Fomesoutra.com ça soutra!

PHYSIQUE CHIMIE

Niveau : Tle D
Prof : M. TEHUA
Date :

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

OSCILLATIONS MÉCANIQUES LIBRES (CORRIGE)

EXERCICE 1

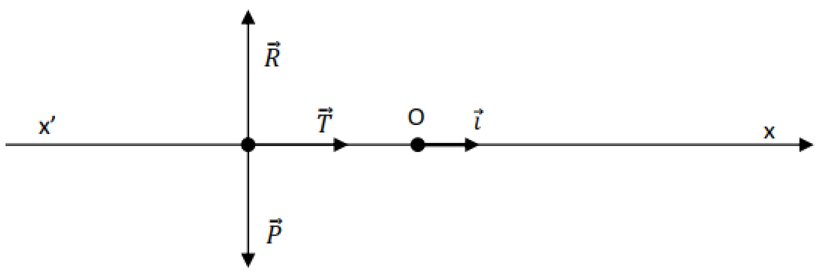
1) En équilibre $\vec{P} + \vec{T} = \vec{O} \Rightarrow mg = kl_e \Rightarrow l_e = \frac{mg}{k}$ A.N : $l_e = 0{,}0392$ m = 3,92 cm.

2) D'après le TCI, on a : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow mg - k(l_e + x) = ma \Rightarrow -kx = m\ddot{x}$
d'où l'équation différentielle : $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$.

3) $E_{PP} = mgx_m$; $E_{PPe} = \frac{1}{2}kx_m^2$ A.N : $E_{PP} = 0{,}12$ J ; $E_{PPe} = 0{,}045$ J $\Rightarrow E_P = 0{,}165$ J.

EXERCICE 2

1) **Solution**:
2) Les forces extérieures qui s'exercent sur la voiturette sont :
le poids $\vec{P}$ de la voiturette ; la réaction $\vec{R}$ du support ; la tension $\vec{T}$ du fil.
3) Représentation de $\vec{P}$, $\vec{R}$ et $\vec{T}$ pour x < 0



4) Equation différentielle du mouvement :

TCI : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection suivant (x'x) : T = ma avec T = - kx

Donc $-kx = ma = m\ddot{x}$; soit $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

5) Expression de x(t) et de v(t) :

La solution de l'équation différentielle est de la forme $x(t) = X_m\cos(\omega_o t + \varphi)$

A t= 0 s, $x_o = X_m\cos\varphi = -0{,}15$ et $v_o = -X_m\omega_o\sin\varphi = 0$

$\sin\varphi = 0$ $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$

Soit cos0 = 1 ou $\cos\pi = -1$

De plus, Xm > 0 $\longrightarrow$ $\cos\varphi < 0$

D'où $\boldsymbol{\varphi = \pi}$ rad cad $x(t) = X_m\cos(\omega_o t + \pi)$ avec $\mathbf{X_m = 0{,}15\ m}$ et $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$

soit $\boldsymbol{\omega_o = 20}$ **rad/s**

$\mathbf{x(t) = 0{,}15\cos(20t + \pi)}$ **et** $\mathbf{v(t) = -3\sin(20t + \pi)}$

EXERCICE 3

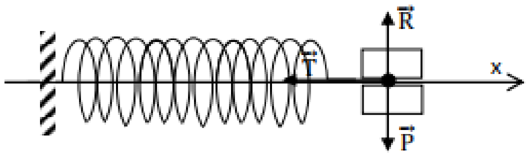
1- Étude dynamique

1.1- bilan des forces

$\vec{P}$: le poids du solide de masse (m)

$\vec{T}$: la tension du ressort

$\vec{R}$: la réaction de l'axe



1.2- équation différentielle

TCI : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m.\vec{a}$

sur (x'x) : $-T + 0 + 0 = m.a_x$ or $T = -kx$; $a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

$-k.x = m.\ddot{x}$ alors $\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$

2- Étude cinématique

2.1- montrons que $x = X_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$ est solution

posons : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$\dot{x} = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\ddot{x} = -\omega_0^2 \underbrace{X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)} = -\omega_0^2.x$ et $\ddot{x} = -\omega_0^2.x$ d'où $\boldsymbol{\ddot{x} + \omega_0^2.x = 0}$

x est solution de l'équation différentielle

2.2- la pulsation propre

$\begin{cases} \ddot{x} + \omega_0^2.x = 0 \\ \ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0 \end{cases}$; alors par identification on a : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ d'où $\omega_0^2 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ en rad/s

2.3- la période propre

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (s)

2.4- la fréquence propre

$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ (Hz)

3- étude énergétique

3.1 Expressions des énergies :

Expression de l'énergie potentielle élastique $E_{pe} = \frac{1}{2}k.x^2 = \frac{1}{2}kX_m^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

Expression de l'énergie cinétique $E_C = \frac{1}{2}m.v^2 = \frac{1}{2}m.\omega_0^2.X_m^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

Expression de l'énergie mécanique

$E_M = E_{pe} + E_C = \frac{1}{2}k.x^2 + \frac{1}{2}m.v^2 = \frac{1}{2}kX_m^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}m.\omega_0^2.X_m^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

3.2 montrons que l'énergie mécanique se conserve

$E_m = \frac{1}{2}m.\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k.x^2$

$E_m = \frac{1}{2}m.\omega_0^2 X_m^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}k.X_m^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

$E_m = \frac{1}{2}k.X_m^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}k.X_m^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

$E_m = \frac{1}{2}k.X_m^2 \underbrace{[(\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)]}$ donc : $E_m = \frac{1}{2}k.X_m^2$ = constante

3.3 équation différentielle à partir de E_m

$E = \frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}k.x^2$ = constante

$E = \frac{1}{2}m.\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k.x^2$ = constante d'où $\frac{dE}{dt} = 0$

$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}m.\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k.x^2) = \frac{1}{2}m.\frac{d}{dt}(\dot{x}^2) + \frac{1}{2}k.\frac{d}{dt}(x^2) = 0$

$\frac{dE}{dt} = m.\dot{x}.\ddot{x} + k.\dot{x}.x = m.\dot{x}(\ddot{x} + \frac{k}{m}.x) = 0$ d'où $(\ddot{x} + \frac{k}{m}.x) = 0$