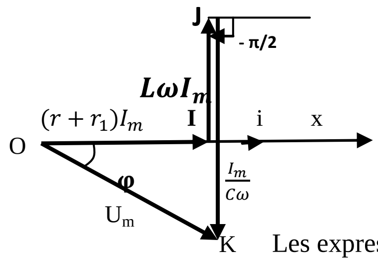
Impédance Z en Ohm (Ω).

$$Z = \sqrt{(r + r_1)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

φ >0. La tension est en avance de φ sur le courant.
X = $(L\omega - \frac{1}{C\omega})$ **est appelé réactance du circuit ;**
Lω réactance d'induction et $\frac{1}{C\omega}$ **capacitance en Ω**
$u_{AM}(t)=U_m cos\omega t$

- $\boldsymbol{L\omega - \frac{1}{C\omega}} < 0$: $le\ circuit\ est\ dit\ capacitif$

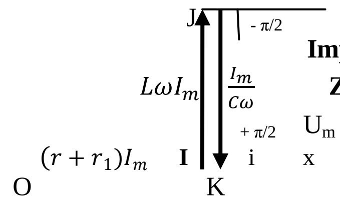
Construction de Fresnel



Les expressions de cos φ; tan φ et Z ne sont pas modifier par rappoet au cas précédent. Cependant tan φ et φ sont inférieurs à zéro.

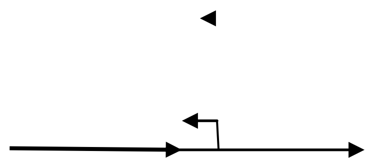
- $\boldsymbol{L\omega - \frac{1}{C\omega}} = 0$: $le\ circuit\ est\ en\ r\acute{e}sonance$

Le circuit se comporte comme s'il était constitué d'une bobine non inductive et d'un résistor.



Impédance:
Z = $\boldsymbol{r + r_1}$
$U_m = (r + r_1)I_m$

Le déphasage **φ** = 0.



Remarque :
On obtiendrait la construction de Fresnel de l'impédance du circuit à partir de ces trois constructions en éliminant I_m.

Exercice d'application : Exo 16 p 156 collections Major.

On réalise le montage représenté par la figure 1 ci-dessous. Le circuit MN, alimenté par un générateur qui délivre une tension sinusoïdale de fréquence N et de valeur maximale U_m = 15V, est constitué d'une résistance R=10Ω, d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, d'un condensateur de capacité C.
Un oscilloscope cathodique bi courbé permet de visualiser la tension u_{NM} (voie 1) et la tension u_{BM}. Le balayage fonctionne et l'écran présente l'aspect reproduit sur la figure 2 (échelle : $2{,}5.10^{-3}$ s/div en abscisse ; l'échelle est la même pour les deux voies en ordonnées).

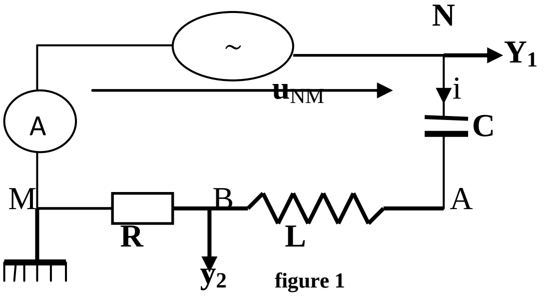


figure 1

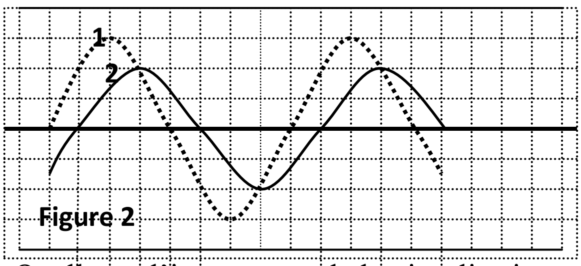


Figure 2

1- Quelle est l'importance de la visualisation sinusoïdale des deux tensions u_{NM} u_{BM} ?
2- Déterminer graphiquement la fréquence de la tension appliquée au circuit.
3- Donner l'expression en fonction du temps des tensions instantanées u_{NM} u_{BM} .
4- Déterminer :
4.1-L'intensité efficace I dans le circuit.
4.2- L'impédance du circuit.
4.3- Le dépsasage entre l'intensité instantanée du courant qui traverse le circuit et la tension instantanée appliquée aux bornes du circuit.
5-C = 20 µF. Montrer que les résultats de la question 4 permettent de déterminer L. Calculer L. On prendra $\pi^2 = 10$.

<u>Une solution</u> : <u>Exercice d'application</u> : Exo 16 p 156 collections Major.

1- Importance de la visualisation sinusoïdale des deux tensions u_{NM} u_{BM} :
- Mesurer la valeur de la tension maximale, de la fréquence de la tension délivrée, de l'intensité maximale du courant ainsi que le déphasage entre la tension instantanée et l'intensité du courant.

2-Détermination graphique de la fréquence de la tension appliquée qux bornes du circuit ;
La période de cette tension correspond à 08 divisions, soit $T_0 = 8.2{,}5.10^{-3} = 2.10^{-2}$s
D'où N = $\frac{1}{T_0} = \frac{1}{2.10^{-2}}$ = 50Hz.

3- Expression en fonction du temps des tensions instantanées u_{NM} u_{BM} .
u_{NM} u_{BM} sont de la forme u (t) = $U_m \sin(\omega t + \boldsymbol{\varphi})$
D'après la figure 1, la tension maximale aux bornes de la portion de circuit BM est de 10V.
En dessinant le vecteur de Fresnel associé à la tension 1, on trouve $\boldsymbol{\varphi}_1$ = 0 rad.
Le décalage horaire entre les tensions 1 et 2 «est de $\frac{T}{8}$ d'où $\boldsymbol{\varphi}_2 = -\frac{2.\pi}{T}.\frac{T}{8} = -\frac{\pi}{4}\ rad.$

$u_{AM}(t)\ 15\sin 2.50.\pi t\ = 15\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$ et

$$u_{BM}(t)\ 10\sin(2.50.\pi t - \frac{\pi}{4})$$
$$= 10\cos(100\pi t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2})$$
$$= 10\cos(100\pi t - \frac{3\pi}{4})$$

4-Déterminons :
4.1- Intensité efficace du courant dans le circuit :
$U_{BMmax} = R.I.\sqrt{2}$ d'où $I = \frac{U_{BMmax}}{R.\sqrt{2}}$
AN : $I = \frac{10}{10.\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}704\ A$
4.2- Impédance Z du circuit :
$U = Z.I.\sqrt{2}$ d'où $Z = \frac{U}{I.\sqrt{2}}$
AN : $Z = \frac{15}{\frac{\sqrt{2}}{2}.\sqrt{2}} = 15\ \Omega$
4.5- Déphasage entre i(t) et u_{NM}(t) :
Le décalage horaire entre les deux grandeurs est $\theta = \frac{T}{8}$. comme $\Delta\boldsymbol{\varphi} = \theta.\omega = \frac{2\pi}{T}.\frac{T}{8} = \frac{\pi}{4} rad$

5- Montrons que les résultats de la question 4 permettent de déterminer L :

$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ équivaut à

$\sqrt{Z^2 - R^2} = L\omega - \frac{1}{C\omega}$ d'où

$L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z^2 - R^2} + \frac{1}{C\omega^2}$ Toutes les grandeurs de cette formule sont connues d'après la question 4.

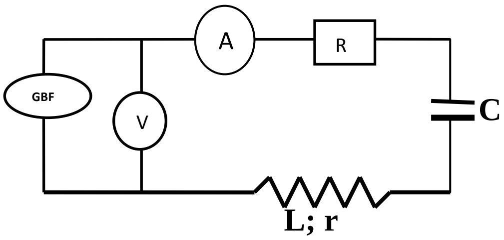
AN : $L = \frac{1}{2.\pi.50}\sqrt{15^2 - 10^2} + \frac{1}{20.10^{-6}(2.\pi.50)^2}$

C.3-Résonance dans un circuit RLC

C.3.1- Mise en évidence expérimentale de la résonance

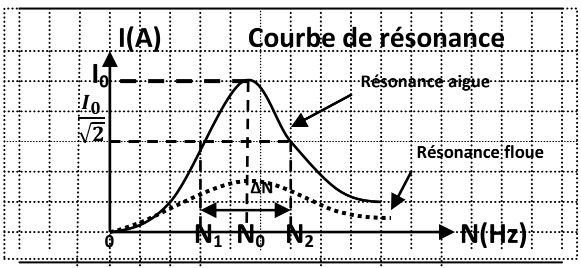
Le montage expérimental comprend :

- Un circuit RLC série alimenté par un GBF ;
- Un ampèremètre ;
- Un voltmètre ;
- Un résistor de résistance variable.



Faisons varier la fréquence N du GBF tout en maintenant la tension efficace constante. Pour chaque valeur de la fréquence N ; relevons l'intensité I du courant indiqué par l'ampèremètre et traçons le graphe I = f(N).

En fonction de la valeur de la résistance totale du circuit $R_t = R + r$; on obtient l'une des courbes suivantes :



Le graphe montre un maximum d'intensité de courant I_0 pour une valeur N_0 de la fréquence. Cette fréquence ne dépend pas de la valeur de la résistance du circuit.

N_0 est la fréquence de résonance. Elle est égale à la fréquence du circuit LC en oscillation libre non amortie.

$$N_0 = \frac{1}{2.\pi\sqrt{L.C}}$$

Elle se déduit également de la relation

$L.\omega_0 - \frac{1}{C.\omega_0} = 0$

La résonance est le phénomène qui se traduit par des oscillations de grandes amplitudes dans un système soumis à une excitation appropriée.

- R_t est faible, la résonance est aigüe ;
- R_t est grand, la résonance est floue.

C.3.2-Grandeurs caractéristiques de la résonance

- L'impédance Z : Elle a pour valeur $Z = R + r$;
- L'intensité efficace : Elle est maximale et vaut $I_0 = \frac{U}{R+r}$;
- Le déphasage : **φ** = 0 car cos **φ** = 1.

C.3.3- La bande passante :

La bande passante à trois décibel d'un circuit RLC série est l'intervalle de fréquence pour lequel la puissance transmise au circuit est supérieure ou égale à la moitié de la puissance à la résonance.

Aux limites de la bande passante ; $\frac{P}{P_R} = \frac{1}{2}$.

Comme la puissance est proportionnelle au carré de l'intensité du courant on a : $\frac{I^2}{I_R^2} = \frac{1}{2}$;

Soit $\frac{I}{I_R} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ équivaut à $\frac{R_t}{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

On trouve :

$N_1 = \frac{-R.C + \sqrt{R_t^2.C^2 + 4L.C}}{4.\pi.L.C}$ ou $\omega_1 = \frac{-R.C + \sqrt{R_t^2.C^2 + 4\,L.C}}{2.L.C}$

et

$N_2 = \frac{R.C + \sqrt{R_t^2.C^2 + 4L.C}}{4.\pi.L.C}$ Ou $\omega_2 = \frac{R.C + \sqrt{R_t^2.C^2 + 4L.C}}{2.L.C}$

La largeur de la bande passante est :

$\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{R_t}{2.\pi.L}$

Ou

$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R_t}{L}$

R_t *en ohm et L en henry; ΔN et hertz;*
Δω en rad/s

C.3.4- Le facteur de qualité Q ou acuité de résonance :

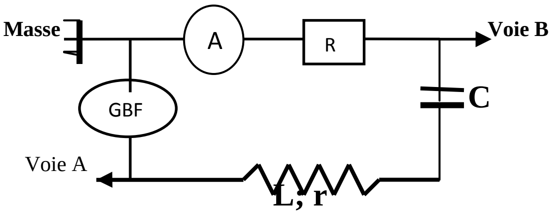
C'est le quotient du rapport de la fréquence de résonance à la largeur de la bande passante.
$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{L.\omega_0}{R_t} = \frac{1}{C.R_t.\omega_0}$. Q est sans unité.
Remarque :
A la résonance ; $Q = \frac{L.\omega_0.I}{R_t} = \frac{I}{C.R_t.\omega_0}$

Soit : $U_L = Q.U = U_C$

Les tensions aux bornes du condensateur et aux bornes de la bobine peuvent être supérieures à la tension appliquée aux bornes du circuit RLC : c'est surtension à la résonance.

Exercice d'application : Exo 28 p 192 Classiques Camerounais

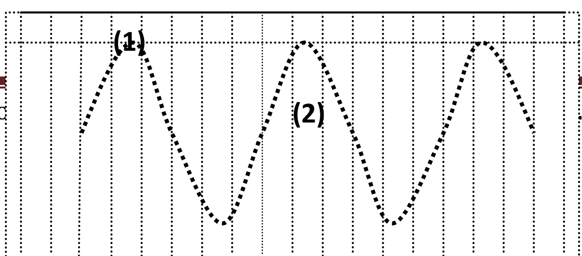
On réalise un circuit électrique comprenant un conducteur ohmique de résistance R, une bobine (L ; r) et un condensateur de capacité C=10µF. Ce dipôle est relié à un générateur de tension sinusoïdale (de fréquence variable N) imposant entre ses bornes une différence de potentielle U.

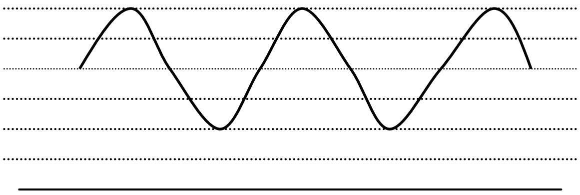


On obtient le tableau de valeurs suivantes :

N(Hz)	100	120	140	160	180
I(mA)	11,5	19	24	28	30
N(Hz)	200	220	240	260	280
I(mA)	28,5	25,5	22,5	20	18

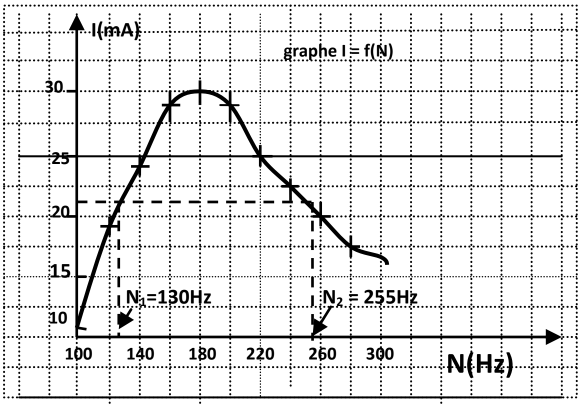
1-
1.1-Tracer sur le papier millimétré le graphe I = f(N). Echelle : 1cm pour 20Hz et 1cm pour 5A.
1.2- Déterminer graphiquement la fréquence N_0 et l'intensité efficace I_0 du courant correspondant à la résonance.
1.3- Déterminer graphiquement la largeur de la bande passante ainsi que le facteur de qualité.
1.4- Calculer l'inductance de la bobine.
2-On relie un oscillographe à deux voies au circuit et on règle la fréquence du générateur à la valeur N_0 correspondant à la résonance. On obtient l'oscillogramme suivant :





2.1- Sachant que pour les entrées A et B, la sensibilité verticale est de 1V par division, dire à quelle voie correspond chacune des courbes (1) et (2).
2.2- Calcule la valeur de R.
2.3-Déterminer la valeur de la résistance r de la bobine.

<u>Une **solution exercice d'application**</u>**:**
1
1.1-Tracé du graphe :



1.2-Détermination graphique de N_0 et I_0 :
La fréquence de résonance N_0 est celle qui correspond à l'intensité maximale I_0.
On lit ur le graphe N_0 = 180Hz et I_0 = 30mA.
1.3- Détermination graphie de la largeur de la bande passante :
Les fréquences N_1 et N_2 qui limitent la bande passante correspondent à une intensité $\frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{30}{\sqrt{2}} = 0{,}02121A$.
On trouve approximativement que la largeur de la bande passante $\Delta N = N_2 - N_1 = 125Hz$

- Facteur de qualité :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{30}{125} = 0{,}24$$

1.4-Inductance de la bobine :
$N_0 = \frac{1}{2.\pi\sqrt{L.C}}$ D'où $L = \frac{1}{4.\pi^2.C.N_0^2}$
AN : $L = \frac{1}{4.3{,}14^2.10^{-5}.180^2} = 7{,}82.10^{-2}H$
2-
2.1-La courbe (1) correspond à la voie A et la courbe (2) à la voie B car la voie B permet de connaitre la tension maximale aux bornes du

conducteur ohmique qui doit etre inférieure à la tension aux bornes du générateur à la résonance.

2.2-Valeur de R

La courbe (2) montre que $U_{Rm} = 2V = R.I_0$

$$R = \frac{U_{Rm}}{I_0} = \frac{2}{0;030} = 66{,}67\Omega$$

2.3- Résistance r de la bobine :

La tension maximale aux bornes du GBF est $U_m = 3V = (R+r)I_0$

$$r = \frac{U_m}{I_0} - R = \frac{3}{0{,}030} - 66{,}67 = 33{,}33\ \Omega$$

C.4- Puissance électrique en régime sinusoïdal forcé

C.4.1- Puissance instantanée

C'est le produit de la tension u par l'intensité i du courant.

Avec $i = I\sqrt{2}.\cos\omega t$ et $u = U\sqrt{2}.\cos(\omega t + \varphi)$

$$P = u.i = U.I.\cos\varphi + U.I.\cos(2\omega t + \varphi)$$

C.4.2-Puissance moyenne

La puissance moyenne notée P est la valeur de la puissance instantanée sur une période.

$$\boldsymbol{P = \frac{1}{T-0}\int_0^T u.i.dt = U.I.\cos\varphi}$$

S = U.I est la puissance apparente en volt-ampère (V.A)

Cos **φ** est le facteur de puissance

N.B : La puissance moyenne est aussi appelée puissance active.

Dans une installation électrique, le facteur de puissance doit être compris entre 0,8 et 1 car les pertes d'énergie en ligne sont inversement proportionnelle à $\boldsymbol{cos^2\varphi}$

$$P_{joule} = \frac{r.P}{U^2.\cos^2\varphi}$$

Exercice d'application : exercice 11 p 185 Classiques Camerounais.

Un moteur électrique à courant alternatif dont le rendement est η = 85% fournit une puissance mécanique P = 1,5kW lorsqu'il est traversé par un courant d'intensité efficace I = 10A délivré par le secteur 220V/50Hz.

Calculer :

1- La puissance active absorbée par le moteur.

2- Le facteur de puissance du moteur.

Une solution exercice 11

1- Puissance active absorbée :

$\eta = \frac{P}{P_a}.100\ \ d'où\ \ P_a = \frac{P}{\eta}.100$

AN : $P_a = \frac{1{,}5.1000}{85}.100 = 1764{,}7W$

2- Facteur de puissance :

$$\cos\varphi = \frac{P_a}{U.I} = \frac{1764{,}7}{220.10} = 0{,}8$$

D- **Analogies électromécaniques**

		Oscillateurs mécaniques	**Oscillateurs électriques**
Grandeurs associées		Abscisse x	Charge q
		Vitesse $\dot{x}$	Intensité $i = \dot{q}$
		Masse m	Inductance L
		Constante de raideur k	Inverse de la capacité $\frac{1}{C}$
		Frottement visqueux $\boldsymbol{\vec{f} = -\lambda.\vec{V}}$	Résistance R
		Energie potentielle $\frac{1}{2}kx^2$	Energie électrique $\frac{q^2}{2.C}$
		Energie cinétique $\frac{1}{2}mV^2$	Energie magnétique $\frac{1}{2}Li^2$
		Pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	Pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$
Oscillateurs libres	**Non amorti**	Pendule élastique horizontal ou vertical en mouvement	Circuit LC Décharge d'un condensateur dans une bobine pure
		Equation différentielle $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$	$\ddot{q} + \frac{1}{LC}.q = 0$
	Amorti	Pendule élastique horizontal ou vertical amorti en mouvement	Circuit RLC Décharge d'un condensateur dans une bobine résistive
		Equation différentielle $\ddot{x} + \frac{\lambda}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$	$\ddot{q} + \frac{R}{L}.\dot{q} + \frac{1}{LC}.q = 0$
Oscillateur forcé		Balançoire à laquelle on applique périodiquement une force $\vec{F}$ $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{\lambda}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = F}$	Circuit RLC alimenté par un GBF $\ddot{q} + \frac{R}{L}.\dot{q} + \frac{1}{LC}.q = u$

Exercice chapitre 7: Les oscillateurs électriques

Exercice a

On charge un condensateur de capacité C = 100nF sous une tension constante U = 10V.

1- Calcule la charge Q_0 et l'énergie électrique W_0 emmagasinée par le condensateur.

2- Le condensateur ainsi chargé est monté en série avec une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. Un ampèremètre branché en série avec l'ensemble indique 20mA. Quelle est l'inductance de la bobine ?

Une solution exercice a

1- Charge Q_0 :

$Q_0 = C.U = 100.10.10^{-9} = 10^{-6}C$

Energie emmagasinée :

$W_0 = \frac{Q_0^2}{2.C} = \frac{(10^{-6})^2}{2.100.10^{-9}} = 5.10^{-6}J$

2- Inductance de la bobine :

$U = L.\omega.I$ où ω est la pulsation propre du circuit LC en oscillation libre non amortie.

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$$

$$U^2 = L^2.\omega^2.I^2 = \frac{L^2.I^2}{L.C} = \frac{L.I^2}{C}$$

On déduit que $L = \frac{C.U^2}{I^2}$

AN : $L = \frac{100.10^{-9}.10^2}{0{,}02^2} = 2{,}5.10^{-2}\ H$

Exercice b

Un dipôle électrique alimenté pa le secteur 220V-50Hz est traversé par un courant d'intensité efficace I = 2A. Il consomme alors une puissance moyenne P=300W. Calculer :

1- Son impédance Z.

2- Sa résistance R.

3- Son inductance L et son facteur de puissance.

Une solution exercice b

1- Impédance Z :

$\mathrm{U = Z.I}$ d'où $\mathrm{Z} = \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{I}} = \frac{220}{2} = 110\ \Omega$

2- Résistance R du dipôle :

$U.I = R.I^2 + P$ d'où $R = \frac{U.I-P}{I^2}$

AN : $\mathrm{R} = \frac{220.2-300}{2^2} = 35\ \Omega$

3- Inductance L

$Z^2 = R^2 + (L.2.N.\pi)^2$ d'où

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2.N.\pi}$$

AN :

$$L = \frac{\sqrt{110^2 - 35^2}}{2.50.\pi} = 0{,}33H$$

Facteur de puissance :

$$P = U.I.\cos\varphi\ d'o\text{ù}\ \cos\varphi = \frac{P}{U.I}$$

AN : $\cos\varphi = \frac{300}{220.2} = 0{,}68$

Acquisition des savoirs et des des savoirs faire :

Exercice c

Une bobine résistive de résistance r = 10 Ω et d'inductance L = 0,1H est traversée par un courant d'intensité instantanée

$i = 10^{-2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$.

1- Calcule l'impédance de la bobine.

2- Donne l'expression de la tension instantanée entre ses bornes.

Une solution exercice c

1- Impédance Z de la bobine :

$Z = \sqrt{r^2 + (L.\omega)^2}$

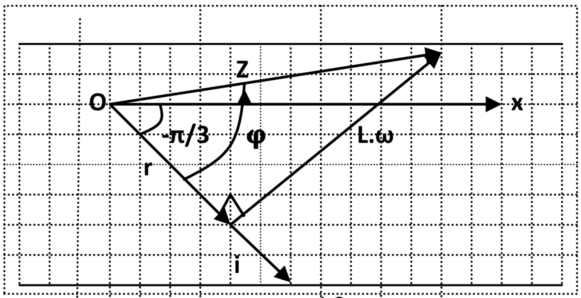
AN: $Z = \sqrt{10^2 + (0,1.100.\pi)^2} = 32,95\,\Omega$

2- Expression de la tension instantanée :

$u = U_m \sin(100.\pi.t - \frac{\pi}{3} + \varphi)$

$$= Z.I_m.\sin(100.\pi.t - \frac{\pi}{3} + \varphi)$$

Déterminons **φ** par la construction de Fresnel :



$$\cos\varphi = \frac{r}{Z} = \frac{10}{32,95} = 0,303$$

$$\varphi = 72;33° = 1,26\,rad$$

On en déduit la tension instantanée :

$$u = 32,95.10^{-2}.\sin(100.\pi.t + 0,21)$$

Exercice d

Une bobine d'inductance L = 0,1H et de résistance r = 10Ω est alimentée par un courant sinusoïdal de fréquence 50Hz.

1- Calculer l'impédance de cette bobine.

2- Calculer le déphasage de la tension par rapport au courant.

3- Déduire le déphasage du courant par rapport à la tension.

4- La tension appliquée aux bornes du dipôle est $u = 10.\sqrt{2}.\cos(100.\pi.t)$ en volt. Ecrire l'expression de l'intensité instantanée i(t).

Une solution exercice d

1- Impédance de cette bobine.

$Z = \sqrt{r^2 + (L.\omega)^2}$

AN : Z = $\sqrt{10^2 + (0,1.2.3,14.50)^2} = 32,95\Omega$

2- déphasage de la tension par rapport au courant.

Soit $i = I_m \sin(100\pi t + \varphi_1)$. ;

$u = U_m \sin(100\pi t + \varphi_1 + \varphi)$. où **φ** est le déphasage de la tension par rapport à l'intensité. (Voir construction de Fresnel de l'exercice précédent)

$\cos\varphi = \frac{r}{Z} = \frac{10}{32,95} = 0,303$

$$\varphi = 72;33° = 1,26\,rad$$

3- Déphasage du courant par rapport à la tension :

$$\varphi' = -72;33° = -1,26\,rad$$

In dit que i et en retard de **φ** sur la tension.

4- Expression de l'intensité instantanée i(t).

$i(t) = I_m \sin(100\pi t - 1,26)$.

$$I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{10.\sqrt{2}}{32,95} = 0,303.\sqrt{2}\,A$$

$i(t) = 0,303.\sqrt{2}\,\sin(100\pi t - 1,26)$.

Exercice e :

La tension instantanée aux bornes d'un dipôle est $u = 169\cos 100\pi t$ zen volt. L'intensité traversant le dipôle au même instant est $i = 0,254\cos(100\pi + \frac{\pi}{6})$. Calculer la puissance apparente et la puissance moyenne de ce dipôle.

Une solution exercice e

Puissance apparente :

$P_a = U.I = \frac{U_m.I_m}{2} = \frac{169.0,254}{2} = 21,46V.A$

Puissance moyenne :

$P = U.I.\cos\varphi$ avec **φ** = $\frac{\pi}{6}$ rad

AN : $P = 21,46.\cos\frac{\pi}{6} = 18,58\,W$

Exercice f

Un condensateur de capacité C = 1μF chargé sous une tension continue U = 15V est branché entre les bornes d'une bobine résistive de résistance r et d'inductance L = 5mH.

1- Calculer l'énergie électrique initiale emmagasinée par le condensateur.

2- Cette énergie diminue de moitié au bout de 100 oscillations. Déterminer l'énergie dissipée par effet joule dans le circuit durant les 100 premières oscillations et en déduire la résistance r de la bobine.

On assimilera la pseudo période du circuit à sa période.

Une solution exercice f

1- Energie électrique initiale emmagasinée par le condensateur :

$W = \frac{1}{2}.C.U^2 = \frac{1}{2}.10^{-6}.15^2 = 1,125.10^{-4}J$

2- Energie dissipée par effet joule dans le circuit durant les 100 premières oscillations :

$W_{joule} = \frac{1}{2}.W = \frac{1}{4}.10^{-6}.15^2 = 5,625.10^{-5}J$

- Résistance r de la bobine :

L'énergie électrique pouvant etre transformée en énergie magnétique au bout de 100 oscillations est $\frac{1}{2}W = \frac{1}{2}L.I_m^2 = W_{Joule} = r.I_m^2.t$

D'où

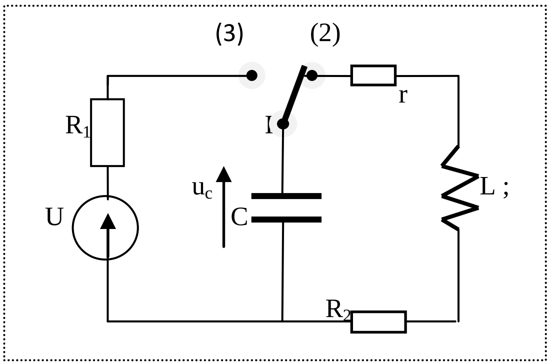
$r = \frac{L}{2.t}$ $avec\ t = 100.T = 100.2.\pi.\sqrt{LC}$

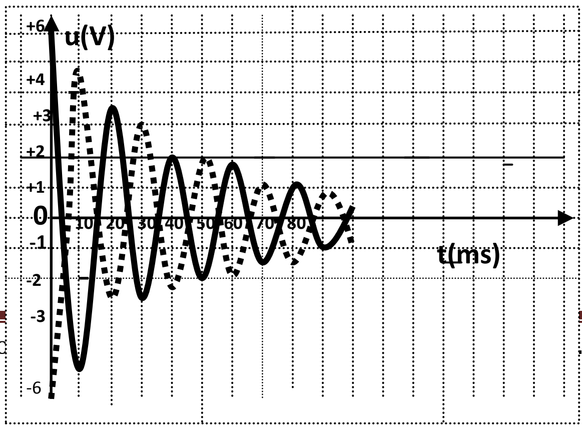
AN : $r = \frac{5.10^{-3}}{400.3{,}14.\sqrt{5.10^{-3}.10^{-6}}} = 5{,}62.10^{-2}\Omega$

Exercice g

Un condensateur de capacité C = 100µF est préalablement chargé sous une tension constante U . A la date t = 0, l'interrupteur en position (1) est basculé en position (2) et on provoque la décharge oscillante du condensateur dans un circuit comportant une bobine (d'inductance L et de résistance r), en série avec un conducteur ohmique R_2. On érudit les oscillations libres et pseudo périodiques. Le graphe ci-dessous donne l'évolution des tensions aux bornes du condensateur et de la bobine.

1- Identifier chacune des courbes.
2- Donner la valeur de la tension U délivrée par la source.
3- Quelle est la cause des amortissements ?
4- En considérant la durée de 04 oscillations, mesurer la valeur de la pseudo période T On supposera que les amortissements ne modifient pas la période des oscillations.
5- Déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.
6- calculer l'énergie initiale emmagasinée dans le condensateur puis son énergie après la première oscillation.





Une solution exercice g

1- Identification des tensions aux bornes du condensateur et aux bornes de la bobine :

Nous savons qu'à l'instant t = 0 de fermeture du circuit en position (2), la tension aux borne du condensateur est maximale et de valeur proche de la tension aux bornes du générateur ayant servi à sa charge.
D'où la courbe en trait fort est celle de la variation de l tension aux bornes du condensateur et celle en trait interrompue correspond à la variation de la tension aux bornes de la bobine.

2- valeur de la tension U délivrée par la source :
Nous savons que l'évolution de la tension aux bornes du condensateur pendant la charge est :

$$u_c = U.(1 - e^{-\frac{t}{R_1.C}})$$

La charge est terminée au bout d'un temps t = 5.R$_1$.C et à cette date, $u_c = U_{Cmax}$= 6V.
On en déduit que $U = \frac{U_{cmax}}{1-e^{-5}} = \frac{6}{1-e^{-5}} = 6{,}04V$

3- Cause des amortissements :
Perte d'énergie par effet joule dans le résistor et dans la bobine.

4- Valeur de la pseudo période à partir de l'analyse de 04 oscillations :
$4.T = 80ms\ \ d'où\ T = 20ms$

5- Valeur de l'inductance L de la bobine :

$$T^2 = 4.\pi^2.L.C$$

D'où $L = \frac{T^2}{4.\pi^2.C} = \frac{(20.10^{-3})^2}{4.\pi^2.100.10^{-6}} = 0{,}1H$

6- Energie initiale emmagasinée dans le condensateur :

$$W_{initiale} = \frac{1}{2}C.U_{Cmax}^2$$

AN : $W_{initiale} = \frac{1}{2}100.10^{-6}.6^2 = 1{,}8.10^{-3}J$

Energie dans le condensateur après la première oscillation :
La tension aux bornes du condensateur après la première oscillation est approximativement de 3,5V. D'où $W_T = \frac{1}{2}.C.U_T^2$

AN : $W_T = \frac{1}{2}.100.10^{-6}.3{,}5^2 = 6{,}125.10^{-4}J$

Exercice h

Un dipôle RLC est branché en série avec un « dipôle à résistance négative ». Un oscilloscope branché aux bornes du condensateur de capacité C = 23μF, permet d'obtenir l'oscillogramme ci-dessous. Le calibre de l'oscilloscope est de 0,5V/div et le coefficient de balayage est égal à 1ms/div.

1- Peut-on qualifier ces oscillations d'entretenues ?

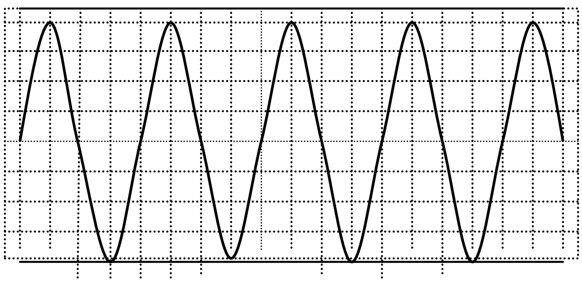
2- Déterminer à partir de l'oscillogramme :

2.1- La période propre de l'oscillateur.

