ASTUCES

MATHEMATIQUES 3ème

Rédigé par :

- NANGO K. ACHILLE, YANKEY K. FELIX, KONAN K. JEAN-PIERRE, professeurs de mathématiques à l'établissement d'application Jean-Piaget/ENS
- N'DRI K. MARTIN prof. de mathématiques au lycée technique de Bouaké
- KOFFI YAO VILLARET G. prof. de mathématiques au lycée Harris d'Adjamé

Tous membres de l'équipe projet de l'association
A.S.E.CI (**A**ssistance **S**ociale aux **E**lèves de **C**ôte d'**I**voire).

Sous la coordination de :

PARFAIT ABBY M'BOUA *: **Docteur de l'Université Paris Descartes – Sorbonne.***
Spécialiste en Didactique des mathématiques.
Enseignant – Chercheur à l'Ecole Normale Supérieure (ENS).

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS

Cet ouvrage, collection d'anciens sujets de BEPC, est destiné aux élèves de troisième, candidats à l'examen du BEPC et de l'entrée en seconde.

Pourquoi cet ouvrage malgré une panoplie de documents sur le marché ?

Il est non seulement gratuit, mais il tente aussi de répondre aux exigences de la nouvelle approche pédagogique, l'**A.P.C** (**A**pproche **P**ar **C**ompétence). Par souci donc de se soumettre aux exigences de cette nouvelle approche, nous avons modifié certains sujets.

En mettant ce manuel à la disposition des élèves, les auteurs ont quatre objectifs majeurs :

- Apprendre aux apprenants à rédiger clairement et avec un minimum de rigueur un devoir de mathématiques ;
- Permettre aux apprenants de se familiariser aux sujets d'examen ;
- Aider les apprenants à avoir le minimum pour la préparation de leur examen;
- Inciter les apprenants à opter pour le chemin l'effort personnel qui paie et à abandonner celui de la tricherie qui les plonge dans des lacunes et plus tard dans l'échec.

REMERCIEMENTS

IL NOUS EST BON ET AGREABLE DE REMERCIER LES PERSONNES SUIVANTES :

- ……..
- ………

QUI ONT VIVEMENT PARTICIPE DE PAR LEURS SUGGESTIONS ET CRITIQUES A LA REDACTION DE CE MANUEL.

NOUS REMERCIONS AUSSI……..POUR…….

ET ENFIN, NOUS REMERCIONS………POUR……

BEPC **Coefficient : 3**
SESSION 2004 **Durée : 2 heures**
ZONE I

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

On donne le polynôme A tel que : $A = x^3 - 9x$.

1) Écris A sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré.
2) Calcule la valeur de A pour $x = \sqrt{2}$.

EXERCICE 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé. Les points A, B, C et D sont tels que $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$.

1) Justifie que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
2) On donne A (-1 ; 3). Détermine une équation de la droite (Δ) passant par le point A et perpendiculaire à (AB).

EXERCICE 3

Le tableau ci-dessous présente le bilan d'une journée de paie dans une banque.

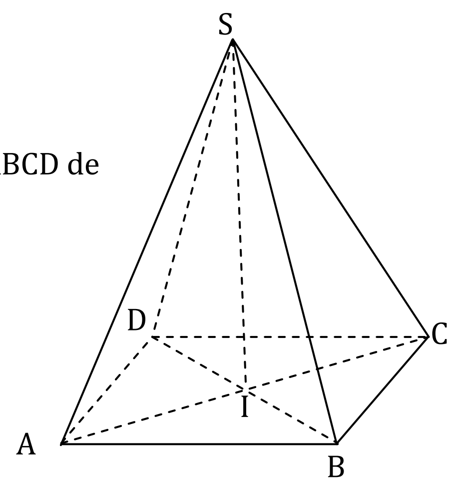
Classes des montants payés (en milliers de CFA)	[10 ; 30[	[30 ; 50[	[50 ; 70[	[70 ; 90[	[90 ; 110[
Effectifs (nombre de clients)	40	30	80	40	10

1) Détermine la classe modale .
2) Construis le diagramme à bandes des effectifs.
   Sur l'axe des abscisses, on prendra 1 cm pour 10 milliers de CFA.
   Sur l'axe des ordonnées, on prendra 1 cm pour 10 clients.

EXERCICE 4

On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie.
L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles :

- SABCD représente une pyramide régulière de base le carré ABCD de centre I et de hauteur [SI].
- $AB = 4$; $AC = 4\sqrt{2}$; $SA = 6\sqrt{2}$.

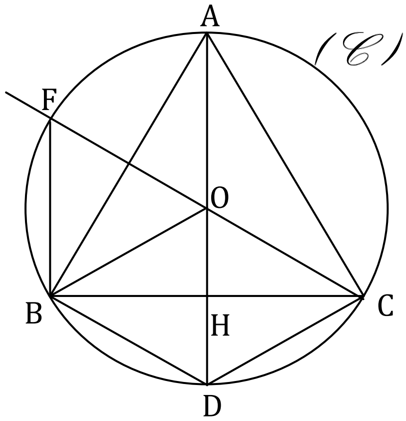


1) Démontre que $SI = 8$.
2) Calcule le volume de la pyramide.

PROBLEME

On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie.

- ABC est un triangle équilatéral de côté 6.
- O est le centre du cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au triangle ABC.
- La droite (OC) coupe le cercle $(\mathscr{C})$ au point F.
- La médiatrice (AO) de [BC] coupe (BC) en H et recoupe le cercle $(\mathscr{C})$ en D.
- $\text{mes}\widehat{BAC} = 60°$.
- $\sin 60° = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos 60° = \frac{1}{2}$; $\tan 60° = \sqrt{3}$.



1) Démontre que $\text{mes}\widehat{BFC} = 60°$.

2) a) Justifie que le triangle FBC est rectangle en B.

b) Justifie que $FB = 2\sqrt{3}$.

3) a) Démontre que la droite (BF) est parallèle à la droite (OH).

b) Justifie que $\frac{CO}{CF} = \frac{1}{2}$.

c) Calcule OH.

4) Démontre que BOCD est un losange.

BEPC
SESSION 2004
ZONE II

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

On donne : $A = \dfrac{x(4x-3)}{(4x-3)(x-2)}$.

1) a) Trouve les valeurs de x pour lesquelles A existe.
b) Simplifie A.

2) Calcule la valeur numérique de A pour $x = \dfrac{2}{3}$.

EXERCICE 2

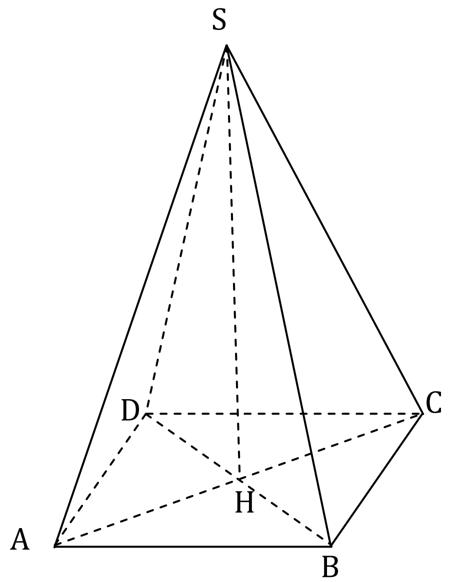
A, B et C sont trois points du plan muni d'un repère orthonormé.
On donne A(-1 ; 1) ; B(2 ; -1) et C(-4 ; 3).

1) Justifie que les points A, B et C sont alignés.
2) Détermine une équation de la droite (D) passant par A et perpendiculaire à la droite (AB).

EXERCICE 3

L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles :

- SABCD représente une pyramide régulière de base le carré ABCD de centre H.
- $AB = 5$; $SA = \dfrac{15}{2}$; $AC = 5\sqrt{2}$.



1) Démontre que $SH = \dfrac{5}{2}\sqrt{7}$.

2) Construis en dimensions réelles le triangle SAH.

EXERCICE 4

Dans une entreprise, les salaires hebdomadaires de 40 travailleurs
sont donnés dans le tableau ci-dessous :

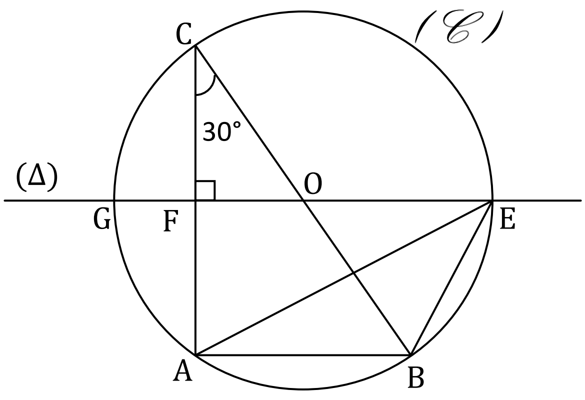
Salaires hebdomadaires (en CFA)	2 000	10 000	15 000	20 000	40 000
Effectifs	15	2	10	5	8

1) Représente le diagramme en bâtons des effectifs.
2) Calcule le salaire moyen hebdomadaire des travailleurs de cette entreprise.

PROBLEME

On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie.
Sur la figure ci-dessous :

- [BC] est un diamètre du cercle $(\mathscr{C})$ de centre O ;
- A est un point du cercle $(\mathscr{C})$
- $AB = 3$; $BC = 6$; $mes\widehat{ACB} = 30°$;
- (Δ) est la parallèle à (AB) passant par le point O. (Δ) est perpendiculaire à (AC) en F et coupe le cercle $(\mathscr{C})$ aux points G et E.



1) Justifie que le triangle ABC est rectangle en A .
2) a) Justifie que F est le milieu du segment [AC] .
b) Démontre que $FC = \frac{3}{2}\sqrt{3}$.
3) Démontre que $mes\ \widehat{BOE} = 60°$.
4) Démontre que $mes\widehat{BAE} = 30°$.
5) Démontre que le triangle ABE est isocèle en B .
6) Démontre que les points A et E sont symétriques par rapport à la droite (OB).

BEPC — **Coefficient : 3**
SESSION 2005 — **Durée : 2 heures**
ZONE I

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

On donne : $2{,}44 < \sqrt{6} < 2{,}45$.

1. a) Justifie que : $-0{,}12 < -5 + 2\sqrt{6} < -0{,}1$.

b) Déduis-en que : $0{,}1 < 5 - 2\sqrt{6} < 0{,}12$.

2. Range dans l'ordre croissant les nombres : $0{,}5$; $-5 + 2\sqrt{6}$ et $5 - 2\sqrt{6}$.

EXERCICE 2

Pour la construction d'un barrage dans une commune, un sondage a été organisé auprès des 25 conseillers municipaux afin d'obtenir leur avis.

On note par F : la réponse favorable d'un conseiller ;
D : la réponse défavorable d'un conseiller ;
A : l'abstention d'un conseiller.

Voici les résultats enregistrés :

D A F D F A F D F F F D

F D F F F D F A F D F D F

1. Complète le tableau ci-dessous :

AVIS	F	D	A
Effectifs			

2. Dans le fonctionnement du conseil municipal, un projet est exécuté s'il est approuvé à plus de 50% des conseillers.

Justifie que le barrage sera construit.

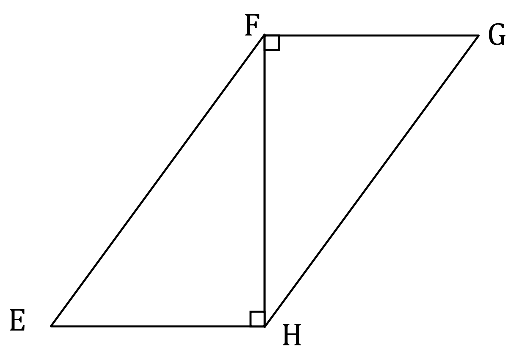
EXERCICE 3

Sur la figure ci-contre,

- EFH est un triangle rectangle en H.
- FGH est un triangle rectangle en F.
- EH = FG = 3 cm; FH = 4 cm.

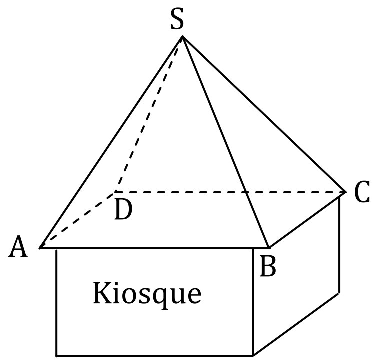
1. Reproduis la figure sur ta feuille de copie.

2. Construis sur ta copie l'image (K) du segment [FH] par la symétrie orthogonale d'axe (GE).



EXERCICE 4

La figure ci-contre qui n'est pas en grandeur réelle, représente le kiosque de la jeune AYA. Le toit de son kiosque a la forme d'une pyramide régulière de sommet S et de base le carré ABCD.
L'unité de longueur étant le mètre (m), on donne : $AB = 4$; $AS = \sqrt{13}$.

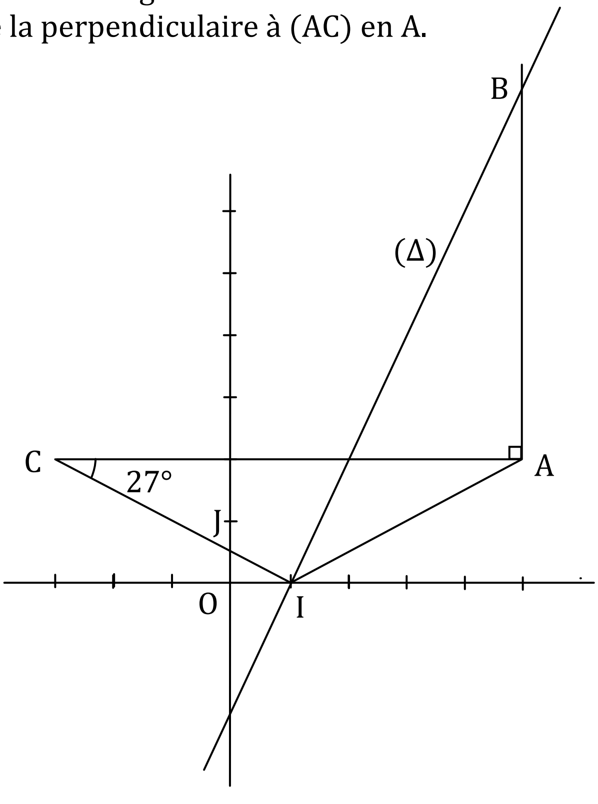


1. Justifie que l'apothème de cette pyramide est 3.
2. Aya désire recouvrir le toit de son kiosque avec des feuilles de tôles de $2m^2$ chacune.
Détermine le nombre de feuilles dont a-t-elle besoin.

PROBLEME

On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J), on donne :

- Les points A(5 ; 2) ; C(-3 ; 2) ;
- La droite (Δ) d'équation $y = 2x - 2$;
- 27° comme valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{ICA}$.
- B est le point d'intersection de (Δ) et de la perpendiculaire à (AC) en A.



1. Justifie que le triangle CIA est isocèle en I.
2. Justifie qu'une équation de la droite (IC) est : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.
3. Justifie que les droites (CI) et (Δ) sont perpendiculaires en I.
4. Démontre que les points C, I, A et B appartiennent à un même cercle dont on précisera le diamètre.
5. Démontre que 27° est une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{IBC}$.

BEPC
SESSION 2005
ZONE II

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

Les 91 employés d'une entreprise ont acquis un terrain de 25 200m². Le découpage du terrain fait ressortir des lots de 300m² et d'autres lots de 240m². Tous les employés sont d'accord sur le fait que chacun a droit à un lot et un seul. On voudrait connaître le nombre de lots de chaque type.

1. Justifie que le problème est traduit par le système suivant :

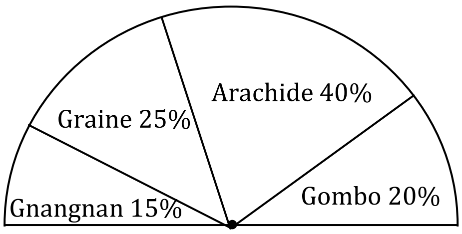
$$\begin{cases} x + y - 91 = 0 \\ 5x + 4y - 420 = 0 \end{cases}$$

2. a) Résous le système.

b) Détermine le nombre de lots de chaque sorte qui sont mis en vente par la mairie .

