Fiche d'exercices

Cinématique du point · Terminale D

Nom : _____ **Date :** _____

Comment travailler cette fiche

1. Lis l'énoncé **deux fois** et note les données (avec leurs unités) sur ton cahier.
2. Les exercices sont rangés du **plus facile (★)** au **plus difficile (★★★)** : avance dans l'ordre.
3. Cherche seul pendant 10 minutes, utilise le « coup de pouce » si tu bloques, puis seulement regarde la correction.
4. Écris toujours : la formule, le remplacement par les valeurs, le résultat **avec son unité**.

Boîte à outils (à connaître avant de commencer)

Je veux...	Formule	Unité
Passer de la position à la vitesse	$v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$; $v_y = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$ (on **dérive**)	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Passer de la vitesse à l'accélération	$a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$; $a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$ (on dérive encore)	$\mathrm{m \cdot s^{-2}}$
Valeur d'un vecteur de coordonnées $(p\,;\,q)$	$\sqrt{p^2+q^2}$	—
Dérivées utiles	$(k)'=0$; $(at)'=a$; $(t^2)'=2t$; $(at^2)'=2at$; $\left(\frac{1}{2}t^2\right)'=t$	—
MRU (vitesse constante)	$x = v_0\,t + x_0$	x en m
MRUV (accélération constante)	$x = \frac{1}{2}\,a\,t^2 + v_0\,t + x_0$; $v = a\,t + v_0$	x en m
Mouvement circulaire uniforme (MCU)	$v = R\,\omega$; $a = \dfrac{v^2}{R} = R\,\omega^2$; $\theta = \omega\,t + \theta_0$; $s = R\,\theta$	v en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Convertir $\mathrm{km \cdot h^{-1}} \to \mathrm{m \cdot s^{-1}}$	diviser par 3,6 (et $\mathrm{m \cdot s^{-1}} \to \mathrm{km \cdot h^{-1}}$: multiplier par 3,6)	—

Rappel : R doit toujours être en **mètres** (20 cm = 0,2 m) et ω en $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$.

Exercice 1 — Vecteur-position ★☆☆

(Exercice 1 du cours)

Un point M est repéré dans le repère $R(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ par le vecteur-position $\overrightarrow{OM} = -2t\,\vec{\imath} + t^2\,\vec{\jmath}$ (en cm).

1) Donne les équations horaires du mouvement de M.

2) Détermine les vecteurs-positions aux dates $t_0 = 0$ s et $t_1 = 1$ s.

Coup de pouce : les équations horaires sont les coordonnées x, y, z : ce qui est devant $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$.

Exercice 2 — Du mouvement à la vitesse ★☆☆

(Activité d'application 1)

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, la position d'un point mobile M est donnée par :

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = -\frac{1}{2}\,t^2 + 2 \end{cases} \qquad (t \text{ en s ; } x \text{ et } y \text{ en m}).$$

1) Détermine les coordonnées du vecteur-vitesse instantanée $\vec{v}$ du mobile.

2) Exprime, en fonction de t, la valeur v de cette vitesse.

Coup de pouce : on dérive x et y par rapport à t, puis on utilise $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$.

Exercice 3 — Vitesse à une date donnée ★☆☆

(Exercice 2 du cours)

Un point M est repéré dans un repère $R(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ par ses coordonnées cartésiennes ($x = 2t$; $y = -t^2$; $z = 0$), exprimées en mètres.

1) Détermine les coordonnées du vecteur-vitesse $\vec{v}$.

2) Calcule la valeur de la vitesse à $t = 0{,}5$ s.

Exercice 4 — Accélération : accéléré ou retardé ? ★★☆

(Exercice 3 du cours)

Un point M est repéré dans un repère $R(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ par ses coordonnées cartésiennes ($x = 2t$; $y = -t^2$) ; $t \geq 0$.

1) Détermine les coordonnées de son vecteur-accélération $\vec{a}$.

2) Calcule la valeur de l'accélération à $t = 1$ s.

3) Vérifie si le mouvement est accéléré ou retardé.

Coup de pouce : regarde le signe du produit scalaire $\vec{a}\cdot\vec{v} = a_x v_x + a_y v_y$.

Exercice 5 — Mouvement rectiligne uniforme (MRU) ★★☆

(Activité d'application 3)

On donne les équations horaires, exprimées en mètres, de différents mouvements d'un point mobile M :

$$x = -2t\ ; \quad x = 2t^2 - t + 1\ ; \quad x = \frac{2}{t} + 3\ ; \quad x = t - 1\ ; \quad x = \frac{1}{2t^2}\ ; \quad x = \frac{1}{2}\,t^2.$$

1) Donne l'équation horaire $x = f(t)$ d'un mouvement rectiligne et uniforme.

2) Identifie, parmi les équations ci-dessus, celles qui correspondent à un mouvement rectiligne et uniforme.

3) Retrouve, pour chaque mouvement uniforme, la vitesse initiale v_0 et la position initiale x_0 de M.

Coup de pouce : un MRU a la forme $x = (\text{nombre}) \cdot t + (\text{nombre})$: pas de t^2, pas de t au dénominateur.

Exercice 6 — Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV) ★★☆

(Activité d'application 4)

On donne les équations horaires, exprimées en mètres, de différents mouvements d'un point mobile M :

$$x = 2t \ ; \quad x = 2t^2 - t + 1 \ ; \quad x = \frac{2}{t} + 3 \ ; \quad x = t - 1 \ ; \quad x = \frac{1}{2t^2} \ ; \quad x = -\frac{1}{2}t^2 - 3.$$

1) Donne l'équation horaire $x = f(t)$ d'un mouvement rectiligne et uniformément varié.