2.2- L'inductance de la bobine.

2.3- La tension maximale aux bornes des armatures du condensateur.

2.4- L'énergie maximale emmagasinée par le condensateur.



Une solution exercice h

1-Ces oscillations sont entretenues car l'amplitude des oscillations est constante alors que la résistance du circuit RLC n'est pas négligeable.

2-

2.1- Période propre des oscillations :

L'oscillogramme montre que 4,5T correspond à 18 divisions.

Soit $T = \frac{18.1.10^{-3}}{4,5} = 4.10^{-3}s$

2.2- Inductance de la bobine :

$T^2 = 4.\pi^2.L.C$ D'où $L = \frac{T^2}{4.\pi^2.C}$

AN :

$L = \frac{(4.10^{-3})^2}{4.\pi^2.23.10^{-6}}$ = 5,54.10^{-2} H

2.3- Tension maximale aux bornes des armatures du condensateur :

C'est la tension qui correspond à 4 divisions.

$$U_m = 4.0,5 = 2V$$

2.4- Energie maximale emmagasinée par le condensateur :

$$W_m = \frac{1}{2}.C.U_m^2 = \frac{23.10^{-6}.2^2}{2} = 46.10^{-6}J$$

Exercice i

Une habitation est alimentée en courant alternatif par une ligne de résistance totale 1Ω. Une tension alternative de valeur efficace U = 220V est maintenue entre les prises de l'habitation. L'utilisateur branche un fer à repasser de puissance 1kW.

1- Quelle est l'intensité efficace de courant traversant le fer ?

2- Quelle est la puissance électrique perdue, transformée par effet joule dans la ligne de transport ?

3- Calculer le rapport de l'énergie comptabilisée à l'énergie fournie par la société distributrice.

4- L'utilisateur branche un moteur de 1kW et de facteur de puissance cos **φ** = 0,5.

4.1- Quelle est la nouvelle valeur de la puissance électrique perdue dans les fils conducteurs ?

4.2- Comparer le résultat à la valeur trouvée à la question 2) et justifier pourquoi la norme impose aux constructeurs de ne vendre que des appareils de facteur de puissance supérieur à 0,8.

Une solution exercice i

1- Intensité efficace de courant traversant le fer :

Celui-ci fonctionnant comme un conducteur ohmique, il développe une puissance calorifique tel que $P = U.I$ $d'o$ù $I = \frac{P}{U} = \frac{1000}{220} = 4,54A$

2- Puissance électrique perdue, transformée par effet joule dans la ligne de transport :

$P_{joule} = r.I^2 = 1.(\frac{1000}{220})^2 = 20,66W$

3- Rapport de l'énergie comptabilisée à l'énergie fournie par la société distributrice.

L'énergie comptabilisée est $U.I.t$ tandis que l'énergie fournie par la société distributrice est $U.I.t + r.I^2.t$. Le rapport cherché est :

$\eta = \frac{U.I.t}{U.I.t+r.I^2.} =, \frac{U}{U+r.I} = \frac{220}{220+\frac{1000}{220}} = 0,98$

4-

4.1- Nouvelle valeur de la puissance électrique perdue dans les fils conducteurs :

L'intensité de courant traversant le moteur est $I = \frac{P\prime}{U.\cos\varphi}$ et $P'_J = r.I^2 = r.(\frac{P\prime}{U.\cos\varphi})^2$

AN : $P'_J = 1.(\frac{1000}{220.0,5})^2 = 82,64W$

4.2- Comparaison :

Cette nouvelle puissance perdue par effet joule est supérieure à la précédente.

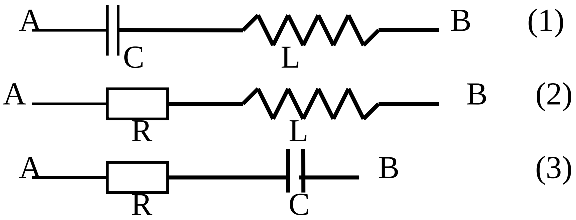
- justifions pourquoi la norme impose aux constructeurs de ne vendre que des appareils de facteur de puissance supérieur à 0,8

La puissance perdue en ligne est inversement proportionnelle au carré du facteur de puissance, il faut que celui-ci soit proche de 1 pour diminuer les pertes d'énergie dans la ligne de transport.

Exercice j

Un dispositif comporte l'un des dipôles suivants branchés entre deux bornes A et B (voir figure). Pour déterminer quel est le dipôle placé entre ces deux bornes, on les relit :

- D'abord à une source de tension continue, aucun courant permanant ne circule.
- Ensuite à une source délivrant une tension sinusoïdale $u = 15.\sqrt{2}\cos(100.\pi t)$. Un courant d'intensité efficace I = 1,5A traverse le circuit et le dipôle consomme une puissance moyenne P = 13,5W.



1- Lequel des trois dipôles est contenu dans le dispositif étudier ? Justifier la réponse.
2- Déterminer les caractéristiques des composants utilisés dans ce montage.
3- Calculer le déphasage du courant par rapport à la tension et donner l'expression instantanée du courant traversant le dipôle.
4- Les trois composants RLC sont montés en série. Soumis à la tension u, on constate que l'intensité du courant qui les traverse est en phase avec cette tension. Déterminer les caractéristiques du troisième composant.

Une solution exercice j

1- Dipôle contenu dans le dispositif étudié :

- Sous une tension continue, il y n'y a pas de courant dans le circuit lorsque le régime permanent est atteint. On conclut que que le circuit contient le condensateur. $i = C\frac{du}{dt} = 0$

Circuit (1) ou (3)

- Sous tension alternative, le dipole développe une puissance moyenne. On conclut que le circuit contient un résistor. Le circuit (3) convient. C'est un dipôle RC.

2- calculons les caractéristiques des composants du circuit :

$P = U.I.\cos\varphi \;\; d'o$ù $\cos\varphi = \frac{P}{U.I}$ (1)

De plus : $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R.I}{U}$ (2)

(1) et (2) donnent $R = \frac{P}{I^2}$

AN : $R = \frac{13,5}{1,5^2} = 6\Omega$

- Capacité du condensateur :

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\omega)^2}} = \frac{U}{I}$$

On en déduit l'expression de C :

$C = \frac{1}{\omega.\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2}}$

AN: $C = \frac{1}{100.3,14.\sqrt{\frac{15^2}{1,5^2} - -6^2}} = 3,98.10^{-4}\,F$

3- Déphasage du courant sur la tension:

$\tan\varphi = \frac{-1}{R.C.\omega} = \frac{-1}{6.3,98.100.3,14.10^{-4}} = -1,33$

$\varphi = -53,06° = -0,93\,rad$

- Expression de i(t) :

$i(t) = I\sqrt{2}\cos(100\pi t + \varphi) = 1,5\sqrt{2}\cos(100\pi t + 0,93)$

Exercice k

On établit une tension alternative $u = 30\sqrt{2}\sin(2.\pi.f.t)$ de fréquence variable entre les bornes d'une portion de circuit comprenant :

Exercice 1 d'application: /4points Extrait Bac C 2010(oscillateur électrique libre amorti).

Le graphe ci-contre est un enregistrement de l'évolution au cours du temps de la tension aux bornes d'un condensateur de capacité C=22,5µF préalablement chargé. Un oscilloscope à mémoire auquel on a connecté à la date t=0 un circuit électrique comprenant, montés en série, le condensateur précédent et une bobine d'inductance L=0,12H. Les réglages de l'oscilloscope sont :

Vitesse de balayage : 25 ms/div

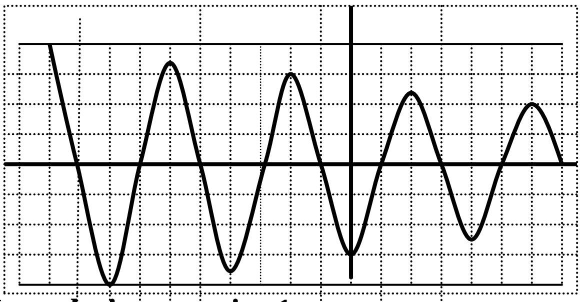
Sensibilité verticale : 3,125V/div.

1-Faire le schéma du circuit et indiquer les branchements nécessaires à l'oscilloscope pour obtenir l'enregistrement ci-dessus. 0,5pt

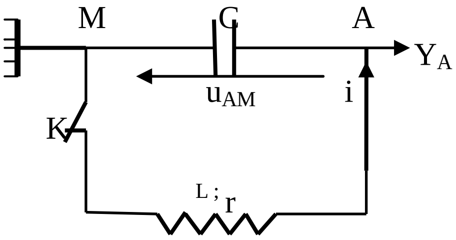
2-Montrer à l'aide de l'enregistrement que la résistance de la bobine n'est pas négligeable.

3-Déterminer à l'aide de l'enregistrement la pseudo-période T des oscillations et la comparer à la période propre T_0 des oscillations du même circuit LC si la résistance de la bobine était négligeable. 0,5pt

4-Calculer les énergies électriques E_0 et E_1 emmagasinées par le condensateur respectivement à $t_0 = 0$ et $t_1 = T$
En déduire l'énergie ΔE perdue par l'oscillateur à la date t=T. 0,5pt
5-Que vaut l'intensité du courant dans le circuit à la date t=T ? Justifier la réponse. 0,5pt



<u>Une solution exercice 1</u> :
1-Schéma du montage avec les branchements :

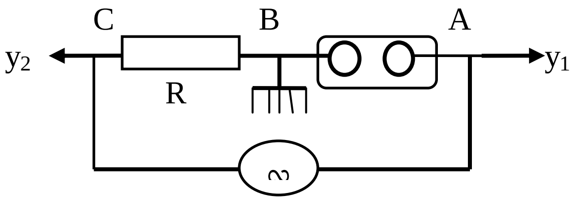


2-Montrons à l'aide de l'enregistrement que la résistance de la bobine n'est pas négligeable :

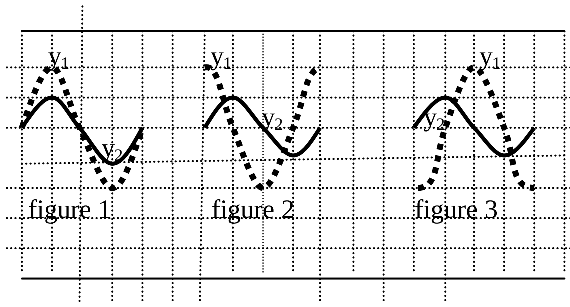
L'amplitude des oscillations diminue au cours du temps, il y a perte d'énergie par effet joule dans le circuit. On conclut que la résistance de la bobine n'est pas négligeable
3-Valeur de la pseudo période :
4.T = 16 divisions = $16.25.10^{-3}$
D'où **$T = 1{,}0.10^{-3}$s**
Période T_0 du circuit LC pour r = 0 :
$T_0 = 2.\pi.\sqrt{L.C}$
AN : $T_0 = 2.3{,}14.\sqrt{0{,}12.22{,}5.10^{-6}}$ = $1{,}03.10^{-2}$s
4-Energie électrique emmagasinée :
$E = \frac{1}{2}.C.u^2$
A t = 0 ; u = 3,125 .4 = 12,5V
A t = T ; u = 3,125. 3,5 = 10,9375V
$E_0 = \frac{1}{2}.22{,}5.10^{-6}.12{,}5^2$ = $1{,}758.10^{-3}$J
$E_1 = \frac{1}{2}.22{,}5.10^{-6}.10{,}9375^2$ = $1{,}345.10^{-3}$J
Energie ΔE perdue par l'oscillateur à la date t=T.

$\Delta E = E_0 - E_1 = 4{,}128.10^{-4}$ J
5- Valeur de i dans le circuit à t = T
i = $\frac{dq}{dt} = C.\frac{du}{dt} = 0$
Justification :
A t = T, u est constant et vaut 10,9375V.($\frac{du}{dt} = 0$)
On peut aussi justifier en disant qu'à la date t = T, toute l'énergie du système se trouve dans le condensateur. De ce fait l'énergie dans la bobine $E_{bobine} = \frac{1}{2}.Li^2 = 0$. D'où i = 0.

Exercice 2
Un circuit est constitué d'un conducteur ohmique de résistance R= 1kΩ ; d'un dipôle AB et d'un générateur établissant entre ses bornes une ddp sinusoïdale de tension efficace constante et de fréquence N. Il est relié aux bornes d'un oscilloscope comme le montre la figure ci-dessous.



Grace à un dispositif approprié, on visualise sur la voie y_1 la ddp aux bornes du dipole AB qui peut etre l'un des appareils suivants : un conducteur ohmique ; une bobine de résistance négligeable ou un condensateur.
L'aspect de l'écran est l'une des trois figures ci-dessous :



1-Donner dans les trois cas et en justifiant la réponse la nature du dipôle AB.
2-
2.1-Déterminer l'impédance de chacun de ces trois dipôles AB ainsi que l'impédance de la portion de circuit AC.
On donne : sensibilité verticale : 5V/div.
2.2-Calculer dans les trois cas la valeur de la grandeur caractéristique du dipôle AB.
2.3-Déterminer dans le cas de la figure 3, l'expression de l'intensité instantanée en fonction du temps sachant que u_{AB} passe par un maximum à l'instant t = 0. La vitesse de balayage de l'oscilloscope est 0,5ms/div.

3-Le dipôle AB est maintenant constitué des trois dipôles précédents montés en série. La fréquence reste la même. Quelle est l'impédance de AB ?
Dans quelle situation particulière se trouve le circuit ?
Retrouvera-t-on l'un des trois cas ci-dessus ? Si oui lequel ?

Une solution exercice 2

1-Nature du dipôle dans chaque cas :

Figure 1 :

La tension aux bornes du dipôle AB est en phase avec la tension aux bornes du résistor R. Donc, **AB est un conducteur ohmique.**

Figure 2 :

La tension aux bornes du résistor R est en retard de phase de $\frac{\pi}{2}\ rad$ sur la tension aux bornes du dipôle AB. On conclut que **AB est une bobine non résistive.**

Figure 3 :

La tension aux bornes du résistor R est en avance de phase de $\frac{\pi}{2}\ rad$ sur la tension aux bornes du dipôle AB. On conclut que **AB est un condensateur.**

2-

2.1-Impédance de chacun de ces trois dipôles AB:

Dans chacun des cas ; $Z = \frac{U_{1m}}{I_m} = \frac{U_{1m}.R}{U_{2m}}$

$$car\ I_m = \frac{U_{2m}}{R}$$

AN :

$$Z_{1AB} = Z_{2AB} = Z_{3AB} = \frac{1000.10}{5} = 2000\Omega$$

- Impédance de la portion de circuit AC :

Figure 1 :

$$Z_1 = R + Z_{1AB} = 3000\Omega$$

Figure 2 :

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + Z_{2AB}^2} = \sqrt{1000^2 + 2000^2} = 2238\Omega$$

Figure 3 :

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + Z_{3AB}^2} = \sqrt{1000^2 + 2000^2} = 2238\Omega$$

2.2- Valeur de la grandeur caractéristique de chacun des dipôles :

- Figure 1 : Le dipole est un conducteur ohmique : $Z_{1AB} = R_{AB} = 2000\Omega$
- Figure 2 : Le dipôle AB est une bobine. La grandeur caractéristique est l'inductance.

$Z_{2AB} = L.\omega$ où $\omega = 2.\pi.N = \frac{2.\pi}{T}\ avec\ T = 2ms$

$L = \frac{Z_{2AB}}{2.\pi.N} = \frac{Z_{AB2}.T}{2.\pi} = \frac{2000.2.10^{-3}}{2.3,14} = 0,637H$

- Figure 4 : La grandeur caractéristique du condensateur est sa capacité.

$$Z_{3AB} = \frac{1}{C.\omega}\ d'où\ C = \frac{1}{\omega.Z_{3AB}}$$

AN : $C = \frac{2.10^{-3}}{2.3,14.2000} = 1,59.10^{-7}F$

2.3- Intensité instantanée en fonction du temps dans le cas de la figure 3 :

$i(t) = I_m.\sin\left(\frac{2.\pi}{T}.t\right) = \frac{5}{1000}.\sin(\frac{2.\pi}{2.10^{-3}}.t)$

$i(t) = 5.10^{-3}.\sin(1000.\pi.t)$ lorsque

$$u_{AB} = 10.\sin\left(1000.\pi.t - \frac{\pi}{2}\right)$$

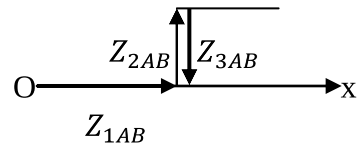
Ou alors

$i(t) = 5.10^{-3}.\cos\left(1000.\pi.t - \frac{\pi}{2}\right)$ lorsque

$$u_{AB} = 10.\cos(1000.\pi.t - \pi)$$

3- Impédance de AB dans le cas d'association en série Des trois dipôles AB précédents :

Utilisons la construction de Fresnel :



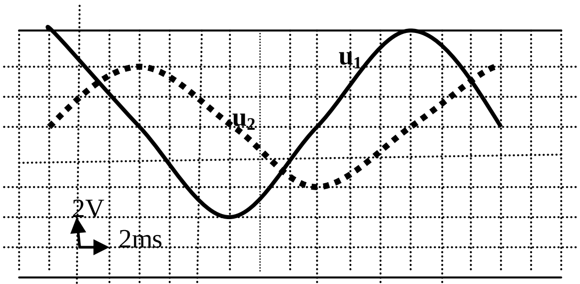
$Z_{AB} = Z_{1AB} = 1000\Omega$

Le circuit se trouve à la résonance.

On retrouve la cas de la figure 1.

Exercice 3

On se propose d'étudier les caractéristiques r et L d'une bobine. Pour cela, on réalise un circuit constitué de la bobine et d'un résistor de résistance R=10Ω. L'oscillographe ci-dessous permet de visualiser deux tensions alternatives u_1 et u_2.



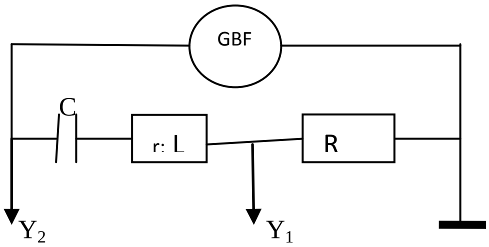
1- Quelle sont les amplitudes U_1 et U_2 des tensions u_1 et u_2 respectivement ?

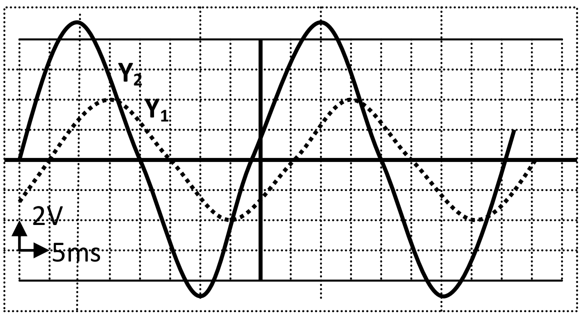
2-Quelle est la période de chacune de ces tensions ?

3-Quelle est de ces deux tensions celle qui est en retard de phase sur l'autre ? Que vaut le décalage horaire θ entre les deux tensions ?
4- Trouver le déphasage entre ces deux tensions. En déduire la phase à l'origine φ_2 de u_2 sachant que celle de u_1 est $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} rad.$
5- Donne les expressions instantanées de $u_1(t)\ et\ u_2(t)$.
6- Les deux tensions sont mesurées aux bornes de la bobine et du résistor.
6.1- Identifier $u_1(t)\ et\ u_2(t)$.
6.2- En déduire l'intensité maximale du courant dans le circuit.
6.3- Déterminer r et L.
6.4-Calculer le déphasage intensité – tension **φ** dans le circuit.

Une solution exercice 3

Exercice 5 ; Dipôle électrique.
Une installation électrique peut être modélisée par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R = 4Ω, d'un condensateur de capacité C = 400 µF et d'une bobine de résistance r = 1Ω et d »inductance L inconnue. A l'aide d'un G B F, on maintient aux bornes de ce dipôle une tension sinusoïdale de fréquence f et à l'aide d'un oscilloscope bi courbes branché comme l'indique la figure ci-dessous, on obtient les courbes suivantes avec comme caractéristiques ;
Sensibilité des voies Y_1 et Y_2 : 2V/cm
Balayage : 5ms/cm.





Q.32- La courbe obtenue sur la voie Y_1 représente :
a) La valeur instantanée de l'intensité du courant.

b) La valeur instantanée de la tension aux bornes du GBF ;c) Une tension proportionnelle à la valeur instantanée de l'intensité du courant.

Q.33- Quelle est la fréquence f délivrée par le GBF ?
a) f = 25 Hz ; b) f= 50 Hz ; c) f = 100 Hz.

Q.34- Quel est le déphasage entre les deux signaux?
a) $\frac{\pi}{4}$ rad ; b) $\frac{\pi}{2}$rad ; ; c) $\frac{\pi}{3}$ rad

Q.35- Quelle est la valeur de l'impédance du dipôle?
A= Z = 5 Ω ; b) Z = 9Ω ; c) Z = 4Ω.
Q.36- En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.
a) L = 4,1 H ; b) L = 0,123 H ; c) L – 41 mH

Q.36- Pour quelle valeur de la fréquence f les deux courbes sont-elles en phase ?
a) f = 50 Hz ; b) 22,7 Hz ; c) f= 44 Hz

Q.37- Cette installation est alimentée par un courant alternatif sinusoïdal de tension efficace U = 220 V et de fréquence 50 Hz. Le facteur de puissance est alors :
a) cos φ = 0,8 ; b) 0,8 < cos φ < 0,9; c) cos φ > 0,9

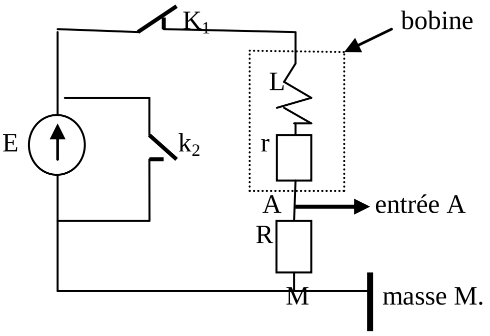
Q.38- Quelle doit etre la capacité du condensateur pour que le facteur de puissance soit égal à 0,8 ?
a) C= 345 µF ; b) C = 91,3 µF ; c) C = 690 µF

Q.39- Quelle est alors la puissance absorbée par cette installation?
a) P = 1,5kW; b) P = 3,1 kW ; c) P = 6,2 kW

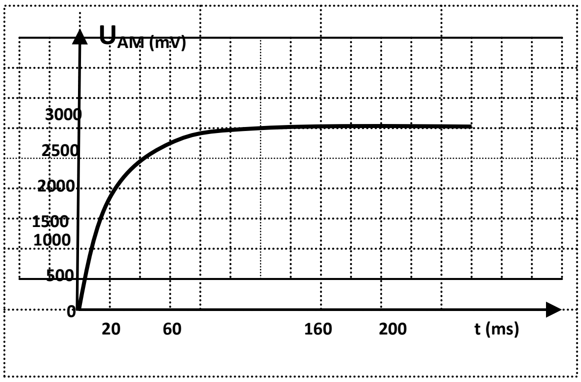
Exercice 6: Détermination de l'inductance d'une bobine

On considère une bobine de résistance r = 10 Ω et d'inductance L.
I- La bobine associée à une résistance R = 30 Ω est alimentée par in générateur délivrant une tension constante de 4 V. A t = 0, on ferme

l'interrupteur k_1. Un oscilloscope numérique permet de mémoriser la tension U_{AM} à partir de t = 0.

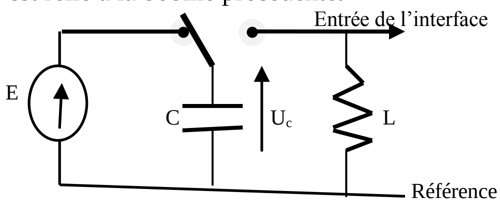


:

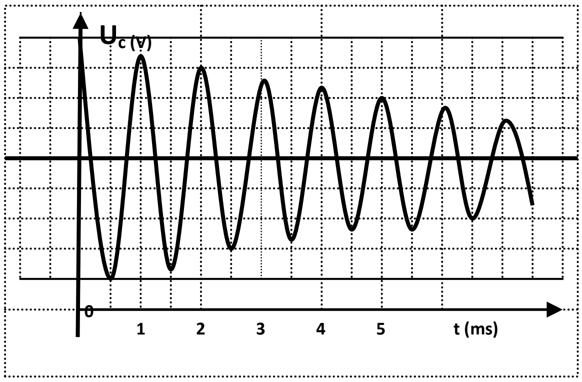


1- Justifier que la mesure de la tension U_{AM} permet d'obtenir la mesure de l'intensité circulant dans le circuit. En déduire la valeur de l'intensité à t = 200ms.
Quelle est alors la tension aux bornes de la bobine ?
2- Quel rôle joue la bobine ?
3- A partir de l'enregistrement, déterminer la constante de temps θ du circuit.
4- En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.
A t = 250 ms, on ferme l'interrupteur k_2 . Le générateur est construit pour supporter sans dommage une mise en court circuit. Compléter le plus précisément possible l'enregistrement pour 250 ms < t < 500ms. Aucune justification n'est demandée.

II- Un condensateur de capacité C = 0,025 µF est chargé à l'aide d'un générateur de tension réglée à 4 V, puis déconnecter du générateur. A la date t = 0, le condensateur chargé est relié à la bobine précédente.



L'évolution de la tension u_c au cours du temps est enregistrée à l'aide d'une interface d'acquisition reliée à un ordinateur.



:

1-Comment appelle-t-on le type d'oscillations observées ?
2-Comment expliquer la décroissance de l'amplitude des oscillations ?
3- Etablir l'équation différentielle à laquelle satisfait la tension u_c en en respectant l'orientation du circuit qui est indiquée sur la figure.
4- Mesurer la pseudo période T' des oscillations.
5- On considère que la résistance de la bobine est nulle.
a) Ecrire la nouvelle équation différentielle à laquelle satisfait u_c.
b) Vérifier que $u_c = U_c \cos \frac{2.\pi}{T}.t$ est une solution de l'équation différentielle écrite en a).
En déduire l'expression littérale de la période des oscillations qui prennent naissance dans le circuit. (Dans le cas où la résistance de la bobine est nulle).
c)En déduire l'expression de la charge du condensateur, puis de l'intensité du courant dans le circuit en fonction du temps.
d) Montrer que $\frac{C.U}{\sqrt{L.C}}$ peut s'exprimer en ampère.
6) Calculer la valeur de l'inductance de la bobine en considérant que la mesure de la pseudo période est identique à celle de la période.

Exercice 7

Entre deux points A et B, on monte en série une bobine d'inductance L_1 et de résistance $r_1 = 25\Omega$ avec une résistance pure R = 75Ω, puis on applique entre A et B une tension sinusoïdale d'expression
$u = 220\sqrt{2}.\sin(314t)$ *en volts*. Voir figure 1.

Figure 1

Figure 2

L'intensité du courant est en retard de $\frac{\pi}{3}$ rad par rapport à la tension instantanée entre A et B.

1- Déterminer la valeur de L_1 puis celle de l'impédance Z_1 de cette portion de circuit. 0,5pt x 2

2- On ajoute en série à la portion de circuit AB un autre circuit BD comprenant associés en série : une bobine d'inductance L_2 = 0,9H et de résistance r_2 = 100Ω et un condensateur de capacité C. Figure 2. On applique la tension précédente entre A et D.

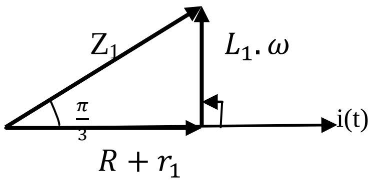
2.1- En vous servant de la construction de Fresnel, calcule la valeur de C qui vérifie $Z = Z_1 + Z_2$ où Z est l'impédance de la portion de circuit AD. O,5pt x 3

2.2- Calcule Z et donne l'expression de l'intensité instantanée. ($\sqrt{3}$ = 1,73) 0,25pt x 2

Une solution exercice 6 :

1- Valeur de L_1 :

La construction de Fresnel relative à cette situation est la suivante :



$\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{L_1.\omega}{R+r_1}$ d'où $L_1 = \frac{(R+r_1).\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\omega}$

AN : $L_1 = \frac{(75+25).\sqrt{3}}{313}$ = 0,55H

- Impédance Z_1 de cette portion de circuit **:**

$\boldsymbol{\cos}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{R+r_1}{Z_1}$ d'où $Z_1 = \frac{R+r_1}{\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)}$

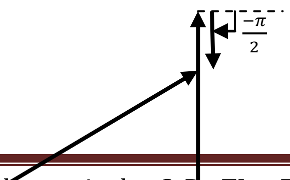
AN : $Z_1 = \frac{75+25}{\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)} = 200\ \Omega$

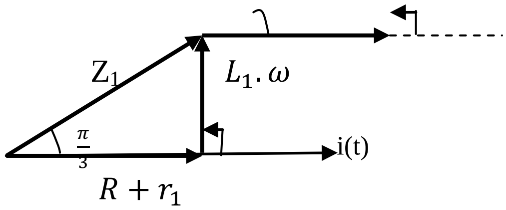
2-

2.1-Utilisons la construction de Fresnel pour calculer la valeur de C qui vérifie $Z = Z_1 + Z_2$/

Cette condition est remplie lorsque les vecteurs représentant Z_1 et Z_2 ont la même direction.

Représentation de Fresnel :





Exercice 8 :

On réalise un circuit électrique comprenant en série, un générateur basse fréquence délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U_m \sin 2\pi Nt$ de valeur maximale U_m et de fréquence N réglable. Un conducteur ohmique de résistance R, une bobine d'inductance L= 0,52H et de résistance r, un condensateur de capacité C et un ampèremètre de résistance négligeable.

Pour une valeur $N = N_1$ de la fréquence du générateur, on visualise à l'aide d'un oscilloscope bi courbe les tensions $u_c(t)$ aux bornes du condensateur et u(t) aux bornes du générateur. Les courbes u(t) et $u_c(t)$ représentées ci-dessous sont obtenues sur l'écran de l'oscilloscope :

A-

1- Proposer un schéma du montage électrique permettant de visualiser simultanément les tensions u(t) et $u_c(t)$.en précisant les connexions nécessaires.

2- Déterminer graphiquement

a- La valeur de la période T_1 et en déduire la fréquence N_1 du générateur.

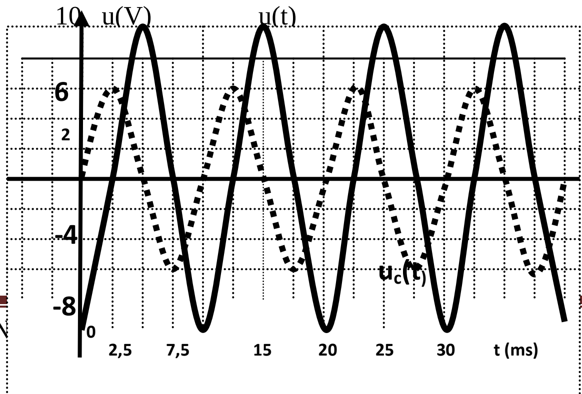
b- Le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_{uc}$ de u(t) par rapport à $u_v(t)$ et montrer que le circuit est le siège d'une résonance d'intensité.

3- Sachant que l'ampèremètre indique une intensité I = 21,2mA ; déterminer :

a- La valeur de l'impédance Z_1 du circuit. En déduire la valeur de sa résistance totale.

b- La valeur E de l'énergie totale emmagasinée dans le circuit.

un ordinateur.



:

1-Comment appelle-t-on le type d'oscillations observées ?

B-

L'équation différentielle régissant les variations de l'intensité i(t) du courant dans le circuit est :

$L\frac{di}{dt}+(R+r)i+\frac{1}{C}\int i dt = u(t)$. Elle admet une solution de la forme $i(t) = I_m \sin(2\pi Nt + \varphi)$.

Pour une valeur $N = N_2$ de la fréquence du générateur, une construction de Fresnel relative à cette équation est de la forme suivante

Les vecteurs associés à cette construction ne sont pas précisés.

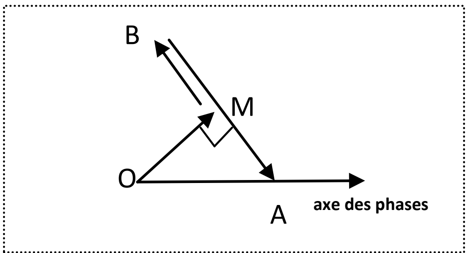
1-Reproduire la figure ci contre et la compléter avec les vecteurs tensions.