EXERCICE 2

Dans un restaurant, la préférence des sauces de 500 clients est donnée par le diagramme ci-dessous.



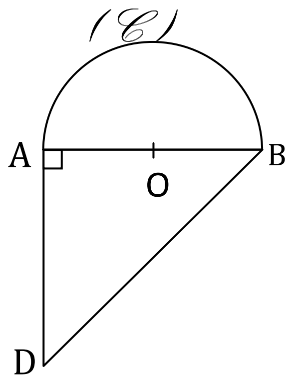
1. Détermine le nombre de clients qui préfèrent la sauce Gnangnan .

2. Détermine la mesure de l'angle correspondant à la modalité "Arachide " .

EXERCICE 3

Sur la figure ci-contre,

- ABD est un triangle rectangle isocèle en A tel que AB = 3 cm;
- **(** $\mathscr{C}$ **)** est le demi-cercle de diamètre [AB].

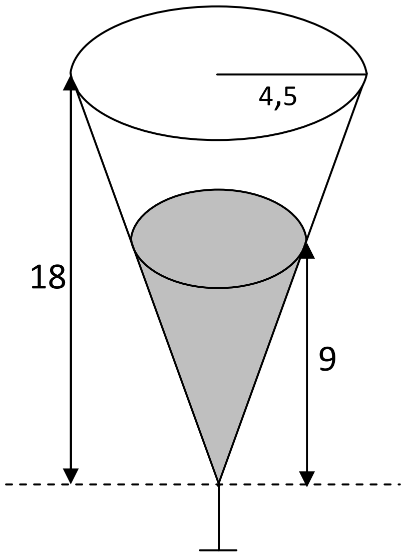


1. Reproduis la figure sur ta feuille de copie.

2. Construis sur ta copie l'image **(** $\mathscr{C}$**')** du demi-cercle **(** $\mathscr{C}$ **)** par la translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$ et l'image **(** $\mathscr{C}$**'')** du demi-cercle **(** $\mathscr{C}$ **)** par la symétrie orthogonale d'axe (BD).

EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre (cm).
La partie supérieure du verre représenté ci-contre a la forme d'un cône de hauteur 18 et dont la base a pour rayon 4,5.

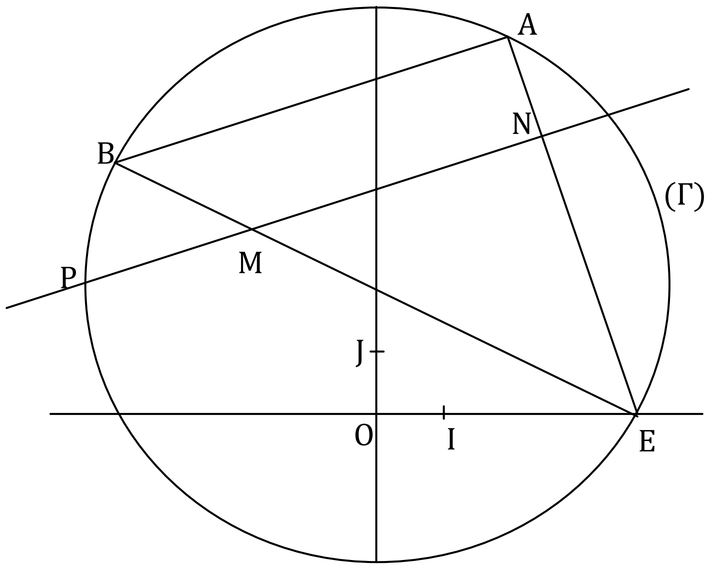


1. Justifie que le volume du verre est 381,51cm^3.
   (On prendra 3,14 comme valeur approchée de π)
2. On remplit ce verre jusqu'à son bord avec du lait puis, après en avoir bu, René constate que la hauteur du liquide restant est 9 cm.
   a) Calcule le volume de lait restant.
   b) Calcule le volume de lait bu par René.

PROBLEME

On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Sur la figure ci-dessous,

- Le plan est muni du repère orthonormé (0, I, J).
- On donne les points A (2 ; 6) ; B(-4 ; 4) ; E(4 ; 0) et M(-2 ; 3).
- (Γ) est le cercle de diamètre [BE].
- La parallèle à la droite (AB) passant par M coupe (AE) en N.
- P est un point d'intersection du cercle (Γ) et de la droite (MN)



1. Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont orthogonaux.
2. Justifie que : AB = AE.
3. Déduis de **1)** et **2)** la nature du triangle ABE.
4. Justifie que les points B, E, et M sont alignés.
5. a) Justifie que : $\dfrac{EM}{EB} = \dfrac{3}{4}$.
   b) Déduis-en la distance MN.
6. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{APE}$.

BEPC
SESSION 2006
ZONE I

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

On donne: $A = \left(1 - \sqrt{3}\right)^2 - \sqrt{3}$.

1. Justifie que $A = 4 - 3\sqrt{3}$.

2. Compare les nombres $\left(1 - \sqrt{3}\right)^2$ et $\sqrt{3}$.

EXERCICE 2

Les notes obtenues en mathématiques par 300 candidats dans un centre d'examen au BEPC sont réparties dans le tableau suivant :

Notes	[0; 5[	[5 ; 10[	[10; 15[	[15;20[
Nombre de candidats	80	100	50	70

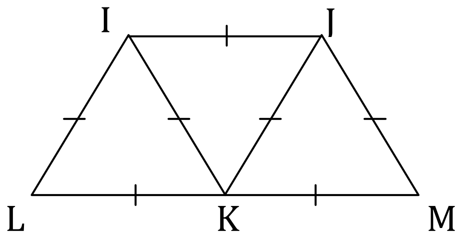
1. Représente la répartition des notes par un diagramme à bandes sur une feuille de papier millimétré. On prendra en abscisses 2 cm pour 5 points et en ordonnées 1cm pour 10 candidats.
2. Calcule le pourcentage des candidats qui ont obtenu une note supérieure ou égale à 10 en mathématiques.

EXERCICE 3

Sur la figure ci-contre, IJKL et IJMK sont des losanges.
On donne : IJ = 3 cm.

1. Reproduis cette figure sur ta feuille de copie.

2. Construis sur ta copie le point N tel que $\overrightarrow{IN} = \overrightarrow{IL} + \overrightarrow{JM}$.
Donne ton programme de construction.



EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre (cm).
On donne ci-dessous un cône (figure 1) dont un patron de la surface latérale est le quart de disque de rayon 8 (figure 2).

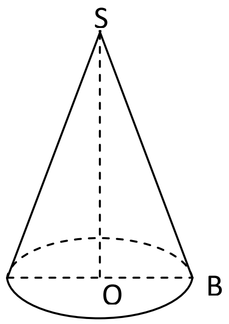


Figure 1

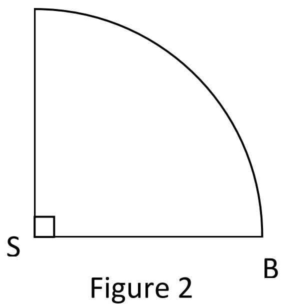


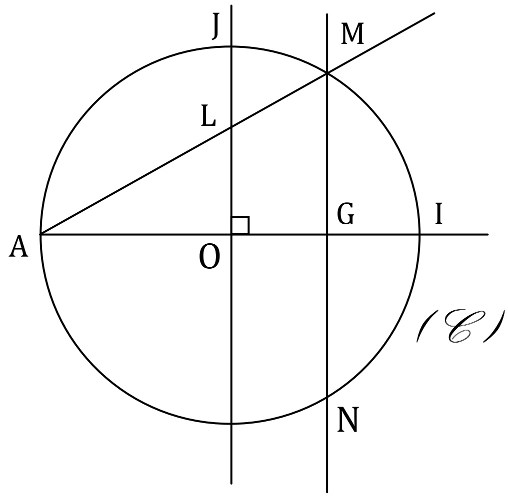
Figure 2

1. Justifie que : OB = 2.

2. a) Justifie que : $OS = 2\sqrt{15}$.

b) Calcule le volume de ce cône.

PROBLEME



On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en grandeur réelle :

- Le plan est muni du repère orthonormé (0,I,J).
- $(\mathscr{C})$ est le cercle de centre O et de diamètre [AI].
- $\sin 30° = \dfrac{1}{2}$; $\cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $A(-1;\ 0)$.
- Les points M et G sont tels que M appartient à $(\mathscr{C})$; $IM = 1$ et $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AI}$.
- La droite (AM) coupe la droite (OJ) au point L.
- La droite (MG) recoupe le cercle $(\mathscr{C})$ au point N.

1. Justifier que le triangle AMI est rectangle en M.

2. a) Justifie que : $AI = 2$.

b) Justifie que : $\text{mes}\widehat{MAI} = 30°$.

3. a) Détermine mes $\widehat{MNI}$.

b) Justifie que $\text{mes}\widehat{IOM} = 60°$.

4. a) Justifie que : $AM = \sqrt{3}$.

b) Calcule AL.

5. a) Justifie que le couple de coordonnées du point G est $\left(\dfrac{1}{2}\ ;0\right)$.

b) Détermine le couple de coordonnées du point M.

BEPC
SESSION 2006
ZONE II

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

On donne : $p = 1 - \sqrt{2}$; $q = 4 - 3\sqrt{2}$.

1. Justifie que : $p - q = -3 + 2\sqrt{2}$.

2. Compare p et q .

EXERCICE 2

Le tableau ci-dessous donne la répartition des salaires des 20 employés d'une PME (Petite et Moyenne Entreprise) rangés dans l'ordre croissant.

Salaires (en FCFA)	40 000	80 000	100 000	140 000	200 000	Total
Nombre d'employés	8	4	2	4	2	20

1. a) Détermine le mode de cette série statistique.

b) Calcule le salaire moyen payé par cette PME.

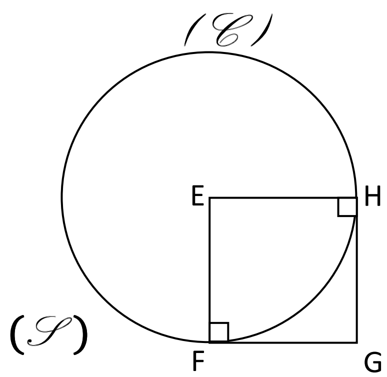
2. Dresse le tableau des fréquences (en pourcentages).

EXERCICE 3

La figure $(\mathscr{S})$ ci-contre est composée du carré EFGH de côté 2 cm et du cercle $(\mathscr{C})$ de centre E et de rayon [EF].

1. Reproduis la figure sur ta feuille de copie.

2. Construis sur ta copie l'image $(\mathscr{S}_1)$ de la figure $(\mathscr{S})$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{FH}$ et l'image $(\mathscr{S}_2)$ de $(\mathscr{S})$ par la symétrie orthogonale d'axe (EF).



EXERCICE 4

Les figures 1 et 2 ci-dessous ne sont pas en grandeurs réelles.
Avec un demi-disque en plastique de rayon 13 cm (figure 1), AKOUA fabrique un verre en forme de cône (figure 2) en superposant les rayons [SA] et [SB].

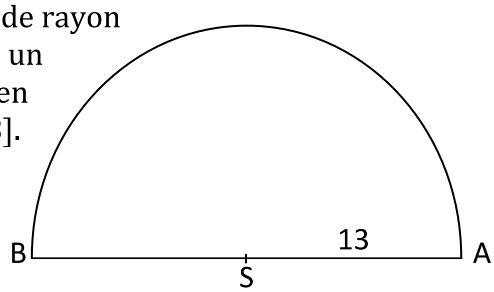


Figure 1

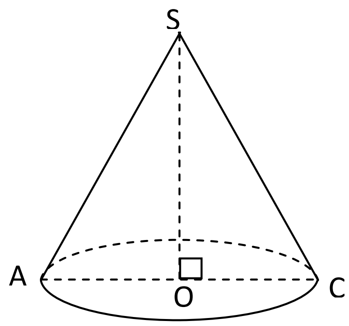


Figure 2

1. Justifie que le diamètre de la base du verre est égal à 13 cm.

2. a) Justifie que la hauteur du verre est égale à $\frac{13\sqrt{3}}{2}$ cm.

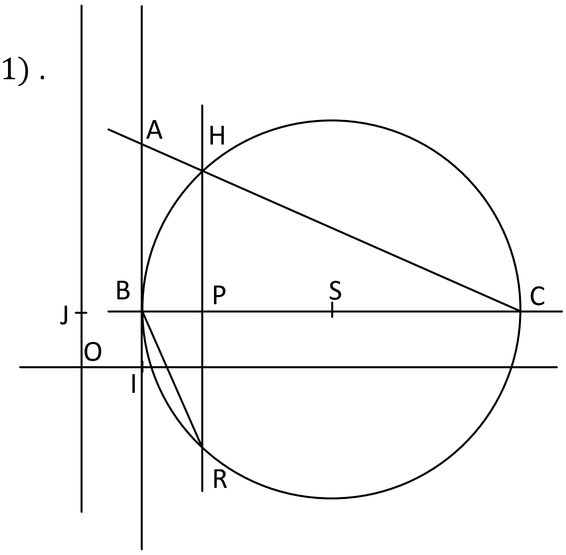
b) Calcule le volume du verre puis donne-en une valeur approchée en prenant 3,14 pour valeur approchée de π et 1,73 pour valeur approchée de $\sqrt{3}$.

PROBLEME

On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.

Dans le repère orthonormé (0,I, J) du plan,

- On donne les points A(1 ;4), B(1 ;1), C(8 ;1) et S(4,5 ; 1) .
- Le cercle de centre S et de diamètre [BC] recoupe (AC) en H ;
- La parallèle à (AB) passant par H recoupe le cercle $(\mathscr{C})$ en R et (BC) en P;
- P a pour couple de coordonnées (2 ;1).



1. Justifie que : $AC = \sqrt{58}$.
2. a) Justifie que : $HP = \frac{6}{7}AB$.

   b) Justifie que : $\overrightarrow{HP} = \frac{6}{7}\overrightarrow{AB}$

3. Justifie que le couple de coordonnées de H est $\left(2;\frac{25}{7}\right)$.

4. a) Justifie que: $\tan\widehat{HCB} = \frac{3}{7}$.

   b) Détermine un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{HRB}$ par deux entiers consécutifs.

<u>Un extrait de la table trigonométrique</u>

Degrés	sin	cos	Tan	
22	0,375	0,927	0,404	68
23	0,391	0,921	0,424	67
24	0,407	0,914	0,445	66
25	0,423	0,906	0,466	65
	cos	sin	1/tan	Degrés

BEPC | **Coefficient : 3**
SESSION 2006 | **Durée : 2 heures**
ZONE III

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1

On donne $a = \sqrt{2} - 1$; $b = 3 + 2\sqrt{2}$.

1) Calcule a^2 ; on donnera le résultat sous la forme $c + d\sqrt{2}$ où c et d sont des entiers.

2) a) Calcule l'inverse de b sans radical au dénominateur.

b) Sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$, encadre $3 - 2\sqrt{2}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 2

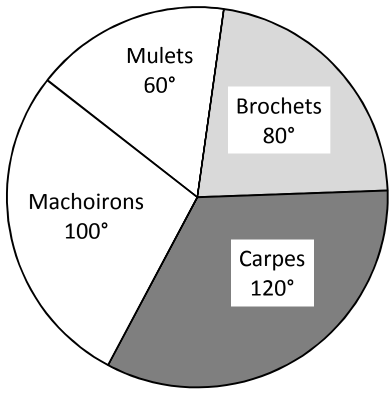
Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points A(2 ; 0), B(0 ; 3) et C(5 ; 0).

1) Détermine le coefficient directeur de la droite (AB).

2) (D) est la droite passant par le point C et parallèle à la droite (AB).
Calcule les coordonnées du point K, intersection des droites (D) et (OJ).

EXERCICE 3

Le diagramme circulaire ci-contre représente la répartition du produit d'une partie de pêche qui a permis de prendre 90 poissons.



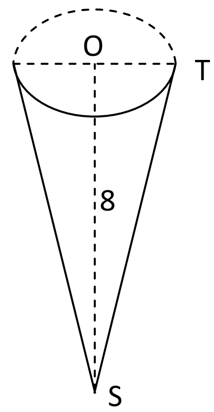
1) Détermine le mode de cette série statistique.

2) Recopie et complète le tableau des effectifs ci-dessous.

