

MATHÉMATIQUES

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

L'épreuve comporte 2 pages

EXERCICE 1 : Réponds par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes

N°	Affirmations
1	f est une fonction numérique telle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. si $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, alors la courbe (cf.) admet une branche parabolique de direction (OJ)
2	Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur l'intervalle $[2; +\infty[$, alors $f([2; +\infty[) =]\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); f(2)]$
3	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 9x - 2} = +\infty$

EXERCICE 2 :

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Ecrit sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	Enoncé	A	B	C
1	$f(x) = (x^2 + 1) \left(\frac{1}{x} - 1 \right)$, $Df =$	\mathbb{R}^*	\mathbb{R}	$]0; +\infty[$
2	$H(x) = \sqrt{\frac{2x+4}{x+1}}$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} H(x) =$	$+\infty$	$\sqrt{2}$	2
3	(C), la représentation graphique de g et $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 2$, alors	(C) admet une asymptote verticale d'équation $x=-1$	(C) admet une asymptote horizontale d'équation $y=2$	(C) n'admet pas d'asymptote en -1
4	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + \sqrt{2}x^2 + \frac{1}{3}x + 10}{x^3 - x^2 - x} =$	$+\infty$	$-\infty$	1
5	$m(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$, on peut prolonger m par continuité en -1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} m(x) =$	-1	-2	1

EXERCICE 3

Soit une fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x^2$.

On note (C), la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère (O, I, J)

1. calcule la limite de f en $+\infty$, puis celle de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$
2. Donne une interprétation graphique de ces résultats.
3. Soit la fonction g telle que : $g(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{5}}{x+2}$
 - a. Détermine dg
 - b. g est-elle prolongeable par continuité en -2 ? Si oui préciser ce prolongement h

EXERCICE 4

Soit la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = |x(x^2 - 1)|$

- 1) Ecrire h sans le symbole de la valeur absolue
- 2) Etudier la dérivabilité de h en -1

EXERCICE 5

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

1. calcule la limite de g en $+\infty$ et en $-\infty$
2. Etudie les variations de g et dresser le tableau de variation
3. Démontre que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α tel que $\alpha \in [1; 2]$
4. Détermine un encadrement de α à 10^{-2} près.
5. Démontre que : $\forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$