2-En exploitant la construction de Fresnel ;

a- Montrer que la valeur de l'intensité maximale du courant est pratiquement I_m= 26,0 mA. On donne la résistance totale du circuit : Rt=333,54Ω

b- Déterminer la valeur N_2 de la fréquence du générateur.

c- Déterminer la valeur C de la capacité du condensateur



Données :

Prendre la valeur des segments égale à :

OA = 10,2cm

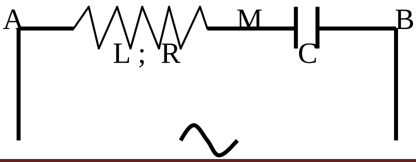
OM = 8,7 cm

BA = 16,32 cm. et BM = 11 cm

Echelle: 1 cm → 1Volt

Exercice 9: 7pt

Un, circuit comprend une bobine d'inductance L et de résistance R monté en série avec un condensateur de capacité C préalablement non chargé.



On applique entre A et B une tension sinusoïdale de pulsation ω_0 de telle sorte qu'on obtienne la condition $L.C.\omega_0^2 = 1$. A l'instant t donné, le courant i orienté de A vers B a pour expression $i = I_m.\cos \omega_0.t$.

6.1-Etablir les expressions des valeurs instantanées :

6.1.1-De la charge q du condensateur entre les bornes M et B.

6.1.2-De la tension u_{MB} aux bornes du condensateur.

6.2-Exprimer en fonction de L ; I_m ; ω_0 et t :

6.2.1-L'énergie emmagasinée dans le condensateur. On notera W_c.

6.2.2-L'énergie emmagasinée dans la bobine. On notera W_ℓ.

6.2.3-Tracer l'allure des courbes W_c et W_ℓ en fonction du temps.

Qu'observez-vous graphiquement ?

6.2.4-Donner l'expression analytique de l'énergie totale emmagasinée à un instant quelconque t.

6.3- On définit le rapport $Q = 2.\pi.\frac{W}{W'}$ où W désigne l'énergie emmagasinée à la résonance ; W' l'énergie dissipée par effet joule à la résonance au cours d'une période $T_0 = \frac{2.\pi}{\omega_0}$.

Déterminer Q en fonction de R ; L et ω_0.

Exercice Xylophone électrique

D'après Baccalauréat, Pondichéry, 1998.

Par un dispositif approprié, on charge un condensateur de capacité C=3,29 μF.

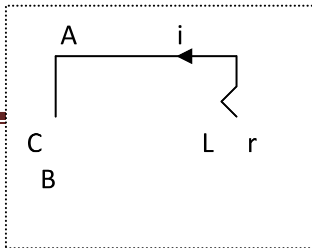
On relie ses armatures aux bornes d'une bobine d'auto-inductance L=40,0 mH et de résistance r=9Ω. Des oscillations électriques s'établissent dans le circuit ainsi formé.

A-Période d'un oscillateur (L, C)

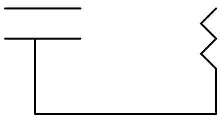
1-Choisir, parmi les expressions suivantes, celle qui convient pour exprimer la période T_0 des oscillations électriques libres non amortie :

a) $2\pi.\sqrt{L.C}$

b) $2\pi\sqrt{\frac{1}{L.C}}$



c) $2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}$



d) $2\pi\sqrt{\frac{C}{L}}$

2-a) vérifier par l'analyse dimensionnelle que l'expression choisie a pour unité de mesure la seconde.

b)Calculer la valeur de T_0 pour des valeurs de L et C égales à celles du circuit oscillant étudié.

B- Etude graphique

Un ordinateur relié au circuit électrique étudié effectue, par l'intermédiaire d'une interface de prise de données, des mesures à intervalles de temps réguliers de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur sur une durée de 14,2 ms. Une imprimante associée à l'ordinateur fournit le schéma ci-après.

On a repéré sur ce schéma trois instants notés t_1, t_2 et t_3.

1- Pourquoi dit-on que les oscillations représentées sur ce schéma sont pseudopériodiques ?

2-Mesurer la durée T de la pseudo période d'une oscillation.

3-Ces oscillations électriques sont transformées, à l'aide d'un amplificateur et d'un haut-parleur, en un son audible de même fréquence.

a)A une fréquence donnée correspond une hauteur musicale identifiée par une note :

Note	Do_3	mi_3	La_3	$ré_3$
Fréquence	262 Hz	330 Hz	440 Hz	587 Hz

Parmi les notes présentées ci-dessus, reconnaitre la hauteur musicale du son produit.

b)La mesure de T' effectuée à la question B.2) montre que l'on peut prendre comme expression approchée de la pseudo-période des oscillations celle choisie pour T_0 à la question A.1).

Par quel facteur faut-il multiplier ou diviser la capacité du condensateur pour obtenir un la_4 de fréquence 880 Hz ?

a) En admettant que le rapport entre les amplitudes de deux oscillations successives vaut constamment 0,77, calculer le rapport entre les amplitudes aux instants t_3 et t_2, puis vérifier sa valeur sur le graphique.

b)Le son entendu est très bref, rappelant la percussion d'un xylophone en bois.

Vérifier que l'amplitude des oscillations est inférieure à 1% de sa valeur initiale après 0,04 s (le niveau sonore a alors diminué de 40 décibels, ce qui rend le son inaudible).

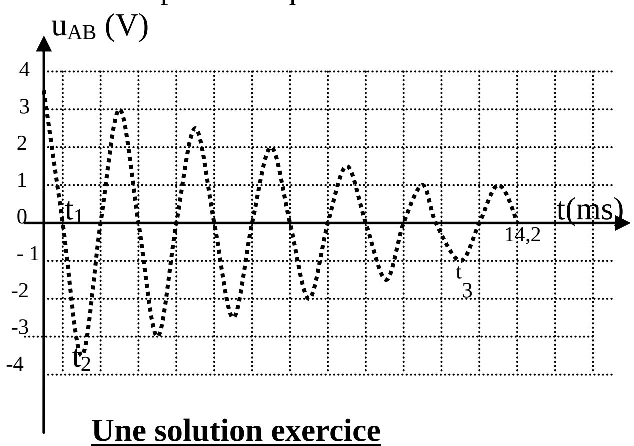
C- Etude énergétique

En tenant compte de l'orientation du circuit, l'intensité du courant a pour expression $i = C.\frac{du_{AB}}{dt}$.

1-Dans quel dipôle est stockée l'énergie ε_1 de l'oscillateur à l'instant t_1 ? Justifier la réponse.

2-Dans quel dipôle est stockée l'énergie ε_2 de l'oscillateur à l'instant t_2 ? Justifier la réponse.

3-Comment évolue l'énergie de l'oscillateur au cours du temps ? Pourquoi ?



Une solution exercice

A-Période d'un oscillateur (L, C)

1- La bonne réponse pour T_0 est :

(a) $2\pi.\sqrt{L.C}$

2-a) Vérifions par analyse dimensionnelle que T_0 s'exprime en seconde.

π s'expreime en radian (rad)

. $\sqrt{L.C}$ est l'inverse de la pulsation et s'exprime en seconde par radian (s/rad)

D'où $2\pi.\sqrt{L.C}$ S'exprime en seconde (s).

b) Valeur de T_0 pour L = 40,0mH et C = 3,29µF.

$T_0 = 2.3,14.\sqrt{40.10^{-3}.3,29.10^{-6}} = 2,278.10^{-3}$ s

B- Etude graphique

1-On dit que les oscillations du schéma sont pseudopériodiques parce que l'amplitude des oscillations diminue au cours du temps.

2-Durée T' de la pseudo période :

Nous constatons sur la courbe que :

$6.T' + 0,25T' = 14,2.10^{-3}$ s

On en déduit que $T' = \frac{14,2.10^{-3}}{6,25} = 2,272.10^{-3}$ s.

3-

a) Hauteur musicale du son

-Fréquence du son émis :

$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2{,}272.10^{-3}} = 440$ Hz

La hauteur musicale est la_3.

b) Facteur multiplicatif de la capacité pour avoir ia_4 de fréquence 880Hz :

Soit C' la capacité du condensateur pour obtenir ce son :

$N' = \frac{1}{2.\pi.\sqrt{L.C'}}$ soit $N'^2 = \frac{1}{4.\pi^2.L.C'}$

D'où $C' = \frac{1}{4.\pi^2.L.N'^2}$ avec N' = 2.N on a :

$C' = \frac{1}{4.\pi^2.L.4.N^2} = \frac{C}{4}$

On conclut qu'il faut diviser C ^par 4 pour obtenir la_4.

c) On admet que le rapport des amplitudes de deux oscillations consécutives vaut 0,77.

Calcul du rapport entre les amplitudes des instants t_3 et t_2.

Soit a_1 l'amplitude à l'instant t_2 et a_6 l'amplitude à l'instant t_3. On peut écrire :

$\frac{a_2}{a_1} = 0{,}77$;

$\frac{a_3}{a_2} = 0{,}77$ d'où $a_3 = 0{,}77.a_2 = 0{,}77^2.a_1$

$\frac{a_4}{a_3} = 0{,}77$ d'où $a_4 = 0{,}77.a_3 = 0{,}77^3.a_1$

Ce raisonement conduit à : $a_6 = 0{,}77^5.a_1$ et $\frac{a_6}{a_1} = 0{,}77^5 = 0{,}27$.

- Vérification de la valeur sur le graphe :

Sur le graphe, a_6 = 1 V et a_1 = 3,5 V

$\frac{a_6}{a_1} = \frac{1}{3{,}5} = 0{,}285$

c) Vérifions que l'amplitude des oscillations est inférieureà 1% de sa valeur initiale après une durée t = 0,04s

Soit n lenombre de période correspondant à t = 0,04s. $n = \frac{t}{T}$. D'après la question précédente, $\frac{a_t}{a_0} = 0{,}77^n = 0{,}77^{\frac{t}{T}} = 0{,}77^{\frac{0{,}04}{0{,}002272}} = 1{,}0.10^{-2}$. Ce qui vérifie l'hypothèse.

C- Etude énergétique : $i = C.\frac{du_{AB}}{dt}$

1-A l'instant t_1 ($u_{AB} = 0$) l'énergie E_1 de l'oscillateur est stockée dans la bobine.

Justification : A l'instant t_1 $u_{AB} = 0$ le condensateur est déchargé (q = 0).

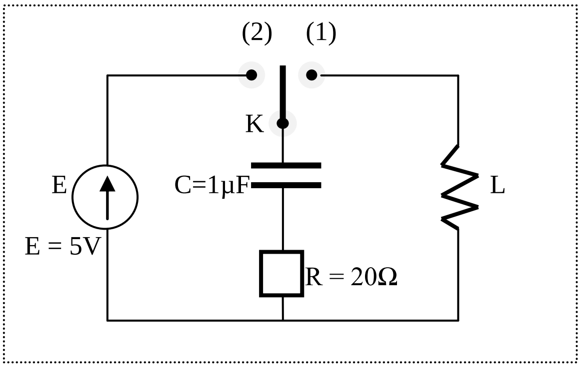
2-A l'instant t_2 ($u_{AB} = -U_m$) et la charge du condensateur est maximale. L'énergie E_2 est stockée dans le condensateur.

3-Evolution de l'énergie de l'oscillateur :

L'énergie de l'oscillateur diminue au cours du temps à cause des pertes d'énergie par effet joule dans la bobine qui est résistive.

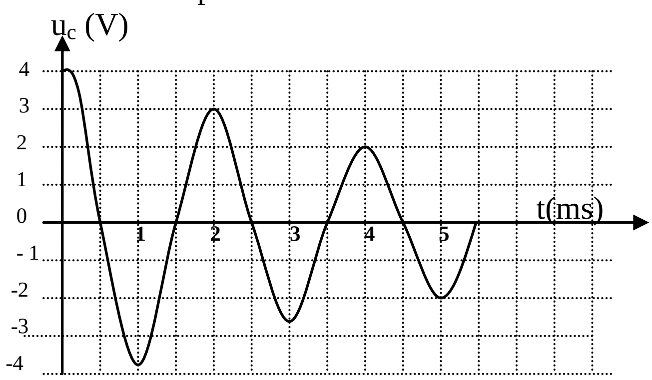
Exercice 8:

Une expérience de charge et de décharge est matérialisée par le schéma ci-dessous. Le condensateur est initialement déchargé.



1-On place l'interrupteur en position (2). 1ms plus tard, peut-on considérer que la charge est terminée ? Calculer alors l'énergie stockée par le condensateur.

2-A t=0, on bascule l'interrupteur en position (1) et on enrégistre la variation de la tension u_c en fonction du temps.



2.1-Calculer la valeur de l'inductance L.

2.2- Quelle est l'influence de R sur l'amortissement ?

2.3-On reprend une série de manipulation avec E = 10V au lieu de 5V. Quelle est l'influence du changement sur la fréquence des oscillations ?

Une solution exercice 8:

1-Etat de la charge du condensateur après 1ms :

La constante des temps du circuit RC est :

$\theta = R.C = 20.1{,}0.10^{-6} = 2.10^{-5}$s

La charge est terminée à 99% lorsque t = 5.θ

$\frac{t}{\theta} = \frac{1{,}0.10^{-3}}{2.10^{-5}} = 50$

On conclut que la charge est terminée.

- Valeur de la charge à t=1 ms

La charge est maximale et vaut :

$Q_m = C.E = 1{,}0.10^{-6}.5 = 5.10^{-6}$ F.

- Energie stockée :

$E = \frac{1}{2.C}.q^2 = \frac{1}{2.1,0.10^{-6}}.(5.10^{-6})^2 = 1,25.10^{-5} J$

2-

2.1-Valeur de l(inductance L :

La pseudo période est liée à l'inductance L par la relation : $T^2 = 4.\pi^2.L.C$. On en déduit L.

$$L = \frac{T^2}{4.\pi^{2.C}}$$

L'enregistrement montre que T = 2.10^{-3}s

AN : $L = \frac{(2.10^{-3})^2}{4.\pi^{2.10^{-6}}} = 0{,}101\ H$

2.2-Influence de R sur l'amortissement :

Plus R est grand, plus l'amortissement est rapide.

2.3- La fréquence des oscillations est indépendante de la tension appliquée.

Exercice 9 : Exploitation des documents d'une expérience / 4pt

Les bornes d'un condensateur de capacité C=3,28µF sont reliées à celle d'une bobine d'auto-inductance L= 40,0 mH et de résistance r =9Ω. Un ordinateur relié a ce circuit électrique effectue par l'intermédiaire d'une interface de prise de données, des mesures à intervalle de temps régulier de la tension u_C aux bornes du condensateur sur une durée de 10,4ms. Une imprimante associée a l'ordinateur fourni le graphe de la figure ci-dessus sur laquelle trois instants t_1 ; t_2 et t_3 ont été repérés.

1-Calculer la période T_o avec les valeurs de L et C données et la comparer à la Pseudo-période T déterminé à partir du graphe.

2-Donner avec justification, l'intensité du courant dans le circuit à l'instant t_1 et dire dans quel composant l'énergie électromagnétique est stockée à cet instant puis calculer sa valeur.

3-Déterminer l'énergie dissipée dans le circuit entre l'instant t_1 et t_3. Donnée la cause de cette dissipation d'énergie **0,75pt**

4- Calculer la puissance électrique moyenne consommée et l'intensité moyenne du courant qui traverse le circuit pendant l'intervalle de temps {t_1 ; t_3}.

5- Les oscillations électriques ci-dessus sont transformées à l'aide d'un amplificateur et d'un haut-parleur en un son audible de même fréquence. A une fréquence donnée correspond une hauteur musicale identifiée par une note telle que l'indique le tableau ci-après :

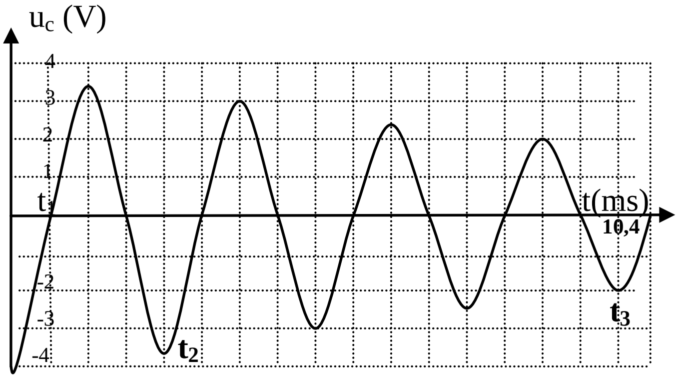
Note musicale	Do_3	Mi_3	La_3	$Ré_4$
Fréquence (Hz)	202	330	440	587

5.1- Reconnaitre parmi les notes présentées dans le tableau, la hauteur musicale du son produit.

5.2- Par un moyen approprié, on peut faire varier la capacité du condensateur du circuit en modifiant l'épaisseur de son diélectrique. Calculer le facteur dont il faut multiplier ou diviser l'épaisseur actuelle du diélectrique du condensateur pour obtenir une note La_4 de fréquence 880Hz. **0,5pt**

NB : On rappelle que la capacité d'un condensateur est donnée par la relation C = $\varepsilon.\frac{S}{e}$; où e est l'épaisseur du diélectrique ; S la surface des faces en regard et ε la permittivité du diélectrique.

Données : Charge élémentaire : e = $1{,}6.10^{-19}$C ; masse de l'électron : $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg.



Une solution exercice 9

1-Calcul de la période T_0 :

$T_0 = 2.\pi.\sqrt{L.C}$

AN : $T_0 = 2.3{,}14.\sqrt{40.10^{-3}.3{,}28.10^{-6}}$

T_0=$2{,}27.10^{-3}\ s$

Valeur de la pseudo période :

$4{,}25.T = 10{,}4.10^{-3}$

D'où $T = \frac{10{,}4.10^{-3}}{4{,}25} = 2{,}44.10^{-3}\ s$

Comparaison : T et T_0 sont presque identiques.

2-Valeur de l'intensité du courant à la date t_1 :

i $= \frac{dq}{dt} = C.\frac{du}{dt}$

La quantité $\frac{du}{dt}$ est la dérivée par rapport au temps de la tension à cette date t_1.

Sa valeur numérique est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $u_c(t)$ à cette date.

$$\frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{16}{T} = \frac{16}{2{,}44.10^{-3}} = 6{,}55.10^3\ V/s$$

La valeur de i cherchée est :

$$i = C.\frac{\Delta u}{\Delta t} = 3{,}28.10^{-6}.6{,}55.10^3 =$$

$\boldsymbol{i = 2{,}15.10^{-2}}$ A

L'énergie électromagnétique est stockée dans la bobine car la tension aux bornes du condensateur est nulle.

- Valeur de l'énergie stockée :

$E_{bobine} = \frac{1}{2}L.i^2$

AN : $E_{bobine} = \frac{1}{2}.40.10^{-3}.(\mathbf{2,15.10^{-2}})^2$

$\boldsymbol{E_{bobine} = 1,07.10^{-5}\,J}$

3-Calculons l'énergie dissipée dans le circuit entre l'instant t_1 et t_3.

A l'instant t_3, l'énergie électromagnétique est stockée dans le condensateur car l'intensité du courant dans le circuit est nul ($\frac{du}{dt} = 0$).

Cette énergie est $E_3 = \frac{1}{2}.C.U_{t3}^2$

$E_3 = \frac{1}{2}.3{,}28.10^{-6}.2^2 = 6{,}56.10^{-6}\,J$

L'énergie dissipée à la date t_3 est :

$$E_{dissipée} = E_{bobine} - E_3$$
$$= \mathbf{1,07.10^{-5}} - 6{,}56.10^{-6}$$

$\boldsymbol{E_{dissipée} = 4,14.10^{-6}\,J}$

La cause de cette perte d'énergie est le fait que la bobine a une résistance de 9Ω.

4- Calcul de la puissance électrique moyenne consommée pendant l'intervalle de temps {t_1 ; t_3}.

$$P_m = \frac{1}{t_3-t_1}\int_{t_1}^{t_3} u.i.dt = \frac{1}{t_3-t_1}\int_{t_1}^{t_3} u.C.\frac{du}{dt}.dt$$

$$= \frac{C}{t_3-t_1}\int_{u_1}^{u_3} u.du = \frac{C}{2(t_3-t_1)}.[u^2]_{U_1}^{U_3}$$

D'où $\boldsymbol{P_m = \frac{C}{2(t_3-t_1)}.(U_3^2 - U_1^2)}$

AN :

$\boldsymbol{P_m = \frac{3{,}28.10^{-6}}{2.3{,}75.2{,}44.10^{-3}}.(2^2 - 0) = 7,16.10^{-4}W}$

- Intensité moyenne du courant qui traverse le circuit pendant l'intervalle de temps {t_1 ; t_3}.

$i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du}{dt}$ et $i_m = C.\frac{\Delta u}{\Delta t}$

AN :

$\mathbf{i_m = 3,28.10^{-6}.\frac{(2-0)}{3{,}75.T} = 7{,}16.10^{-4}\;A}$

5-

5.1-Hauteur musicale du son produit:

$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2{,}44.10^{-3}} = 410\,Hz$

Cette fréquence correspond à La_3.

5.2- Calculer le facteur dont il faut multiplier ou diviser l'épaisseur actuelle du diélectrique du condensateur pour obtenir une note La_4 de fréquence 880Hz = N'.

$\frac{N'}{N} = 2 = \frac{1}{2.\pi.\sqrt{L.C'}}.\frac{2.\pi.\sqrt{L.C}}{1} = \sqrt{\frac{C}{C'}} = \sqrt{\frac{e'}{e}}$

D'où

$\boldsymbol{e' = 4.e}$

Il faut multiplier l'épaisseur par 4.

Exercice :

Le schéma de la figure ci-dessous est celui d'un circuit électrique alimenté par un générateur de basse fréquence qui délivre une tension alternative sinusoïdale de fréquence 50Hz et de tension efficace U = 96V. Lorsque le circuit est fermé, l'ampèremètre de résistance négligeable indique 0,7A

1- Rappeler l'expression générale de l'impédance d'un dipôle AB comprenant un résistor, une bobine et un condensateur montés en série. **0,25pt**

2- Calculer l'impédance du dipôle AB du circuit ci-dessus. **0,5pt**

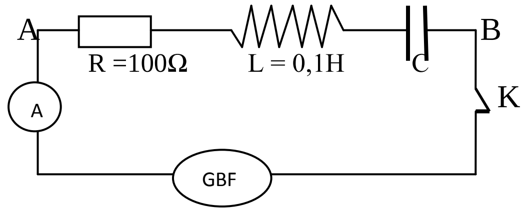
3- On branche entre les bornes du condensateur un voltmètre de grande résistance. Celui-ci indique une tension U_c=70V. Calculer la capacité de ce condensateur. **0,5pt**

4- On considère que le condensateur du circuit a une capacité C = $3{,}20.10^{-5}$F.

a) Calculer la résistance totale R_T du dipôle AB.

b) En déduire la résistance R_B de la bobine.

5-Déterminer le déphasage φ entre la tension et l'intensité su courant à l'aide de la construction de Fresnel et déterminer les expressions instantanées des valeurs numériques de la tension et de l'intensité du courant. **0,25pt x 4**



Une solution exercice :

1- Impédance d'un dipôle AB :

$Z = \sqrt{(R_T)^2 + (L.\omega - \frac{1}{C.\omega})^2}$

2- impédance du dipôle AB du circuit :

$$U = Z.I \text{ d'où } Z = \frac{U}{I}$$

AN : $Z = \frac{96}{0{,}7} = 137{,}14\Omega$

3- Capacité du condensateur :

$U_c = \frac{I}{C.2.\pi.N}$ d'où $C = \frac{I}{2.\pi.N.U_c}$

AN : $C = \frac{0{,}7}{2.50.3{,}14.70} = 3{,}18.10^{-5}$F

4-
a) Résistance totale R_T du dipôle AB :

$(R_T)^2 + (L.\omega - \frac{1}{C.\omega})^2 = Z^2$

On en déduit que $R_T = \sqrt{Z^2 - (L.\omega - \frac{1}{C.\omega})^2}$

AN :

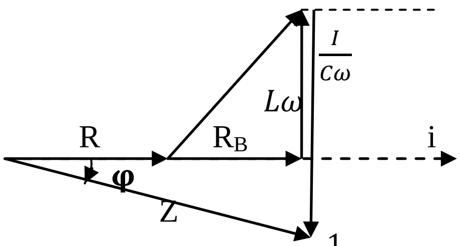
$R_T = \sqrt{137{,}14^2 - (0{,}1.100.\pi - \frac{1}{100.3{,}14.3{,}2.10^{-5}})^2}$ $=119{,}02\Omega$

b) Résistance R_B de la bobine :

$R_T = R + R_B$ d'où $R_B = R_T - R$

AN : $R_B = 137{,}14 - 100 = 37{,}14\ \Omega$

5- Déphasage **φ** entre le courant et la tension :
Construction de Fresnel :



$$\tan\varphi = \frac{L.\omega - \frac{1}{C.\omega}}{R_T}$$

AN : $\tan\varphi = \frac{0{,}1.100.\pi - \frac{1}{100.3{,}14.3{,}2.10^{-5}}}{137{,}14} = -0{,}496$

$$\varphi = -26{,}4° = -0{,}46 rad$$

Expression de $i(t) et\ u(t)$:

$i(t) = 0{,}7\sqrt{2}.\ \cos(100\pi t)$

Et $u(t) = 96\sqrt{2}.\ \cos(100\pi t - 0{,}46)$

Ou alors

$i(t) = 0{,}7\sqrt{2}.\ \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$ et

$u(t) = 96\sqrt{2}.\ s\,in(100\pi t - 0{,}46 + \frac{\pi}{2})$

Exercice: / 3pt

Une portion AB d'un circuit électrique comprend une self d'inductance L = 0,2H et de résistance r = 0,27Ω montée en série avec un condensateur de capacité C = 0,2F. On applique entre A et B une tension alternative sinusoïdale u = U_0 cos ωt.

1- Donner l'expression de l'intensité efficace du courant alternatif qui circule en fonction de la pulsation ω ; de r ; C et L. 0,5pt

2- Montrer l'existence d'un maximum I_m du courant que l'on exprimera en fonction de U_0 et de r.

3- Calculer la valeur de la résistance R qu'il faut mettre en série avec les appareils ci-dessus pour que cette intensité maximale soit réduite du quart de sa valeur initiale. 1pt

4- En appelant U_C la tension aux bornes du condensateur dans le cas de la question B.3) exprimer et calculer le facteur de qualité Q = U_C / U_0

Exercice 2 : système oscillant / 6pt

On alimente par une tension électrique alternative sinusoïdale u(t) = U_m cos $\omega.t$ un dipôle électrique comprenant en série deux conducteurs ohmiques de résistance r_1 = 10Ω et r_2 = 3Ω et un moteur constitué d'une bobine de résistance r et d'inductance L. On suit sur un oscilloscope bi courbe les variations des tensions u_{AD} (voie y_1) et u_{BD} (voie y_2) en fonction du temps. On obtient les oscillogrammes ci-contre :

-La vitesse de balayage est réglée à 2,5ms/div

-La sensibilité verticale pour la voie y_1 est de 5V/div et celle de la voie y_2 est de 0,5V/div.

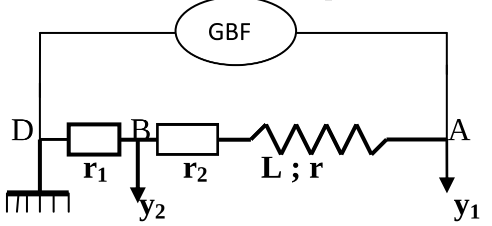
1.1-Ecrire l'expression de la tension u(t) = U_m.cos ω.t en précisant les valeurs de U_m et ω**.**

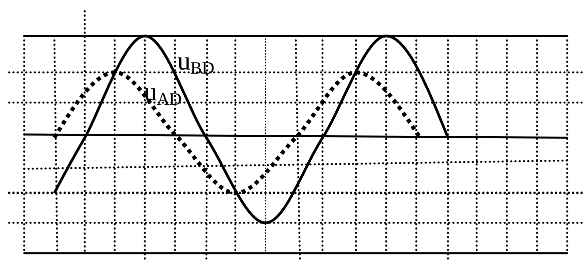
1.2- Déterminer à partir des oscillogrammes, le déphasage φ entre le courant i et la tension u**.**

- Ecrire l'expression de l'intensité instantanée i(t) à travers le dipôle. **0,25pt**

1.3- En déduire la résistance r et l'inductance L de la bobine. **0,5pt x 2**

1.4- Calculer la puissance apparente du moteur et en déduire son facteur de puissance. **0,5pt x 2**





Une solution exercice :

Exercice : Oscillateur électrique / 3,5pt

Pour déterminer la capacité C d'un condensateur, on dispose du matériel suivant : un oscilloscope bi courbe ; un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace constante U = 5V et de fréquence variable ; deux voltmètres ; un conducteur ohmique de résistance R = 250 Ω ; une bobine d'inductance L = 0,20H et de résistance négligeable devant R.

Premier montage : On branche en série le générateur, le conducteur ohmique, la bobine et le condensateur.

.1-Faire un schéma du montage et indiquer comment relier l'oscilloscope pour visualiser :

- La tension u(t) aux bornes du générateur et l'intensité i(t) du courant dans le circuit. **0,25pt x 2**
- Faire figurer sur le schéma u(t) et i(t). **0,25pt x 2**

2-On fait varier la fréquence de la tension délivrée par le générateur pour atteindre la résonance d'intensité.

2.1- Donner un moyen permettant de vérifier par simple observation de l'oscillogramme que la résonance est atteinte. 0,25pt

2.2- Comment faut-il procéder pour mesurer la fréquence de résonance N_0 à l'oscillographe?

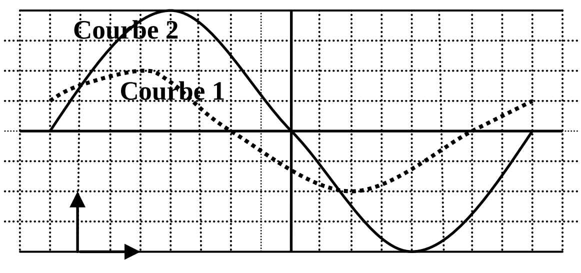
- La mesure donne N_0 = 200Hz. En déduire une valeur de la capacité C du condensateur. **0,5pt**

Deuxième montage : On branche en série le conducteur ohmique, le condensateur et le générateur dont la fréquence est fixée à 200Hz. L'oscillographe permet de visualiser la courbe u(t) aux bornes du générateur et la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique. (Voir figure ci-dessous)

3- Quelle courbe (1 ou 2) correspond à la tension u(t) ? **0,25pt**

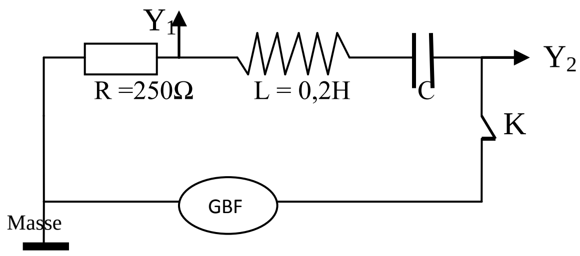
- Justifier la méthode utilisée par une construction de Fresnel.**0,25pt**
- Déterminer le déphase φ de u(t) par rapport à $u_R(t)$ et en déduire une valeur de la capacité du condensateur. **0,5pt**

4-La fréquence étant toujours de 200Hz, on branche un voltmètre aux bornes du conducteur ohmique et un autre voltmètre aux bornes du condensateur. Ils indiquent alors une même tension. Retrouver C à partir de l'égalité de ces deux tensions.



__**Une solution exercice**__:

2- Schéma du montage :



La voie Y_1 de l'oscilloscope permet de mesurer la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique et d'en déduire i(t) car $u_R(t) = R.\,i(t)$;
La voie Y_2 de l'oscilloscope permet de mesurer la tension u(t) aux bornes du générateur.

2-

2.1- Observation sur l'oscillogramme qui permet de dire que la résonance est atteinte : les courbes $u_R(t)$ et u(t) doivent atteindre leur minimum ou leur maximum au même instant, s'annuler aux mêmes instants. Càd que les tensions $u_R(t)$ et u(t) sont en phase.

2.2-

Méthode pour mesurer la fréquence de résonance N_0 à l'oscilloscope :

La vitesse de balayage V étant donnée en ms par division, on détermine la période T_0 de résonance et on déduit la fréquence de résonance $N_0 = \frac{1}{T_0}$.

- Valeur de la capacité du condensateur :

$L.C.\omega^2 = 1$. D'où $C = \frac{1}{L.4.\pi^2.N_0^2}$

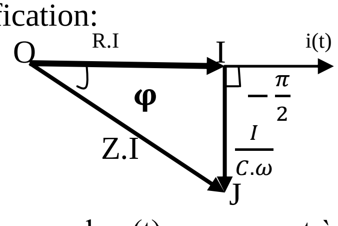
AN: $C = \frac{1}{0{,}2.4.\pi^2.200^2} = 3{,}17.10^{-6}\ F$

3- Courbe correspondant à u(t) :

Le circuit étant constitué des trois dipoles cités, la tension u(t) doit etre en retard de phase sur la tension $u_R(t)$.

D'où la courbe (2) est celle de u(t).

Justification:



Déphase φ de u(t) par rapport à $u_R(t)$:

$$\varphi = \omega.\theta = \frac{2.\pi}{T}.\frac{T}{8} = \frac{\pi}{4}\ rad.$$

Déduisons une valeur de la capacité du condensateur.