Modalité (poissons)	Brochets	Carpes	Machoirons	Mulets	Total
Effectifs					90

EXERCICE 4

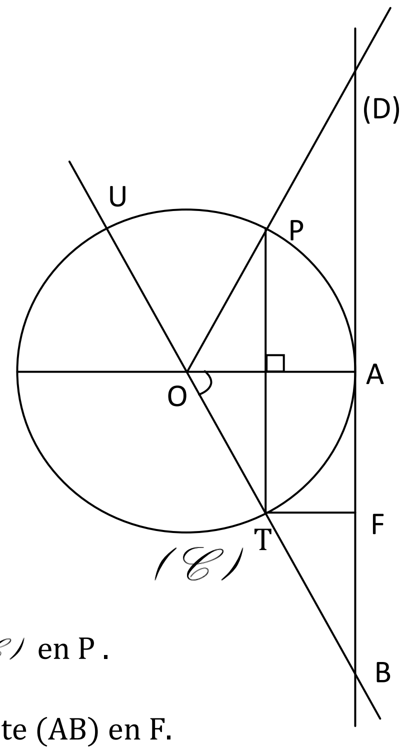
L'unité de longueur est le centimètre.
La figure ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles représente un cône de révolution de sommet S et de base le cercle de centre O et de rayon OT. V est le volume du cône.
On donne :
• $OS = 8$.
• $V = \dfrac{400}{3}\pi \text{ cm}^3$.



1) Justifie que $OT = 5\sqrt{2}$.
2) Sachant que $(5\sqrt{2})^2 = 5^2 + 5^2$, construis le triangle SOT en dimensions réelles.

PROBLEME

On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie.
Sur la figure ci-contre :
- $(\mathscr{C})$ est le cercle de centre O et de rayon 3 ;
- A est un point de $(\mathscr{C})$
- (D) est la perpendiculaire à la droite (OA) en A ;
- B est un point de la droite (D) tel que $AB = 4$;
- La droite (OB) coupe le cercle $(\mathscr{C})$ en U et T.



1) Démontre que $OB = 5$.
2) a) Démontre que $53° < \text{mes } \widehat{AOB} < 54°$.
   b) Déduis de la question 2)a) un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{AUT}$ par deux entiers consécutifs.
3) La perpendiculaire à (OA) passant par T recoupe le cercle $(\mathscr{C})$ en P .
   Démontre que les angles $\widehat{TPA}$ et $\widehat{TUA}$ ont la même mesure.
4) La droite parallèle à (OA) passant par le point T coupe la droite (AB) en F.
   Calcule TF.

Extrait de la table trigonométrique.

a°	50	51	52	53	54	55
sin a°	0,766	0,777	0,788	0,799	0,809	0,819
cos a°	0,643	0,629	0,616	0,602	0,588	0,574
tan a°	1,192	1,235	1,280	1,327	1,376	1,428

BEPC
SESSION 2007
ZONE I

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

On donne le polynôme A suivant : $A = (3x)^2 - (3x-2)^2$.

1. Développe et réduis A.

2. Calcule la valeur numérique de A pour $x = \frac{7}{3}$.

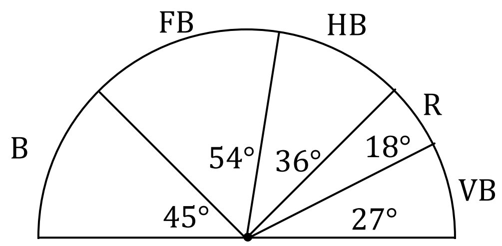
EXERCICE 2

Résous l'équation suivante puis écris les solutions sans radical au dénominateur.

$$\left((\sqrt{2}+1)x - 4\right)(3 - x\sqrt{3}) = 0 \ .$$

EXERCICE 3

Un professeur d'éducation physique et sportive pose la question suivante à chacun des 60 élèves d'une classe de 3ème :
"Parmi les sports suivants : Football (FB) ;
Rugby (R) ; Basket-ball (BB) ; Hand-ball (HB)
et Volley-ball (VB), lequel préfères-tu ?"
Les réponses des élèves sont présentées dans le diagramme semi-circulaire ci-contre :



1. Dresse le tableau des effectifs des réponses des élèves.

2. Détermine en justifiant ta réponse le sport préféré par les élèves de cette classe.

EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre.

1. Justifie que $\left(2\sqrt{6}\right)^2 = 24$.

2. a) Sachant que 49 - 24 = 25, construis un segment [AB] de longueur $2\sqrt{6}$.

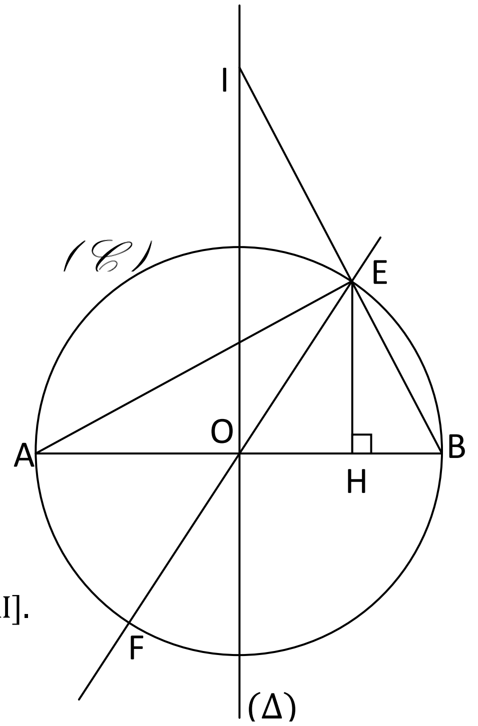
b) Justifie ta construction.

PROBLEME

On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.

Sur la figure ci-contre :

- $(\mathscr{C})$ est le cercle de centre O et de diamètre [AB] tel que AB = 10.
- E ∈ $(\mathscr{C})$ tel que BE = 6 et AE = 8.
- H est le pied de la hauteur du triangle ABE issue du point E.
- (Δ) est la médiatrice du segment [AB] et (Δ) coupe la droite (BE) en I.
- F est le point d'intersection du cercle $(\mathscr{C})$ et de la droite (EO).



1. Justifie que le triangle ABE est rectangle en E.
2. Justifie que : EH = 4,8 ; BH = 3,6.
3. Démontre que BI $= \frac{25}{3}$ et déduis – en la longueur du segment [AI].
4. Démontre que 36° est la valeur approchée par défaut de la mesure de l'angle $\widehat{EAB}$ et déduis-en la valeur approchée par défaut de la mesure de l'angle $\widehat{EFB}$.
5. Démontre que le quadrilatère AEBF est un rectangle.

<u>Extrait de la table de trigonométrie</u>

a°	35°	36°	37°	38°
Sin	0,574	0,588	0,602	0,616
Cos	0,819	0,809	0,799	0,788
Tan	0,700	0,727	0,754	0,781

BEPC
SESSION 2007
ZONE II

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

On donne le polynôme A tel que : $A = 15 - 3(x + 1)^2$.

1. Développe et réduis A.

2. a) Calcule la valeur numérique de A pour $= \sqrt{3}$.

b) Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, donne un encadrement de $3 - 6\sqrt{3}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) on donne les points A (-2 ; 1) et B (2 ; 2).

1. Calcule les coordonnées du point F sachant que le vecteur $\overrightarrow{AF}$ a pour coordonnées $\binom{2}{3}$.

2. Ecris une équation de la droite (D) passant par le point B et perpendiculaire à la droite (AF).

EXERCICE 3

L'unité de longueur est le centimètre.

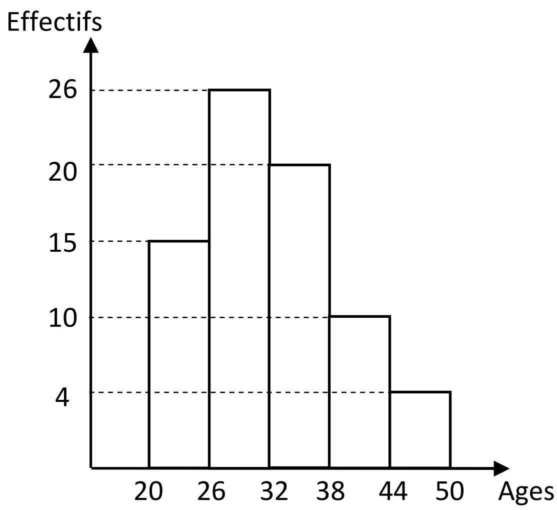
1. a) Justifie que $\left(3\sqrt{5}\right)^2 = 45$.

b) Sachant que $45 = 9 + 36$, construis le segment [AB] de longueur $3\sqrt{5}$.

2. Justifie ta construction.

EXERCICE 4

Une entreprise a relevé le nombre des demandeurs d'emploi suivant leur âge et a obtenu le diagramme à bandes ci-contre :



1. Dresse le tableau des effectifs des demandeurs d'emploi suivant les classes d'âge.

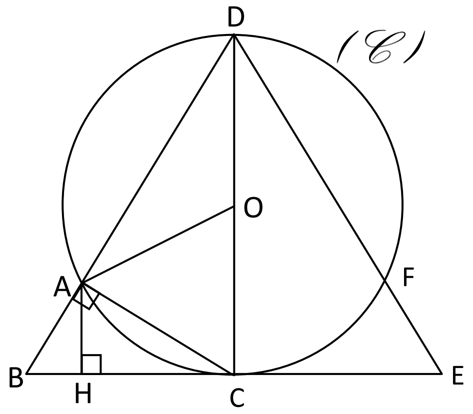
2. Détermine la classe modale .

PROBLEME

On ne te demande pas de reproduire la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeur réelle sur ta copie.

- ABC est un triangle rectangle en A tel que $BC = 8$; $\text{mes}\widehat{BCA} = 30°$ et $\sin 30° = \frac{1}{2}$
- H est le pied de la hauteur du triangle ABC issue du point A.
- $BH = 2$ et $AH = 2\sqrt{3}$.
- La parallèle à (AH) passant par le point C coupe la droite (AB) en D.
- Le point E est le symétrique du point B par rapport à la droite (DC).
- Le cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de diamètre [DC] recoupe la droite [DE] au point F.

1. Démontre que $AB = 4$.
2. Justifie que $AC = 4\sqrt{3}$.
3. Calcule BD.
4. a) Justifie que $\text{mes}\,\widehat{ACD} = 60°$.
b) Calcule $\text{mes}\,\widehat{AOD}$.
5. Justifie que le point A appartient au cercle $(\mathscr{C})$
6. Démontre que les droites (AF) et (BC) sont parallèles.



BEPC
SESSION 2007
ZONE III

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

On donne les nombres réels A et B tels que : $A = \dfrac{1}{9 - 4\sqrt{5}}$ et $B = \dfrac{1}{9 + 4\sqrt{5}}$

1. Démontre que A et B sont inverses l'un de l'autre.
2. Sachant que $2{,}236 < \sqrt{5} < 2{,}237$, donne un encadrement de $9 - 4\sqrt{5}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (0 ; I ; J), on donne la droite (D_1) dont un vecteur directeur a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et la droite (D_2) dont un vecteur directeur a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

1. Démontre que les droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires.
2. Détermine une équation de la droite (D) passant par le point A(-1 ; 2) et parallèle à la droite (D_1) .

EXERCICE 3

Les résultats de fin d'année scolaire d'une classe de 3ème de 60 élèves se répartissent comme suit : Orientés : 30 ; Exclus : 12 ; Redoublants : 18.

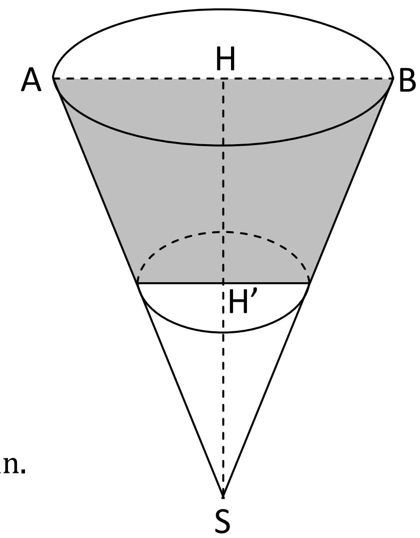
1. Dresse le tableau des fréquences en pourcentage des résultats de cette classe.
2. Construis le diagramme à bandes des résultats de la classe.

EXERCICE 4

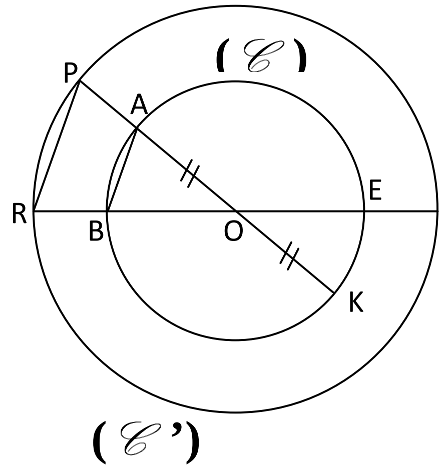
Un éleveur de moutons dispose d'un abreuvoir qui a la forme du tronc de cône (en gris) comme l'indique la figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles.
L'unité de longueur est le mètre (m),
on prendra 3,1 comme valeur approchée de.

On donne : $AB = 6\,;\ SH' = \dfrac{1}{3}SH\,;\ HH' = 0{,}6$

1. a) Justifie que $SH = 0{,}9$.
b) Justifie que le volume du cône de sommet S et de base le cercle de diamètre [AB] est $8{,}37\ m^3$.
2. Calcule la quantité d'eau que contient l'abreuvoir lorsqu'il est plein.



PROBLEME



On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.

Sur la figure ci-contre :

- **(𝒞)** est le cercle de centre O et de diamètre [BE]tel que $BE = 4$
- A est le point du cercle **(𝒞)** tel que $AE = 2\sqrt{3}$
- le cercle **(𝒞 ’)** de centre O et de rayon 3,5 coupe la demi-droite [OB) en R et la demi-droite [OA) en P.
- le point K est le symétrique du point A par rapport au point O .

1. a) Justifie que le triangle ABE est rectangle en A

b) Justifie que mes $\widehat{ABE} = 60°$.

c) Déduis de la question b) la mesure de l'angle $\widehat{AOE}$.

2. a) Démontre que les droites (RP) et (AB) sont parallèles.

b) Justifie que $AB = 2$.

c) Justifie que $RP = 3{,}5$.

d) Justifie que le triangle ORP est équilatéral.

3. Démontre que les droites (KE) et (KB) sont perpendiculaires.

Extrait de la table trigonométrique

a°	30°	45°	60°
sin a°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos a°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan a°	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

BEPC
SESSION 2008
ZONE I

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1

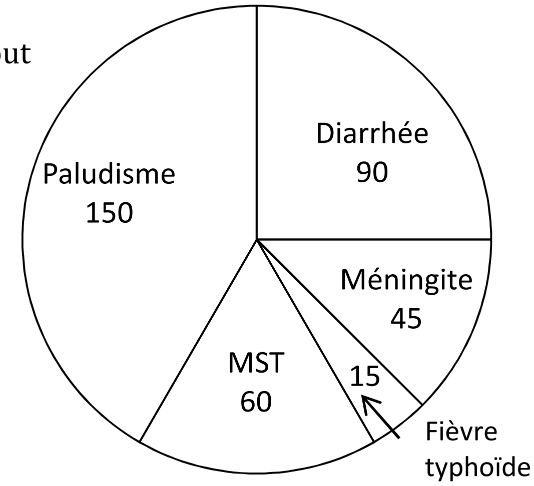
On donne $A = 1 - \sqrt{3}$; $B = 1 - 2\sqrt{3}$; $E = \dfrac{1}{1 - 2\sqrt{3}}$

1/ Calcule le produit $A \times B$. On donnera le résultat sous la forme $c + d\sqrt{3}$, où c et d sont des entiers relatifs.

2/ Écris E sans radical au dénominateur.

EXERCICE 2

Un agent de centre de santé communautaire a relevé au bout d'une semaine le nombre de malades qui ont fréquenté le centre selon les maux dont ils souffrent.
Le résultat de l'enquête est représenté par le diagramme circulaire ci-contre.



1/ Dresse le tableau des fréquences en pourcentage (on donnera un arrondi des résultats à l'ordre 2).

