

# MATHÉMATIQUES

*L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé*

*L'épreuve comporte 2 pages*

**EXERCICE 1** : Réponds par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes

N°	Affirmations
1	f est une fonction numérique telle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ . si $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ , alors la courbe (cf.) admet une branche parabolique de direction (OJ)
2	Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur l'intervalle $[2; +\infty[$ , alors $f([2; +\infty[) = ]\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); f(2)]$
3	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 9x - 2} = +\infty$

**EXERCICE 2** :

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Ecrit sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	Enoncé	A	B	C
1	$f(x) = (x^2 + 1) \left( \frac{1}{x} - 1 \right)$ , $Df =$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
2	$H(x) = \sqrt{\frac{2x+4}{x+1}}$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} H(x) =$	$+\infty$	$\sqrt{2}$	2
3	(C), la représentation graphique de g et $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 2$ , alors	(C) admet une asymptote verticale d'équation $x=-1$	(C) admet une asymptote horizontale d'équation $y=2$	(C) n'admet pas d'asymptote en -1
4	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + \sqrt{2}x^2 + \frac{1}{3}x + 10}{x^3 - x^2 - x} =$	$+\infty$	$-\infty$	1
5	$m(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$ , on peut prolonger m par continuité en -1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} m(x) =$	-1	-2	1

### EXERCICE 3

Soit une fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x^2$ .

On note (C), la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère (O, I, J)

1. calcule la limite de f en  $+\infty$ , puis celle de  $\frac{f(x)}{x}$  en  $+\infty$
2. Donne une interprétation graphique de ces résultats.
3. Soit la fonction g telle que :  $g(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{5}}{x+2}$ 
  - a. Détermine dg
  - b. g est-elle prolongeable par continuité en -2 ? Si oui préciser ce prolongement h

### EXERCICE 4

Soit la fonction h définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = |x(x^2 - 1)|$

- 1) Ecrire h sans le symbole de la valeur absolue
- 2) Etudier la dérivabilité de h en -1

### EXERCICE 5

On considère la fonction g définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

1. calcule la limite de g en  $+\infty$  et en  $-\infty$
2. Etudie les variations de g et dresser le tableau de variation
3. Démontre que l'équation  $g(x)=0$  admet une solution unique  $\alpha$  tel que  $\alpha \in [1; 2]$
4. Détermine un encadrement de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près.
5. Démontre que :  $\forall x \in ]-\infty; \alpha[, g(x) < 0$  et  $\forall x \in ]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$