$\tan\varphi = \frac{\frac{1}{C.\omega}}{R} = \frac{1}{R.C.\omega}$ d'où $C = \frac{1}{R.2.\pi.N.\tan\varphi}$

$$AN:\ C = \frac{1}{250.2.\pi.200.\tan\frac{\pi}{4}} = 3{,}18.10^{-6}\ F$$

4- Retrouvons C à partir de l'égalité des tensions efficaces aux bornes du conducteur ohmique et du condensateur :

$U_{Rm} = U_{Cm}$ équivaut à $R.I = \frac{I}{C.\omega}$

Soit

$$R = \frac{1}{C.\omega} \text{ et } C = \frac{1}{R.2.\pi.N.\tan\varphi} = 3{,}18.10^{-6}\ F$$

Partie 2 : Oscillateur électrique / 3pt

Une portion de circuit PQ alimentée par un générateur basse fréquence (GBF), comporte un conducteur ohmique de résistance R, montée en série avec un condensateur de capacité C et un ampèremètre de résistance négligeable (figure 1).

Un oscillographe bi courbe visualise les tensions U_{PM} (sur la voie Y_1) et U_{QM} (sur la voie Y_2).

L'aspect de l'écran est donné ci-dessous (figure 2).

1-Déterminer la fréquence f des deux tensions visualisées. 0,5pt

2- L'ampèremètre indique une intensité efficace I = 200 mA. En déduire les valeurs de R et de C.

3- Mesurer sur l'oscillogramme l'écart temporel Δt entre $u_{PM}(t)$ et $u_{QM}(t)$ puis en déduire le déphasage $\Delta\varphi$ entre les deux tensions.

4- On admet que $u_{PM}(t) = 6.\cos(100.\pi.t$. Ecrire l'expression de $u_{QM}(t)$. 0,5pt

5- En prenant $u_{MQ}(t) = 9.\cos(100.\pi.t + \frac{\pi}{2})$, déterminer par la construction de Fresnel l'expression de $u_{PQ}(t)$. 0,75pt

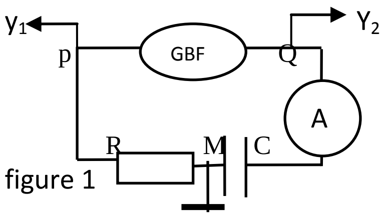
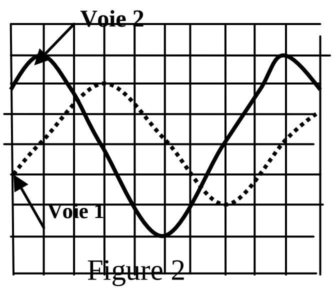


figure 1



Réglage de l'oscilloscope :
Sensibilité verticale sur les deux voies :
1 div pour 3V
Balayage :
1 div pour 2,5ms.

Figure 2

Une solution Exercice

Chap 7 : Les ondes mécaniques

Objectifs :

- Savoir :

- Définir : signal ; signal transversal ; signal longitudinal
- Citer quelques exemples de signaux ;
- Définir la célérité d'un signal et donner les facteurs dont elle dépend ;
- Définir une onde mécanique ;
-Définir la longueur d'onde d'une onde progressive ;
-Donner l'unité de λ et écrire la relation λ= C.T ;
-Dire que la propagation d'une onde mécanique se fait sans transport de matière mais avec transfert d'énergie ;
- Donner les conditions à remplir par deux ondes pour obtenir le phénomène d'interférence mécanique ;
- Enoncer la loi de composition des petits mouvements ;
- Donner la condition à remplir par un point du milieu pour appartenir à:
- Une frange de repos ;
- une frange d'amplitude maximale.

- Savoir faire théorique

-Distinguer un signal transversal d'un signal longitudinal ;
-Etablir l'équation du mouvement d'un point du milieu ;
- comparer l'état vibratoire de deux points du milieu
- Exploiter la relation λ = C.T ;
- Décrire l'expérience d'interférence mécanique à la surface de l'eau ;
- Schématiser le champ d'interférence vu en éclairage stroboscopique pour $N = N_e$ et en éclairage normal ;
- Caractériser les points particuliers (points de repos et points de vibration maximale).

- Savoir faire expérimental :

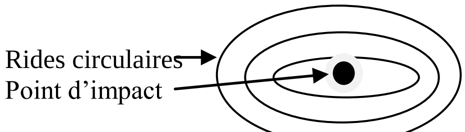
-Mettre en évidence un signal longitudinal et un signal transversal :
-Mettre en évidence la propagation d'un signal et montrer qu'elle se fait sans transport de matière ;
- Mettre en évidence le phénomène de propagation d'une onde mécanique ;
- Mettre en évidence le phénomène d'interférences mécaniques à la surface de l'eau. Observer le phénomène en éclairage normal et en éclairage stroboscopique.

1- Les signaux mécaniques

1.1- Mise en évidence d'un signal mécanique

Comprimons quelques spires d'un long ressort à spires non jointives faiblement tendu horizontalement.
Nous observons que la zone de compression se propage le long du ressort.

Laissons tomber verticalement un petit aillou à la surface libre de l'eau contenue dans une cuve à onde.
Nous observons que des rides circulaires concentriques centrées au point d'impact et qui se propage vers la périphérie de la vuve.



Aspect de la surface de l'eau

Déplaçons brusquement vers le haut l'extrémité libre d'une longue corde horizontale faiblement tendue et rabatons vers le bas.
Nous constatons que la déformation se propage progressivement le long de la corde.

1.2- Définitions et exemples

Un signal ou ébranlement est une perturbation locale brusque et de courte durée.
Exemples :
Les perturbations citées plus haut.

En fonction des coordonnées spaciales indépendantes, un signal peut etre :

Unidimentionnel avec une seule coordonnée spaciale.
Exemple : signal qui se propage le long d'une corde.

Bidimentionnel avec deux coordonnées spaciales.
Exemple : signal qui se propage à la surface de l'eau.

Tridimentionnel avec trois coordonnées spaciales.
Exemple : signal sonore.

1.3- Les différents types de signaux mécaniques

On distingue :

- Les signaux transversaux ;
- Les signaux longitudinaux.

1.2.1- Les signaux transversaux

Un signal est transversal lorsque la direction de perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation.

Exemple :

- Formation des rides circulaires à la surface de l'eau au repos ;
- Déformation se propageant le long d'une longue corde élastique tendue.

1.2.2- Les signaux longitudinaux

Un signal est longitudinal lorsque la direction de perturbation est parallèle à la direction de propagation.

Exemple :

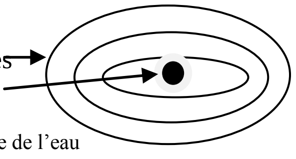
- Propagation d'un signal le long d'un ressort tendu et faiblement comprimé.
- Le son dans l'air.

1.1- Propagation d'un signal

1.3.1- Mise en évidence de la propagation d'un signal

a) Cas d'un signal transversal

Laissons tomber un petit caillou à la surface libre de l'eau contenue dans uns cuve. Nous voyons apparaitre des rides circulaires et équidistantes centrées au point d'impact qui se propagent uniformément à la surface de l'eau.
Un petit objet en liège disposé au voisinage oscille verticalement dès qu'il est atteint par le signal mais n'est pas entrainer par ce dernier
L perturbation qui est perpendiculaire à la direction de propagation se fait sans transport de matière.
L'amplitude des rides diminue car l'énergie céder par la source se répartit dans une surface de plus en plus grande.



Aspect de la surface de l'eau

b) Cas d'un signal longitudinal.

Comprimons quelques spires de l'une des extrémités d'un ressort à spires non jointives faiblement tendu. Dès qu'on relâche brusquement les spires, la zone de compression parcourt le ressort d'une extrémité à l'autre. Le déplacement des spires est parallèle à la direction de déformation de celles-ci. Le signal est longitudinal.
On peut citer le signal sonore comme un exemple de signal longitudinal.

La caractéristique commune à la propagation de tous les signaux est qu'elle se fait sans transport de matière mais avec transfert d'énergie.

1.3.2- Notion d'onde mécanique

Une onde mécanique est le phénomène résultant de la propagation dans un milieu matériel d'une succession de signaux émis par un système vibratoire appelé source.

Les ondes sont dites progressives si dans un milieu illimité, elles s'éloignent indéfiniment de la source.

a) Propriété d'une onde

→ Une onde se propage à partir de sa source dans toutes les directions qui lui sont offertes.
→ Deux ondes peuvent se croiser sans se perturber.
→ Une onde qui se propage dans une seule direction est qualifiée d'onde progressive à une dimension.

Exemple : propagation d'une onde le long d'une corde tendue
→ Une onde qui se propage dans 2 directions est une onde progressive à 2 dimensions
Exemple : ride circulaire à la surface de l'eau
→ Une onde qui se propage dans 3 directions est une onde à 3 dimensions
Exemple : le son dans l'air.
→ la caractéristique commune à la propagation des ondes est qu'elle s'effectue sans transport de matière.

b) Caractéristiques d'une onde :

b.1-La célérité

C'est la vitesse de propagation de l'onde. Elle est égale au quotient du rapport de la distance parcourue par l'onde à la durée du parcourt.

$$V = \frac{d}{t}$$

$$\begin{cases} d: distance\ parcourue\ en\ mètre \\ t: durée\ de\ parcourt\ en\ seconde\ (s) \\ V: célérité\ en\ mètre\ par\ seconde\ (\frac{m}{s}) \end{cases}$$

La célérité dépend de l'inertie et de l'état du milieu.

La célérité d'une onde se propageant le long d'une longue corde tendue est donnée par la relation :

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$\begin{cases} F: intensité\ de\ la\ tension\ de\ la\ corde\ en\ newton\ (N) \\ \mu = \frac{m}{\ell}\ masse\ linéaire\ de\ la\ corde\ kg/m \\ V: célérité\ en\ m/s \end{cases}$$

Les dispositifs permettant de produire des ondes mécaniques au laboratoire sont :
La cuve à onde ;
La corde élastique ;
Le ressort.
La source utilisée pour produire une onde est appelée vibreur.

Exemple d'application :
On jette un caillou à la surface de l'eau calme d'un lac. Celui-ci entre dans l'eau en un point O situé à quelques mètres de la rive.

a) Comment appelle-ton le phénomène engendré par la chute du caillou dans l'eau ?
b) Préciser en le justifiant si le phénomène de propagation est transversal ou longitudinal ?
c) Dans cette expérience, quel est le rôle joué par l'eau ?
d) Supposons maintenant qu'on laisse tomber en O une succession de cailloux à intervalle de temps régulier. Comment peut-on alors nommer le phénomène de propagation engendré ?

Une solution :

a) Le phénomène engendré par la chute du caillou dans l'eau est appelé signal.
b) Le phénomène de propagation engendré (signal) est transversal.

Justification : La direction de propagation est perpendiculaire à la direction de perturbation.

c) L'eau joue le rôle de milieu matériel élastique.

d)Le phénomène de propagation engendré est une onde mécanique transversale.

b.2-La longueur d(onde
C'est la distance parcourue par l'onde en une période.

$\lambda = V.T = \frac{V}{N}$

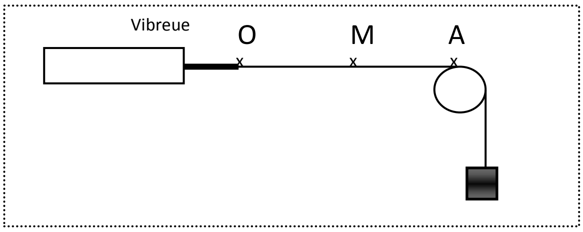
$$\begin{cases} V\ en\ mètre\ par\ seconde\ (\frac{m}{s}) \\ N: fréquence\ en\ hertz\ (Hz) \\ \lambda: longueur\ d'ondeen\ mètre\ (m) \end{cases}$$

2-Propagation des ondes mécaniques

2.1- Cas d'une corde vibrante

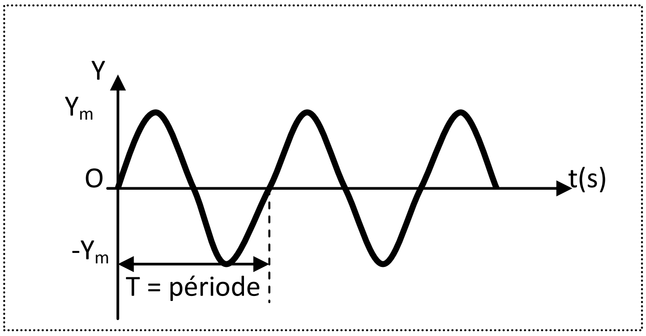
2.1.1- Expérience

Fixons l'extrémité O d'une longue corde tendue horizontalement à un vibreur. Pour éviter le retour des ondes réfléchies, on adapte à l'autre extrémité passant par la gorge d'une poulie un dispositif d'amortissement (tampon d'ouate ou de coton).



Faisons subir à l'extrémité O de la corde un déplacement vertical. Chaque point M de la corde subit au passage de l'ébranlement le même déplacement que O mais avec un retard $\theta = \frac{OM}{V}$ correspondant à la durée de propagation de la perturbation de O à M.

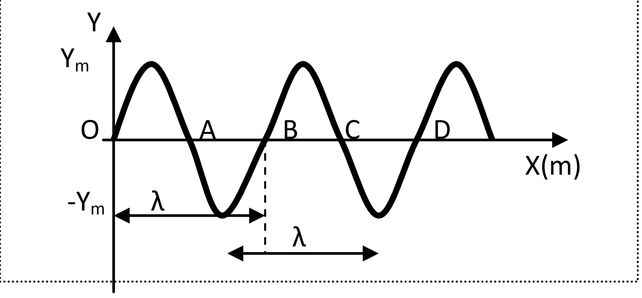
L'élongation d'un point M au cours du temps est représentée par la courbe suivante : c'est la sinusoïde des temps.



La période T est le plus petit intervalle de temps au bout duquel la perturbation affecte deux points du milieu de propagation ayant le même état vibratoire.

2.1.2- Observation stroboscopique de la corde

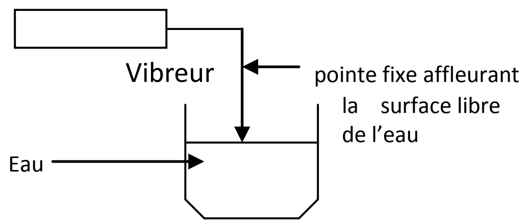
Eclairons la corde à l'aide d'un stroboscope dont la fréquence des éclairs est égale à la fréquence du vibreur, on voit une corde immobile ayant l'aspect de sinusoïde : C'est la sinusoïde des espaces



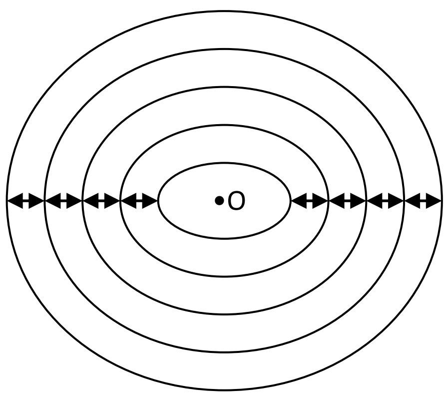
Les points O, B et D d'une part ; A et C d'autres parts ont le même état vibratoire (effectuent le même mouvement).

λ est appelé longueur d'onde (période spatiale) : C'est la distance qui sépare deux points consécutif du milieu de propagation ayant le même état vibratoire.

2.2- Cas des ondes à la surface de l'eau

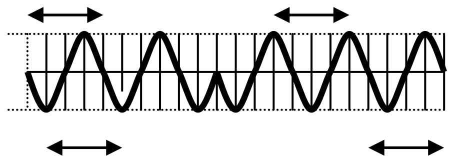


(1) Cuve à onde.



(2)

Aspect de la surface de l'eau vue de dessus par éclairage stroboscopique lorsque la fréquence des



2.3-Equation du mouvement d'un point du milieu de propagation

Avec un choix convenable des conditions initiales, l'équation du mouvement de la source vibrante est : $y_o(t) = Y_m \cos \frac{2\pi}{T} t$.

Considérons un point M d'abscisse $x=\overline{OM}$. Le point M à l'instant t effectue le même mouvement qu'avait la source à l'instant

$(t - \theta)$.

$\theta = \frac{\overline{OM}}{V} = \frac{x}{V}$ est le retard. L'élongation de M à l'instant t est :

$$y_M(t) = Y_o(t - \theta) = Y_m \cos[\frac{2\pi}{T} (t- \theta)]$$

$$= Y_m \cos(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{VT})$$

$$Y_M(t) = Y_m \cos(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

→ vibration en phase

Deux points M_1 d'abscisse x_1 et M_2 d'abscisse x_2 vibrent en phase lorsque la différence de phase $\varphi_2 - \varphi_1 = 2.k.\pi$.

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}x_1 - \frac{2\pi}{\lambda}x_2 = 2.k.\pi$$

d'où $\quad x_1 - x_2 = k.\lambda \ (k \in Z)$

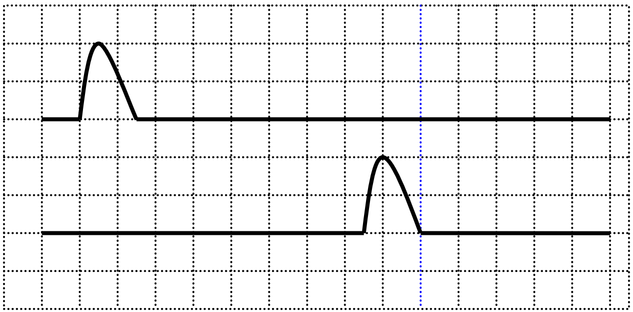
$\Delta = x_2 - x_1 = M_1M_2$ (différence de marche) est égale à un multiple entier de longueur d'onde.

→ vibration en opposition de phase

Deux points M_1 et M_2 vibrent en opposition de phase lorsque la différence de phase est égale à ($\pi + 2.k.\pi$) et correspond à une différence de marche $x_2 - x_1 = M_1M_2$ est égale à un multiple impair de demi longueur d'onde.

$\Delta = \mathbf{x_2 - x_1} = (2k+1)\frac{\lambda}{.2}$ ($k \in Z$)

Exemple : Exercice 14. P 233



On réalise deux prises de vue de la propagation d'une onde le long d'une corde comportant des nœuds toutes les 10 cm (Les divisions verticales du tableau représentent les nœuds). La durée entre les deux images est $\Delta t = 45$ms.

14.1- Une telle perturbation est-elle longitudinale ou transversale ?
14.2- Quelle est la célérité de cette onde ?
Une solution :
14.1- La perturbation est transversale car la direction de propagation est perpendiculaire à la direction perturbation.
14.2- Célérité de l'onde.
$V = \frac{d}{\Delta t}$.
Pendant la durée $\Delta t = 45$ ms ; l'onde a parcourue une distance d= 7,5. 10 cm = 75 cm
AN : $V = \frac{0,75}{0,045} = 16,67$ m / s
Exercice 18. P. 233 (classique camerounais)
Une longue corde de masse linéaire
M = 0,01kg /m est tendue horizontalement par une force d'intensité 4N. Une source transmet à l'une de ses extrémités une perturbation d'équation $Y = 0,01 \cos(6t + \frac{\pi}{2})$ où y s'exprime en mètres et t en secondes.

18.1- De quelle nature sont les ondes transmises à la corde ?
18.2- Calculer :
18.2.1-La célérité de cette onde.
18.2.2- La fréquence puis la longueur d'onde.
18.3- Déterminer la vitesse transversale de l'extrémité de la corde à l'instant initial.

Une solution :
18.1- Les ondes transmissent à la corde sont périodiques et sinusoïdales.
18.2.1 Célérité de cette onde :
$V = \sqrt{\frac{F}{U}}$ AN : $V = \sqrt{\frac{4}{0,01}} = 20$ m/s
18.2.2
→ Longueur d'onde et fréquence.
$W = 2\pi f \rightarrow \frac{w}{2\pi} = \frac{6}{2.3,14} = \underline{0,96 \text{ Hz}}$
Longueur d'onde : $\lambda = {}^{V}/_{f} = \frac{20}{0,96} = \underline{20,83 \text{ m}}$
18.3 Vitesse transversale de l'onde à t=o
$V = Y'(t) = -0,01.6 \sin(6t + \frac{\pi}{2})$.
D'où $\underline{Y'(t=0) = -0,06 \text{ m/s}}$

Exercice 20. P. 235 (classique camerounais)
Unz corde longue horizontale est mise en mouvement à l'aide d'une lame vibrante entretenue par un électro aimant. L'amplitude du mouvement sinusoidal est a = 5.10^{-3}m. A l'autre extrémité de la corde, un dispositif empèche le retour de l'onde réfléchie.
20.1- l'immobilité de la corde dans une position extrème est obtenue pour les fréquences suivantes des éclairs : 100Hz ; 50Hz ; 33,3Hz et 25Hz. Quelle est la fréquence du mouvement vibratoire de la corde ?
20.2-La célérité de l'onde est égale à 20m/s. Déterminer la longueur d'onde.
20.3-En prenant comme origine destemps l'instant où la lame du vibreur passe par sa position d'équilibre dans la sens des élongations positives,
20.3.1- Ecrire l'équation du mouvement de la source.
20.3.2-Ecrire l'équation du mouvement d'un point M de la corde situé à 30 cm de la source.
20.4- On régle la fréquence des éclairs à 200Hz.
20.4.1-On observe deuxcordes immobiles. Expliquer le phénomène.
20.4.2-Dans quel cas particulier ne voit-on qu'une seule corde ?

Une solution :

20.1 Fréquence du mouvement vibratoire de la corde.

La fréquence du mouvement vibratoire de la corde est celle correspondant à la plus petite période soit N_1= 100Hz.

20.2 - V= 20 m/s Valeur de λ

λ= V/N AN : λ= $\frac{20}{100}$ = 0,2 m

20.3- A t=o, la lame passe par sa position d'équilibre dans le sens positif :

Y= 0 et Y' (t= 0) > 0.

2.3.1- Equation du mot de la source.

Y_o= a cos (2π N_1t + φ) , Y'(t=o) = -a. 2π N_1 Sinφ

A t= 0, Y_o= 0 → φ = ∓ -$\frac{\pi}{2}$rad

De plus, y'(t = 0) > 0. On conclu que φ = - $\frac{\pi}{2}$ rad

D'où $Y_o= 5.10^{-3} \cos (200\pi t - \frac{\pi}{2})$

Ou $Y_o = 5.10^{-3} \sin 200\pi t$

20.3.2- Equation du mot d'un point M de la corde situé à 30 cm de la source.

$Y_M(t) = 5.10^{-5} \sin [200\pi (t - \frac{0,3}{V})]$

$= 5.10^{-3} \sin (200\pi t - 3\pi)$

$Y_M= 5.10^{-3} \cos [200\pi(t- \frac{0,3}{V}) - \frac{\pi}{2}] = 5.10^{-3} \cos (200\pi t + \frac{\pi}{2})$

20.4- On règle la fréquence à 200Hz et observe 2 cordes immobiles.

20.4.1- Explication du phénomène.

F_e= 2 f. Entre 2 éclairs du stroboscope, la corde effectue une demi-oscillation. La corde est éclairée 2 fois par période du stroboscope et on observe 2 cordes immobiles.

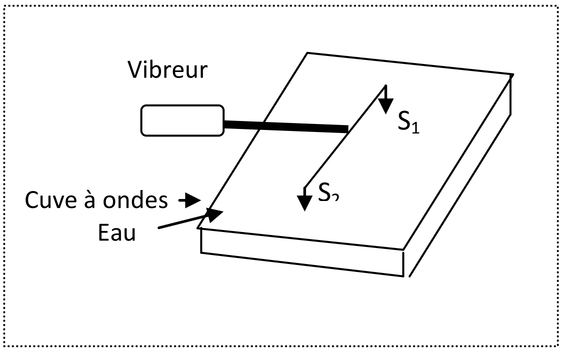
20.4.2- On voit une seule corde immobile lorsque la fréquence des éclairs est égale à une fraction de la fréquence du mouvement vibratoire $f_e=\frac{1}{k}$ f (k appartient à IN*).

Exo 25 p 236

3- superposition des ondes périodiques de faible amplitude

3.1- les interférences mécaniques

3.1.1- dispositif expérimental



Le dispositif utilisé est une cuve à ondes. Une fourche portant à ses extrémités deux pointes symétriques S_1 et S_2 est adaptée à un vibreur. Le vibreur est la source principale. Son mouvement est transmis aux deux sources S_1 et S_2 qui sont des sources secondaires engendrant deux ondes progressives circulaires à la surface de l'eau. Les 2 sources sont animées d'un mouvement sinusoïdal de même direction, de même période (source synchrones) ayant un déphasage nul (source cohérentes). Elles ont également même amplitude.

3.1.2 - Observations

Sur la surface libre du liquide, on aperçoit des rides claires qui alternent avec kes rides sobres dans la région voisine de la médiatrice du segment S_1S_2 et ayant la forme d'hyperboles : ce sont **les franges d'interférence.**

Si on éclaire la surface libre du liquide à l'aide d'un stroboscope de fréquence des éclairs f_e= f (fréquence du mouvement périodique) on observe que les rides apparaissent dans la région où se superposent 2 ondes circulaires progressives provenant de S_1 et S_2.

3.1.3- conclusion

Le phénomène d'interférence résulte de la superposition de 2 mouvements vibratoires de même direction et de même période se propageant simultanément sur la surface libre du liquide à partir de 2 sources S_1 et S_2.

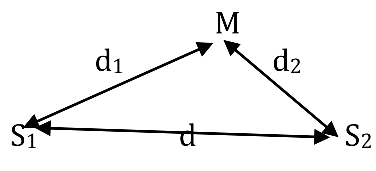
Remarque : les franges d'interférence disparaissent dès que l'une des pointes bien que vibrant cesse de toucher le liquide.

3.1.4 - Mouvement résultant d'un point M de la surface de l'eau

Avec un choix convenable de l'instant initial t=o, l'élongation des 2 sources synchrones S_1 Et S_2 est :

$Y_{S1}= Y_{S2} = a \cos \frac{2\pi}{T} t$

Considérons un point M situé à d_1 de S_1 et à d_2 de S_2.



En négligeant l'amortissement des ondes, à l'instant t, ce point M aurait pour élongation :

- Si S_1 existait seule :

  $Y_{1M}= a \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)$
- Si S_2 existait seule :
- $Y_{2M}= a \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)$

D'après le principe de la superposition de petits mouvements l'élongation résultante est :

$Y_M = Y_{1M} + Y_{2M}$

- Soit : $Y_M= A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right)$

Déterminons Y_M par la construction de Fresnel

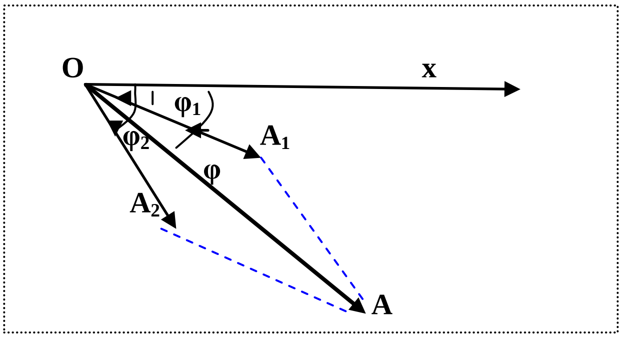
Posons

$Y_{1M}= a \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_1\right)$ avec $\varphi_1= - \frac{2\pi d_1}{\lambda}$

-

$Y_{2M}= a \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_2\right)$ avec $\varphi_2= -\frac{2\pi d_2}{\lambda}$

→ **Détermination de A et φ à partir de la construction de Fresnel**



Le parallélogramme $OA_1A A_2$ est un losange. Les diagonales se coupent en leurs milieux et en angle droit.

$\varphi= \varphi_1 + \frac{\varphi_2-\varphi_1}{2} = \frac{2\varphi_1+\varphi_2-\varphi_1}{2} = \frac{\varphi_1+ \varphi_2}{2}$

$\varphi= \frac{-2\pi d_1 - 2\pi d_2}{2\,\lambda} = -\frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)$

→ **Détermination de A.**

$\cos\frac{\varphi_2-\varphi_1}{2} = \frac{A/2}{a}$

D'où

$A= 2\, a \cos\left(\frac{\varphi_2- \varphi_1}{2}\right) = 2\, a \cos\left(\frac{-2\pi d_2- 2\pi d_1}{2\,\lambda}\right)$

$A = 2\, a \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right]$

$\mathbf{Y_M (t) = 2\, a \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right] \cos\left[\frac{2.\pi}{T}.t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)\right]}$

a) points d'amplitude maximale

Ils appartiannent aux rides claires.

$A= \pm 2\, a$

Equivaut à $\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right]= \pm 1 = \cos k\pi$

D'où **$d_2-d_1= k.\lambda$**

$d_2- d_1$ est appelé différence de marche.

→ Déterminons l'ensemble des valeurs de k.

$|d_2-d_1| \leq S_1S_2= d$

Equivaut à $|k|.\lambda \leq S_1S_2$

Équivaut à: $- d \leq k\lambda \leq d$

$-d \leq k\lambda$ d'où $k > -d/\lambda$

$k\lambda \leq d$ d'où $k \lesssim d/\lambda$

$k \in \left]-\frac{d}{\lambda} ; \frac{d}{\lambda}\right]$

b) points d'amplitude nulle

Ils appartiennent aux rides sombres.

A=0

Equivaut à $\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right]= \cos\left(2\pi k' + \frac{\pi}{2}\right)$

D'où $d_2-d_1= (2k'+1)\frac{\lambda}{2}$

→ **Détermination de k'**

$-d \leq (2k'+1)\frac{\lambda}{2} \leq d.$

$-d \leq (2k'+1)\frac{\lambda}{2}$ eq à $(2k'+1) \geq -\frac{2d}{\lambda}$

Eq à $k' \geq -\frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2}$

$(2k'+1)\frac{\lambda}{2} \leq d$ eq à $2k'+1 \leq \frac{2d}{\lambda}$

Eq à $k' \leq \frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2}$

$k' \in \left[-\frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2} ; \frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2}\right]$

Remarque :

Pour déterminer l'état vibratoire d'un point M du champ d'interférence situé à une distance d_1 de la source S_1 et d_2 de la source S_2, il suffit de calculer l'ordre d'interférence

$\boldsymbol{\delta} = \frac{d_2-d_1}{\lambda}$

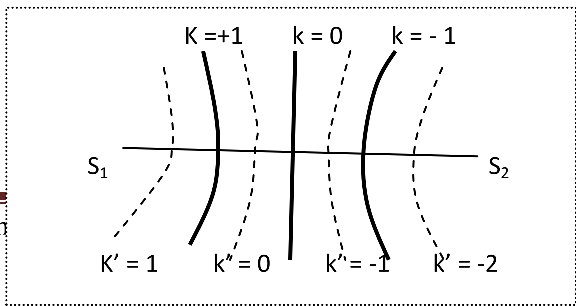
-

Si $\boldsymbol{\delta} = k$ ($k \in \boldsymbol{Z}$), le point vibre avec une amplitude maximale

-Si $\boldsymbol{\delta}= k \pm \frac{1}{2}$ ($k \in \boldsymbol{Z}$), le point considéré vibre avec une amplitude nulle.

c- Construction des franges d'interférence

Les points qui vibrant avec une amplitude nulle sont représentés par des hyperboles en interrompu tandis que les hyperboles en traits forts représentent les points d'amplitude maximale.



$$

On peut également déterminer le lieu géométrique des points d'amplitude maximale ou d'amplitude nulle à partir de l'une des sources.
Exemple :

- **Points d'amplitude maximale** :

d_2-d_1= kλ (1)
d_2+ d_1≈ d (2)
(2) – (1) donne :

$d_1 = \frac{d}{2} - \frac{k.\lambda}{2}$ et $d_2 = \frac{d}{2} + \frac{k.\lambda}{2}$

- Pounts d'amplitude nulle :

  d_2-d_1= $(2k'+1)\frac{\lambda}{2}$ **(1)**

  d_2+ d_1≈ d (2)

  (1) + (2) donne :

$d_2 = = \frac{d}{2} + \frac{(2k'+1).\lambda}{2}$ et $d_1 = = \frac{d}{2} - \frac{(2k'+1).\lambda}{2}$

La connaissance de k ou de k' permet de trouver d_1 ou d_2.