2/ Donne la maladie la plus fréquente.

EXERCICE 3

Une société de fabrication de pièces détachées emploie 392 agents. Au mois de décembre de chaque année, 12 hommes et 20 femmes partent en congé annuel.
Le nombre d'hommes restant est alors le double de celui des femmes.

1/ Justifie que le nombre d'hommes et de femmes est la solution du système

$$(S) : \begin{cases} x + y = 392 \\ 2x - y = 28 \end{cases}$$

(On désignera par x le nombre de femmes et par y le nombre d'hommes)

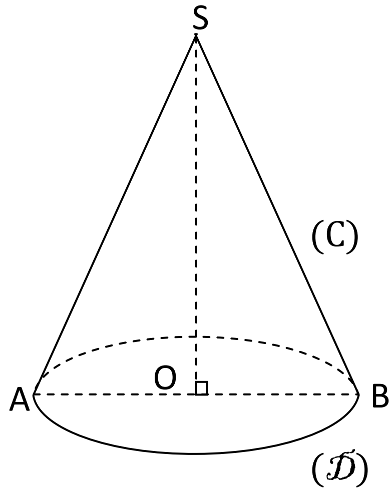
2/ a) Résous le système (S) .

b) Détermine le nombre d'hommes et de femmes que la société emploie.

EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre.
On ne te demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Sur la figure ci-dessous :

- (C) est un cône de révolution de base le disque $(\mathcal{D})$ de centre O et de rayon [OA].
- S est le sommet de (C) et [SO] est la hauteur. On donne : $SA = 15$ et $OA = 5$.

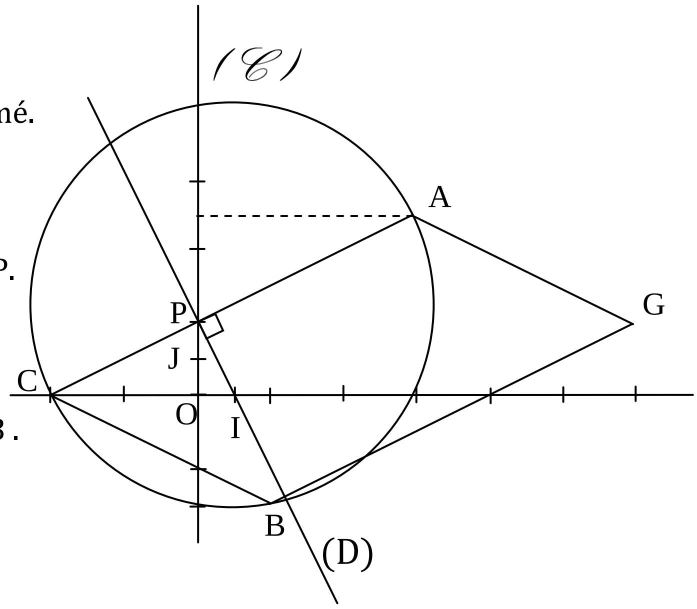


1/ Justifie que $SO = 10\sqrt{2}$.
2/ V est le volume de (C) ; calcule V.
(On donne $\pi \simeq 3{,}1$ et $\sqrt{2} \simeq 1{,}4$)

PROBLEME

L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-contre, (O, I, J) est un repère orthonormé.
On donne les points A(6 ; 5), B(2 ; -3) et C(-4 ; 0)

- $(\mathscr{C})$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.
- La droite (AC) coupe l'axe des ordonnées en P.
- (D) est la droite perpendiculaire à la droite (AC) en P.



1/ a) Justifie que $AB = 4\sqrt{5}$;
$AC = 5\sqrt{5}$ et $BC = 3\sqrt{5}$.
b) Déduis-en que le triangle ABC est rectangle en B .

2/ a) Justifie que $\sin\widehat{ACB} = \frac{4}{5}$.
b) Trouve un encadrement de $\text{mes}\widehat{ACB}$ par deux entiers consécutifs.

3/ a) Justifie qu'une équation de (AC) est : $x - 2y + 4 = 0$.
b) Détermine les coordonnées du point P.

4/ Détermine les coordonnées du point G tel que ACBG soit un parallélogramme.

<u>Extrait de la table trigonométrique</u>

a°	Sin a°	Cos a°	tan a°	
34	0,559	0,829	0,675	56
35	0,574	0,819	0,700	55
36	0,588	0,809	0,727	54
37	0,602	0,799	0,754	53
38	0,616	0,788	0,781	52
	Cos a°	Sin a°	$\frac{1}{\tan a°}$	a°

BEPC **Coefficient : 3**
SESSION 2008 **Durée : 2 heures**
ZONE II

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1

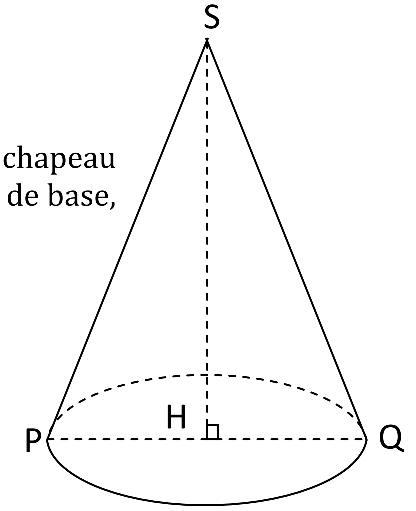
L'unité de longueur est le centimètre.

1/ Vérifie que $5^2 + 3^2 = 34$.

2/ a/ Donne le programme de construction du segment [AB] de longueur $\sqrt{34}$.

b/ Construis le segment [AB] .

EXERCICE 2



L'unité de longueur est le centimètre.
On ne te demande pas de reproduire la figure sur ta copie.

La figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles, représente le chapeau du père Noël et a la forme d'un cône de révolution de hauteur 30 et de base, le disque de rayon 10.

1/ Justifie que $SQ = 10\sqrt{10}$.

2/ Calcule l'aire latérale $\mathcal{A}$ de ce chapeau.

On prendra : $\sqrt{10} \simeq 3{,}2$; $\pi \simeq 3{,}1$.

EXERCICE 3

On donne $A = \left(x + \sqrt{2}\right)^2 - 9$.

1/ Ecris A sous la forme d'un produit de polynômes de premier degré.

2/ Résous l'équation $\left(x + 3 + \sqrt{2}\right)\left(x - 3 + \sqrt{2}\right) = 0$.

EXERCICE 4

Pour aider ses parents à acheter ses fournitures, Anne décide de gérer une cabine cellulaire.
Le relevé de ses recettes journalières en FCFA donne :

3000 3000 5000 5000 5000 3000 5000 5000 3000 7000 3000 3000 5000
5000 5000 10000 3000 5000 3000 5000 3000 3000 5000 5000 3000 7000.

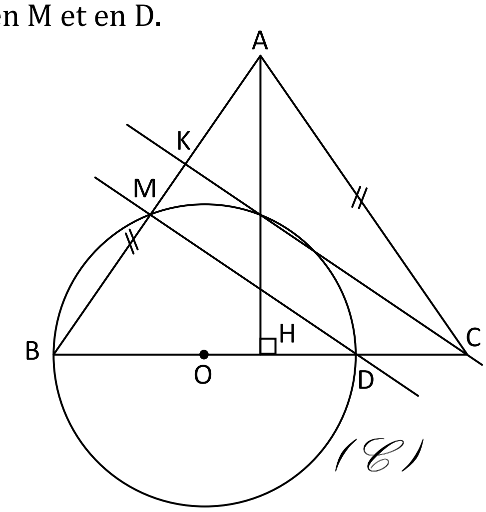
1/ Dresse le tableau des effectifs.

2/ Calcule la moyenne des recettes journalières de Anne.

PROBLEME

L'unité de longueur est le centimètre.
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.

- ABC est un triangle isocèle en A, de hauteur [AH] tel que BC = 12 ; AH = 8.
- O est le centre du cercle $(\mathscr{C})$ de rayon [OB] tel que O appartient au segment [BH] et OB = 5.
- Le cercle $(\mathscr{C})$ coupe les côtés [AB] et [BC] respectivement en M et en D.
- Le point K appartient au côté [AB] tel que BK = 7,2.



1/ Démontre que le triangle BMD est rectangle en M.
2/ Justifie que BH = 6.
3/ a/ Justifie que AB = 10.
b/ Justifie que $\cos\widehat{BAC} = \frac{3}{5}$; déduis-en que BM= 6 .
4/ Justifie que 53° est la valeur approchée par défaut à l'unité près de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
5/ a/ Démontre que les droites (CK) et (DM) sont parallèles.
b/ Déduis-en que les droites (AB) et (CK) sont perpendiculaires.

<u>Extrait de la table trigonométrique</u>

a°	Sin a°	Cos a°	Tan a°	
34	0,559	0,829	0,675	56
35	0,574	0,819	0,700	55
36	0,588	0,809	0,727	54
37	0,602	0,799	0,754	53
38	0,616	0,788	0,781	52
	Cos a°	Sin a°	$\frac{1}{\tan a°}$	a°

BEPC
SESSION 2008
ZONE III

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1

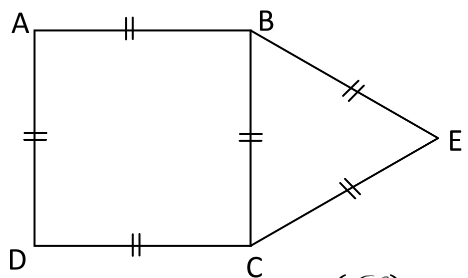
1/ a/ Compare $7\sqrt{3}$ et $4\sqrt{5}$.
b/ Déduis-en le signe de $4\sqrt{5} - 7\sqrt{3}$.
2/ Ecris $|4\sqrt{5} - 7\sqrt{3}|$ sans le symbole de la valeur absolue.

EXERCICE 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points
A(2 ; 3) ; B(-10 ; -5) et C(4 ; 6).
1/ Justifie qu'une équation de la droite (AB) est : $2x - 3y + 5 = 0$.
2/ Déduis-en que le point C n'appartient pas à la droite (AB).

EXERCICE 3

L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ($\mathscr{S}$) ci-contre,
- ABCD est un carré de côté 3 cm.
- BCE est un triangle équilatéral.



($\mathscr{S}$)

1/ Reproduis la figure ($\mathscr{S}$) sur ta feuille de copie.
2/ Construis l'image ($\mathscr{S}$') de la figure ($\mathscr{S}$) par la symétrie orthogonale d'axe (AD) suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{EC}$.

EXERCICE 4

L'infirmier du village de Niakara a reçu au bout de trois jours 90 patients.
Les résultats de ses consultations sont dans le tableau suivant :

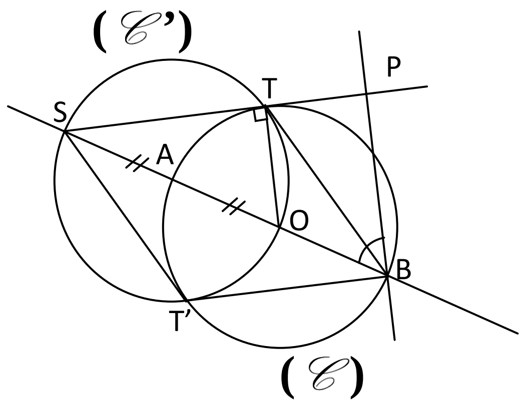
Maladies	Fièvre typhoïde	Méningite	Drépanocytose	Paludisme
Effectifs	20	15	30	25

1/ Dresse le tableau des fréquences en pourcentage.
2/ Construis le diagramme semi-circulaire des effectifs.
(On prendra 5 cm pour le rayon).

PROBLEME

L'unité de longueur est le centimètre.
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.

- **($\mathscr{C}$)** est le cercle de centre O et de diamètre [AB].
- S est le symétrique de O par rapport à A.
- **($\mathscr{C}$')** est le cercle de centre A et de rayon [AO]. Les cercles **($\mathscr{C}$)** et **($\mathscr{C}$')** se coupent en T et T'.
- La parallèle à la droite (OT) passant par B coupe la droite (ST) en P.
- On donne AB = 8 cm ; $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos 60° = \frac{1}{2}$



1/ a) Justifie que le triangle SOT est rectangle en T.
b) Justifie que ST = $4\sqrt{3}$.
2/ Démontre que la droite (ST) est tangente à **($\mathscr{C}$')** en T.
3/ Justifie que $\text{mes}\widehat{SOT} = 60°$.
4/ Calcule BP.
5/ Justifie que $\text{mes}\ \widehat{SBP} = 60°$.
6/ Démontre que le quadrilatère ATOT' est un losange.

BEPC
SESSION 2009
ZONE I

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1

On donne le nombre réel $A = \dfrac{5}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$.

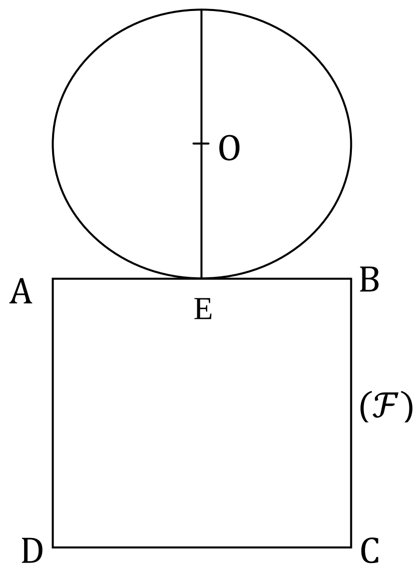
1/ Ecris A sans radical au dénominateur.

2/ Sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$, donne un encadrement de $1 - 2\sqrt{3}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 2

L'unité de longueur est le centimètre ;
La figure $(\mathcal{F})$ ci-contre est composée de :

- un carré ABCD;
- un cercle de centre O et de rayon 2 tangent à la droite (AB) au point E.
- On donne $AB = 4$.



1/ Reproduis la figure $(\mathcal{F})$.

2/ Construis l'image $(\mathcal{F}')$ de $(\mathcal{F})$ par la symétrie orthogonale d'axe (AD) suivie de la symétrie orthogonale d'axe (BC).

EXERCICE 3

En vue d'insérer les jeunes dans le tissu économique, un conseil général élabore un projet rizicole pour installer 500 jeunes. Le tableau ci-dessous donne la répartition de ces jeunes agriculteurs selon la superficie de la parcelle que chacun exploite.

Superficie exploitée (en ha)	5	9	15	20	total
Nombre de jeunes agriculteurs	135	125	150	90	500

1/ Calcule la superficie moyenne exploitée par chaque jeune agriculteur.

2/ Construis le diagramme en bâtons de cette série statistique.

(On prendra 1cm pour 10 jeunes agriculteurs en ordonnées et 1cm pour 1ha de superficie en abscisses)

EXERCICE 4

L'unité de longueur est le cm.
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles,
- SABCD est une pyramide régulière de sommet S et de base le carré ABCD ;
- Un plan parallèle au plan de base coupe [AS] en A' ;
- I est le milieu de [AB]

On donne $AB = 6$; $\frac{SA'}{SA} = \frac{1}{3}$; $SI = 6$ et $SI' = 2$

1/a) Justifie que A'B'=2.
   b) Justifie que l'aire latérale de la pyramide SA'B'C'D' est égale à 8 cm^2.
2/ Calcule l'aire latérale du tronc de pyramide.

PROBLEME

L'unité de longueur est le centimètre.
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Sur la figure ci-contre :
- $(\mathscr{C})$ est le cercle de centre O et de diamètre [AB] ;
- P est le point du segment [OA]
- La perpendiculaire à (AB) passant par P coupe $(\mathscr{C})$ en N et M ;
- La tangente à $(\mathscr{C})$ en A coupe (BN) en E ;
- G est le symétrique de A par rapport au point N,
- K est un point de $(\mathscr{C})$ tel que les droites (OK) et (AN) soient parallèles.
- On donne $AB = 8$; $OP = 2$ et $\tan 60° = \sqrt{3}$.

1/ Justifie que $PN = 2\sqrt{3}$.
2/a) Justifie que $\tan \widehat{AON} = \sqrt{3}$.
   b) Déduis-en la mesure en degré de l'angle $\widehat{AON}$.
   c) Démontre que le triangle AON est équilatéral.
3/ Calcule AE.
4/ Démontre que le quadrilatère KONG est un losange.
5/ Démontre que les angles $\widehat{ABN}$ et $\widehat{AMN}$ ont la même mesure.
6/ Montre que la droite (BE) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABG}$.