2) Identifie, parmi les équations ci-dessus, celles qui correspondent à un MRUV.

3) Retrouve, pour chaque MRUV, l'accélération a_x, la vitesse initiale v_{0x} et la position initiale x_0 de M.

Coup de pouce : compare avec $x = \frac{1}{2}\,a_x\,t^2 + v_{0x}\,t + x_0$, terme par terme.

Exercice 7 — Qui est qui ? (tableau de caractéristiques) ★★☆

(Activité d'application 5)

Pour chaque caractéristique, coche la ou les cases (MRU, MRUV, MCU) qui conviennent.

Caractéristique	MRU	MRUV	MCU
Le vecteur-vitesse est constant.			
La valeur du vecteur-vitesse est constante.			
Le vecteur-accélération est constant.			
La valeur du vecteur-accélération est constante et non nulle.			
Le vecteur-accélération est centripète.			
L'accélération normale est nulle.			

Coup de pouce : MRU = rectiligne uniforme ; MRUV = rectiligne uniformément varié ; MCU = circulaire uniforme.

Exercice 8 — Mouvement circulaire uniforme : premier calcul ★★☆

(Exercice d'application 2)

Un point mobile M, animé d'un mouvement circulaire et uniforme, décrit un cercle de rayon $R = 20$ cm à la vitesse angulaire $\omega = 250$ rad $\cdot$ s^{-1}.

Détermine sa vitesse linéaire v et son accélération a.

Coup de pouce : convertis d'abord R en mètres.

Exercice 9 — Le looping de l'avion de voltige ★★★

(Exercice 4 du cours)

Au cours d'un entraînement, à bord de son avion de voltige, un pilote fait un « looping » en décrivant une trajectoire circulaire située dans le plan vertical. Sa vitesse est supposée constante et égale à $v = 1800\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$. Il subit alors une accélération $a = 10\,g$, avec $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1) Justifie que le mouvement de l'avion est circulaire et uniforme.

2) Vérifie que :

   2.1) la valeur de l'accélération normale de l'avion vaut $a_n = 100\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$;

   2.2) la vitesse de l'avion est $v = 500\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3) Calcule le rayon R de la trajectoire circulaire décrite par l'avion.

4) Détermine la vitesse angulaire ω de l'avion.

Coup de pouce : dans un MCU, l'accélération tangentielle est nulle : $a = a_n = \dfrac{v^2}{R}$.

Exercice 10 — Quand le mobile fait-il un tour complet ? ★★★

(Exercice 5 du cours)

Au cours d'une séance de travaux dirigés, ton professeur de Physique-Chimie propose à ta classe de déterminer la date à laquelle un mobile ponctuel décrira un cercle complet. Il t'informe que le mouvement du mobile dans un plan P est circulaire et uniforme, que la valeur de son vecteur-accélération est $a = 2{,}56\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ et que son abscisse angulaire a pour expression $\theta = 2t + \dfrac{\pi}{2}$.

1) Donne :

   1.1) la définition d'un mouvement circulaire et uniforme ;

   1.2) la valeur de la vitesse angulaire ω du mobile ;

   1.3) la valeur de l'abscisse angulaire initiale θ_0 du mobile.

2) Calcule la valeur :

   2.1) du rayon de courbure R de la trajectoire du mobile ;

   2.2) de sa vitesse linéaire v ;

   2.3) de son abscisse curviligne initiale s_0.

3) Détermine :

   3.1) l'expression de son abscisse curviligne s en fonction du temps t ;

   3.2) l'abscisse curviligne à la date $t = 2$ s.

4) Déduis de ce qui précède la date t à laquelle le mobile décrira un cercle complet pour la première fois.

Coup de pouce : compare $\theta = 2t + \dfrac{\pi}{2}$ avec $\theta = \omega t + \theta_0$.

Exercice 11 — Situation d'évaluation : l'automobiliste en faute ★★★

(Situation d'évaluation du cours)

Sur l'autoroute du nord, une automobile A est à l'arrêt au niveau d'une borne qu'on nommera O. Au moment de son démarrage, elle est dépassée par un minibus B de transport se déplaçant à la vitesse constante $v_B = 25\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

L'automobile A accélère uniformément avec une accélération $a_A = 6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ en vue de rattraper le minibus. L'instant de démarrage de A est pris comme origine des dates et la borne O comme origine des espaces. On admet que la portion de route est une droite. Sur les autoroutes ivoiriennes, la vitesse maximale autorisée est de $120\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Ton professeur de Physique-Chimie, ayant assisté à la scène, te demande de déterminer les équations horaires des mouvements des deux véhicules et de montrer que l'automobiliste est en faute au moment du dépassement.

1) Donne, en justifiant, la nature du mouvement de chaque véhicule.
2) Établis :
   - 2.1) les équations horaires $v_A(t)$ et $x_A(t)$ de l'automobile A ;
   - 2.2) l'équation horaire $x_B(t)$ du minibus B.
3) Détermine :
   - 3.1) la date t_R à laquelle A rattrape B ;
   - 3.2) la distance parcourue par chaque véhicule à partir de la borne O ;
   - 3.3) la vitesse de l'automobile A à la date t_R.
4) Justifie que l'automobiliste est en faute.

Coup de pouce : au moment où A rattrape B, ils sont à la même position : $x_A(t_R) = x_B(t_R)$.

Bon courage !

> Quand tu as terminé, compare avec la **fiche de correction détaillée** et corrige-toi en rouge : on apprend surtout de ses erreurs.