Exercice d'application (extrait bac D 2012)
Les deux pointes d'une fourche fixée à l'extrémité d'une lame vibrante, frappent simultanément en O_1 et O_2 la surface de l'eau contenue dans une cuve à onde. La lame vibre a la fréquence f=50 Hz.
1.1-Quelles conditions doivent remplir deux sources vibratoires S_1 et S_2. Pour qu'on observe le phénomène d'interférences dans le milieu de propagation ? O_1 et O_2 remplissent-elles ces Conditions ? 0,75pt
1.2-La célérité des ondes dans l'eau ci-dessus est C = 30 cm.s^{-1}. Calculer la longueur d'onde λ.
1.3-Donner l'état vibratoire des points suivants du champ d'interférences :

M$\begin{cases} d_1 = 15cm \\ d_2 = 3cm \end{cases}$ N$\begin{cases} d_1 = 8{,}4cm \\ d_2 = 27cm \end{cases}$

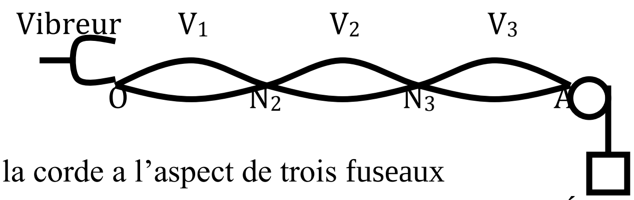
P$\begin{cases} d_1 = 16{,}5cm \\ d_2 = 15cm \end{cases}$

<u>Une solution :</u>
1.1-Conditions à remplir par deux ondes vibrantes S_1 et S_2 pour produire le phénomène d'interférence :
Les deux sources doivent être synchrones (avoir même période) et cohérentes (avoir un déphasage constant).
O_1 et O_2 remplissent ces conditions car elles sont deux sources secondaires d'une source vibrante.
1.2- Longueur d'onde λ :
$\lambda = \frac{C}{f}$ AN : $\lambda = \frac{0{,}3}{50}$ = 0,006m
1.3-Etat vibratoire de points du champ d'interférence :

Points	M	N	P
Ordre d'interférence $\frac{\lvert d_2 - d_1 \rvert}{\lambda}$	20	31	2,5
Etat vibratoire	Vibrent avec une amplitude maximale		Vibre avec une amplitude nulle

3.2- les ondes stationnaires
3.2-1- définition
C'est un cas particulier d'interférence résultant de la superposition de 2 ondes progressives de même fréquence se propageant en sens inverse dans un même milieu de propagation.

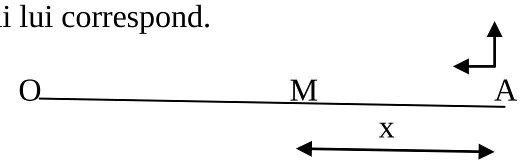
3.2.2- mise en evidence du phenomene experience de la corde de melde
Considérons un fil souple OA relié à un vibreur en O et passant par la gorge d'une poulie et supportant un plateau contenant des masses marquées. pour une valeur convenable de la tension du fil et de sa longueur OA, la corde vibre et présentant l'aspect de fuseau.



la corde a l'aspect de trois fuseaux

V₁, V₂ sont des ventres de vibration
N₁, N₂ sont des nœuds de vibration

Les ondes stationnaires sont obtenues par la superposition d'une onde incidente provenant d'une source vibratoire et d'une onde réfléchie qui lui correspond.



Considérons un point M de la corde où se superposent les ondes incidentes et réfléchies tel que $\overline{AM}$= x.

Les élongations des ondes incidentes en A et réfléchis en A sont respectivement :

$y_{iA} = a \cos \frac{2\pi}{T}t$. $y_{rA} = - a \cos \frac{2\pi}{T}t$.

L'onde incidente atteind le point M avant le point A donc avec une avance $\theta = \frac{x}{V}$

L'élongation du point M sollicité par l'onde incidente seule à une date t est :

$y_{iM} = y_{iA}(t + \theta)$

$= a \cos [\frac{2\pi}{T}(t+\theta)] = a \cos (\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi x}{\lambda})$

L'onde réfléchie en A arrive en M avec un retard $\theta = \frac{x}{V}$

L'élongation du point M sollicité par l'onde réfléchie seule) l »instant t est :

$y_{rM}(t) = y_{rA} (t-\theta)$

$y_{rM} = - a \cos(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda}) = a\cos (\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi)$

D'après le principe de superposition de petit mouvementt, la vibration résultante en M a pour élongation :

$Y_M = Y_{iM} + Y_{rM}$

$a \cos (\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi x}{\lambda}) + a.\cos (\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi)$

posons :

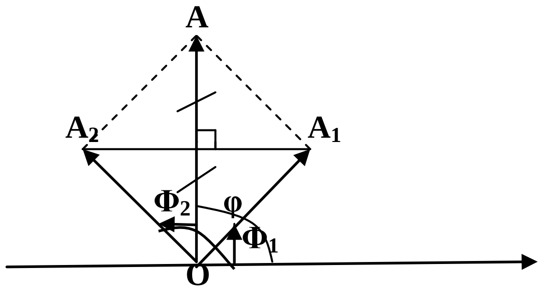
$\boldsymbol{\Phi_2} = - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi$ et $\boldsymbol{\Phi_1} = \frac{2\pi x}{\lambda}$

$\varphi = \emptyset_1 + \frac{\emptyset_2 - \emptyset_1}{2} = \frac{\pi}{2} \; \boldsymbol{rad}$

L'amplitude A vaut: $A = 2 a \cos (\frac{\emptyset_2 - \emptyset_1}{2})$

$\mathbf{A = 2 a \sin 2.\frac{\pi x}{\lambda}}$

Construction de Fresnel :



On trouve par la construction de Fresnel :

$$\mathbf{y_M = 2 a \sin 2.\frac{\pi x}{\lambda} \cos (\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2})}$$

3.2.3 -Quelques applicatins des ondes stationnaires

→ Elle est utilisée dans les instruments de musique à corde tels que les guitares ; le violon, le mvet etc…….

→Dans les instruments de musique à vent tels que les flutes, la trompète, l'harmonica….

→ les instruments de musique à percussion comme les Tam- Tam, les cymbales, les balafons.

Exercice d'application :

Exercice 17 page 234 classique camerounais

Un ébranlement transversal émis à l'extrémité A d'une corde tendue se propage à la célérité V = 20 m/s. Son aspect à l'instant t = 0,2s est re$résenté ci-dessous :

12.1- A quelle date le front d'onde va-t-il arriver au point M d'abscisse 6m ?

12.2- A quelle date l'onde va-t-elle quitter le point M ?

12.3- Quelle est la durée T du signal ?

12.4- Représenter l'aspect de la corde à l'instant t = 0,5 s.

Une solution :

12.1- Date d'arrivée du front d'onde en un point d'abscisse x = 6m.

L'onde se propage à vitesse constante dans un même milieu de propagation. Son mouvement est donc uniforme. Sa moi horaire est de la forme $X = 20.t + x_0$.

A t = 0,2s, x = 2,5m. On en déduit que $x_0 = - 1,5$m.

D'où l'équation horaire : x = 20.t – 1,5 (en m)

Pour x = 6m, on trouve $t=\frac{6+1,5}{20} = 0,375$ s

12.2- Date de départ de l'onde du point M :

L »onde quitte le point M lorsque le front d'onde se trouve en un point d'abscisse x = 7,5m.

D'où $t = \frac{x- x_0}{V} = \frac{7,5-(-1,5)}{20} = 0,45$s.

17.4- Durée T du signal :

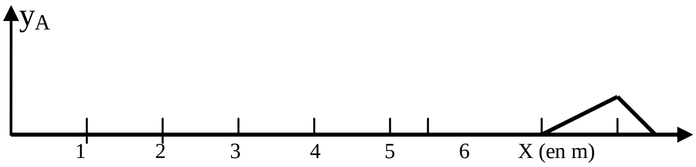
C'est le temps mis par l'onde pour parcourir une distance d = 1,5m.

$T = \frac{1,5}{20} = 0,075$ s.

12.4-Représentation de l'aspect de la corde à l'instant t = 0,5s.

Pendant ce temps, le front d'onde se trouve en un point P d'abscisse $x_P = 20.0,5 – 1,5 = 8,5$m.

D'où la représentation ci-dessous :



Exercices : Les ondes mécaniques

Application des savoirs faire

Exercice 3

Une cuve cylindrique de rayon R = 15cm contient de l'eau au repos. La paroi interne de la cuve est tapissée d'une membrane qui empêche la réflexion des ondes. La pointe d'un vibreur situé sur l'axe du cylindre et animée d'un mouvement vertical sinusoïdal de fréquence 50Hz et d'amplitude a = 5mm, frappe la surface de l'eau en un point O situé au centre. La célérité des ondes à la surface de l'eau est V = 3m/s.

1-A l'instant t = 0, l'extrémité du vibreur est à sa position d'équilibre et se déplace dans le sens ascendant choisi comme sens positif.

- Déterminer l'expression de l'élongation d'un point M, Y_M (t) situé à une distance x de O. 0,75pt

2-On réalise un éclairage stroboscopique de la pointe et de la surface de l'eau lorsque la la fréquence des éclairs est fixée à 48Hz.

a) Décrire le phénomène observé à la surface de l'eau. 0,5pt

b) Calculer la célérité apparente des ondes à la surface de l'eau. 0,5pt

c) Calculer le temps mit par la pointe du vibreur pour effectuer un aller et retour. 0,25pt

Exercice 4

Un vibreur entretenu est animé d'un mouvement sinusoïdal de fréquence 50Hz. On fix à la lame de ce vibreur en un point O, l'extrémité d'une corde élastique de longueur ℓ=1m , tendue horizontalement. L'autre extrémité comporte un dispositif qui empêche la réflexion des ondes. Le vibreur impose au point O, un mouvement sinusoïdal vertical d'amplitude a = 5mm. La célérité des ondes le long de la corde est 10m/s et la masse linéaire de la corde est $\mu = 2{,}5.10^{-2}$g/cm.

1-Calculer la tension de la corde et la longueur d'onde des vibrations le long de la corde. 1pt

2- A l'instant t=0, la lame du vibreur est à sa position d'équilibre et se déplace dans le sens ascendant choisi comme sens positif.

2.1- Ecrire l'équation du mouvement du point M, Y_M (t) de la corde situé à une distance x de O. 1pt

2.2- Représenter l'aspect de la corde à l'instant t = 0,04s.

Exercice 5

A- La lame d'un vibreur est munie d'un stylet qui frappe verticalement en un point O, la surface libre d'un liquide au repos contenu dans une cuve de grandes dimensions. Les réflexions sur les parois et l'amortissement sont négligés. La fréquence de la lame est de N = 100 Hz.

A.1- Décrire le phénomène observé à la surface de l'eau.

A.2- On éclaire cette surface du liquide à l'aide d'un stroboscope :

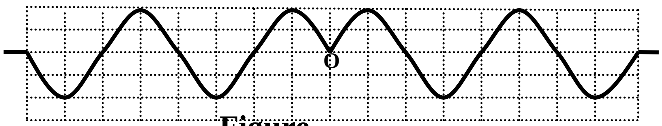
-Qu'observe-t-on pour une fréquence des éclairs N_e = 100 Hz ? **0,25pt**

Qu'observe-t-on si on augmente légèrement la fréquence des éclairs ? **0,25pt**

A.3- On prend pour origine des dates la date où le stylet passe pour la première fois par sa position d'équilibre en allant vers le haut. A une date t_1, on représente par la figure ci-dessous la coupe de la surface libre du liquide par un plan vertical passant par O. Les échelles sont :

Horizontalement : 1 division sur la figure représentent 1 mm

Verticalement : 1 division sur la figure représente 1 mm.



Figure

a) Définir longueur d'onde.

b) déduire de la figure ci-dessus :

L'amplitude du mouvement du point O ;

La longueur d'onde des ondes qui se propagent à la surface du liquide à l'instant t_1 ;

La célérité de propagation des ondes transversales à la surface du liquide.

Exercice 6

Energie transportée par une onde à la surface d'un liquide

A l'aide d'une compte-gouttes, on fait tomber d'une hauteur h = 5,00 cm par rapport à la surface libre du liquide contenu dans une grande cuve à ondes, une goutte du même liquide de volume V = 200 mm^3.

1- Quand la goutte frappe la surface libre du liquide, elle provoque la formation d'une onde circulaire. Cette onde est-elle transversale ou longitudinale ? Justifier la réponse.

2- On enregistre l'évolution du rayon de la première ride (le front d'onde) au cours du temps (t = 0s lorsque l'onde commence à se propager). Les mesures sont consignées dans le tableau ci-dessous

Temps (s)	0	0,5	1	1,5	2	2,5
Rayon (m)	0	0,11	0,22	0,33	0,44	0,55

2.1-Déterminer la célérité C de propagation des ondes.

2.2 Donner la valeur du décalage horaire entre le mouvement d'un point M de la cuve à ondes et celui du point de chute de la goutte d'eau, si M est situé à une distance d = 1,10 m de ce dernier.

3- On admet que lors de l'impact, la goutte transfère toute son énergie mécanique au liquide de la cuve. Celle-ci se répartit alors sous forme d'une déformation (ride) dont la hauteur par rapport à la surface au repos est z (en mètres) telle que : $E = 2\pi.r.\rho.g.z^3$ pour r > 0, où E est l'énergie apportée par la goutte d'eau, r le rayon de la ride, ρ la masse volumique du liquide, g l'intensité de la pesanteur. On suppose que le milieu de propagation est non dissipatif ; c'est-à-dire que l'énergie portée par la ride qui se forme est constante.

3.1- Donner l'expression de l'énergie mécanique du système goutte - terre en fonction de V, ρ la masse volumique du liquide, g l'intensité de la pesanteur et h la hauteur de chute de la goutte. Puis calculer sa valeur. On prendra comme niveau de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur la surface libre du liquide au repos dans la cuve à ondes.

3.2- Etablir l'expression de la hauteur z de la première ride en fonction de son rayon r, du volume V de la goutte et de la hauteur h.
En déduire son expression en fonction du temps puis calculer de combien est soulevé un fragment de polystyrène qu'atteint le front d'onde 2 secondes après que la goutte soit tombée. On donne : masse volumique du liquide ρ= 1000kg /m^3 ; g = 9,8 m/s^2

Exercice 7

La pointe S liée à un vibreur de fréquence N=20 Hz effleure la surface de l'eau contenue dans une cuve à ondes. On néglige la réflexion des ondes sur les bords de la cuve.

1-On éclaire la surface de l'eau avec un stroboscope dont la fréquence N_e des éclairs est de 20Hz. Décrire l'aspect de la surface libre de l'eau de la cuve.

2-On augmente légèrement la fréquence du stroboscope. Qu'observe-t-on à la surface libre de l'eau de la cuve ?

3-La célérité des ondes mécaniques qui se propagent à la surface libre de l'eau de la cuve est V= 64 cm/s.

3.1-Déterminer la longueur d'onde.

3.2-comparer le mouvement de la source S à celui du point M situé à une distance d=20,8cm

<u>Solution exercice 7</u>

1- Aspect de la surface du liquide lorsque
2- N_e = 20 Hz :

Sur la surface libre du liquide, on observe une immobilité apparente des rides.

2- Aspect de la surface de l'eau lorsqu'on augmente légèrement la fréquence des éclairs du stroboscope :

$N_e > \frac{1}{k}.N$ avec k légèrement inférieur à 1. Entre deux éclairs consécutifs, le vibreur fait un peu moins d'une oscillation. On observe un mouvement apparent et ralenti des rides qui se propagent de la paroi de la cuve vers le centre.

3-

3.1-Longueur d'onde des ondes à la surface de l'eau :

$\lambda = \frac{V}{N}$ AN : $\lambda = \frac{64.10^{-2}}{20}$ = 32.10^{-3}m.

3.2-Comparaison du mouvement de la source à celui du poit m distant de d = 20,8cm :

$\frac{d}{\lambda} = \frac{20,8.10^{-2}}{32.10^{-3}} = 6,5$ est de la forme $k \mp \frac{1}{2}$.

Les point M et la sources vibrent en opposition de phase.

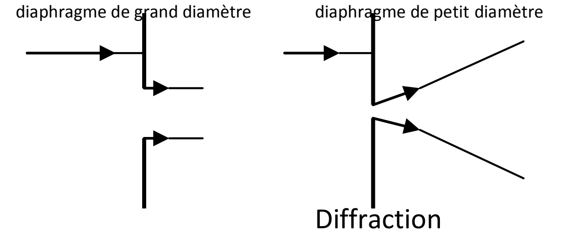
Exercice 8

Chapitre 10 : La lumière

1-Aspect ondulatoire de la lumière

1.1-diffraction de la lumière

Envoyons sur un diaphragme de grand diamètre un faisceau cylindrique.
Le faisceau émergent est encore cylindrique. Figure 1
Lorsqu'un faisceau cylindrique arrive à la surface d'un diaphragme de petit diamètre ($d \leq 0{,}1mm$) le faisceau émergent est divergent : C'est la diffraction. Figure 2.

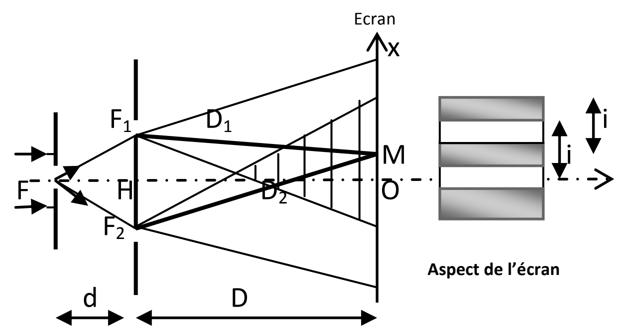


Diffraction
Figure 1 figure 2

1.2-les interférences lumineuses

1.2.1-Expérience des fentes de Young

a)-Dispositif expérimental



la partie hachurée de l'écran est appelée champ d'interférence.

Devant une source de lumière monochromatique (lampe à vapeur de mercure ou de sodium) on place une plaque percée d'une fente fine F qui diffracte la lumière sur une autre plaque percée de 2 fentes F_1 et F_2 très rapprochées et symétriques par rapport à H. Un écran d'observation est situé derrière les 2 fentes à une distance OH=D (environ 1m). Les 2 fentes constituent deux sources lumineuses cohérentes (différence de phase nulle ou constante) et synchrones.

b)-Observation

Dans la zone éclairée simultanément par les 2 fentes F_1 et F_2 (champ d'interférence : partie hachurée de l'écran), on observe un ensemble de bandes brillantes alternant avec des bandes sombres et situées de part et d'autre de la bande brillante centrale : Ce sont **des franges d'interférences**
Si les fentes sont plus rapprochées, les franges deviennent plus espacées.
La distance entre les milieux de 2 franges brillantes consécutives est la même qu'entre 2 franges sombres consécutives. Cette distance notée i est appelée **interfrange. Distance qui sépare les milieux de deux franges consécutives de même nature.**
Lorsque D augmente, i augmente.
Les franges d'interférence sont observés en tous point situé dans le champ d'interférence quelque

soit la position de l'écran (vertical ou incliné) : on dit que les franges sont **non localisées**.

c)-Interprétation

L'existence des franges d'interférences ne peut s'expliquer que si on admet que la lumière a un caractère ondulatoire. Les franges résultent de la superposition de 2 ondes lumineuses issues de 2 sources cohérentes et synchrones. Ces ondes lumineuses sont sinusoïdales.

1.2.2-Etat vibratoire d'un point du champ d'interférence.

Soit M un point quelconque du champ d'interférence d'abscisse $\overline{OM} = x$. L'état vibratoire du point M ne dépend que des distances d_1 ; d_2 ; D_1 et D_2 du point M à la fente F.

→Si la différence de marche

$\Delta = (d_2 - d_1) + (D_2 - D_1) = k.\lambda$, les 2 vibrations composantes sont en phase au point M et l'amplitude de la vibration résultante est maximale. **Interférences constructives**.

→Si la différence de marche

$\Delta = (d_2 - d_1) + (D_2 - D_1) = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, les 2 vibrations composantes sont en opposition de phase au point M et l'amplitude de la vibration résultante est nulle. **Interférences destructives.**

REMARQUE

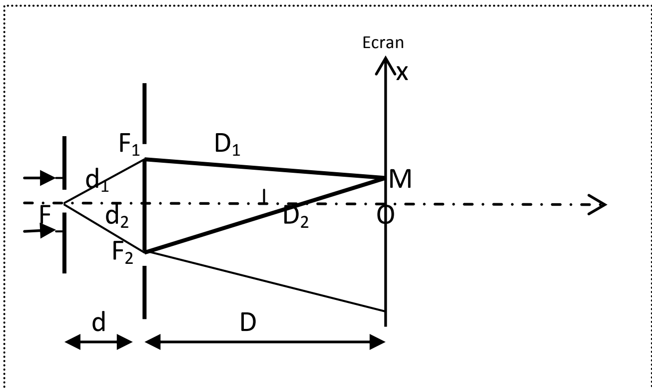
On appelle ordre d'interférence le rapport

$\frac{\Delta}{\lambda} = P$

→ Si $p = k \epsilon$ Z, la frange est brillante.

→ Si $P = k \pm \frac{1}{2}$ ($k \epsilon$ Z), la frange est obscure.

1.2.3- Calcul de l'interfrange



Considérons le point M du champ d'interférence d'abscisse x :

$F_1F_2 = a$

OM=x

$D_1^2 = (\frac{a}{2} - x)^2 + D^2$

$D_2^2 = (\frac{a}{2} + x)^2 + D^2$

$d_1 = d_2$ car F est sur la médiatrice de F_1F_2.

$D_2^2 - D_1^2 = (D_2 - D_1)(D_2 + D_1)$
$= 2.a.x$

Comme D est de l'ordre du mètre et a de l'ordre du millimètre, $D_1 + D_2 \approx 2.D$

D'où :

$\Delta = D_2 - D_1 = \frac{a.x}{D}$

a- Abscisse des milieux des franges brillantes

$D_2 - D_1 = \frac{ax}{D} = k\lambda$ d'où $x = k.\frac{\lambda D}{a}$

A k=o correspond la frange brillante centrale.

Les autres franges ont leurs milieux de part et d'autre de celle-ci à des distances :

$\frac{\lambda D}{a}$; $2\frac{\lambda D}{a}$; $3\frac{\lambda D}{a}$…

b- Abscisse des milieux des franges obscures

$D_2 - D_1 = \frac{ax}{D} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

Equivaut à $x = \frac{(2k+1)}{2}\frac{\lambda D}{a}$

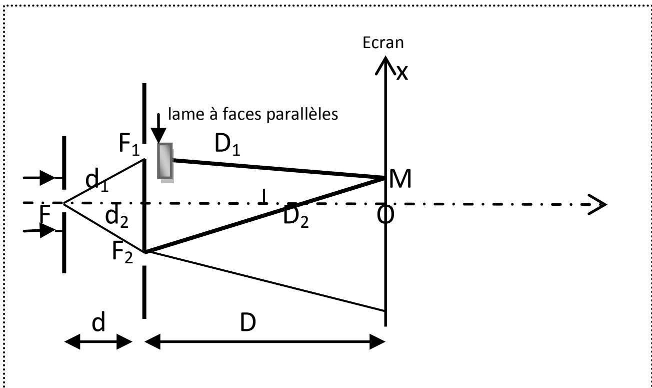
Les milieux des franges obscures sont donc de part et d'autre du milieu de la frange brillante centrale à des distances :

$\frac{1}{2}\frac{\lambda D}{a}$; $\frac{3}{2}\frac{\lambda D}{a}$; $\frac{5}{2}\frac{\lambda D}{a}$ …..

L'interfrange étant la distance qui sépare les milieux de 2 franges consécutives de même nature, on voit que :$\mathbf{i} = \frac{\lambda D}{a}$

$$\begin{cases} \lambda : \textit{longueur d'ondede lumière en m} \\ \qquad \textit{D et a en mètre} \\ \qquad i : \textit{interfrange en mètre} \end{cases}$$

REMARQUE : 1



Si on interpose une lame d'indice n et d'épaisseur e sur le trajet de l'une des ondes interférant, (F_1 par exemple) il y a allongement du chemin optique de **e (n-1).** La différence de marche devient :

D_2- [D_1+ e (n-1)] = D_2-D_1 –e.(n-1)
Soit Δ cette différence de marche
Δ= D_2-D_1-e (n-1)
Or D_2-D_1 = $\frac{ax}{D}$
Δ devient : Δ = $\frac{ax}{D}$ – e (n-1)

- Abscisse de la frange brillante centrale.

Δ= 0 équivaut à : $\frac{ax}{D}$ - e (n-1) = 0

$$\mathbf{x= \frac{D}{a} . e (n-1)}$$

Nous constatons donc que l'ensemble des franges se déplace du coté de la lame d'une amplitude x= $\frac{D}{a}$ e (n-1)

- REMARQUE : 2

Pour qu'il ait interférence, il faut que les 2 sources soient synchrones et cohérentes. On ne peut obtenir le phénomène d'interférence en un point M que si la lumière provenant d'une source unique peut atteindre ce point par 2 chemins différents.

- REMARQUE : 3

L'existence du phénomène d'interférence lumineuse prouve que la lumière possède un aspect ondulatoire.

- REMARQUE : 4

Seules les radiations dont la longueur d'onde est contenue dans le spectre visible peuvent produire les interférences lumineuses. C'est – à dire.
0,4 µm ≤ λ ≤ 0,75 µm.

Exemple d'application : Exercice19 p 273
Une lumière monochromatique, issue d'une fente F, tombe sur un écran percé de 2 fentes F_1 et F_2 parallèles à F. Un dispositif spécial permet de faire varier a distance a entre les 2 fentes F_1 et F_2. Un écran d'observation est situé à une distance D du plan des fentes.
19.1- Décrire l'aspect de l'écran.
19.2- La longueur d'onde de la lumière monochromatique est **λ**. On mesure l'intervalle L séparant N franges brillantes consécutives.
19.2.1- Etablir la formule donnant a en fonction de **λ**, N, D et L.
19.2.2- Application numérique ; **λ** = 0,55µm, L = 7,2mm, N =7 et D = 1,20m.
19.3- On augmente a. Décrire la transformation observée dans le champ d'interférence.
19.4- L'observation des franges devient difficile à partir d'une valeur de l'interfrange inférieure à 0,2mm.
19.4.1- Quelle est la valeur limite de la distance a' entre les deux sources secondaires ?
19.4.2- Combien de franges brillantes observe-t-on sur un intervalle de 7,2mm ?

<u>Une solution</u> :
19.1- Aspect de l'écran
Dans la zone éclairée simultanément par les 2 fentes F_1 et F_2, on observe des bandes sombres qui alternent avec des bandes brillantes de même épaisseur et situées de part et d'autre de la frange brillante centrale.
19.2- Soit N le nombre de frange brillantes consécutives et L la longueur séparent ces franges. L= (N-1) i
19.2.1 Expression de a en fonction de λ, L, d et N. L= (N-1) i= (N-1) $\frac{\lambda d}{a}$
D'où a= (N-1) $\frac{\lambda d}{L}$
19.2.2 -Application numérique
a= (7-1) $\frac{0,55.10^{-6}.1,2}{7,2.10^{-3}}$ = 5,5.10^{-4} m
19.3 On augment a. Observation :
On note la diminution de la largeur des bandes sombres et brillantes sur l'écran.
19.4- Pour i < 0,2mm, l'observation des franges devient difficile.
19.4.1- Valeur limité à de la distance entre F_1 et F_2.
i= $\frac{\lambda D}{a}$ < 0,2.10^{-3} d'où a' ≥ $\frac{\lambda D}{0,2.10^{-3}}$
a'= $\frac{0,55.10^{-6}.1,2}{0,2.10^{-3}}$ = 3,3.10^{-3} m
19.4.2- Nombre de franges brillantes observées sur L=7,2mm.
L= (N-1) i → $\frac{L}{i}$ = N-1 → N= $\frac{L}{i}$ + 1
N= $\frac{La}{\lambda d}$ + 1
AN : N= $\frac{7,2.10^{-3}.0,55.10^{-3}}{0,55.10^{-6}.1,2}$ +1 =7

1.2.4- Interférence en lumière blanche
La lumière blanche est une onde poly chromatique constituée de toutes les radiations de longueur d'onde comprise entre 0,4µm et 0,75µm.
Si on réalise l'expérience d'interférence lumineuse avec la lumière blanche, on observe sur l'écran :
→ Une frange brillante centrale qui résulte de la superposition des franges brillantes de toutes les couleurs qui composent la lumière blanche.
→ Au-delà de la frange brillante centrale, les franges sont de moins en moins distinctes et l'écran prend l'aspect d'un blanc grisâtre. Son

analyse montre des bandes de couleur entrecoupées de rayures noires : C'est un spectre cannelé. Les cannelures claires correspondent aux radiations donnant des interférences constructives.

Exemple d'application : Extrait Bac C 2011.
Partie 1 : Interférences lumineuses / 2points

On réalise une expérience d'interférences lumineuses à l'aide d'un dispositif des fentes d'Young. La distance séparant les fentes secondaires F_1 et F_2 est a=3,2mm. La fente primaire F est éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ. Le plan vertical contenant les fentes secondaires est à une distance D=4m de l'écran d'observation E.

1.1-Définir l'interfrange puis donner son expression en fonction de a ,D et λ. 1pt

1.2-La distance entre les milieux de la frange sombre d'ordre k=+1,5 et la frange brillante d'ordre k= -3 est L=3,6mm. En déduire la longueur d'onde λ de la radiation éclairante.0,5pt

1.3-La fente *F* est à présent éclairée par deux radiations monochromatiques de longueur d'onde respectives $\lambda_1=6,4.10^{-7}$m et $\lambda_2=5,6.10^{-7}$m. Déterminer à quelle distance d (non nulle) de la frange centrale se produit sur écran la première coïncidence des franges brillantes. 0,5pt

<u>Une solution</u>1.1-L'interfrange est la distance qui sépare les milieux de deux franges consécutives de même nature.

- Expression de l'interfrange :

  i = $\frac{\lambda D}{a}$

1.2- Longueur d'onde de la radiation :

L'abscisse de la frange brillant d'ordre k = - 3 est : x(-3) = -3. $\frac{\lambda D}{a}$.

L'abscisse de la frange sombre d'ordre k = +1,5 est : x(1,5) = 1,5. $\frac{\lambda D}{a}$.

L = x(1,5) – x(-3) = $\frac{\lambda D}{a}$.**(1,5 + 3)**

D'où $\lambda = \frac{L.a}{4,5.D} = \frac{3,6.3,2}{4,5.4000}$ **= 6,4 mm**

1.3- Distance d de la frange brillante centrale où se produira la première coïncidence de deux franges brillantes :

L'abscisse d'une frange brillante donnée par l'une des radiations est :

$X_1 = k_1.\frac{\lambda_1.D}{a}$ **et** $X_2 = k_2.\frac{\lambda_2.D}{a}$ respectivement.

Il y a coïncidence pour $x_1 = x_2$.

Soit $k_1.\lambda_1 = k_2.\lambda_2$ équivaut à :

$6,4.k_1 = 5,6.k_2$

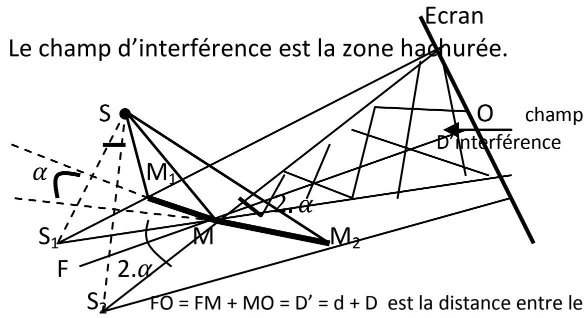
En divisant les deux membres par 0,8, on obtient $8.k_1 = 7.k_2$.

Le premier couple solution est $k_1 = 7$ et $k_2 = 8$.

$d = k_1.\frac{\lambda_1.D}{a} = 7.\frac{6,4.4.10^{-7.}}{3.2.10^{-3}}$ = 5,6 mm.

1.2.5 Autre dispositif interférentiels a franges non localisées.

a)- Le bi miroir de Fresnel



FO = FM + MO = D' = d + D est la distance entre le plan contenant les sources secondaires S_1 et S_2 et l'écran.

a= S_1S_2 = 2.d.tanα = 2.d.α car l'angle est petit.

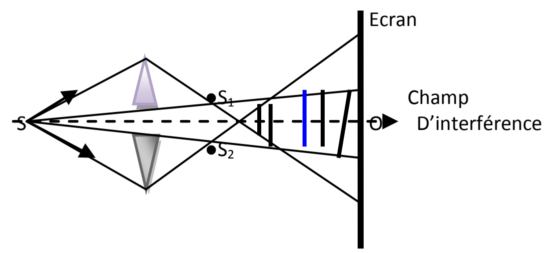
L'interfrange est **i =** $\frac{\lambda.D'}{a} = \frac{\lambda.(d+d)}{2.d.\alpha}$.

α *en radian; d; D;* $\boldsymbol{\lambda}$ ***et i en mètre.***

b)- Le di prisme de Fresnel

c)- Les demi-lentilles de Billet.

Demi lentilles de Billet.



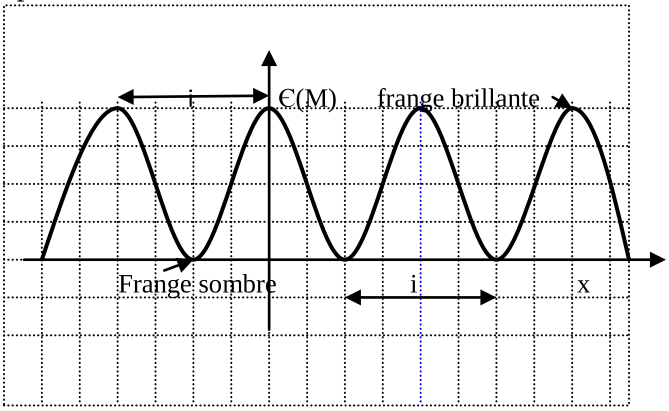
La lumière est une onde transversale qui appartient au domaine des ondes électromagnétiques. Elle n'a pas besoin d'un milieu matériel pour se propager.