BEPC | **Coefficient : 3**
SESSION 2009 | **Durée : 2 heures**
ZONE II

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

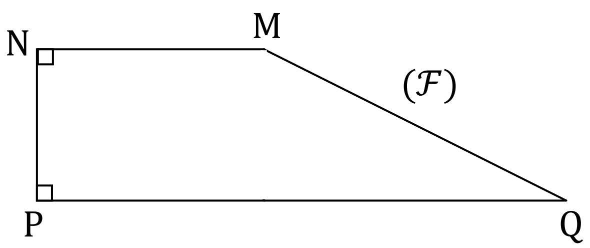
EXERCICE 1

On donne l'expression $A = \dfrac{2}{2+\sqrt{3}}$.

1) Ecris A sans radical au dénominateur.
2) Sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$, donne un encadrement de $2\sqrt{3} - 4$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 2

L'unité de longueur est le centimètre.
La figure $(\mathcal{F})$ ci-contre est un trapèze rectangle MNPQ tel que $(MN)\perp(NP)$ et $(PQ)\perp(NP)$.
On donne $MN = 3$; $NP = 2$; $PQ = 7$.



1) Reproduis la figure $(\mathcal{F})$.
2) Construis l'image $(\mathcal{F}')$ de $(\mathcal{F})$ par la symétrie orthogonale d'axe (MN) suivie de la symétrie orthogonale d'axe (PQ).

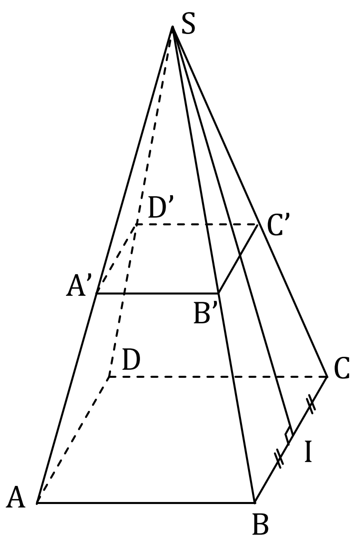
EXERCICE 3

Le tableau ci-dessous représente la répartition de 60 membres d'un club de karaté selon leur âge.

Ages	12	13	14	15	16	20
Effectifs	12	18	11	8	8	3

1) Calcule l'âge moyen des membres de ce club de karaté.
2) Construis le diagramme en bâtons des effectifs de cette série statistique.

EXERCICE 4



L'unité de longueur est le centimètre.
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs,
- SABCD est une pyramide régulière de base le carré ABCD ;
- la section de cette pyramide par un plan parallèle au plan (ABC) est le carré A'B'C'D';
- le point I est le milieu du segment [BC] et les droites (SI) et (BC) sont perpendiculaires.

On donne $AB = 4$; $A'B' = 2$; $SI = 4\sqrt{2}$ et $SB = 6$.

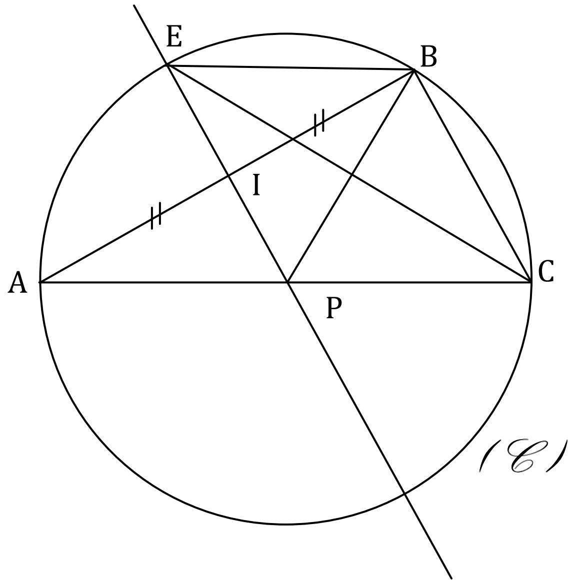
1) Justifie que SB' = 3.
2) a) Justifie que l'aire latérale de la pyramide SABCD est $2\sqrt{2}$ cm².
   b) Calcule une valeur approchée de l'aire latérale du tronc de pyramide ABCDA'B'C'D'.
   (On prendra $\sqrt{2} \approx 1,4$).

PROBLEME

L'unité de longueur est le centimètre.
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie .
Sur la ligure ci-contre,

- $(\mathscr{C})$ est le cercle de centre P et de diamètre [AC] ;
- B est un point du cercle $(\mathscr{C})$ et I est le milieu du segment [AB] ;
- La droite (PI) coupe le cercle $(\mathscr{C})$ en E;
- On donne AC = 12 ; BC = 6 ; $\sin 30° = \dfrac{1}{2}$;

  $\text{Cos } 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.



1) Justifie que ABC est un triangle rectangle en B.
2) Justifie que $AB = 6\sqrt{3}$.
3) a) Justifie que $\text{mes}\widehat{BAC} = 30°$.
   b) Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{BEC}$.
4) Justifie que BPC est un triangle équilatéral.
5) a) Justifie que (EP) est la médiatrice de [AB] .
   b) Démontre que le quadrilatère BEPC est un losange.

BEPC
SESSION 2009
ZONE III

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1

On donne l'expression $A = \frac{-\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}}$.

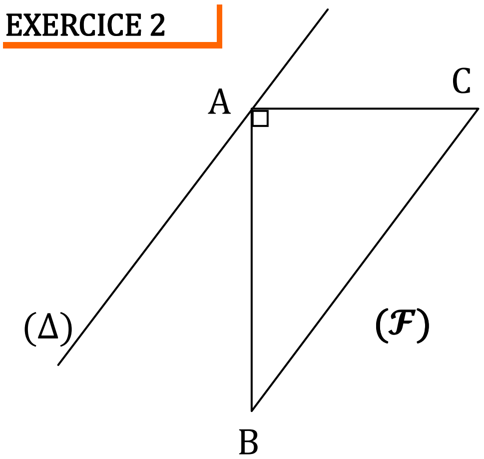
1) Démontre que $A = \frac{\sqrt{6}}{2} - \sqrt{3}$.

2) Sachant que $2{,}449 < \sqrt{6} < 2{,}450$ et $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$.

a) Justifie que $1{,}224 < \frac{\sqrt{6}}{2} < 1{,}225$.

b) Encadre A par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 2



L'unité de longueur est le centimètre .

La figure $(\mathcal{F})$ ci-contre est composée de :

- un triangle ABC rectangle en A ;
- une droite (Δ) passant par A et parallèle à (BC).

On donne $AC = 3$; $AB = 4$; $BC = 5$.

1) Reproduis la figure sur ta copie.

2) Construis l'image $(\mathcal{F}')$ de $(\mathcal{F})$ par la symétrie orthogonale d'axe (Δ) suivie de la symétrie orthogonale d'axe (BC).

EXERCICE 3

Pour remplir la fiche statistique de sa classe à la fin du premier trimestre, un professeur de mathématiques a relevé les notes suivantes et le tableau des appréciations suivant.

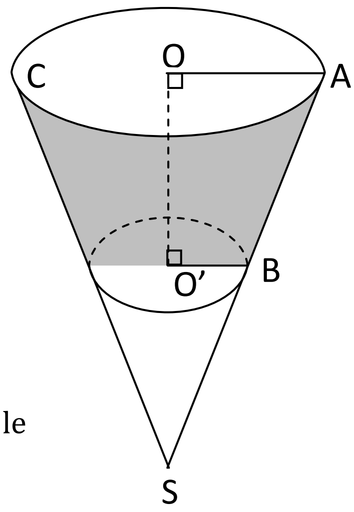
7 ;	8 ;	9 ;	8 ;	10 ;	8 ;	9 ;	10 ;	9 ;	15
9 ;	10 ;	9 ;	11 ;	12 ;	11 ;	12 ;	13 ;	12 ;	15

Appréciations	Faible	Insuffisant	Passable	Assez bien	Bien
Effectifs	1	8	5	4	2

1) Calcule la moyenne de cette classe.

2) Utilise le tableau pour construire le diagramme à bandes des appréciations.

EXERCICE 4



L'unité de mesure est le centimètre.
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles :

- OABO' est un trapèze de bases [OA] et [O'B] ;
- (OO')⊥(OA);
- $OA = 5$; $O'B = \frac{10}{3}$; $OO' = 4$.

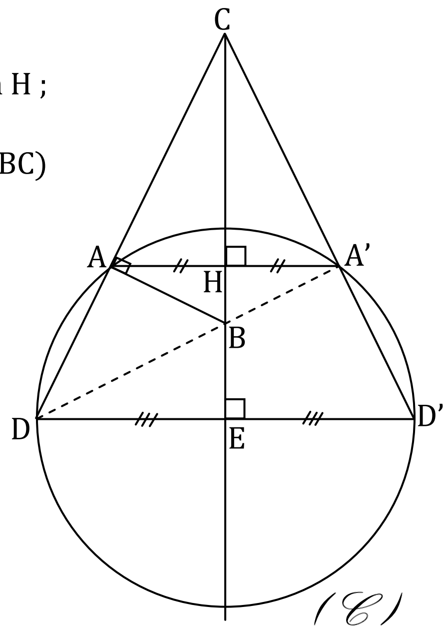
En faisant tourner à grande vitesse autour de la droite (OO') le trapèze OABO' , on obtient le tronc du cône de sommet S et de base le disque de rayon [OA].
On donne SA = 13 ; $\pi \simeq 3{,}1$.

1) Justifie que $SB = \frac{26}{3}$.
2) Sachant que l'aire latérale de ce cône est 201,5 cm^2, calcule l'aire latérale du tronc de cône obtenu.

PROBLEME

L'unité de longueur est le centimètre.
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles :

- ABC est un triangle rectangle en A ; AB = 3 et BC = 6;
- La droite passant par A et perpendiculaire à (BC) coupe (BC) en H ;
- D appartient à [CA] tel que $CD = 6\sqrt{3}$;
- A' et D' sont les symétriques respectifs de A et D par rapport à (BC)
- (BC) coupe (DD') en E ;
- $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin 30° = \frac{1}{2}$; $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$;
- Le cercle $(\mathscr{C})$ a pour diamètre [DD'].



1) Démontre que $AC = 3\sqrt{3}$.
2) Justifie que $AH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.
3) Démontre que $DE = 3\sqrt{3}$.
4) Justifie que $\text{mes}\widehat{ACB} = 30°$.
5) a) Démontre que A est le milieu de [CD] et déduis-en que A' est le milieu de [CD'].
b) Démontre que $\overrightarrow{DD'} = 2.\overrightarrow{AA'}$
6) a) Démontre que le cercle $(\mathscr{C})$ passe par les points A et A'.
   b) Justifie que les angles $\widehat{HAD'}$ et $\widehat{EDA'}$ ont la même mesure.

BEPC — **Coefficient : 3**
SESSION 2010 — **Durée : 2 heures**
ZONE I

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1

A est l'ensemble des nombres réels x tels que $x < \frac{-3}{2}$.

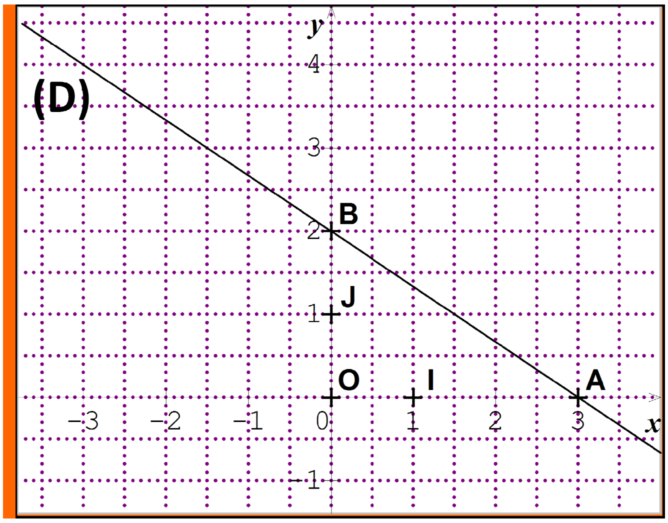
1/ Ecris l'ensemble A sous forme d'intervalle.

2/ Ecris l'ensemble $[-2; \rightarrow[\cap \left]\leftarrow; \frac{-3}{2}\right[$ sous forme d'un intervalle.

EXERCICE 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) :

- La droite (D) est la représentation graphique d'une application affine f
- On donne A (3 ; 0) et B (0 ; 2) deux points de la droite (D).



1/ Détermine le coefficient directeur de la droite (D).
2/ Détermine l'expression de l'application affine f .

EXERCICE 3

L'unité de longueur est le centimètre
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur :

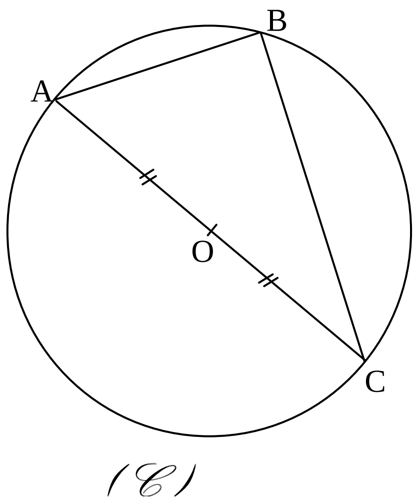
- ABC est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de diamètre [AC] .
- On donne : $AB = 4\sqrt{3}$; $AC = 8$.

$\text{Sin}30° = \text{Cos}60° = \frac{1}{2}$; $\text{Sin}60° = \text{Cos}30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

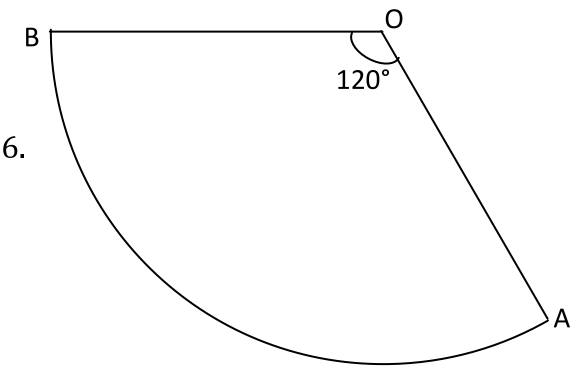
1/ Justifie que ABC est un triangle rectangle en B.

2/ a) Justifie que $\text{Sin}\,\widehat{ACB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

b) Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.



EXERCICE 4

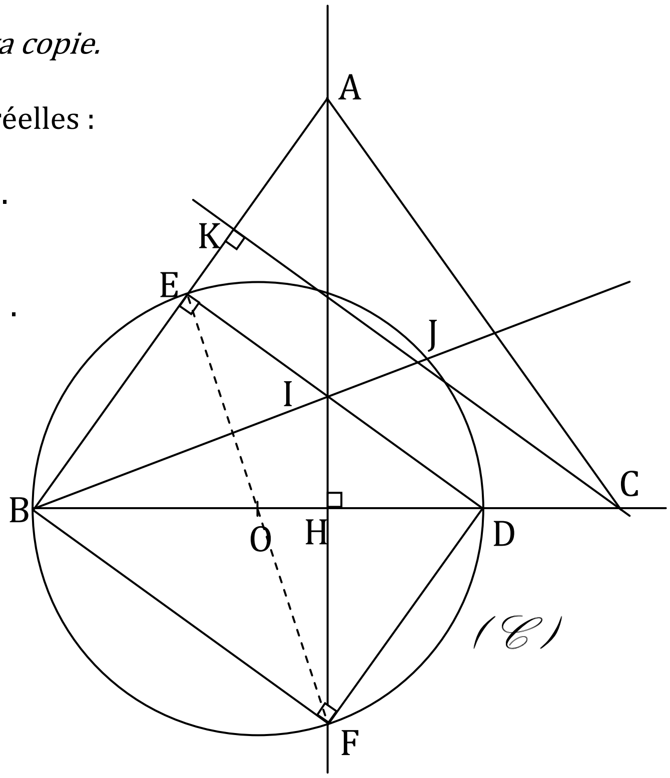


L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-contre qui est le patron inachevé d'un cône de révolution, mes $\widehat{AOB} = 120°$ et $OB = OA = 6$.