1.2.6- Notion d'intensité lumineuse.
Comme nous avons à faire à un cas d'interférence exprimons l'amplitude de la vibration résultante au point M.
Soit $s_1 = s_2 = s_0.\cos\omega.t$ les vibrations issues des fentes F_1 et F_2.
Au point M :
$s_1(M) = s_0 \cos(\omega.t - \frac{2.\pi.D_1}{\lambda})$ et
$s_2(M) = s_0 \cos(\omega.t - \frac{2.\pi.D_2}{\lambda})$. D'où l'expression de la vibration résultante est:
$s(M) = \mathbf{2\ S_0 \cos}[\frac{\pi}{\lambda}(D_2 - D_1)]\ \mathbf{\cos}[\frac{2.\pi}{T}.t - \frac{\pi}{\lambda}\ (D_1 + D_2)]$
comme $D_2\text{-}D_1 = \frac{ax}{D}$,
$s(M) = \mathbf{2\ S_0 \cos}(\frac{\pi}{\lambda}\frac{ax}{D})\ \mathbf{\cos}[\frac{2.\pi}{T}.t - \frac{\pi}{\lambda}\ (D_1 + D_2)]$

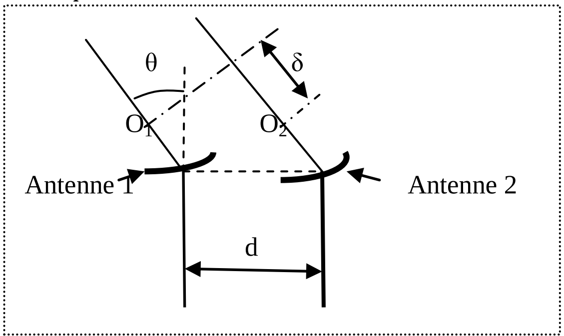
L'intensité lumineuse encore appelée éclairement est proportionnelle au carré de l'amplitude on peut écrire :
$€(M) = K\ (2\ S_0 \cos\frac{\pi}{\lambda}.\frac{ax}{D})^2$ et comme $i = \frac{\lambda.D}{a}$,
$€(M) = 4.K.\ S_0^2 \cos^2(\frac{\pi x}{i}) = 4.K.S_0^2(1 + \cos\frac{2.\pi x}{i}).\frac{1}{2}$

$$\boxed{€(M) = 2.K.S_0^2(1 + \cos\frac{2.\pi x}{i}).}$$

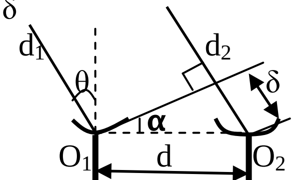
L'intensité lumineuse dépend de la position du point M.
En utilisant $-1 \leq \cos\frac{2.\pi x}{i} \leq 1$ traçons la courbe $€(M) = f(x)$. On obtient une sinusoide de période spaciale i



Exercice d'application
2- Deux radiotélescopes d'un câbleur, situées à l'équateur sont constituées de deux antennes paraboliques analogues à celle-ci-dessous. Ces antennes reçoivent les signaux électromagnétiques de haute fréquence émis par une radiosource très éloignée et appartenant au plan équatorial terrestre. Les axes des paraboles sont verticaux. La direction de propagation des ondes émises par la source fait un angle θ avec les axes des paraboles. Les signaux captés par les deux antennes sont transmis à un récepteur par l'intermédiaire de deux câbles de même longueur. A l'échelle terrestre, les deux antennes sont représentées par deux points O_1 et O_2 distants de d=1km. Figure ci-dessous.
2.1-Etablir que la différence de marche entre les ondes captées simultanément par les deux antennes est donnée par la relation $\delta = d.\sin\theta$. 0,25pt
2.2- Montrer que le signal détecté par le récepteur peut présenter des maxima et des minima selon la valeur l'angle θ. 0,25pt
2.3-En admettant que l'onde résultante reçue par le récepteur a pour amplitude $S=2S_o\cos(\frac{\pi\delta f_o}{C})$ où f_o=10 Hz. Montrer que le récepteur détecte un signal période pour θ petit en raison de la rotation de la terre. C étant la célérité de la lumière. 0,75pt
2.4-Calculer la période du signal détecté sachant que la période de rotation de la terre est T=86400s et la célérité de la lumière est $C= 3.10^8 m.s^{-1}$. 0,5pt
N.B : on remarquera que l'angle θ est lié à la période de rotation de la terre par la relation
$\theta = \frac{2\pi}{T}$ t. T = 86164 s



Une solution
2.1-Montrons que la différence de marche entre les deux ondes captées simultanément en O_1 et O_2 est $\delta = d.\sin\theta$:
Soit d_1 la distance de la source à O_1 et d_2 la distance de la source à O_2 :
$d_2 - d_1 = \delta$



Les angles **α** et θ sont à cotés perpendiculaires.
D'où **α** = θ.
On en déduit que $\delta = d.\sin\theta$.
2.2-Montrons que le signal capté par le récepteur présente des maximum et des minimum :

Soient $s_{O1}(t) = s_{O2}(t) = s_0 \cos \omega.t$ l'équation de l'onde reçue par chacune des antennes en O_1et O_2. Un récepteur M du récepteur situé à une distance d_1 de O_1 et à d_2 de O_2 a pour élongation :

$s_M(t) = s_{O1M}(t) + s_{O2M}(t)$

$= s_0 \cos\left(\frac{2.\pi.t}{T} + \frac{2.\pi.d_1}{\lambda}\right) + = s_0 \cos\left(\frac{2.\pi.t}{T} + \frac{2.\pi.d_2}{\lambda}\right)$

$= 2.s_0.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right] \cos\left[\frac{2.\pi.t}{T} - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)\right]$

En posant S = $2.s_0.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right]$ l'amplitude du signal reçue, elle est une fonction sinusoïdale et par conséquent présente des maximum ($\mp 2s_0$) et des minimum (0).

2.3-Montrons que le récepteur détecte un signal périodique :

Le signal est périodique lorsque son amplitude est une fonction du temps de la forme

. S=2S$_o$cos (2.$\frac{\pi.t}{T_0}$) où T_0 est sa période.

S = $2.s_0.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right] = 2.s_0.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}.\delta\right]$

$= 2.s_0.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}.d.\sin\theta\right] = 2.s_0.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}.d.\theta\right]$

Comme $\lambda = \frac{C}{f_0}$ et $\theta = \frac{2.\pi.t}{T}$;

$S = 2.s_0.\cos\left[\frac{\pi.f_0}{C}.d.\frac{2.\pi.t}{T}\right] = 2.s_0.\cos\left[.\frac{2.\pi^2.df_0.t}{C.T}\right]$

Posons ω =$\frac{2.\pi^2.df_0}{C.T}$ = $2.\frac{\pi}{T_0}$

d'où $\boldsymbol{T_0 = \frac{C.T}{\pi.d.f_0}}$

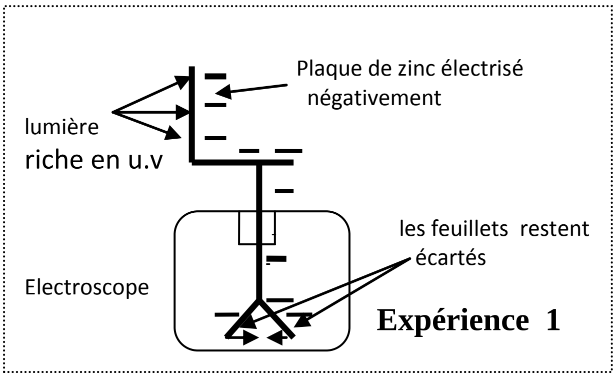
2.4-Valeur de la période $\boldsymbol{T_0}$ **:**

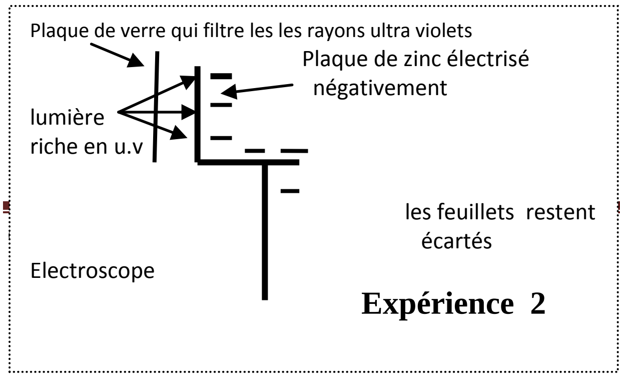
$T_0 = \frac{3.86164.10^8}{3,14.1000.10} = 8,23.10^8 s$

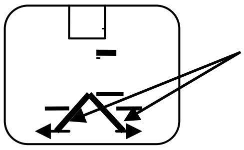
2-Aspect corpusculaire de la lumière

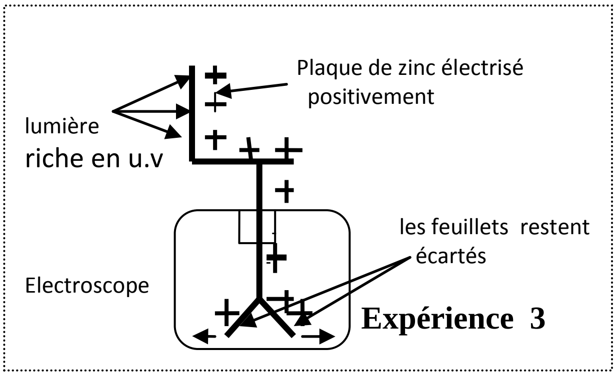
2.1- Mise e**n évidence expérimentale de l'effet photoélectrique**

2.1.1- Expérience.









Electrisons le conducteur formé par la plaque de zinc et l'électroscope, puis éclairons la plaque de zinc avec une source émettant les radiations ultraviolettes.

→ Si la charge du conducteur est positive, l'illumination ne produit aucun changement sur l'écartement des feuillets.

→ Si la charge du conducteur est négative, l'illumination provoque la décharge des conducteurs et les feuillets tombent.

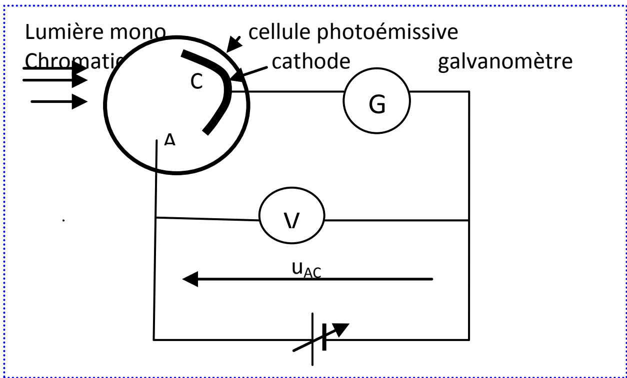
On conclut qu'une lame de zinc électrisée négativement se décharge quand elle reçoit une radiation ultraviolette : Il y a expulsion des électrons de la plaque de zinc.

2.1.2 Définition de l'effet photoélectrique

C'est l'extraction des électrons d'un métal par un rayonnement électromagnétique convenable.

2.2 Etude Expérimental du Phénomène

2.2.1 Dispositif Expérimental



La cellule photoémissive est constituée d'une cathode C formée du métal à étudier, d'une anode A réduite à un fil métallique.

→ le galvanomètre G mesure l'intensité du courant photoélectrique lorsque les $\overline{e}$ sont expulsés.

→ le voltmètre V mesure la tension
$U_{AC} = V_A - V_C$ entre l'anode et la cathode.
La cathode est éclairée par une lumière monochromatique dont on peut faire varier l'intensité et la fréquence ν.

2.2.2- Observations : Lois de l'effet photoélectrique.

→ 1ere loi
Pour un métal pur, l'émission photoélectrique ne se produit que si la fréquence de la lumière monochromatique excitatrice est supérieure à la limite caractéristique du métal. Cette limite est appelée fréquence seuil. ν.
Comme $\lambda = \frac{C}{\nu}$, on dit aussi que l'émission photoélectrique ne commence que lorsque la longueur d'onde de la lumière excitatrice est inférieure à une limite λ_o caractéristique du métal.
La fréquence seuil : est la fréquence minimale du rayonnement monochromatique capable de provoquer l'extraction des $\overline{e}$ d'un métal
La longueur d'onde seuil : est la longueur d'onde maximale du rayonnement monochromatique capable de provoquer l'extraction des électrons d'un métal

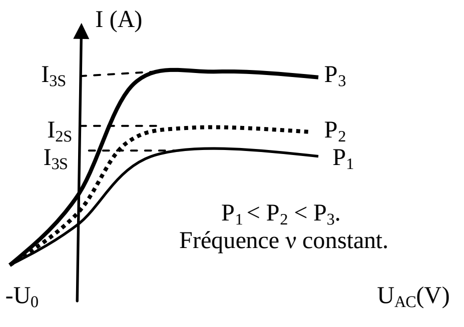
Quelques fréquences et longueurs d'onde seuil

métal	platine	Fer	argent	cuivre	Zinc	Potassium	césium
$V_o(10^{14})$ Hz	15,7	1,5	11,1	10,3	8,1	5,4	4,5
λ_o(Mm)	0,19	0,26	0,27	0,29	0,37	0,55	0,66

Spectre de la lumière :

U.V | **spectre visible** | **I.R**
0,01µm **0,4µm** **0,75µm**

→ 2eme loi L'émission photoélectrique instantanée. En effet le courant photoélectrique apparait et cesse en même temps que l'irradiation de la cathode.
→ 3eme loi L'étude de la caractéristique tension-intensité d'une cellule photoélectrique $I = f(U_{AC})$ montre que l'intensité du courant photoélectrique est proportionnelle à la puissance rayonnante P et dépend de U_{AC}.
$\frac{I_1}{P_1} = \frac{I_2}{P_2} = \frac{I_3}{P_3}$ = constante. I croie avec P.



Quelque soit la valeur de la puissance rayonnante, l'intensité du courant photoélectrique s'annule pour une ddp négative $(-U_o)$ entre l'anode et la cathode.
La valeur absolue de la tension qui annule l'intensité du courant photoélectrique est appelée potentiel d'arrêt noté U_o
Lorsque $V_A - V_C = -U_o$, les électrons sont expulsés et quittent la cathode avec une vitesse maximale et atteignent l'anode avec une vitesse nulle.
En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, $\Delta E_C = \sum W$ on a :
$-\frac{1}{2} m V_{max}^2 = W(\vec{F}) = -e\,\vec{E}\cdot\overrightarrow{CA} = -eU_{CA} = -e\,U_o$
D'où l'énergie cinétique maximale des électrons à la sortie de la cathode est :
$$E_{Cmax} = \frac{1}{2} m V_{max}^2 = e\,U_o$$
Au-delà d'une certaines valeur de U_{AC}, l'intensité du courant photoélectrique ne varie plus car tous les électrons émis par la cathode sont captés par l'anode. C'est la saturation.
L'intensité du courant de saturation est donnée par la relation.
I= n.e
$$\begin{cases} n = nombre\ d'é\ expulsé\ par\ seconde \\ e = 1{,}6.10^{-19} C \end{cases}$$

2.3- Interprétation énergétique du seuil photoélectrique

Le modèle ondulatoire de la lumière est insuffisant pour expliquer l'effet photoélectrique car certaines lumières monochromatiques ne provoquent pas l'effet photoélectrique.
Planck a postulé et Einstein a approuvé que la lumière est composée de particules sans charge et sans masse appelées photons qui se déplacent à la vitesse de la lumière dans le vide et qui transportent de l'énergie par paquet appelée quantum d'énergie. L'énergie d'un quantum est proportionnelle à la fréquence du rayonnement.
$$\boldsymbol{E = h\,\nu = h\frac{C}{\lambda}}$$
E en joules (J) ; **ν** en hertz (Hz) ; **λ** en mètre (m)
h : constante de Planck h : $6{,}63.10^{-34}$J.S
C : vitesse de la lumière dans le vide= 3.10^8 m/S.

2.3.2 Interprétation d'Einstein du seuil photoélectrique

Pour qu'un électron soit expulsé, il faut lui fournir une énergie minimale (travail minimal) appelée travail d'extraction pour le sortir du métal avec une vitesse nulle. Sa valeur est :

W_o= h ν_o = $h\frac{C}{\lambda_o}$

E en joule (J) ou en électron volt (eV)

1 e v= $1,6.10^{-19}$J

Lorsque l'énergie h**ν du photon in**cident est supérieure à W_o, l'électron requiert une énergie cinétique suffisante et est expulsé du métal.

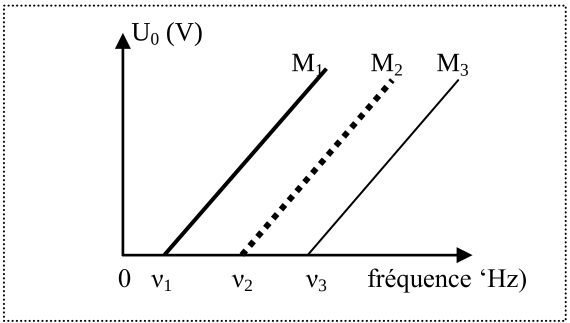
D'où E_{max} = h (ν- ν_o) = h C ($\frac{1}{\lambda}$ - $\frac{1}{\lambda_o}$)

- Si h**ν** est inférieur à W, les électrons restent liés au métal et il n'ya pas émission photoélectrique.

L'$\overline{e}$ quitte d'un niveau d'énergie à un autre.

2.3.3 Courbe de Millikan

Millikan détermine expérimentalement la relation entre le potentiel d'arrêt U_O et la fréquence ν du rayonnement monochromatique incident. Quelque soit les métaux utilisés, les courbes obtenues sont des droites parallèles.



E_{max}= e U_o= h (ν- ν_o)

D'où U_o= $\frac{h}{e}$ (ν- ν_o)

La fréquence ν_o du seuil photoélectrique est la fréquence du rayonnement correspondant à une tension d'arrêt nulle.

La pente de la courbe de Millikan permet de déterminer la constante de Planck. Cette pente représente la quantité $\frac{h}{e}$.

Exemple : EXO 18, EXO12, 17, 20, 14. Collection classique Camerounais.

SOLUTION EXO 20

20.1 Travail d'extraction

W_o = hν_o or ν_o est la valeur de ν pour U_o=o

AN : W_o= $6,63.10^{-34}.4.10^{14}$= $2,652.10^{-19}$ J

20.2 Déterminons le rapport h/e

Nous savons que V_o= $\frac{h}{e}$ (ν- ν_o). D'où $\frac{h}{e}$ est la pente de la droite V_O= f(ν)

$\frac{h}{e} = \frac{\Delta\nu_o}{\Delta\nu} = \frac{3,0}{(11-4).10^{14}}$ = $4,28.10^{-15}$ V.s.

20.3 Longueur d'onde seuil :

Λ= $\frac{C}{\nu_o}$ AN : λo= $\frac{3.10^8}{4.10^{14}}$ = $0,75.10^{-6}$ m.

2.3.4 -Rendement quantique de la cellule.

Tous les photons émis par la lumière excitatrice ne sont pas utilisés pour extraire les $\overline{e}$ du métal. Le rendement qu'antique est le rapport R= $\frac{n}{N}$ où

n : nombre d'électrons expulsés par unité de temps

N : nombre de photons émis pendant le même temps.

Soit Is l'intensité du courant de saturation :

Is = n e d'où n= $\frac{I_s}{e}$

P : la puissance de la lumière excitatrice :

P= N h ν d'où N= $\frac{P}{h\nu}$

On en déduit que :

Rendement quantique = $\frac{n}{N}$ = $\frac{I_s.h\nu}{P.e}$

$$\begin{cases} P \text{ en watt} \\ I_s \text{ en ampère} \\ \nu \text{ en hertz} \\ h = 6,63.10^{-34} J.S \\ e = 1,6.10^{-19} C \end{cases}$$

Le rendement quantique est généralement de l'ordre de 10^{-2}.

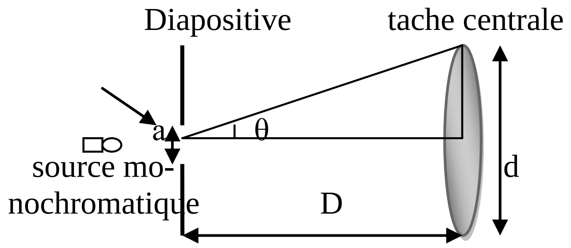
2.4- Les applications de l'effet photoélectrique

Exercice Chapitre : La lumière

Tests de connaissances

Exercice 1 :

On cherche à vérifier expérimentalement la relation entre la largeur d de la tache centrale d'une figure de diffraction et la dimension de l'obstacle. Pour cela, on place des diapositives noires percées de fentes de largeur d connues devant un rayon laser donnant une lumière monochromatique, puis on mesure la largeur de la tache de diffraction centrale.

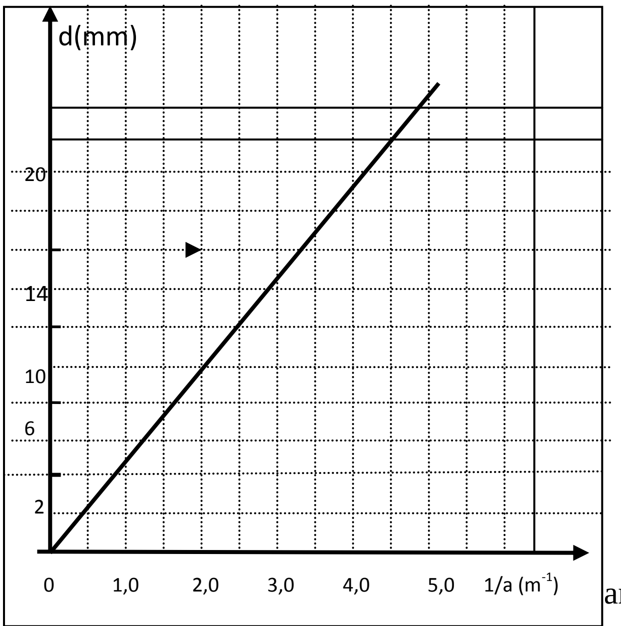


Distance diapositive-écran : D = 3,75m
Longueur d'onde du rayonnement monochromatique : $\lambda = 630$ nm
Pour une fente de 0,20 mm de largeur, on observe la figure représentée ci-dessous sur l'écran :

a) Quelle information donne-t-elle sur la nature de la lumière ? Comment appelle-t-on cette figure ?
b) On a rassemblé ci-dessous les résultats obtenus pour des fentes de différentes tailles :

a (mm)	0,80	0,60	0,40	0,20
d (mm)	6,0	8,0	12,0	24,0

Comment évolue la largeur de la tache ? Ce résultat était-il prévisible ?
c) On a calculé la valeur de $\frac{1}{d}$ pour chaque expérience puis on a représenté la courbe $d = f(\frac{1}{a})$.



ant
par l'origine. Montrer que la recherche de l'équation de cette courbe permet d'établir l'équation $d = 2.\lambda.D.\frac{1}{a}$ soit $\frac{d}{2.D} = \frac{\lambda}{a}$.
d) Indiquer la signification de chaque terme et leur unité dans la relation de diffraction par un fil ou une fente $\theta = \frac{\lambda}{a}$.
e) Montrer que les résultats expérimentaux (questions b) et c)) permettent d'établir la relation $\theta = \frac{\lambda}{a}$.

Solution exercice 1 :
a) On observe une figure de diffraction.
Comme la lumière est diffractée, elle peut être décrite comme une onde.
b) La largeur de la tache de diffraction augmente lorsque la taille de l'objet rencontré diminue.
Plus la taille de l'objet s'approche de la longueur d'onde du rayonnement, plus le phénomène de diffraction s'accentue.
c) La courbe est une droite passant par l'origine, son équation est de la forme $d = K.\frac{1}{a}$ où K est le coefficient directeur de la droite.
En prenant deux points quelconques de la droite (0 ;0) et 4,5 ; 22.10^{-3}) on trouve $K = 4{,}9.10^{-6}m^2$.
En remarquant que $K = 2.\lambda.D$;
$d = 2.\lambda.D.\frac{1}{a}$ soit $\frac{d}{2.D} = \frac{\lambda}{a}$
d) Dans cette relation ;
θ représente l'écart angulaire entre la frange centrale et l première extinction en radian ;
λ est la longueur d'onde du rayonnement monochromatique diffracté en mètre ;
a représente la largeur de la fente ou l'épaisseur du fil en mètre.
e) Dans la question c), nous avons établi la relation $\frac{d}{2.D} = \frac{\lambda}{a}$
On a donc : $\tan\theta = \frac{\frac{d}{2}}{D}$ et comme θ est petit, on confond la valeur de θ (en radian) à sa tangente et $\theta = \frac{\lambda}{a}$

Exercice 2
On éclaire la cathode d'une cellule photoélectrique au potassium par un faisceau lumineux monochromatique de longueur d'onde λ= 450nm et de puissance 5W. Cette cathode émet alors $3{,}2.10^{11}$ électrons par seconde qui sont collectés par l'anode. Un galvanomètre permet de mesurer l'intensité du courant de photo émission. La fréquence du seuil photoélectrique du potassium est $N_0=5{,}48.10^{14}$Hz.
1- A quoi correspond la fréquence de seuil photoélectrique d'un métal ? 0,25pt
2-Quelle est l'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode ? 0,25pt
3- Quelle est l'intensité indiquée par le galvanomètre ? 0,5pt
4- Quelle serait l'intensité mesurée par le galvanomètre si on doublait la puissance du faisceau lumineux ? 0,25pt
5- Quelle serait l'intensité mesurée par le galvanomètre si on éclairait la cathode au

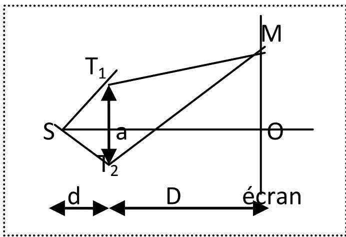
potassium à l'aide d'un faisceau lumineux de puissance 20W et de longueur d'onde 600mm ?
Données :
Masse d'un électron ; m_e=9,1.10^{-31}kg
Charge élémentaire : e = 1,6.10^{-19}C
Vitesse de la lumière dans le vide : C=3.10^{8}m/s
Constante de Planck : h=6,62.10^{-34}J.s
1nm (nanomètre) = 10^{-9}

Soution exercice 2
1-La fréquence seuil d'un métal est a fréquence minimale de la radiation pouvant extraire les électrons de ce métal.
2-Energie cinétique maximale des électrons émis :
$E_{cmax} = h.(\frac{C}{\lambda} - N_0)$
AN : E_{cmax} =6,62.10^{-34}. $(\frac{3.10^8}{450.10^{-9}} - 5{,}48.10^{14})$
$E_{cmax} = 7{,}85.10^{-20}$ J
3- Intensité indiquée par le voltmètre :
I= n.e
AN: I = 3,2.10^{11}. $1{,}6.10^{-19} = 5{,}12.10^{-8}\,A$
4- Intensité mesurée par le galvanomètre si on doublait la puissance du faisceau lumineux :
L'intensité lumineuse est proportionnelle à la puissance rayonnante.
L'intensité du courant mesuré double.
5- l'intensité mesurée par le galvanomètre si on éclairait la cathode au potassium à l'aide d'un faisceau lumineux de puissance 20W et de longueur d'onde 600nm :
La fréquence de la lumière incidente est :
$N = \frac{C}{\lambda} = \frac{3.10^8}{600.10^{-3}} = 2.10^9\,Hz$
Cette fréquence est inférieure à la fréquence seuil du potassium. Il n'y aurait pas effet photoélectrique. I = 0.

Exercice 3
On dispose d'une cellule photoélectrique dont la cathode est en césium de longueur d'onde seuil λ_0=0,66µm.
1-Calculer l'énergie minimale W_0 qu'il faut fournir pour extraire un électron de ce métal.
2- On applique entre l'anode et la cathode une ddp U_{AC}=10V et on éclaire la cellule d'une radiation lumineuse de longueur d'onde λ=0,4µm.
2.1- Déterminer l'énergie W et la quantité de mouvement P d'un photon incident. 1pt
2.2- Calculer la vitesse maximale dans l'hypothèse non relativiste d'un électron
a) qui sort de la cathode
b) Qui arrive sur l'anode. 0,5pt x 2
3- La source lumineuse précédente est supposée ponctuelle et isotrope c à d qu'elle rayonne de manière uniforme dans toutes les directions de l'espace. La photocathode de surface s=4cm^2 est située à une distance R= 1m de la source. Le rendement quantique de la cellule est de 0,3%. L'intensité du courant de saturation est de 0,02mA lorsqu'on établit une tension suffisamment élevée pour atteindre la saturation.
3.1- Qu'appelle-t-on pour une cellule photoélectrique : courant de saturation ? 0,25pt
3.2- Calculer la puissance rayonnante P reçue par la photocathode. 0,75pt
3.3- En déduire la puissance rayonnante totale P_t émise par la source. 0,75pt
N B On rappelle que la surface d'une sphère de rayon R est S = 4πR^2.

Exercice 3 : Phénomènes corpusculaires et ondulatoires. / 5pt
A- Interférences sonores / 2pt
On place deux haut-parleurs identiques face à face. Ils émettent le même son et vibrent en phase. La fréquence du son émis est 1600 Hz et la vitesse du son dans l'air est 336 m.s^{-1}. La distance S_1 S_2 qui sépare les centres S_1 et S_2 des haut-parleurs vaut 120cm.
A.1-L-onde sonore est-elle longitudinale ou transversale ? Calculer la longueur d'onde du son émis. **0,5pt**
A.2- Un micro, relié à un oscilloscope, est placé en un point M situé à 169 cm de S_1 et à 106 cm de S_2. L'intensité du son capté est-elle maximale ou minimale ?
0,25pt
A.3- Le micro est placé en O, milieu de S_1 S_2.
A.3.1- Pourquoi l'intensité du son capté est-elle maximale ?
0,25pt
A.3.2- Quels sont les points M sur la droite S_1 S_2, que l'on situera par rapport à O, pour lesquels l'intensité du son capté est encore maximale ?
Repérer ces points par leurs abscisses x = $\overrightarrow{OM}$.
1pt
B- : Interférences en optique / 1pt
On réalise une expérience d'interférence à l'aide du disque positif suivant : S est une source ponctuelle de lumière monochromatique, T_1 et T_2 deux trous percés dans une plaque et E l'écran d'observation

B.1-Qu'appelle-t-on sources de lumière synchrones et cohérentes ? 0**,25pt x 2**
B.2- S est sur la médiatrice de T_1 T_2.
B.2.1- Quelle est la différence de marche en O**.**
B.2.2- Observe-t-on une frange brillante ou sombre en O ? **0,25pt**



C-Effet photoélectrique et radioactivité:
C.1-Un électron peut être émis au cours de la désintégration d'un noyau de neptunium $^{239}_{93}Np$. Ecrire l'équation de la désintégration. On donne l'extrait du tableau périodique :
$_{91}Pa$; $_{92}U$; $_{93}Np$; $_{94}Pu$; $_{95}Am$.
0,5pt
C.2-Un électron peut être extrait d'un métal par un rayonnement électromagnétique.
C.2.1- Comment appelle-t-on ce phénomène ?
0,5pt
C.2.2-Faire un schéma annoté du dispositif expérimental qui permet de mettre en évidence ce
phénomène.
0,75pt
C.2.3- A quel aspect de la lumière correspond ce phénomène ?
0,25pt

Exercice 4 : A caractère expérimental / 4pt

Une cellule photoélectrique à cathode au césium est éclairée successivement par des faisceaux lumineux monochromatiques de même puissance P = 50µW mais de fréquence différentes. On relève pour chacune de ces radiations la valeur de la tension qui annule l'intensité du courant photoélectrique. On obtient les résultats suivants :

P=50µW	$\nu(10^{14}Hz)$	5,18	5,49	6,15	6,88	7,41	8,2
	U(V)	-0,24	-0,36	-0,62	-0,93	-1,15	-1,48
	U_0(V)						

1- Définir potentiel d'arrêt U_0 et compléter le tableau ci-dessus. **0,5pt + 0,25pt**
2-Exprimer l'énergie cinétique maximale des électrons en fonction de U_0 et de la charge e. **0,25pt**
3- Montrer que lorsqu'un métal est éclairé par une radiation monochromatique de fréquence ν, l'énergie cinétique maximale des électrons émis par ce métal peut se mettre sous la forme
Ecmax = h (ν – ν_0). En déduire une relation entre U_0, h ; ν ; ν_0 et e. (h est la constante de Planck).
4- On étudie le graphe U_0 = f (ν)
4.1-Construire sur le papier millimétré le graphe U_0 = f (ν). Echelle en abscisses : 2cm pour 10^{14}Hz et en ordonnées 10cm pour 1V. Quelle est la forme de la courbe obtenue ?
1pt + 0,25pt
4.2- Déduire de la courbe obtenue la constante de Planck h et la fréquence seuil ν_0. **0,5pt x 2**
4.3-Calculer en électron volt (eV) la valeur de l'énergie minimale W_0 à fournir pour extraire un électron de ce métal**.**
0,25pt

Une solution :
<u>Exercice 3</u>
A-Interférences sonores
A.1- L'onde sonore est longitudinale**. 0,25pt**
- Longueur d'onde du son émis $\lambda = \frac{V}{N} = \frac{336}{1600}$=0,21m**. 0,25pt**

A.2- Amplitude du son au point M. Calculons l'ordre d'interférence
$\delta = \frac{d_1 - d_2}{\lambda} = (\frac{106-109)10^{-2}}{0,21}) = -3$
On conclut que l'amplitude du son en M est maximale. **0,25pt**
A.3
A.3.1- L'intensité du son capté en O est maximale parce que les 2 vibrations arrivent en phase au point O. **0,25pt**
A.3.2- Point M sur la droite S_1S_2 donnés par rapport à O ou l'amplitude du son est maximale.
d_2-d_1= $\frac{d}{2}$ - x - $\frac{d}{2} - $ x = k.λ.
D'où x = - $\frac{k\lambda}{2}$
De plus - $\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2}$. Soit k ϵ [-5 ; 5] (d = 1,2m)

k	0	1	2	3	4	5	-1	-2	-3	-4	-5
x	0	-0,105	-0,21	-0,315	-0,42	-0,525	0,105	0,21	0,315	0,42	0,525

B- Interférence en optique

B.1- Deux sources de lumières sont synchrones lorsqu'elles ont la même période. 0,25pt
Elles sont cohérentes lorsque leur différence de phase est constante. 0,25pt

B.2.1- La différence de marche en O est nulle. 0,25pt

B.2.2- On observe une frange brillante en O. 0,25pt

C-Effet photoélectrique et radioactivité

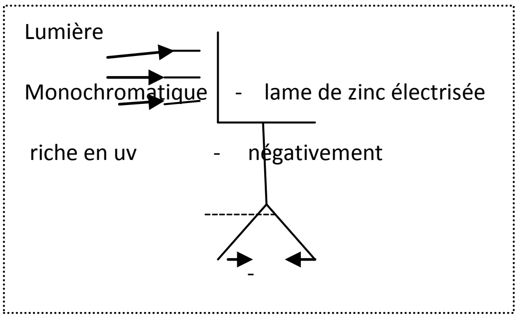
C.1- Equation de la désintégration.

$^{239}_{93}Np \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{239}_{94}Pu$ 0,5pt

C.2

C.2.1 -Ce phénomène est appelé : effet photoélectrique. 0,5pt

C.2.2-Schéma annoté du dispositif expérimental qui met en évidence ce phénomène



C.2.3-Ce phénomène appartient à l'aspect corpusculaire de la lumière. 0,25pt

Exercice 4 : A caractère expérimental

1- le potentiel d'arrêt U_o est la valeur absolue de la tension qui annule l'intensité du courant photoélectrique. 0,5pt

- Complétons le tableau

$\nu(10^{14}Hz)$	5,18	5,49	6,15	6,88	7,41	8,2
U(V)	- 0,24	- 0,36	- 0,62	- 0,93	- 1,15	- 1,48
$U_0(V)$	0,24	0,36	0,62	0,93	1,15	1,48

0,25pt

2- Expression de Ec_{max} en fonction de e et U_0 :
$E_{Cmax} = e.U_o$. 0,25pt

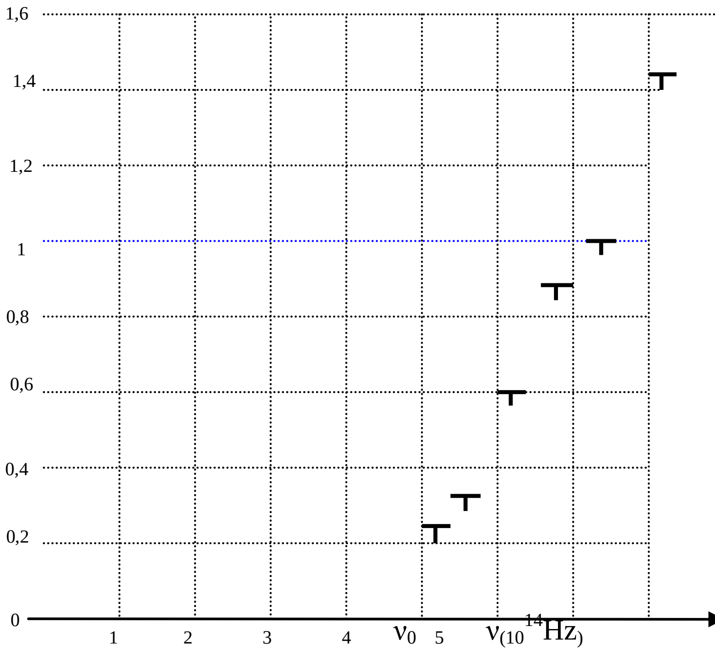
3- Montrons que lorsqu'un métal est éclairé par une radiation monochromatique de fréquence ν, l'énergie cinétique maximale des électrons émis par ce métal peut se mettre sous la forme Ecmax = $h(\nu - \nu_0)$.
Appliquons le principe de la conservation de l'énergie au système :
Energie lumineuse émise (hν) = énergie d'extraction ($h\nu_0$) + énergie de mouvement de l'électron(Ecmax)
On en déduit que :
Ecmax = $h(\nu - \nu_0)$ 0,25pt

- Relation entre h ; ν ; ν_0 ; e et U_0 :

$h(\nu - \nu_0) = e.U_0$. 0,25pt

4- Etude du graphe $U_0 = f(\nu)$

4.1- Construction du graphe $U_0 = f(\nu)$
Echelle en abscisses : 1cm pour 10^{14}Hz et en ordonnées 5cm pour 1V. **1pt**



- Nature de la courbe :

C'est une droite affine de pente positive et d'équation
$U_0 = \frac{h}{e}.\nu - \frac{h}{e}.\nu_0$ 0,25pt

4.2-Déduisons de la courbe obtenue la constante de Planck h et la fréquence seuil ν_0.

- la fréquence seuil ν_0 est le point d'intersection de la courbe avec l'axe des fréquences.

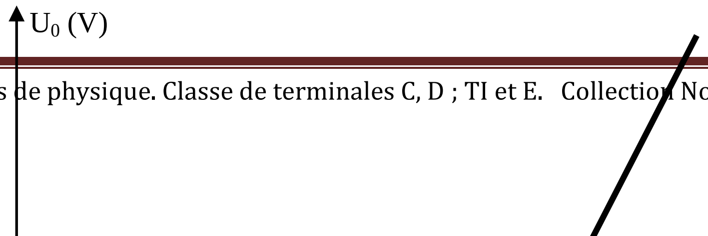
On trouve $\nu_0 = 4,5.10^{14}$ Hz 0,5pt

- Valeur de la constante de Planck

La pente de la courbe représente la quantité
$\frac{h}{e} = a = \frac{1,4-0}{(8,2-4,5).10^{14}} = 3,78.10^{-15}$

$h = a.e = \frac{1,4-0}{(8,2-4,5).10^{14}} .1,6.10^{-19} = 6,54.10^{-34}$ J.s

4.3- Valeur en électron volt de W_0
$W_0 = h.\nu_0$
AN : $W_0 = \frac{6,62.10^{-34}.4,5.10^{14}}{1,6.10^{-19}} = 1,86$ eV



Chapitre 10:La radioactivité

Objectifs

→ Savoir :

- Définir radioactivité et déterminer ses propriétés
- Citer les différents types d'émissions radioactives
- Enoncer les lois de désintégration lors d'une émission radioactive
- Donner la nature des particules émises lors des désintégrations radioactives
- Citer quelques applications de la radioactivité
- Définir l'activité d'une source radioactive
- Donner la loi de la décroissance radioactive
- Définir la période ou demi-vie.

→ Savoir faire théorique

- Ecrire les équations bilan des émissions radioactives
- Evaluer l'énergie de la réaction et l'énergie des particules.
- Evaluer la longueur d'onde du rayonnement γ (gamma)
- Exploiter la relation $N = N_0.e^{-\lambda.t}$
- Exprimer la période radioactive.

→ Savoir faire expérimental

- Mise en évidence expérimentale du phénomène de la radioactivité.

1-Généralités sur les réactions nucléaires

1.1-Le noyau atomique

Le noyau d'un atome est constitué de particules appelées nucléons. Les protons et les neutrons .Le noyau d'un atone est représenté par $_Z^AX$ où :

- X représenté le symbole chimique de l'élément correspondant ;
- Z : est le nombre de protons du noyau ou son nombre de charge.

- A : est le nombre de masse du noyau C-à-d la somme du nombre de proton et de neutron A=Z+N.

Un nucléide désigne l'ensemble des noyaux d'un élément ayant le même nombre de charge et le même nombre de masse.

1.2. Les isotopes

Ce sont des noyaux d'un même élément ayant le même nombre de protons mais des nombres de masse différents.

Exemple : ${}^{12}_{6}C$; ${}^{13}_{6}C$ et ${}^{14}_{6}C$

1.3 -charge et masse des particules

1u=1 ,67. 10^{-27}kg = 931,5 Mev/C^2 .

Particules	Charge	Masse(kg)	Masse (u)
Proton	q_p=1,6. 10^{-19} C	1,67263.10^{-27} kg	1,00728
Neutron	q_n = 0	1,67492.10^{-27} kg	1,00866

1.4. Stabilité des noyaux

1.4.1- cohésion du noyau atomique

Les protons étant chargés positivement, les interactions électrostatiques entre eux doivent conduire à l'éclatement du noyau .On admet cependant qu'il existe des interactions fortes attractives qui unissent l'ensemble des nucléons. Dans certains cas où la cohésion est insuffisante, les noyaux sont instables et se désintègrent spontanément : c'est la radioactivité.

1.4.2- Aspect énergétique de la cohésion

a) le défaut de masse

C'est la différence Δm entre la somme des masses au repos des protons et des neutrons contenus dans le noyau d'un atome et la masse du noyau au repos .

$\Delta m = Z.m_P + (A-Z).m_n - m({}^{A}_{Z}X)$.

b) Equivalence masse –énergie loi d'Einstein

Toute particule même au repos possède du simple fait de sa masse une énergie E_O appelée énergie de masse dont la valeur est donnée par la relation :

$E_0 = m.C^2$

- m est en kilogramme (kg)
- C est la vitesse de la lumière dans le vide qui est de 3.10^8 $m.s^{-1}$.
- E_0 énergie en joule (J)

c) Energie de liaison d'un atome

L'énergie de liaison ou de cohésion E_ℓ d'un noyau ${}^{A}_{Z}X$ est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau pour le dissocier de ses nucléons libres et immobiles.

$E_\ell = \Delta m.C^2 = [Z.m_p + (A-Z).m_n - m.({}^{A}_{Z}X)].C^2$

Une partie de la masse d'un noyau est dont utilisée comme énergie pour maintenir ensemble ses nucléons.

Exemple d'application

Calculer le défaut de masse du noyau d'hélium ${}^{4}_{2}He$ et son énergie de liaison.

On donne ; m_p = 1,00728 u

m_n = 1,00866 u

m(${}^{4}_{2}He$) = 4,000150 u

1u=1 ,67. 10^{-27}kg = 931,5 Mev/C^2 .

Une solution :

- Défaut de masse :

$\Delta m. = [Z.m_p + (A-Z).m_n - m.({}^{A}_{Z}X)]$.

AN :

Δm. = [2.1,00728+ (4-2).1,00866–4,000150]

= 3,173.10^{-2} u

- Energie de liaison

$E_\ell = \Delta m.C^2$

AN:

E_ℓ = 3.173.10^{-2}.931,5=29,625 Mev.

= 4,74.10^{-12}.J

Remarque:

Un noyau est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon $\frac{E_\ell}{A}$ est plus grande.

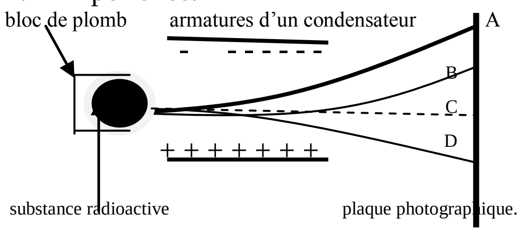
A est le nombre de masse.

Exemple : Exercices 15 ; 16 page 299.

Classiques Camerounais

2- Mise en évidence de la radioactivité

2.1- Expérience.



Les rayonnements émis par les substances radioactives sont soumis à un champ électrique $\vec{E}$ ou un champ magnétique $\vec{B}$. En absence de champ, l'impact des rayonnements se fait en C. En présence d'un champ, la plaque photographique montre 4 points A ; B ; C et D parmi lesquels trois sont déviés.

- A correspond au rayonnement béta plus (β^+) :
- B correspond au rayonnement alpha (α) ;
- C correspond au rayonnement gamma (γ) ;
- D correspond au rayonnement béta moins (β^-)

Les particules α sont des noyaux d'hélium ${}^{4}_{2}He$. Elles sont très ionisantes mais peu pénétrantes. Leur vitesse est de l'ordre de 20000 km / s.

Les particules β^+ sont des positons ou électrons positifs (${}^{0}_{1}e$) ou positrons. Elles sont peu ionisantes mais très pénétrantes. Leur vitesse est de l'ordre de 280 000 km / s et leur énergie de l'ordre du Mev.

Les particules β^- sont des électrons (${}^{0}_{-1}e$). Elles ont des propriétés analogues à celles des particules β^+.

Le rayonnement γ est un rayonnement électromagnétique de la même nature que la lumière et est constitué de photon de très grande énergie.

2.2- Définition de la radioactivité

La radioactivité est la désintégration spontanée des noyaux des atomes instables accompagnée d'une émission de particules ou de rayonnement électromagnétique.

2.3- Les lois de conservation radioactive

2.3.1- La conservation du nombre de charge Z.
La somme des nombres de charge des noyaux disparus est égale à la somme des nombres de charge des noyaux formés.

2.3.2- La conservation du nombre de masse A.
La somme des nombres de masse des noyaux disparus est égale à la somme des nombres de masse des noyaux formés.

2.3.3- La conservation de l'énergie
Au cours d'une réaction nucléaire, la masse des noyaux consommés est différente de celle des noyaux formés. L'équivalence d'énergie de cette différence est l'énergie de désintégration.
Au cours de la désintégration, la masse diminue.

- Considérons le réaction :

$$ {}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{234}_{90}Th $$

(X) α (Y)

L'équation de a conservation de l'énergie s'écrit :
$E(X) = E(\alpha) + E(Y) + E_{\text{cinétique des particules émises}}$.
Cette énergie cinétique se répartie en énergie cinétique de la particule α et en énergie cinétique du rayonnement gamma**. On l'appelle énergie de désintégration.**

<u>Exemple :</u>
Calculer l'équivalence d'énergie de la réaction :

$$ {}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{234}_{90}Th $$

(x) (α) (y)

<u>Solution :</u>
$E = \Delta m.C^2 = [m_x - .m_\alpha - m_y].C^2$
Cette énergie est transmise à α et à y sous forme d'énergie cinétique.

2.4-Les différents types de désintégrations radioactives

2.4.1-La radioactivité alpha (α)
Elle correspond à l'émission des particules α ou noyaux d'hélium (${}^{4}_{2}He$).
L'équation bilan de la réaction de désintégration est la suivante :

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A-4}_{Z-2}Y $$

Exemple : la transformation du polonium 210 en plomb 206

$$ {}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{206}_{82}Pb $$

2.4.2- La radioactivité β^-
Les particules émises sont les électrons (${}^{0}_{-1}e$).
Equation bilan de désintégration :

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{Z+1}Y $$

<u>Exemple :</u>

$$ {}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{60}_{28}Ni $$

2.4.3-La radioactivité β^+
Les particules émises sont les positons ou positrons ou électrons positifs (${}^{0}_{1}e$).
La désintégration β^+ concerne la radioactivité artificielle.
L'équation bilan de cette désintégration est la suivante :

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{0}_{1}e + {}^{A}_{Z-1}Y $$

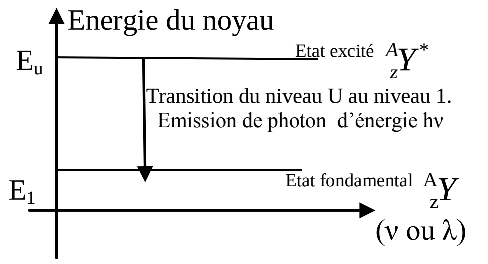
Exemple : la transformation du sodium 24 en néon 24.

$$ {}^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{0}_{1}e + {}^{24}_{10}Ne $$

2.4.4- La radioactivité γ (gamma)
L'émission d'un rayonnement gamma accompagne généralement les radioactivités α ou β chaque fois que les noyaux fils se trouvent dans un état excité (niveau d'énergie élevé). L'équation d'une telle désintégration est :

$$ {}^{A}_{z}Y^* \rightarrow {}^{A}_{z}Y + \gamma $$

Noyau excité noyau stable



L'énergie du photon expulsé est donnée par la relation :

$$ E_u - E_1 = h\nu = h.\frac{C}{\lambda} $$

h est la constante de Planck 6,62.10^{-34} J.s
C : vitesse de la lumière dans le vide 3.10^{8} m.s^{-1}
ν est la fréquence du rayonnement γ émis en hertz (Hz)
λ est la longueur d'onde du rayonnement émis en mètre

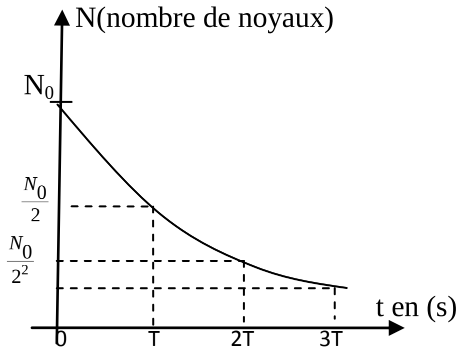
Remarque:
Une famille radioactive ou série radioactive désigne l'ensemble des noyaux radioactifs issus du même noyau père.

3- Décroissance radioactive

3.1- Loi de la décroissance radioactive
Soit N_0 le nombre initial de noyaux radioactifs présents dans un échantillon et N le nombre de noyau présents à un instant t. La loi de décroissance radioactive s'écrit :

$$ N(t) = N_0.e^{-\lambda t} \quad ou \quad N(t) = \frac{N_0}{2^n} \quad où \quad n = \frac{t}{T} $$

λ est la constante radioactive du noyau et t la durée de la désintégration en seconde.



Courbe de décroissance radioactive.

3.2- Période radioactive

C'est la durée au bout de laquelle la moitié du nombre de noyaux initialement présents dans la préparation se sont désintégrés

A t = T ; $N(T) = \frac{N_0}{2} = N_0\, e^{-\lambda T}$

D'où $\lambda = \frac{\ell n\, 2}{T}$ T en seconde (s)

λ en s^{-1}

3.3- Activité d'une source radioactive.

L'activité d'une source radioactive est le nombre de désintégration par seconde.

$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = -N.\frac{d(e^{-\lambda.t})}{dt} = \lambda.N_0.e^{-\lambda.t}$

En posant $A_0 = \lambda.N_0$; on a :

$A = A_0\, e^{-\lambda t}$ A_0 est l'activité initiale et A l'activité à l'instant t en becquerel (Bq)

1Bq = une désintégration par seconde.

4- Les réactions nucléaires provoquées

4.1-La fission

C'est une réaction nucléaire au cours de laquelle un noyau lourd se fragmente en deux ou plusieurs noyaux plus petits.

Exemple :

$${}_0^1n + {}_{92}^{235}U \rightarrow {}_{38}^{94}Sr + {}_{54}^{140}Xe + 2.{}_0^1n$$

$${}_0^1n + {}_{92}^{235}U \rightarrow {}_{57}^{148}\mathrm{La} + {}_{35}^{85}Br + 3.{}_0^1n$$

4.2- La fusion nucléaire

C'est une réaction nucléaire au cours de laquelle deux noyaux de nombre de masse plus faible s'unissent pour former un noyau plus lourd.

Exemple : ${}_1^2H + {}_1^2H \rightarrow {}_1^3h + {}_1^1H$

5- Utilisation des radionucléides

5.1- Utilisation comme traceur radioactif

On remplace dans un échantillon de substance un isotope stable par un isotope radioactif. On suit la trace de ce dernier grâce au rayonnement émis.

Les applications sont nombreuses :

-En chimie : Etude du mécanisme réactionnel et de la cinétique de certaines réactions.

-En médicine : 2tude du fonctionnement de certaines organes comme la glande thyroïde.

- En biologie : étude des mécanismes de biosynthèse.

5.2- Utilisation en radiothérapie

Les rayonnements émis, essentiellement ceux du cobalt 60 sont utilisés dans le traitement du cancer pour détruire les tissus malades.

5.3- Datation au carbone 14

Connaissant le radio élément contenu dans l'objet, nous pouvons déterminer sa constante radioactive λ, l'activité A_0 de l'échantillon étant connue. La mesure de l'activité A permet de calculer la date origine t de l'objet.

Principe de la datation au carbone 14.

Pour dater un échantillon contenant du carbone 14, on compare son activité à celle d'un échantillon de bois frais de même masse. Moins il reste du carbone 14 dans le fossile à dater, plus la mort est ancienne Les datations se font par rapport à l'année 1950 où la période du carbone 14 est de 5730 années.

6- Les dangers des radionucléides

- L'irradiation
  C'est une atteinte à distance par des radiations issues d'une source radioactive plus ou moins éloignée
- La contamination
  C'est une atteinte directe par contact, ingestion ou inhalation des produits radioactifs.

Exercices : La radioactivité

Test de connaissances :

__**Exercice 1**__ :

1-Définir : radioactivité.

2-Citer les différents types de désintégrations radioactives et préciser pour chaque type la nature des particules émises.

3- Un noyau atomique est représenté par : ${}_{92}^{235}U$.

Donne la composition de ce noyau.

4-Enoncer les lois de conservation observées au cours d'une émission radioactive.

Une solution exercice 1

1-Définition :

Radioactivité : Désintégration spontanée des noyaux des atomes instables accompagnée d'une émission de particules ou de rayonnement électromagnétique.

2-

Types de radioactivités	Nature des particules émises
Radioactivité alpha	Noyau d'hélium (^4_2He)
Radioactivité béta plus	Positon ($_{+1}^{0}e$)
Radioactivité béta moins	Electron($_{-1}^{0}e$)
Radioactivité gamma	Rayonnement gamma

3-Composition du noyau :

- 92 protons et (235 – 92) = 133 neutrons

4-Enoncé des lois de conservation observées au cours d'une émission radioactive :

-La conservation du nombre de charge : La somme des nombres de charge des noyaux disparus est égale à la somme des nombres de charge des noyaux formés

-La conservation du nombre de masse : la somme des nombres de masse des noyaux disparus est égale à la somme des nombres de masse des noyaux formés.

-la conservation de l'énergie.

La somme des énergies des noyaux disparus est égale à la somme des énergies des noyaux formés plus l'énergie de désintégration.

Exercice 2 : Questions à choix multiples :

2.1-La radioactivité β^- est une émission de :

a) Des protons ; b) Des positons ; c) des électrons.

2.2-Au cours d'une désintégration radioactive, la masse :

a) Augmente ; b) Se conserve ; c) diminue.

2.3-La relation d'Einstein s'écrit :

a) E = m^2.C ; b) E = m.C^2 ; c) E=$\frac{m}{C^2}$.

2.4-Au bout d'un temps t = 3.T , le nombre de noyaux instables dans un échantillon de période T et de nombre initial de noyaux N_0 est :

a) $\frac{N_0}{3}$; $b)\ \frac{N_0}{6}$; $c)\ \frac{N_0}{8}$

2.5-L'interaction qui est responsable de la cohésion du noyau est l'interaction :

a) Electromagnétique ; b) Forte ; c) Faible

2.6-La loi de décroissance radioactive s'écrit (n est le nombre de période) :

a) $N(t) = \frac{N_0}{2^n}$; b) $N(t) = \frac{2^n}{N_0}$;

c) $N(t) = N_0.2^n$

Une solution exercice 2

Choisir la bonne réponse

2.1	2.2	2.3
c) des électrons	c) diminue	b) E = m.C^2
2.4	2.5	2.6
$c)\ \frac{N_0}{8}$	b) Forte	a) $N(t) = \frac{N_0}{2^n}$

Exercice 3

Répondre par vrai ou par faux

3.1-La période radioactive d'un nucléide évolue au cours du temps.

3.2-Albert Einstein a découvert la radioactivité.

3.3-Le carbone $^{14}_{6}C$ et l'azote $^{14}_{7}N$ sont des isotopes.

3.4-Plus un nucléide est stable, plus son énergie de liaison par nucléon est élevée.

3.5-Dans une désintégration β^- le nombre de charge du noyau fils augmente d'une unité.

3.6- La fusion est une réaction nucléaire spontanée.

3.7- La radioactivité **α** est une émission d'ion hélium.

3.8- L'activité d'une substance radioactive augmente avec la température.

3.9-Deux atomes isotopes n'ont pas les mêmes propriétés chimiques.

Une solution Exercice 3

3.1	3.2	3.3
Faux	Faux. c'est Henri Becquerel	Faux
3.4	3.5	3.6
Vrai	Vrai	Faux
3.7	3.8	3.9
Vrai	Faux	Faux

Exercice 4 :

Compléter les équations-bilans des désintégrations radioactives suivantes :

4.1- $^{222}_{86}Rn \longrightarrow\ ^{218}_{84}Po\ +$ ....

4.2- $^{210}_{82}Pb \longrightarrow\ ^{210}_{83}Bi\ + \cdots$ ...

4.3- $^{14}_{7}N \longrightarrow\ ^{14}_{6}C\ +$ … … ..

4.4- $^{11}_{6}C \longrightarrow\ _{+1}^{0}e\ +$ … ....

4.5- $^{210}_{84}Po \longrightarrow\ ^{4}_{2}He\ +$ … ....

4.6- $^{3}_{1}H \longrightarrow\ _{-1}^{0}e\ +$ … ....

4.7- $^{32}_{15}P \longrightarrow\ _{-1}^{0}e\ +$ … ..

Une solution Exercice 4 :

Pour compléter, on applique les lois de conservation puis on utilise le tableau de classification périodique pour retrouver le noyau correspondant.

4.1- $^{222}_{86}Rn \longrightarrow\ ^{218}_{84}Po\ +$ … $\mathbf{^{4}_{2}He}$.

4.2- $^{210}_{82}Pb \longrightarrow\ ^{210}_{83}Bi\ + \cdots$ … $\mathbf{_{-1}^{0}e}$

4.3- $^{14}_{7}N \longrightarrow\ ^{14}_{6}C\ +$ … … $\mathbf{_{+1}^{0}e}$..

4.4- $^{11}_{6}C \longrightarrow\ _{+1}^{0}e\ +$ … $\mathbf{^{11}_{5}B}$ ....

4.5- $^{210}_{84}Po \longrightarrow\ ^{4}_{2}He\ +\ \dots\ ^{206}_{82}\mathbf{Pb}$ ....

4.6- $^{3}_{1}H \longrightarrow\ ^{0}_{-1}e\ +\ \dots\dots\ ^{3}_{2}\boldsymbol{He}.$

4.7- $^{32}_{15}P \longrightarrow\ ^{0}_{-1}e\ +\ \dots\dots\ ^{32}_{6}\mathbf{S}$

Exercice 5

L'isotope $^{59}_{26}Fe$ du fer engendre par désintégration β^- un noyau de cobalt à l'état excité.

5 .1- Ecrire l'équation de la désintégration du fer.

5.2-Comment le noyau fils obtenu atteint son état fondamental ?

5.3-Ecrire l'équation de cette désexcitation.

Une solution Exercice 5

5.1- Equation de la désintégration du fer :

$^{59}_{26}Fe \longrightarrow\ ^{59}_{27}Co^{*}\ +\ ^{0}_{-1}e$

5.2-Le noyau fils obtenu atteint son état fondamental par désexcitation en émettant des photons.

5.3-Equation de la désexcitation :

$^{59}_{27}Co^{*} \rightarrow\ ^{59}_{27}Co\ +\ \gamma.$

Exercice 6

La famille radioactive du thorium 232 aboutit à l'isotope de plomb 208. L'organigramme de cette famille est représenté ci-dessous. En vous aidant de la classification périodique, inscrire le nucléide correspondant à chaque lettre A ; B ; C ; D ; E ; F ; G ; H et I.

$^{232}_{90}Th \xrightarrow{\alpha} A$

$\downarrow \beta^-$

B

$\downarrow \beta^-$

$C \xrightarrow{\alpha} D \xrightarrow{\alpha} E \xrightarrow{\alpha} F \xrightarrow{\alpha} G$

$\beta^- \downarrow \searrow \alpha$

$H \xrightarrow{\alpha} I$

$\beta^- \downarrow \quad \beta^- \downarrow$

$J \xrightarrow{\alpha}\ ^{208}_{82}Pb$

Une solution exercice 6 :

Sachant que la particule **α** correspond à $^{4}_{2}He$ et la particule β^- à $^{0}_{-1}e$; les équations des réactions de désintégrations sont les suivantes :

$^{232}_{90}Th \longrightarrow\ ^{4}_{2}He\ +\ ^{228}_{88}A$;

$^{228}_{88}A \rightarrow\ ^{0}_{-1}e\ +\ ^{228}_{89}B$

$^{228}_{89}\mathrm{B} \longrightarrow\ ^{0}_{-1}\mathrm{e} +\ ^{228}_{90}\mathrm{C}$; $^{228}_{90}\mathrm{C} \longrightarrow\ ^{4}_{2}\mathrm{He} +\ ^{224}_{88}\mathrm{D}$

$^{224}_{88}\mathrm{D} \rightarrow\ ^{4}_{2}\mathrm{He} +\ ^{220}_{86}\mathrm{E}$; $^{220}_{86}\mathrm{E} \rightarrow\ ^{4}_{2}\mathrm{He} +\ ^{216}_{84}\mathrm{F}$

$^{216}_{84}\mathrm{F} \rightarrow\ ^{4}_{2}\mathrm{He} +\ ^{212}_{82}\mathrm{G}$; $^{212}_{82}\mathrm{G} \rightarrow\ ^{0}_{-1}\mathrm{e} +\ ^{212}_{83}\mathrm{H}$

$^{212}_{83}\mathrm{H} \rightarrow\ ^{4}_{2}\mathrm{He} +\ ^{208}_{81}\mathrm{I}$; $^{212}_{83}\mathrm{H} \rightarrow\ ^{0}_{-1}\mathrm{e}\ +\ ^{212}_{84}\mathrm{J}$

$^{208}_{81}\mathrm{I} \rightarrow\ ^{0}_{-1}\mathrm{e} +\ ^{208}_{82}\mathrm{Pb}$; $^{212}_{84}\mathrm{J} \rightarrow\ ^{4}_{2}\mathrm{He} +\ ^{208}_{82}\mathrm{Pb}$

En utilisant le nombre de charge et le tableau périodique, on trouve :

A	B	C	D	E
$^{228}_{88}Ra$	$^{228}_{89}Ac$	$^{228}_{90}Th$	$^{224}_{88}Ra$	$^{220}_{86}Rn$

F	G	H	I	J
$^{216}_{84}Po$	$^{212}_{82}Pb$	$^{212}_{83}Bi$	$^{208}_{81}Ti$	$^{212}_{84}Po$

Exercice 7

Une réaction typique de fission est :

$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow\ ^{95}_{42}Mo + ^{139}_{57}La + 2\ ^{1}_{0}n + 7\ ^{0}_{-1}e$

Calculer l'énergie totale libérée par la fission de 1 g de $^{235}_{92}U$ en négligeant la masse des électrons.

(Masse du : neutron= 1,009 u

$^{95}_{42}Mo$= 94,906 u ; $^{139}_{57}La$= 138,906 u

$^{235}_{92}U$= 235,044 u ; 1 u= $1{,}67.10^{-27}kg$

Choisir la bonne réponse.

A) $3{,}83.10^{10}$J ; B) $5{,}83.10^{10}$J

B) $8{,}35.10^{10}$J ; D) $8{,}53.10^{10}$ J

Une solution exercice 7 :

Energie libérée par une mole d'atomes d'uranium 235, soit une masse

$m = 235{,}044.1{,}67.10^{-27} = 3{,}9252.10^{-22}$g:

$E = [m\left(^{235}_{92}U\right) + m(^{1}_{0}\ n) - m(^{95}_{42}Mo) - m(^{139}_{57}La) - 2.m(^{1}_{0}\ n)]C^2$

AN: $E = (235{,}044 - 94{,}906 - 138{,}906 - 1{,}009).1{,}67.10^{-27}.3^2.10^{16} = 3{,}35.10^{-11}J$

Energie libérée par 1g d'uranium :

$$\frac{E}{m} = \frac{E_1}{1}\ \text{d'où}\ E_1 = \frac{E}{m}$$

AN : $E_1 = \frac{3{,}35.10^{-11}}{3{,}9252.10^{-22}} = 853.10^{10}$ J

La réponse D) est la bonne.

Application des savoirs et savoirs faires

Exercice 8

Le fluor 18 est émetteur β^-

2.1- Ecrire l'équation de désintégration d'un noyau de fluor 18. 0,5pt

On donne les symboles des éléments et leurs numéros atomiques :

Oxygène (O ;8) ; Fluor (F ; 9) ; Néon (Ne ; 10) ; Sodium (Na ; 11)

2.2- Un échantillon de fluor 18 contient initialement N_0= $9{,}5.10^{10}$ noyaux radioactifs.

Combien de noyaux radioactifs reste-t-il dans l'échantillon après 1h 5 min ? 0,75pt

2.3- Quelle est à cette date, l'activité de l'échantillon ? 0,75pt

On donne la demi-vie du fluor 18 : T= 109,4 s.