1/ Justifie que le rayon r de la base de ce cône est 2 .
2/ a) Reproduis la figure sur ta feuille de copie .
   b) Termine ce patron .

PROBLEME

On ne te demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles :



- ABC est un triangle isocèle en A, de hauteur [AH].
- $BC=12$; $AH = 8$; $BD = 10$.
- H est le milieu de [BC].
- $(\mathscr{C})$ est le cercle de centre O et de diamètre [BD] .
- Le triangle BED est rectangle en E.
- La hauteur issue du sommet C du triangle ABC coupe [AB]en K.
- Les droites (DE) et (AH) se coupent en I.
- La droite (BI) coupe (AD) en J.
- Le point F est le symétrique de E par rapport au point O.

1/ Démontre que $AB = 10$.
2/ a) Justifie que Sin $\widehat{ABC} = \dfrac{4}{5}$.
   b) Déduis-en une valeur approchée par défaut de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
3/ Démontre que $DE = 8$.
4/ a) Justifie que (ED) // (CK).
   b) Calcule CK.
5/ a) Démontre que le point J appartient au cercle $(\mathscr{C})$.
   b) Justifie que mes $\widehat{JED}$ = mes $\widehat{IBC}$.
6/ Démontre que BEDF est un rectangle.

Extrait de la table trigonométrique

α	52	53	54	55
cos α	0,616	0,602	0,588	0,574
Sin α	0,788	0,799	0,809	0,819

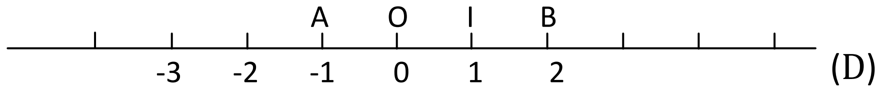
BEPC — **Coefficient : 3**
SESSION 2010 — **Durée : 2 heures**
ZONE II

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1

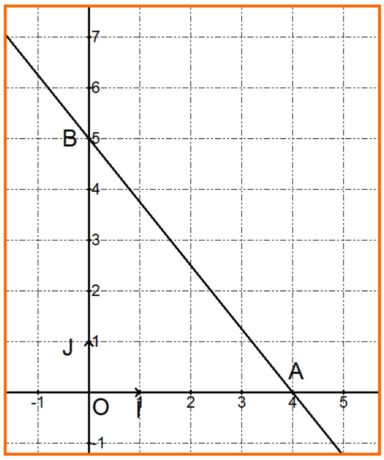
(D) est une droite graduée de repère (O, I).
A est le point de (D) d'abscisse -1.
B est le point de (D) d'abscisse 2.



1- Ecris sous forme d'intervalle l'ensemble E des nombres réels x tels que $-1 < x \leq 2$.
2- Calcule la distance AB.

EXERCICE 2

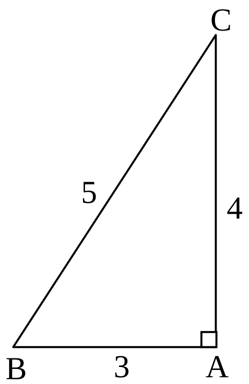
Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points A(4 ; 0) et B(0 ; 5).
Sur la figure ci-contre, la droite (AB) est la représentation graphique d'une application affine f.
1- Détermine le coefficient directeur de la droite (AB).
2- Détermine l'expression de l'application affine f .



EXERCICE 3

L'unité de longueur est le centimètre.
ABC est un triangle. On donne AB = 3; AC = 4 et BC = 5.

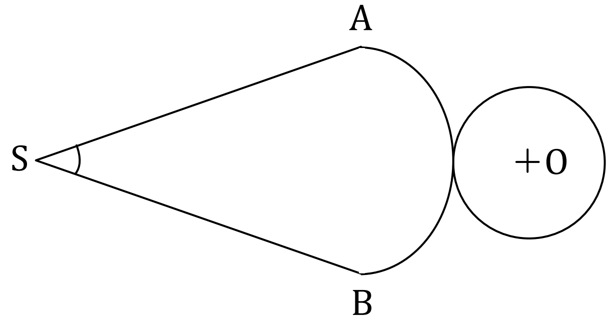
1- a) Justifie que ABC est un triangle rectangle en A.
b) Calcule Sin $\widehat{ABC}$.
2- A l'aide de la table trigonométrique ci-dessous, détermine un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.



a°	52	53	54	55
Cos a°	0,616	0,602	0,588	0,574
Sin a°	0,788	0,799	0,809	0,819

EXERCICE 4

La figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur est une esquisse du patron d'un cône de révolution. La base de ce cône est un cercle de diamètre 6 cm et la hauteur est de 4 cm.
On donne : $\pi \simeq 3$.

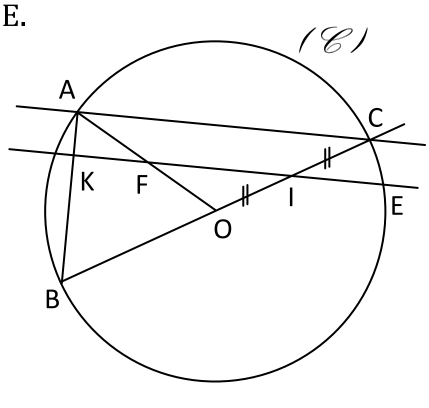


1- a) Justifie que $SA = 5$.
b) Justifie que le périmètre de la base est égale à 18.
2- Construis le patron du cône en dimensions réelles.

PROBLEME

On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles, on donne :

- B et C sont deux points du plan tels que $BC = 5$.
- $(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O et de diamètre [BC].
- A est un point de $(\mathscr{C})$ tel que $BA = OB$.
- Par le milieu I du segment [OC], on trace une droite parallèle à la droite (AC).
Cette parallèle coupe la droite (OA) en F, (BA) en K et l'arc $\overset{\frown}{AB}$ en E.



1- Justifie que le triangle OAB est équilatéral.
2- Démontre que mes $\widehat{AEB} = 30°$
3. Justifie que $BI = \dfrac{3}{4}BC$.
4. Démontre que $BK = \dfrac{3}{4}BA$.
5- a) Démontre que $FA = IC$.
b) Déduis-en que AFIC est un trapèze isocèle.
6- Calcule AC.

BEPC
SESSION 2010
ZONE III

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1

On donne l'expression A = $4x^2 - 12x + 9$ et la fraction rationnelle $C = \dfrac{(2x-3)^2}{(x+1)(2x-3)}$.

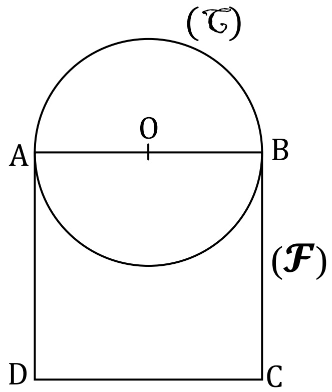
1- Factorise l'expression A.
2- a) Détermine les valeurs de la variable x pour lesquelles la fraction rationnelle C existe.
   b) Simplifiée C.

EXERCICE 2

L'unité de longueur est le centimètre.
La figure ($\mathcal{F}$) ci-contre est composée de :

- un carré ABCD ;
- un cercle ($\mathcal{C}$) de diamètre [AB] et de centre O.

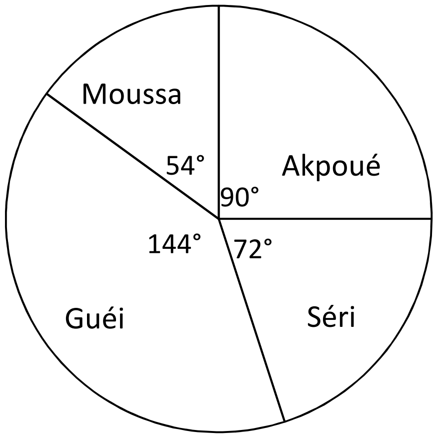
On donne AB = 3.



1) Reproduis la figure ($\mathcal{F}$).
2) Construis l'image ($\mathcal{F}'$) de ($\mathcal{F}$) par la translation de vecteur $\overrightarrow{DB}$ suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

EXERCICE 3

Akpoué, Moussa, Guei et Séri sont des opérateurs économiques qui ont décidé de créer une Petite et Moyenne Entreprise (PME) de fabrication de sachets d'eau. Ils proposent de diviser le capital de l'Entreprise en plusieurs actions. La répartition des actions est donnée par le diagramme circulaire ci-contre.

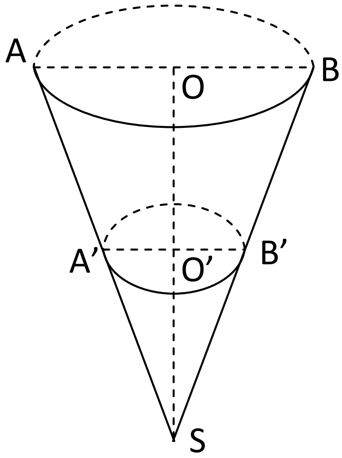


1) Donne dans un tableau le pourcentage des actions de chacun des opérateurs économiques.
2) Calcule le nombre d'actions de Monsieur Séri .

EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre.
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Un verre a la forme d'un tronc de cône de révolution obtenu en coupant un cône de révolution de sommet S et de base un cercle de centre O et de diamètre [AB] , comme l'indique la figure ci-dessous.

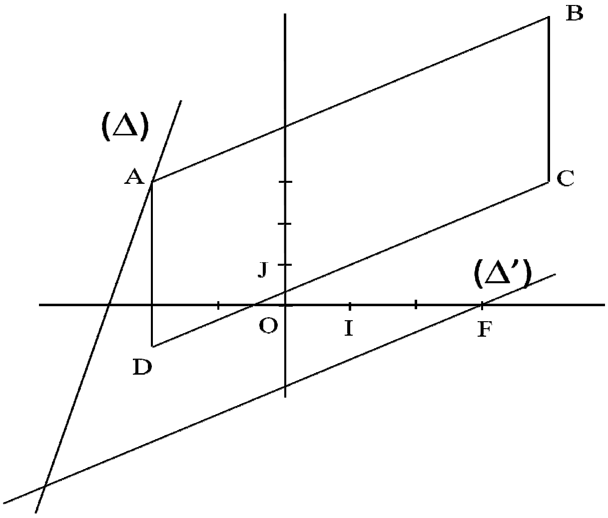
- Le point A' appartient au segment [SA].
- Le plan de coupe passant par A' est parallèle au plan de la base de ce cône.
  On donne AB = 8, A'B' = 4 et SO' = 7,5.



1) a) Justifie que $SO = 15$.
b) Démontre que le volume V du cône est égal à 240 cm³.
2) Calcule le volume V ' du verre. *(On prendra $\pi \simeq 3$).*

PROBLEME

L'unité de longueur est le centimètre. *On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.*



Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J), on donne :

- Les points A(- 2 ; 3) ; B(4 ; 7) ; C(4 ;3) ; D(- 2 ; - 1) et F(3 ;0);
- La droite (Δ) d'équation $4x - y + 11 = 0$;
- La droite (Δ') passant par le point F est parallèle à (AB).

1) a) Détermine l'expression de l'application affine g dont la représentation graphique est la droite (Δ).
b) Justifie que l'application affine g est croissante.
2) Justifie qu'une équation de la droite (Δ') est : $2x - 3y - 6 = 0$.
3) Calcule les coordonnées du point d'intersection des droites (Δ) et (Δ').
4) Démontre que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
5) Démontre que ABC est un triangle rectangle en C.
6) a) Justifie que $\tan \widehat{BAC} = \frac{2}{3}$.
b) Déduis-en un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ par deux nombres entiers naturels consécutifs.

a°	31°	32°	33°	34°	35°
Sin	0,515	0,530	0,545	0,559	0,574
Cos	0,857	0,848	0,839	0,829	0,819
Tan	0,601	0,625	0,649	0,675	0,700

BEPC
SESSION 2011
ZONE I

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1

On donne le nombre réel suivant : $\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$.

1- Justifie que $\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$ est négatif.

2- On donne $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$ et $2{,}645 < \sqrt{7} < 2{,}646$.

a) Donne un encadrement du nombre $2\sqrt{2} - \sqrt{7}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1 .

b) Déduis-en un encadrement de $\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$.

EXERCICE 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J), deux droites (L) et (D) sont telles que : (L) : $2x + y = 2$ et (D) : $3x - y - 3 = 0$.
Détermine graphiquement les coordonnées du point d'intersection des droites (D) et (L).

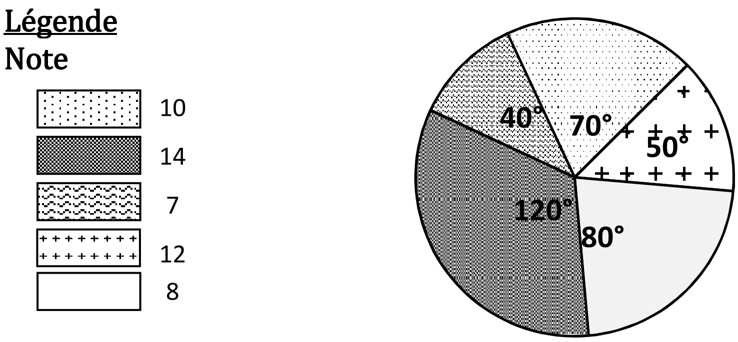
EXERCICE 3

Monsieur Coulibaly est professeur de Mathématiques dans une classe de 36 élèves. Pendant le compte rendu du devoir, il reproduit au tableau le diagramme circulaire ci-dessous.

1- Trouve le mode de la série statistique .

2- Recopie et complète le tableau des effectifs suivant.

Notes	7	8	10	12	14
Nombre d'élèves					



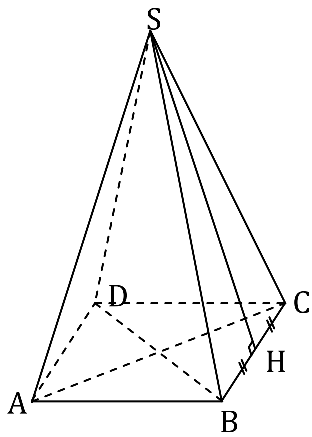
EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles:

- SABCD est une pyramide régulière à base carrée
- H est le pied de la hauteur du triangle SBC issue du sommet S
- On donne AB = 6 ; $SA = 6\sqrt{2}$; $\sqrt{7} \simeq 2{,}7$.

1- Démontre que $SH = 3\sqrt{7}$.

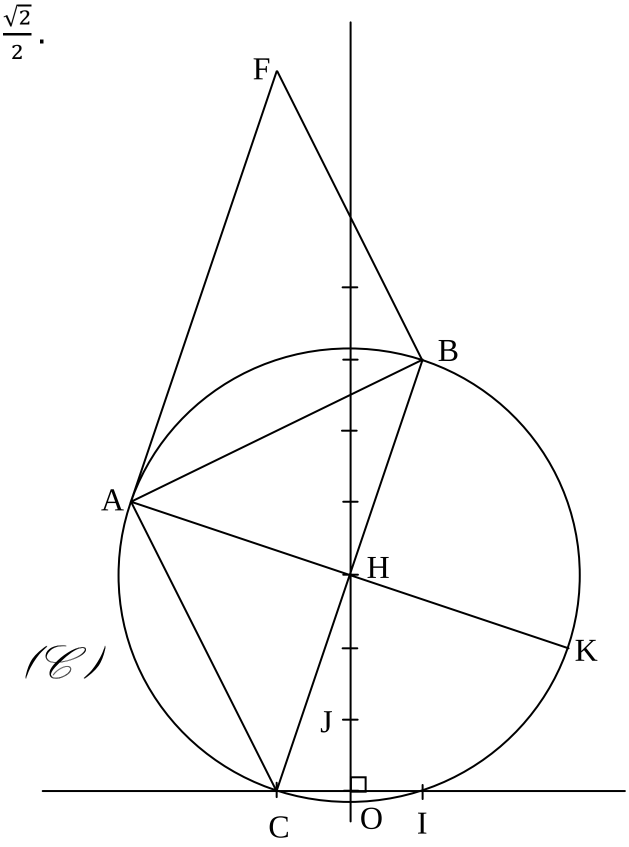
2- Calcule l'aire latérale de la pyramide SABCD.



PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J). $(\mathscr{C})$ est le cercle de centre H de rayon [AH].

- A(-3 ; 4) ; B(1 ; 6) ; C(-1 ; 0) et K sont des points du cercle $(\mathscr{C})$.
- Le point K est le symétrique du point A par rapport à (BC).
- Le point F est l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$.
- On donne $BC = 2\sqrt{10}$; $\cos 45° = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



1- a) Justifie que le triangle ABC est rectangle en A .
b) Détermine les coordonnées du point H, centre du cercle $(\mathscr{C})$.

2- a) Justifie que $AC = 2\sqrt{5}$.
b) Calcule Sin $\widehat{ABC}$.
c) Déduis-en que $mes\,\widehat{ABC} = 45°$.

3- Justifie que mes $\widehat{AKC} = 45°$.

4- Détermine les coordonnées du point F.

5- Démontre que le quadrilatère ABKC est un carré.

BEPC
SESSION 2011
ZONE II

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1

a et b sont deux nombres réels tels que $-1 < a < 2$ et $1 < b < \sqrt{2}$.

1- Donne un encadrement de $-3a$.

2- Justifie que $-5 < b - 3a < 3 + \sqrt{2}$.

EXERCICE 2

Résous graphiquement dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système d'équations ci-dessous :

$$\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ -x + y - 3 = 0 \end{cases}$$

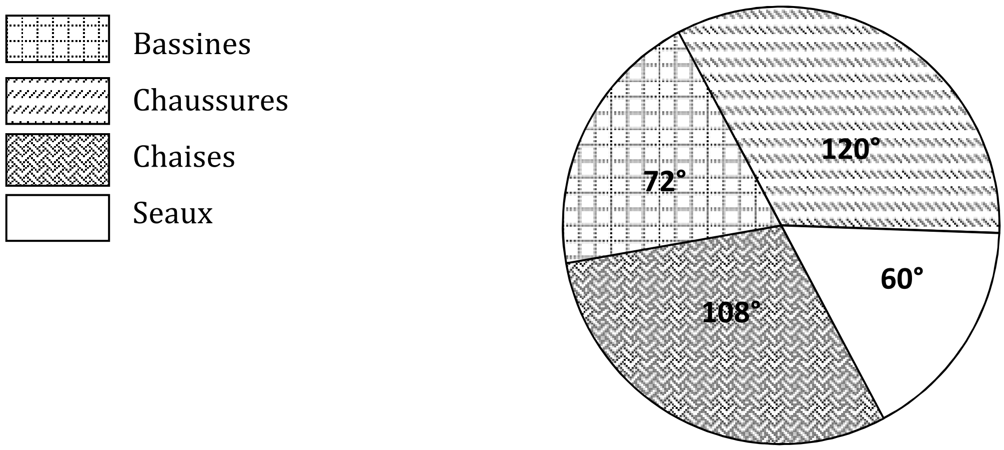
EXERCICE 3

Une PME est spécialisée dans la vente des matières plastiques.
Au cours de l'année 2009, elle a écoulé 150 000 tonnes de produits.
Les marchandises vendues sont représentées dans le diagramme circulaire ci-dessous.

1- Détermine la marchandise la plus vendue .

2- Recopie et complète le tableau statistique suivant :

Marchandises	chaussures	bassines	chaises	seaux
Quantité en tonnes				



EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre.
La figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles est une pyramide régulière.
La base est un carré de côté 10.
On donne $SB = 5\sqrt{11}$.

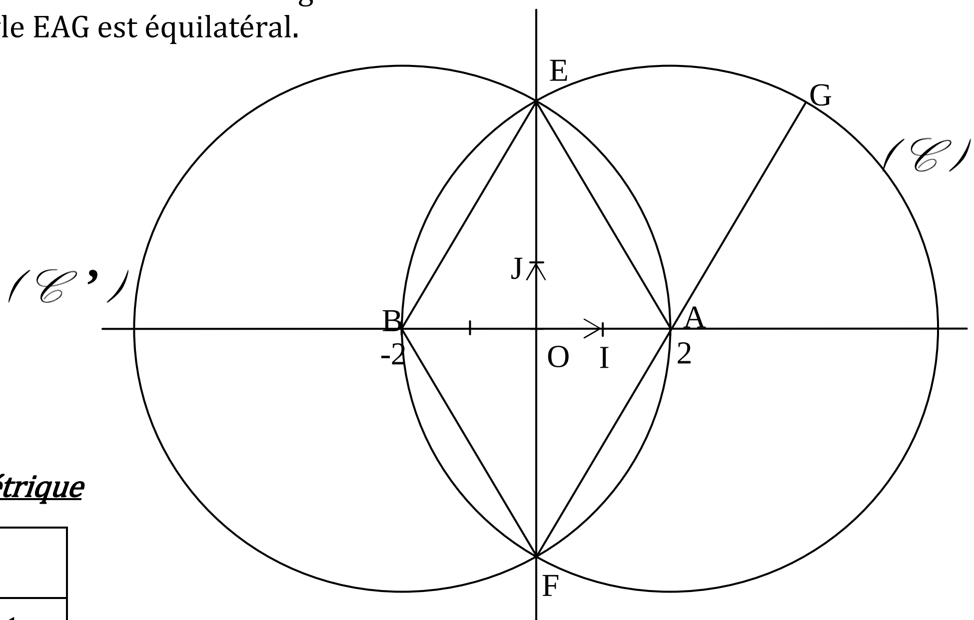
1- Démontre que $SH = 5\sqrt{10}$.
2- Calcule l'aire latérale de la pyramide.

PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
On donne les points A(2 ; 0) et B(-2 ; 0).

- $(\mathscr{C})$ est un cercle de centre A et de rayon 4.
- $(\mathscr{C}')$ est un cercle de centre B et de rayon 4
- $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ se coupent en deux points E et F.
- [FG] est un diamètre de $(\mathscr{C})$.

1- *a*) Justifie que le point B appartient au cercle $(\mathscr{C})$.
b) Déduis-en que le triangle BFG est rectangle en B.
2- Démontre que $BG = 4\sqrt{3}$.
3- Démontre que mes $\widehat{BGF} = 30°$.
4- Justifie que le quadrilatère BFAE est un losange.
5- Démontre que le triangle EAG est équilatéral.



Extrait de la table trigonométrique

a°	30	45	60
cos a°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Sin a°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

BEPC
SESSION 2011
ZONE III

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1

On donne $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$ et $1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$.
a est un nombre réel tel que $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$.

1/ Justifie que $\frac{1}{a} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$.

2/ Donne un encadrement de $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.

EXERCICE 2

On donne le système d'équations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivant :

$$\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ -x + y - 5 = 0 \end{cases}$$

Résous graphiquement ce système.

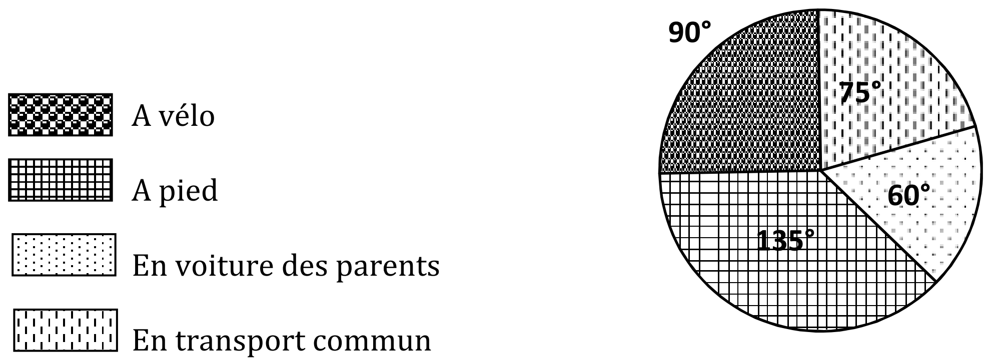
EXERCICE 3

Un éducateur fait une enquête auprès des 72 élèves d'une classe de $6^{ème}$ d'un établissement afin de connaître le moyen de déplacement le plus utilisé par ces élèves pour se rendre à l'école. Avec les résultats obtenus, il a construit le diagramme circulaire ci-dessous.

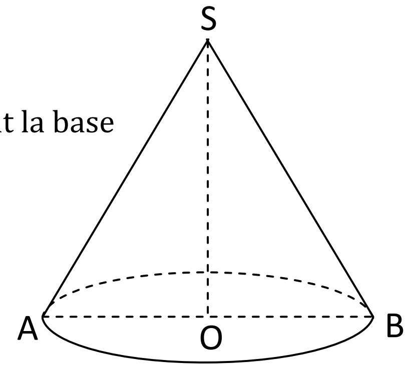
1- Détermine le moyen de transport le plus utilisé par ces élèves .

2- Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Moyen de transport	A pied	A vélo	En transport commun	En voiture des parents
Nombre d'élèves				



EXERCICE 4



L'unité de longueur est le centimètre.
La figure ci-contre représente un cône de révolution de sommet S dont la base est un cercle de centre O et de diamètre [AB].
On donne $AB = 6$ et $SO = 4$.

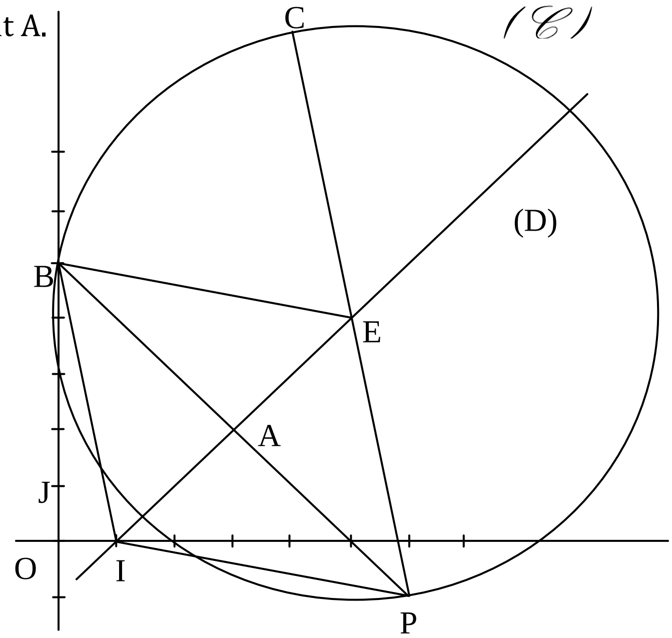
1- Justifie que $SB = 5$.
2- Calcule l'aire latérale de ce cône, en prenant 3,1 comme valeur approchée de π.

PROBLEME

On ne te demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).
Sur la figure ci-dessous :

- A(3 ; 2) ; B(0 ; 5) et E(5 ; 4) sont des points.
- la droite (D) a pour équation : $x - y - 1 = 0$.
- $(\mathscr{C})$ est un cercle de centre E et de rayon [EC].
- P est le symétrique du point B par rapport au point A.
- les points B et P sont sur le cercle $(\mathscr{C})$.
- les points P, E et C sont alignés.

On donne $AI = 2\sqrt{2}$.



1- Justifie que les points E et I appartiennent à la droite (D).
2- Démontre que les coordonnées du point P sont (6 ; -1).
3- *a*) Justifie que le point A est milieu du segment [IE].
b) Démontre que les droites (AB) et (AE) sont perpendiculaires.
4- Démontre que le quadrilatère BEPI est un losange.
5- *a*) Justifie que $AB = 3\sqrt{2}$.
b) Démontre que $33° < \text{mes}\,\widehat{ABI} < 34°$.
6- Donne un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{BEC}$.

Extrait de la table trigonométrique

a°	33	34	35
tan a°	0,649	0,675	0,700

BEPC
SESSION 2012
ZONE I

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

1- Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système d'équations suivant : $\begin{cases} x - 2y - 12 = 10 \\ x = 3y \end{cases}$

2- Désiré demande à son père : “ papa, quel est ton âge ? ’’ Son père, professeur de Mathématiques, sachant que son fils est en troisième, lui rétorque : “ j'ai le triple de l'âge de ton cousin Lorice et si je retranche 12 ans à mon âge, j'aurai le double de son âge ’’.

Aide Désiré à trouver l'âge de son père et celui de son cousin Lorice.

(*On désignera par* x *l'âge de son père et* y *celui de son cousin*)

EXERCICE 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).

1- Place le point A (3 ; 2).

2- Construis la droite (D) passant par le point A et de coefficient directeur -2 .

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).

On donne les points P (-1 ; -2) ; B (3 ; 0) et C (1 ; 2).

1- Justifie que les points P ; B et C ne sont pas alignés.

2- Détermine le couple de coordonnées du point E tel que le quadrilatère BEPC soit un parallélogramme.

EXERCICE 4

Un industriel voudrait installer une usine de traitement de fèves de cacao dans une ville. L'usine sera implantée si les planteurs de cette ville produisent en moyenne plus de 5 tonnes de cacao par an. Pour en avoir une idée, il demande à 50 planteurs la quantité de cacao qu'ils produisent par an. Voici les résultats consignés dans le tableau ci-après :

Nombre de tonnes de cacao par an	1	2	6	9	12	13
Nombre de planteurs	4	8	7	10	13	8

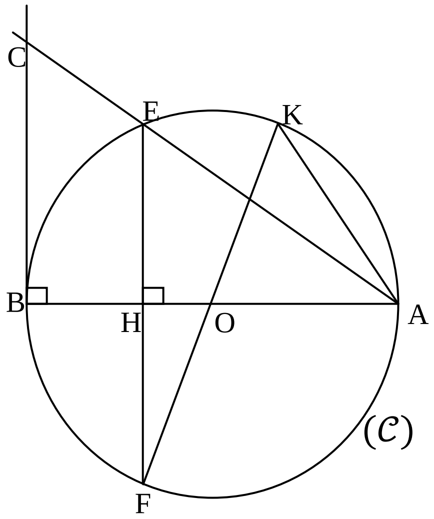
1- Détermine la production moyenne annuelle de ces planteurs.

2- Dis si oui ou non l'industriel va-t-il installer son usine dans cette ville.

PROBLEME

On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
L'unité de longueur est le cm.
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles,

- $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de diamètre [AB]
- E est un point de $(\mathcal{C})$
- La hauteur du triangle ABE issue de E coupe (AB) en H et $(\mathcal{C})$ en F
- K est diamétralement opposé à F
- Le triangle ABC est rectangle en B.



On donne AB = 8 et BC = 6.

1- Justifie que AC = 10.
2- a) Justifie que le triangle ABE est rectangle en E.
b) Démontre que AE = 6,4.
3- a) Justifie que les droites (BC) et (HE) sont parallèles.
b) Calcule HE.
4- Calcule Sin $\widehat{CAB}$.
Déduis-en un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$.
5- a) Justifie que mes $\widehat{BCA}$ = mes $\widehat{FEA}$.
b) Démontre que mes $\widehat{FKA}$ = mes $\widehat{BCA}$.

<u>Extrait de la table trigonométrique</u>

a°	36°	37°	38°	39°
Sin a°	0,588	0,602	0,616	0,629
Cos a°	0,809	0,799	0,788	0,777

BEPC
SESSION 2012
ZONE II

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

On donne l'application linéaire f telle que : $f(\sqrt{2}) = 2$ et $f(3) = 3\sqrt{2}$.

1- a) Calcule $f(3+\sqrt{2})$.

b) Calcule $f(\sqrt{6})$ sachant que $\sqrt{6} = \sqrt{3} \times \sqrt{2}$.

2- Justifie que f est une application linéaire croissante.

EXERCICE 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).

On donne la droite (D) d'équation : $x - 2y + 3 = 0$.

1- Calcule le nombre réel x pour que le point A $(x\ ;\ 1)$ appartienne à la droite (D).

2- Construis la droite (D).

EXERCICE 3

Le COGES d'un Collège Moderne veut doter son école d'une des infrastructures suivantes :

A : une salle de télévision avec des chaines cryptées ;
B : une salle informatique avec Internet ;
C : une salle de jeux vidéo ;
D : une bibliothèque.

Pour éclairer sa décision, il recueille les avis de 1800 élèves du collège. Voici les résultats obtenus rangés dans un tableau :

Modalités	A	B	C	D
Effectifs	350	650	200	600

1- En tenant compte des avis des élèves, trouve l'infrastructure que le COGES devra-t-il choisir.

2- Construis un diagramme circulaire de cette série statistique.