<u>Une solution exercice 8</u> :

2.1-équation de la désintégration :

$$^{18}_{9}F \longrightarrow \ ^{0}_{-1}e + \ ^{18}_{10}Ne$$

2.2-Nombre de noyaux radioactifs restants après 1h 5min

$N(t) = N_0.e^{-\lambda t}$ avec t = 60.60 + 5.60 = 3900s.

$N(t) = N_0.e^{\frac{-t\ell n2}{T}}$

AN : $N(t) = 9{,}5\text{x}10^{10}.e^{\frac{-3900.\ell n2}{109{,}4}}$

: $N(t)$ =1,76 noyaux

3-Activité de l'échantillon à cette date :

$$A(t) = \lambda.N(t)$$

AN : A(t) = $\frac{\ell n2}{109{,}4}$.1,76 = $1{,}1.10^{-2}$ Bq

Exercice 9 /

A-Le phosphore $^{32}_{15}P$ est radioactif β^-. Sa demi-vie est de 14,3 jours. La masse de l'atome de phosphore 32 est m_P=5,35631.10^{-26} kg.

A.1- Donner la composition du noyau du phosphore $^{32}_{15}P$. 0,5pt

A.2- Ecrire l'équation de la désintégration du phosphore $^{32}_{15}P$ en précisant la nature de la particule β^- et du noyau fils obtenu. 0,5pt

A.3- Définir demi-vie d'un nucléide radioactif et déterminer la valeur de la constante de désintégration du phosphore $^{32}_{15}P$. 0,5pt x 2

A.4- On étudie un échantillon de masse m = 1g de phosphore. Initialement pour t=0, on constate que l'échantillon contient 53% de noyau de phosphore $^{32}_{15}P$. Calculer le nombre N_0 de noyaux de phosphore $^{32}_{15}P$ dans l'échantillon à cette date.

B-L'activité d'une source radioactive de carbone $^{11}_{6}C$ de demi-vie 20,4h à l'instant initial est de 1,09.10^{14}Bq. $^{32}_{16}S$ On donne le nombre d'Avogadro : N_A = 6,02.10^{23} mol^{-1}.

B.1-Définir activité d'une source radioactive.

B.2- Déterminer le nombre de noyaux initialement présents dans cet échantillon. 0,5pt B.3- Déterminer la masse initiale de cet échantillon. 0,5pt

C-

C.1- Rappeler la définition de énergie de liaison d'un nucléide. 0,5pt

C.2- Calculer en MeV l'énergie de liaison par nucléon du nucléide $^{226}_{88}Ra$. 0,5pt

C.3- Le radium $^{226}_{88}Ra$ est radioactif α. A quoi correspond la particule α ? 0,5pt

Ecrire l'équation de la désintégration du $^{226}_{88}Ra$ en précisant les lois de désintégration utilisées. Indiquer le noyau fils Y. 0,25pt x 4

C.4- Calculer l'énergie libérée au cours de cette réaction nucléaire en MeV. 0,5pt

On donne : masse du proton : m_P=1,00276u ; masse du neutron : m_n = 1,00866u ; masse du noyau d'hélium m($^{4}_{2}He$)=4,0015u ; masse du noyau de radium 226 : m($^{226}_{88}Ra$)=225,9771u ; masse du noyau Y : m(Y) = 221,9703u et 1u=931,5MeV/C^2 et 1MeV = 10^6 ev. L'extrait du tableau périodique ;

$_{86}Rn$	$_{87}Fr$	$^{226}_{88}Ra$	$_{89}At$	$_{90}Th$

<u>Une solution Exercice 9</u> :

A-

A.1-Composition du noyau de phosphore 32 :

- 15 protons ;
- (35 – 15) = 20 neutrons

A.2- Equation de la désintégration du phosphore $^{32}_{15}P$:

Nature de la particule β^- : électron.

L'équation de la réaction de désintégration est de la forme :

$$^{32}_{15}P \rightarrow \ ^{0}_{-1}e + \ ^{a}_{z}X$$

Conservation du nombre de charge :

15 = - 1 + z d'où z = 15 + 1 = 16

Conservation du nombre de masse :

32 0 + a d'où a = 32

X correspond au soufre.

D'où l'équation de la désintégration :

$$^{32}_{15}P \rightarrow \ ^{0}_{-1}e + \ ^{32}_{16}S$$

A.3- Définition de demi vie :

Durée au bout de laquelle la moitié des nucléides radioactifs initialement présents ce sont désintégrés.

- Valeur de la constante radioactive du phosphore 32 :

$\lambda = \frac{\ell n\ 2}{T}$ AN : **$\lambda = \frac{\ell n\ 2}{14{,}3}$ = 4,84.10^{-2} J^{-1}**

A.4-Nombre N_0 de noyau de phosphore initialement présent à t = 0:

$$N_0 = \frac{m.53}{100.m_p} = \frac{1.53.10^{-3}}{5{,}35631.100.10^{-26}} = 9.9.10^{21}$$

$$N_0 = 9.9.10^{21}\ noyaux$$

B-

B.1-Définition de activité d'une source radioactive :

C'est le nombre de désintégration par seconde.

B.2- Nombre de noyaux initialement présents dans cet échantillon

$A_0 = \lambda.N_0$ d'où $N_0 = \frac{A_0}{\lambda}$

AN : $N_0 = \frac{10^{14}.1{,}09\ 20{,}4.60.60\ .}{\ell n\ 2}\ 1{,}165.10^{19}\ noyaux$
B.3-Masse initile de ce noyau :
m = $\frac{M}{N_A}\ .N_0$
AN : $\mathrm{m} = \frac{11.1{,}165.10^{19}}{6{,}02.10^{23}} 2{,}13.10^{-4}\ kg$
C-
C.1- Rappel de la définition de **énergie de liaison** d'un nucléide :
C'est l'énergie qu'il faut fournir à ce noyau pour le séparer en ses nucléons libres et immobiles.
C.2- Calcul en MeV l'énergie de liaison par nucléon du nucléide ${}^{226}_{88}Ra$.
$\frac{\mathrm{E}_\ell}{\mathrm{A}} = \frac{[88.\mathrm{m_p}+(226-88)\mathrm{m_n}-\mathrm{m}({}^{226}_{88}\mathrm{Ra})]\mathrm{C}^2}{\mathrm{A}}$
AN :
$\frac{E_\ell}{A} = \frac{[88.1{,}00276 + (226-88)1{,}00866 - 225{,}9771].931{,}5}{226}$

$\frac{\mathbf{E}_\ell}{\mathbf{A}} = \mathbf{6{,}0211MeV/nucléide}$
C.3-La particule **α** correspond au noyau d'hélium.
Equation de la désintégration du ${}^{226}_{88}Ra$ en précisant les lois de désintégration utilisées. Indiquer le noyau fils Y.
L'équation est de la forme :
$${}^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{a}_{z}Y$$
Conservation du nombre de masse :
226 = 4 + a d'où a = 226 – 4 = 222
Conservation du nombre de charge :
88 = 2 + z d'où z = 88 – 2 = 86
L'équation est : ${}^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{222}_{86}Y$

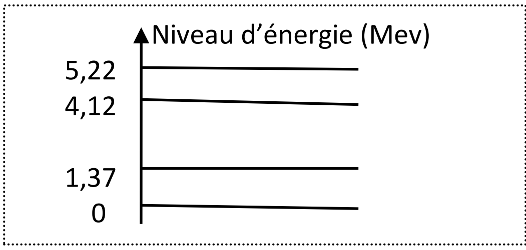
Le nucléide Y correspond au radon (${}^{22}_{86}Rn$)
C.4 Energie libérée au cours de cette désintégration nucléaire :
E = [m(${}^{226}_{88}Ra$) - m(Y) - m(${}^{4}_{2}He$)].C^2
AN :
E = [225,9771 - 221,9703 - 4,0015].931,5
E =4,94MeV

Exercice 10
Les positons ont une durée de vie très courte. Dans certaines conditions, ils s'anhylent au cours d'une réaction avec les électrons en produisant un photon.
1-Donner la masse et la charge d'un positon.
2-Ecrire l'équation d'une telle réaction et vérifier les lois de conservation.
3-Appliquer la loi de conservation de l'énergie et déterminer l'énergie du photon émis.
4-Quelle est la longueur d'onde de la radiation émise ?Est-elle visible ?
__**Une solution exercice 10**__
1-

particule	charge	Masse en uma
Positon (${}^{0}_{+1}e$	-1,6.10^{-19}C	$\frac{9.10^{-31}}{1{,}67.10^{-27}} = 5{,}45.10^{-4}u$

2-Equation de cette désintégration :
$${}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{+1}e \longrightarrow {}^{0}_{0}\gamma$$
Lois de conservation :
Conservation du nombre de masse : 0 + 0 = 0
Conservation du nombre de charge :
(-1) + (+1) = 0
3-Energie du photon émis :
$\mathrm{E}({}^{0}_{0}\gamma) = \mathrm{E}({}^{0}_{-1}e) + E({}^{0}_{+1}e) = 2.\mathrm{E}({}^{0}_{-1}e)$
AN :
$\mathrm{E}({}^{0}_{0}\gamma) = 2.5{,}45.10^{-4}.931{,}5.10^{6}$
$= 1{,}0153.10^{-13}\ J$
4-Longueur d'onde du rayonnement émis :
$E = \frac{h.C}{\lambda}$ d'où $\lambda = \frac{h.C}{E}$
AN : $\lambda = \frac{6{,}62.10^{-34}.3.10^{8}}{1{,}0153.10^{-13}} = 1{,}95.10^{-12}\ m$
Cette radiation n'est pas dans le visible car n'appartient pas à [0,4µm ; 0,75µm].

__**Exercice 11**__
Le nucléide ${}^{24}_{11}Na$ est radioactif β$^-$. Sa désintégration donne le nucléide ${}^{24}_{12}Mg$. Le noyau fils peut apparaitre sous différents états excités correspondant au diagramme d'énergie ci-dessous.



1-Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire et donner la nature de la particule β$^-$.
2- Calculer les longueurs d'onde des photons émis lors de la désexcitation du noyau fils d'un état excité vers l'état fondamental.
3-Comment se répartie l'énergie libérée par cette désintégration ?

__**Une solution exercice 11**__
1-Equation de la désintégration :
${}^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{24}_{12}Mg^{*} + {}^{0}_{-1}e$
Nature de la particule β$^-$: __électron__
2-Longueur d'onde de la radiation émise lors de la désexcitation.
Le photon est émis lors de la transition du niveau d'énergie de l'état excité E$_n$ au niveau fondamental E$_0$.
La loi de conservation de l'énergie s'écrit :
$\mathrm{E_n} = \mathrm{E_0} + \frac{\square.C}{\lambda}$ d'où $\lambda = \frac{\square.C}{E_n - E_0}$
AN :

$$\lambda_1 = \frac{6,62.10^{-34}.3.10^8}{(5,22-0).1,6.10^{-19}} = 2,38.10^{-8}m$$

$$\lambda_2 = \frac{6,62.10^{-34}.3.10^8}{(4,12-0).1,6.10^{-19}} = 3,01.10^{-8}m$$

$$\lambda_3 = \frac{6,62.10^{-34}.3.10^8}{(1,37-0).1,6.10^{-19}} = 9,1.10^{-8}m$$

2- L'énergie libérée au cours de cette désintégration se répartie :
-Energie cinétique de la particule émise (électron);
- Rayonnement électromagnétique γ *d'énergie* E = h.ν.

Exercice 12

1-Le phosphore ${}^{32}_{15}$ est radioactif. Sa demi-vie est égale T=14,3 jours et sa désintégration conduit au soufre et à l'émission d'un électron.
1.1-Définir demi-vie et écrire l'équation de désintégration. **0,25pt x 2**
1.2-On veut déterminer l'évolution du nombre de noyaux radioactifs d'un échantillon de phosphore 32 au cours du temps en utilisant la méthode d'Euler. Pour cette méthode, on considère que la variation ΔN(t) du nombre de noyaux radioactifs pendant l'intervalle de temps Δt est donnée par la relation ΔN(t) = - λ. N(t). Δt où N(t) est le nombre de noyaux radioactifs au début de l'intervalle de temps considéré et λ la constante radioactive donnée par λ= $\frac{\ell n2}{T}$. Le nombre de noyaux radioactifs initial de l'échantillon est $N(0)=10^{22}$. On considère Δt=5jours. Un programme informatique permet de calculer le nombre de noyaux restants à tout instant t = n. Δt.
a) Exécuter manuellement ce programme pour calculer le nombre de noyaux restants aux instants t_1=5jours ; t_2=10jours et t_3= 15jours. **0,25pt x 3**
b) Un élève de terminale C qui a maitrisé la procédure de conjecture des suites géométriques propose pour le calcul du nombre de noyaux restants à tout instant t=n. Δt, la relation
$N(t)= N(0) (1- \lambda.\Delta t)^n$.

- Vérifier l'exactitude de sa relation et expliquer sa démarche. **0,5pt**
- Calculer le temps au bout duquel le rapport du nombre de noyaux restants N(t) au nombre de noyaux initial N(0) est inférieure à 1%. **0,5pt**

Une solution exercice 12

1-
1.1-Définition demi-vie :
C'est le temps au bout duquel la moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon ce sont désintégrés.
-Equation de la désintégration :
$${}^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}S + {}^{0}_{-1}e$$
1.2-
a) Exécution du programme

Pour t_1 = 5J = Δt nous pouvons écrire :
$\Delta N(t) = N(t_1) - N(0) = - \lambda.N(0).\Delta t$
D'où
$N(t_1) = N(0) (1 - \lambda.\Delta t) = N(0) (1 - \frac{\ell n2}{T}.\Delta t)$
AN : $N(t_1) = 10^{22} (1 - \frac{\ell n2}{14,3}.5) = \mathbf{7,58.10^{21}}$

Pour t_2 = 10J = 2.Δt nous pouvons écrire :
$N(t_2) - N(t_1) = - \lambda.N(t_1).\Delta t$
D'où $N(t_2) = N(t_1)(1- \lambda.\Delta t)$
AN : $N(t_2) = 7,58.10^{21} (1 - \frac{\ell n2}{14,3}.5) = \mathbf{5,74.10^{21}}$

Le même raisonnement conduit à :
$N(t_3) = N(t_2)(1- \lambda.\Delta t)$
AN :
$N(t_3) = 7,58.10^{21} (1 - \frac{\ell n2}{14,3}.5) = \mathbf{4,34.10^{21}}$

b) Montrons que $N(t) = N(0) (1- \lambda.\Delta t)^n$
$N(t_1) = N(0) (1 - \lambda.\Delta t)$
$N(t_2) = N(t_1)(1- \lambda.\Delta t)$
$= N(0) (1 - \lambda.\Delta t)(1- \lambda.\Delta t)$
$= N(0) (1 - \lambda.\Delta t)^2$

On en déduit que pour t = n.Δt ;

$$\mathbf{N(t) = N(0)\,(1 - \lambda.\Delta t)^n}$$

Calculons le temps au bout duquel le rapport du nombre de noyaux restants N(t) au nombre de noyaux initial N(0) est inférieure à 1%.

$$\frac{\mathbf{N(t)}}{\mathbf{N(0)}} = \frac{\mathbf{N(0)\,(1 - \lambda.\Delta t)^n}}{N(0)} < \frac{1}{100}$$

$$(\mathbf{1 - \lambda.\Delta t})^{\frac{t}{\Delta t}} < \frac{1}{100}$$

On trouve $t < \frac{-\Delta t.\ell n100}{\ell n(1-\Delta t.\frac{\ell n2}{T})}$.

AN : $t < \frac{-5.\ell n100}{\ell n(1-5.\frac{\ell n2}{14.3})} = 82,96$ J

On conclut que $t \approx 82\,J$

Exercice 13

1-On éclaire une cellule photoélectrique par une radiation lumineuse de longueur d'onde λ= 633 nm. Le travail d'extraction du métal constituant la cathode de la cellule est w_s= 1,80 e V.
1.1-Définir effet photoélectrique et citer une de ses applications. 0,75pt

1.2-Calculer en électronvolt, l'énergie transportée par un photon de cette radiation lumineuse et justifier qu'il se produit l'effet photoélectrique. 0,75pt
1.3-Déterminer l'énergie cinétique maximale de sortie d'un électron extrait de la cathode. 0,5pt
1.4-En déduire le potentiel d'arrêt de cette cellule photoélectrique. 0,5pt
2-Le polonium ${}^{210}_{84}P_O$ libère la particule α (${}^{4}_{2}He^{2+}$) pour se transformer en plomb pb au cours d'une désintégration radioactive.
2.1-Ecrire l'équation de désintégration nucléaire et citer une propriété des particules α. 0,5pt
2.2-Calculer en MeV, l'énergie libérée par cette transformation et montrer que cette énergie est essentiellement transportée par la particule α sous forme d'énergie cinétique. 0,5pt x 2
2.3-La mesure de l'énergie cinétique de la particule α a donné 4,85MeV. Montrer que le noyau de plomb est émis dans un état excité et calculer la longueur d'onde du rayonnement émis lors de son retour à son état fondamental.
Données :
Constante de Planck : h = $6{,}62.10^{-34}$ J.s ; célérité de la lumière dans le vide : C = 3.10^{8} m/s ;
1 e V = $1{,}6.10^{-19}$J ; m(${}^{210}_{84}P_O$) = 195595MeV/C^2 ;
m(Pb) = 191861 Mev/C^2 ; m(${}^{4}_{2}He$) = $3728{,}35\ MeV/C^2$.

Une solution exercice 13

1-
1.1-Définition: Effet photoélectrique: Extraction des électrons d'un métal par un rayonnement électromagnétique.

Une application de l'éffet photoélectrique :
-La calculatrice à rayon solaire
-Les photopiles.
1.2-Valeur de l'énergie transportée par un photon de longueur d'onde λ = 638nm

$$W = \frac{h.C}{\lambda}$$

AN : $W = \frac{6{,}62.10^{-34}.3.10^{8}}{638.10^{-9}.1{,}6^{-19}} = 1{,}95\ eV$

Justification :

W > W$_s$; il y a effet photoélectriques.
1.3-Energie cinétique maximale des électrons émis :

$$E_{Cmax} = W - W_s$$

AN :
$E_{Cmax} = (1{,}95 - 1{,}8).1{,}6.10^{-19} = 2{,}4.10^{-20}J$
1.4-Déduction du potentiel d'arrêt :

$$E_{Cmax} = e.U \quad d'où \quad U = \frac{E_{Cmax}}{e}$$

AN : $U = \frac{2{,}4.10^{-20}}{1{,}6.10^{-19}}$ = 0,15 V
2-
2.1-Equation de désintégration :
${}^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{206}_{82}Pb$

- Une propriété des particules alpha :
Elles sont très ionisantes mais peu pénétrantes.

2.2-Energie libérée par cette désintégration :

$$E = [m({}^{210}_{84}Po) - m({}^{4}_{2}He) - m({}^{206}_{84}Pb)].C^2$$

AN :

$$E = (1{,}95595 - 1{,}91861 - 0{,}0372835) = 5{,}65MeV$$

Montrons que cette énergie est transmise à la particule α sous forme cinétique.
La particule α dans cette réaction est la seule en mouvement après désintégration. L'énergie de mouvement lui est donc transmise ;
Cette énergie est E.
2.3- Montrons que le noyau de plomb est émis à l'état excité :
$E_c(\alpha) < E$; Une partie de l'énergie libérée est sous forme rayonnante.
Ce rayonnement est émis lorsque le plomb émis à l'état excité retrouve son état fondamental.
${}^{206}_{82}Pb^{*} \longrightarrow {}^{206}_{82}Pb + \gamma$

Longueur d'onde du rayonnement émis lors de son retour à l'état fondamental :

$$E - E_c(\alpha) = \frac{h.C}{\lambda} \quad d'où \ \lambda = \frac{h.C}{E - E_c(\alpha)}$$

AN :

$$\lambda = \frac{6{,}62.10^{-34}.3.10^{8}}{(5{,}65 - 4{,}85).1{,}6.10^{-13}} = 1{,}55.10^{-12}m$$

EXERCICE 14 Exploitation des résultats d'une expérience : / 4pt

On se propose de déterminer expérimentalement la demi vie T du vanadium V qui est un émetteur β^-.
Pour cela on dispose d'un chronomètre et d'un compteur GeiGer qui détermine le nombre de désintégration par seconde d'un élément radioactif.
Ainsi toutes les 30s et pendant une durée θ = 160s on lit sur l'écran du compteur le nombre N de désintégration qui sont produites. Un relevé de ces mesures conduit au tableau suivant :

t(s)	10	40	70	100	130	160
N(t)	2015	1706	1572	1353	1245	1126

4.1- Rappeler l'expression du nombre de noyau N(t) restant d'un radioélément à un instant quelconque t en fonction du nombre N_0 de noyau initial et du temps t. 0,25pt
4.2- Exprimer ℓn N(t) en fonction du temps t où In est le logarithme népérien. 0,25pt
4.3- Etablir le tableau des valeurs de ℓn N(t) en fonction des valeurs ci-dessus du temps. 0,75pt
4.4- Tracer la courbe de la fonction ℓn N(t) = f(t).
Donner sa nature
Echelle : Abscisses : 1cm correspond à 30s

Ordonnées : 1cm correspond à 0,1. 2pt

4.5- Calculer la valeur expérimentale de la constante radioactive λ du vanadium et en déduire sa demi-vie T. 0,75pt

Exercice 15

L'uranium 238 est à l'origine d'une famille radioactive qui conduit à un isotope stable de plomb $^{206}_{82}Pb$. Les désintégrations successives s'accompagnent d'émission de particules α ou de particules β^-. La durée de vie des noyaux intermédiaires est suffisamment courte pour que l'on puisse négliger leur présence dans les produits de la transformation. On assimilera l'ensemble à une réaction unique

$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\alpha + y\beta^-$. .

$^{206}_{82}Pb$; $^{209}_{83}Bi$; $^{210}_{84}Po$; $^{218}_{85}At$

A.1-Donner la nature des particules α et β^-.

A.2-En appliquant les lois de conservation déterminer x et y. **0,25pt x 2**

B- On considère qu'à la date t = 0 de formation du minerai contenant de l'uranium 238, celui-ci ne contenait aucun noyau de plomb 206.

B.1- On appelle $N_u(0)$ le nombre initial de noyaux d'uranium, $N_u(t)$ le nombre de noyaux d'uranium qui restent à l'instant t et $N_{Pb}(t)$ le nombre de noyaux de plomb présents à la date t

B.1.1- Sachant que $N_u(t)=N_u(0).e^{-\lambda t}$ où λ est la constante de désintégration de l'uranium 238, écrire la relation liant la période T de l'uranium 238 et λ**.**

B.1.2-Exprimer le nombre $N_{Pb}(t)$ de noyau de plomb 206 présents à la date t dans le minerai considéré en fonction de t ; λ et $N_u(0)$. **0,75pt**

B.1.3- Exprimer l'âge du minerai en fonction de la période T de l'uranium 238 et du rapport $\frac{N_{u(t)}}{N_{u(0)}}$. On supposera $t \ll T$ et pour ϵ petit, on prendra $e^{\varepsilon} = 1 + \varepsilon$.

B.2-Application numérique à la date t, l'échantillon du minerai contient 1g d'uranium 238 et 10mg de plomb. Calculer l'âge du minerai sachant que T = $4{,}5.10^4$ années. .

Pb :206 g/mol ; U :238g/mol **0,5pt**

Une solution Exercice 15

A.1-

Particules	Nature
Alpha ($\boldsymbol{\alpha}$)	Noyau d'hélium (^4_2He)
Béta moins (β^-)	Electron ($_{-1}^{\ 0}e$)

A.2- Détermination de x et y :

L'équation peut s'écrire :

$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb$ + x ^4_2He + y $_{-1}^{\ 0}e$

Conservation du nombre de masse :

238 = 206 + 4x d'où x = 8

Conservation du nombre de charge :

92 = 8.2 + y.(-1) + 82 d'où y = 6.

B-1

B.1.1-Relation liant la période T de l'uranium 238 et λ**.**

$\mathbf{T} = \frac{\ell n\, 2}{\lambda}$

B.1.2- Exprimons le nombre $N_{Pb}(t)$ de noyau de plomb 206 présents à la date t dans le minerai considéré en fonction de t ; λ et $N_u(0)$

$$\mathbf{N_u(t) = N_u(0).}e^{-\lambda.t}$$

Lorsqu'un noyau d'uranium 238 disparait, il se forme un noyau de plomb 206. D'où :

$N_u(t) = N_u(0) - N_{Pb}(t)$ d'après l'équation de désintégration car quand un noyau d'uranium disparait, il se forme un noyau de plomb.

En combinant les deux relations, on trouve :

$$\mathbf{N_{Pb}(t) = \left(1 - e^{-\lambda.t}\right).N_u(0)}$$

B.1.3-Expression de l'âge du minerai en fonction de la période T de l'uranium 238 et du rapport $\frac{N_{Pb(t)}}{N_{u(0)}}$. On supposera $t \ll T$ et pour ϵ petit, on prendra $e^{\varepsilon} = 1 + \varepsilon$.

$$\frac{\mathbf{N_{Pb}(t)}}{\mathbf{N_u(0)}} = \left(\mathbf{1 - e^{-\lambda.t}}\right) = \left(\mathbf{1 - e^{-t.\frac{\ell n\,2}{T}}}\right)$$

$$\left(\frac{\mathbf{N_u(0) - N_u(t)}}{\mathbf{N_u(0)}}\right) = \mathbf{1 - e^{-t.\frac{\ell n\,2}{T}} = 1 - (1 - \frac{t.\ell n\,2}{T})}$$

$$\left(\mathbf{1 - \frac{N_u(t)}{N_u(0)}}\right) = \mathbf{t.\frac{\ell n\,2}{T}}) \qquad \textbf{car } e^{\varepsilon} = 1 + \varepsilon$$

D'où $\mathbf{t = \frac{T}{\ell n\,2}\,.\,(1 - \frac{N_u(t)}{N_u(0)})}$

B.2-Application numérique à la date t :

$$\mathbf{N_u(t) = N_u(0) - N_{Pb}(t)}$$

$$\mathbf{N_{Pb}(t)} = \frac{\mathbf{10.10^{-3}.N_A}}{\mathbf{M_{Pb}}}$$

$$N_u(t) = \frac{\mathbf{m.N_A}}{\mathbf{M_u}}$$

$$N_u(0) = \frac{\mathbf{m.N_A}}{\mathbf{M_u}} + \frac{\mathbf{10.10^{-3}.N_A}}{\mathbf{M_{Pb}}}$$

En introduisant les deux relations dans l'expression de t, on trouve :

$$\mathbf{t = \frac{T}{\ell n\,2}\,.\,(1 - \frac{N_u(t)}{N_u(t) + N_{Pb}(t)})}$$

$$\mathbf{t = \frac{4{,}5.10^4}{\ell n\,2}\,.\left(1 - \frac{\frac{1}{238}}{\frac{1}{238} + \frac{10^{-2}}{206}}\right) = 741{,}49 \text{ années}}$$

Constatons que $t \ll T$.

Exercice 16 Extrait concours FMSBM

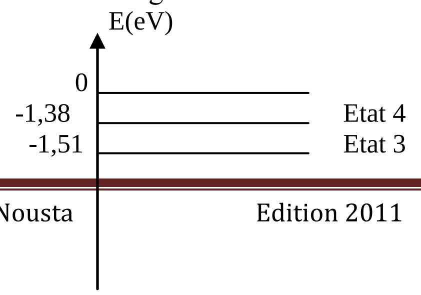
-Données pour les questions 60 à 64.

Vitesse de la lumière : 3.10^8m/s ;

Constante de Planck : $6{,}62.10^{-34}$J.s

Charge élémentaire ; $1{,}6.10^{-19}$C ;

Niveau d'énergie de l'atome de sodium



-1,93 ____________________ Etat 2
-3,03 ____________________ Etat 1

-5,14 ____________________ Etat fondamental

Q.60-Une lampe à vapeur de sodium émet une raie jaune de longueur d'onde λ=589,0nm. L'énergie associée à cette longueur d'onde est :
a) 5,12eV ; b) 0,13 eV ; c) 0,42 eV ; d) 2,11eV ; e) 3,21 eV

Q.61- L'émission de cette raie correspond à la transition entre les états :
a) 1 et 2 ; b) fondamental et 3 ; c) fondamental et 1 ; d) 2 et 4 ; e) aucun.

Q.62- lorsque l'atome initialement dans l'état fondamental reçoit un photon d'énergie 2,50 ev, on observe les transitions entre les états :
a) Fond et 1 b) Tous les états c) 1 et 3 d) 2 et 4 e) aucune

Q-63- Dans son état fondamental l'atome de sodium est heurté par un électron d'énergie 2,50 eV ; il reste pratiquement immobile et passe dans un état excité 2. Quelle est l'énergie cinétique de l'électron après cette interaction ?
a) 1 keV ; b) 4,18J ; c) 0,39 eV ;
d) 0,71 eV ; e) 7,2 MeV

Q-64- Après cette interaction, l'atome de sodium se désexcite par émission d'un photon. Quelle est sa longueur d'onde ?
a) 0,253nm ; b) 253nm ; c) 0,589µm ;
d)1,98µm; e) 19,8µm

<u>Une solution exercice 16</u> :

Q.60 - L'énergie associée à cette longueur d'onde est donnée par la relation :

$$E = \frac{h.C}{\lambda} = \frac{6{,}62.10^{-34}.3.10^{8}}{589.10^{-9}}\ 2{,}37.10^{-37}J$$

En divisant par $1{,}6.10^{-19}$ on a la valeur de cette énergie en électron volt.

$$E = \frac{2{,}37.10^{-37}}{1{,}6.10^{-19}} = 2{,}107.10^{-18}\ eV$$

Q.61- L'émission d'une radiation correspond au passage d'un état d'énergie supérieur à un autre d'énergie inférieure.

$$E_1 - E_{fondamental} = -3,.3 - (-5{,}14) = 2{,}11\ eV$$

Il ya transition de l'état 1 à l'état fondamental.

Q.62- l'énergie de l'atome dans le nouvel état excité devient : 2,5 – 5,14 = - 2,64ev. Cette énergie ne correspond) aucun état excité. Il n'y a pas transition.

Q.63-
Appliquons la loi de conservation de l'énergie :

$$E_2 + E_c = E_{Na} + E_e$$

D'où $E_c = E_2 - (E_{Na} + E_e) = -1{,}93 - (-5{,}14 + 2{,}5) = 0{,}71$ ev

Q.64-

60	61	62	63	64
d) 2,11eV	e) aucun	e) aucune	d) 0,71 eV	

Exercice : 17
Contrôle d'un échantillon de phosphore 32 / 2points

Le phosphore 32 est radioactif β^- et sa demi-vie est T=14,3 jours. Il est disponible dans le commerce comme source radioactive pour des expériences de laboratoire sur la radioactivité. Il est vendu en doses dans des petits containers sur lesquels est porté entre autres, la date de conditionnement et l'activité au moment du conditionnement de l'échantillon.

1-Définir les termes : demi-vie et activité de l'échantillon parlant d'un élément radioactif. 0,25pt +0,25pt

2-Ecrire l'équation de désintégration du phosphore 32. 0,5pt

3-Sur le container qu'a acheté un laboratoire, sont marqués :
Date de conditionnement :25 janvier 2007 ;
Activité :$1{,}06 \times 10^{16}$Bq

3.1-Donner une estimation du nombre de noyaux de phosphore 32 présents dans l'échantillon à la date de conditionnement. 0,5pt

3.2-Le laborantin mesure l'activité de l'échantillon qu'il a acheté. Il obtient A'=$4{,}67 \times 10^{9}$ Bq. Combien de temps s'est-il écoulé entre la date du conditionnement de l'échantillon et la date à laquelle le laborantin a fait la mesure ?

Exercice 18 **Exploitation des résultats d'une expérience / 4pt**

Le radon 222 est un gaz radioactif émetteur **α**. On désire déterminer le volume V_0 d'un échantillon ainsi que la demi-vie du radon 222. Pour cela, on emprisonne ce gaz dans une ampoule dans les conditions où le volume molaire vaut 25L/mol ; puis on mesure l'activité A de l'échantillon à différents dates t. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant

t(jour)	0	10	20	30	40	50	60	70
A(Bq)	A_0	$1{,}65.10^{11}$	$2{,}73.10^{10}$	$4{,}51.10^{9}$	$7{,}46.10^{8}$	$1{,}23.10^{8}$	$2{,}03.10^{7}$	$3{,}37.10^{6}$

1- Citer deux applications de la radioactivité.

2- Définir l'activité A d'une substance radioactive et établir que A=λN, où λ est la constante radioactive et N le nombre de noyaux présents à la date t dans l'échantillon.

3- Tracer sur le papier millimétré du document à remettre avec la copie, le graphe ℓn A = f(t), où ℓn désigne le logarithme népérien. Echelles : 1cm pour 5jours en abscisses et 2cm pour 5unités sur l'axe des ordonnées

4- Déterminer à partir du graphe, la constante radioactive du radon 222 et l'activité initiale A_0.

5- En déduire le volume V_0 de l'échantillon et la demi-vie du radon 222   0,25pt x 2

On donne le nombre d'Avogadro N_A= 6,02 x 10^{23}mol^{-1}.