(On prendra pour rayon 4 cm)

EXERCICE 4

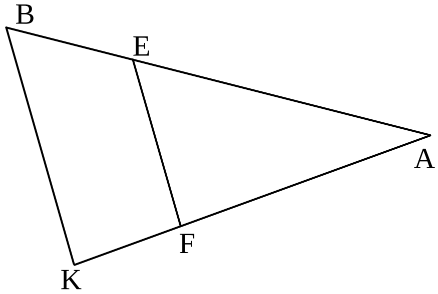
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.

L'unité de longueur est le cm.

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles,

- E est le point de [AB] tel que AE = 6
- F est le point de [AK] tel que AF = 6,8

On donne AB = 10 ; AK = 8 ; BK = 6.

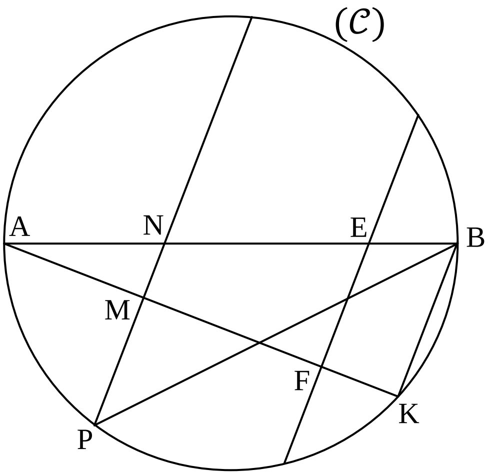


1- Démontre que les droites (EF) et (BK) sont parallèles.
2- Calcule EF.

PROBLEME

On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
L'unité de longueur est le cm.
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles,

- $(\mathcal{C})$ est un cercle de diamètre [AB]
- K et P sont deux points de $(\mathcal{C})$
- E est le point de [AB] tel que AE = 4
- F est le point de [AK] tel que AF = 3,2
- M est le point de [AK] tel que AM = 1,6
- N est le point de [AB] tel que $AN = \frac{1}{3}$ AB .



On donne AB = 6 et EF = 2,4 .
1- a) Démontre que le triangle AEF est rectangle en F.
b) Justifie que $\cos \widehat{EAF} = 0{,}8$.
Déduis-en un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{EAF}$.
2- Justifie que mes $\widehat{BPK}$ = mes $\widehat{BAK}$.
3- Justifie que le triangle ABK est rectangle en K.
4- a) Démontre que les droites (EF) et (BK) sont parallèles.
b) Démontre que AK = 4,8.
5- Démontre que les droites (MN) et (BK) sont parallèles.

<u>Extrait de la table trigonométrique</u>

a°	35	36	37	38
Sin a°	0,574	0,588	0,602	0,616
Cos a°	0,819	0,809	0,799	0,788

BEPC — **Coefficient : 3**
SESSION 2012 — **Durée : 2 heures**
ZONE III

MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

On donne le système d'équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivant :

$$\begin{cases} x + 2y - 49 = 0 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$$

1- Résous ce système d'équations.

2- Deux nombres entiers naturels sont tels que :

- L'un est le tiers de l'autre
- La somme de l'un et du double de l'autre est égale à 49.

On appellera a le plus petit nombre et b le plus grand nombre.
Trouve les nombres a et b.

EXERCICE 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J). E est le point de coordonnées (-2 ; 3). (D) est la droite passant par le point E, de coefficient directeur -2.

1- Place le point E.

2- Construis la droite (D).

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).
On donne les points A (-1 ; 1) ; B (2 ; - 3) et C (4 ; y).

1- Justifie que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées (3 ; - 4).

2- Trouve le nombre réel y pour que les points A, B et C soient alignés.

EXERCICE 4

Une enquête est menée auprès des élèves d'une classe 3ème pour connaitre le nombre de romans lus par chaque élève.
Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau ci-dessous.

Nombre de romans lus	0	1	2	3	4
Nombre élèves	24	19	12	3	2

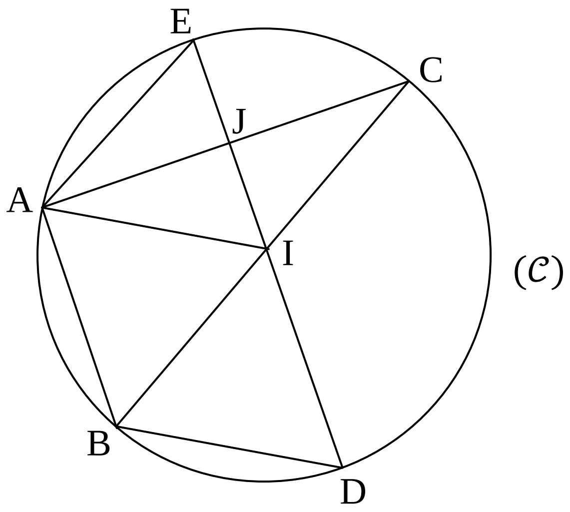
1- Détermine le mode de cette série statistique.

2- Trouve le nombre de romans que chaque élève a lu en moyenne.

PROBLEME

L'unité de longueur est le centimètre.

B et C sont deux points du plan tels que BC = 6. $(\mathcal{C})$ est le cercle de diamètre [BC] et de centre I.
A et D sont deux points de $(\mathcal{C})$ tel que AB = 3 et DB = 3.
E est le point de $(\mathcal{C})$ diamétralement opposé au point D.
J est le point d'intersection des droites (DE) et (AC).



1- a) Justifie que le triangle ABC est rectangle en A.
   b) Justifie que $AC = 3\sqrt{3}$.
2- a) Justifie que le quadrilatère ABDI est un losange.
   b) Déduis-en que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
3- Calcule la longueur IJ.
4- Démontre que le quadrilatère ABDE est un trapèze isocèle.
5- Démontre que mes $\widehat{BED} = 30°$.

CORRIGES

ENSEMBLES POUR 80% DE SUCCES AU BEPC

C'EST POSSIBLE !

ORANGE

CORRIGE SESSION 2004 ZONE I

EXERCICE 1

1) Écrivons A sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré.

On a : $A = x(x^2 - 9)$;
$= x(x^2 - 3^2)$;

$\boxed{\mathbf{A = x(x - 3)(x + 3)}}$.

2) Calculons la valeur de A pour $x = \sqrt{2}$.

Pour $\boldsymbol{x = \sqrt{2}}$, on a : $A = \sqrt{2}\left(\left(\sqrt{2}\right)^2 - 9\right)$;
$= \sqrt{2}(2 - 9)$;

$\boxed{A = -7\sqrt{2}}$

EXERCICE 2

1) Justifions que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

On a : $(-1) \times (-4) - (2) \times (2) = 4 - 4 = 0$. Donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$ sont colinéaires.

2) Déterminons une équation de la droite (Δ) passant par le point A et perpendiculaire à (AB).

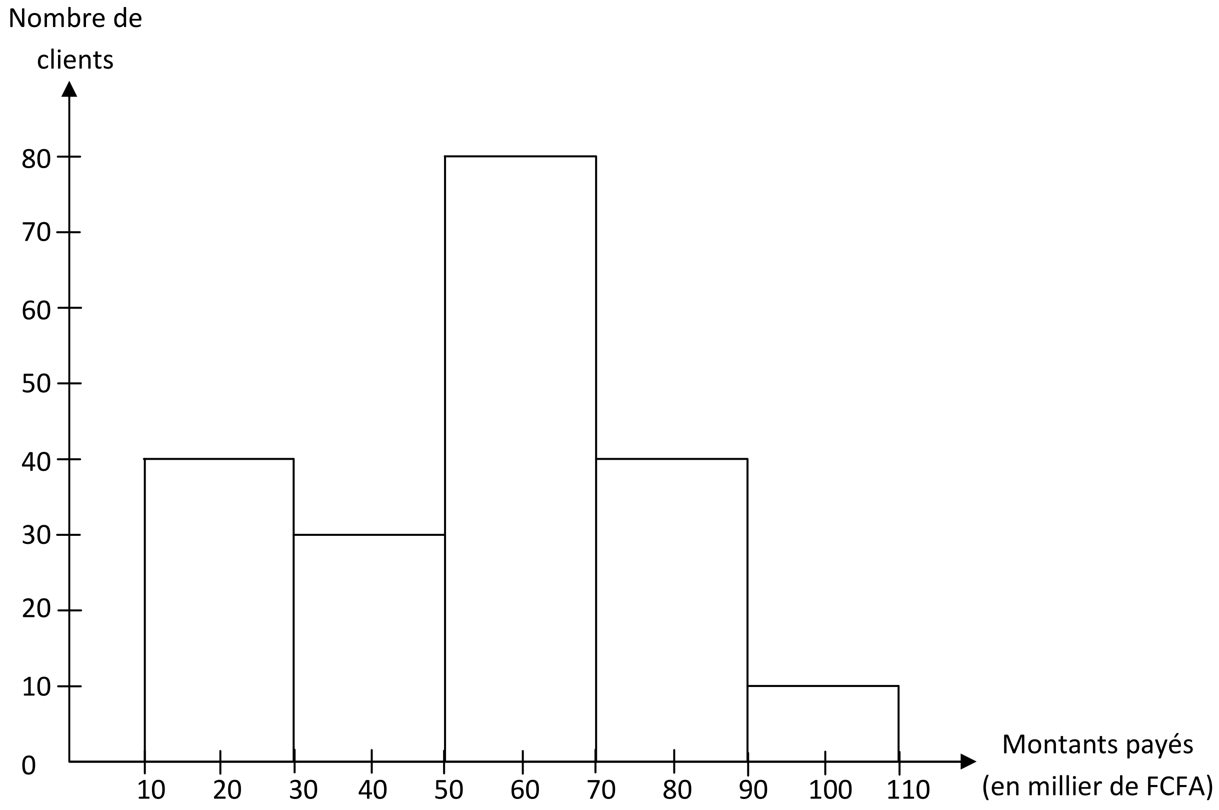
Soit $M(x, y)$ un point du plan.
$M \in (\Delta)$ **équivaut à** : $(AM) \perp (AB)$.
Donc $M \in (\Delta)$ **équivaut à** : $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{AB}$.
On a : $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-(-1)\\y-3\end{pmatrix}$; donc $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+1\\y-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$.
Ainsi, $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{AB}$ **équivaut à** : $(-1) \times (x + 1) + 2(y - 3) = 0$
$-x - 1 + 2y - 6 = 0$
$\boxed{-x + 2y - 7 = 0}$

Une équation de la droite (Δ) est donc $\boldsymbol{-x + 2y - 7 = 0}$.

EXERCICE 3

1) La classe modale est [50 ; 70[

2) <u>Construisons le diagramme à bandes des effectifs</u>.



EXERCICE 4

1) <u>Démontrons que $SI = 8$</u> .

Comme [SI] est hauteur de la pyramide SABCD, on a : $(SI) \perp (AI)$. Le triangle SAI est donc rectangle en I. D'après la propriété de Pythagore on a : $SA^2 = SI^2 + AI^2$.

$SA^2 = SI^2 + AI^2$ **équivaut à** : $SI^2 = SA^2 - AI^2$.

D'où $SI = \sqrt{SA^2 - AI^2}$

$$= \sqrt{\left(6\sqrt{2}\right)^2 - (2\sqrt{2})^2} \quad \left(\text{Car } AI = \frac{AC}{2} = 2\sqrt{2}\right)$$

$$= \sqrt{36 \times 2 - 4 \times 2}$$

$$= \sqrt{64}$$

$\boxed{SI=8}$.

2) Calculons le volume de la pyramide.

$$v = \frac{AB^2 \times SI}{3}$$
$$v = \frac{4^2 \times 8}{3}$$
$$\boxed{v = 42{,}67 \text{ cm}^3}.$$

PROBLEME

1) **Démontrons que $\widehat{BFC} = 60°$.**

Les angles inscrits $\widehat{\mathbf{BFC}}$ et $\widehat{\mathbf{BAC}}$ interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{BC}$; ils ont donc la même mesure. D'où s$\widehat{\mathbf{BFC}} = \mathbf{60°}$.

2) a) **Justifions que le triangle FBC est rectangle en B.**

(OC) coupe le cercle $(\mathscr{C})$ en F donc [CF] est un diamètre de $(\mathscr{C})$.
FBC est un triangle inscrit tel que [CF] est un diamètre de $(\mathscr{C})$. FBC est par conséquent un triangle rectangle en B.

b) **Justifions que $FB = 2\sqrt{3}$.**
Considérons le triangle BFC rectangle en B.
On a : $\tan\widehat{BFC} = \frac{BC}{FB}$; donc $FB = \frac{BC}{\tan\widehat{BFC}}$.

$$FB = \frac{6}{\tan 60°}$$

$$FB = \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{\mathbf{FB = 2\sqrt{3}}}.$$

3) a) **Démontrons que la droite (BF) est parallèle à la droite (OH).**

- Le triangle FBC est rectangle en B, donc (BF) ⊥ (BC) .
- (OA) est la médiatrice de [BC], donc (OA) ⊥ (BC). Deux droites perpendiculaires à une même droite étant parallèles, on a (BF)//(AO). Par conséquent (BF)// (OH) puisque H appartient à (AO) .

b) **Justifions que** $\frac{CO}{CF} = \frac{1}{2}$

- [CO] est un rayon du cercle $(\mathscr{C})$.
- [CF] est un diamètre du cercle $(\mathscr{C})$ Ainsi $CF = 2CO$. D'où $\frac{CO}{CF} = \frac{CO}{2CO}$ et $\boxed{\frac{CO}{CF} = \frac{1}{2}}$.

c) **Calculons OH.**

FBC est un triangle, $O \in (FC)$, $H \in (CB)$ et $(OH)//(BF)$.

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, $\frac{CO}{CF} = \frac{CH}{CB} = \frac{OH}{FB}$.

$\frac{CO}{CF} = \frac{OH}{FB}$ équivaut à : $OH = FB \times \frac{CO}{CF}$.

$OH = 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$

Donc $\boxed{OH = \sqrt{3}}$.

4) **Démontrons que BOCD est un losange**.

On a :
- OBDDC est un quadrilatère
- $(OD) \perp (BC)$
- les points O, H et D sont alignés
- H est milieu du segment [BC]

Calculons OD.

Considérons le triangle BFC, rectangle en B.

On a : $\cos \widehat{\mathbf{BFC}} = \cos 60° = \frac{FB}{CF} = \frac{1}{2}$. On obtient : $CF = AD = 2OD = 4\sqrt{3}$.

D'où $\mathbf{OD} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{AD} = \mathbf{2\sqrt{3}}$. **Finalement :** $\mathbf{OD = 2\ OH}$.

En conclusion, H est le milieu de [OD] .

Les diagonales [OD] et [BC] du quadrilatère BOCD se coupent en leur milieu H et leurs supports (OD) et (BC) sont perpendiculaires : BOCD est un losange.

CORRIGE SESSION 2004 ZONE II

EXERCICE 1

1) a) **A existe si seulement si** $(4x-3)(x-2) \neq 0$.

$(4x-3)(x-2) \neq 0$ **équivaut** à : $4x-3 \neq 0$ et $x-2 \neq 0$; c'est-à-dire $x \neq \frac{3}{4}$ et $x \neq 2$.

Ainsi, A existe si seulement si $\boldsymbol{x \neq \frac{3}{4}}$ **et** $\boldsymbol{x \neq 2}$.

b) <u>Simplifions A</u>.

Pour $x \neq \frac{3}{4}$ et $x \neq 2$, $\boxed{A = \frac{x}{x-2}}$

2) <u>calculons la valeur numérique de A pour</u> : $\boldsymbol{x = \frac{2}{3}}$

Pour $x = \frac{2}{3}$, $A = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}-2} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}-\frac{6}{3}} = \frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{2}$;

$\boxed{A = -\frac{1}{2}}$.

EXERCICE 2

1) <u>Justifions que les points A, B et C sont alignés</u>.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2-(-1) \\ -1-1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -4-(-1) \\ 3-1 \end{pmatrix}$.

Ainsi , $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

On a : $3 \times 2 - (-2) \times (-3) = 6 - 6 = 0$.

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Par conséquent A, B et C sont alignés.

2) <u>Déterminons une équation de la droite (D).</u>

Soit $M(x, y)$ du plan.

$M \in (D)$ **équivaut à** $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux. On a : $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x+1 \\ y-1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux **équivaut à** : $3(x+1) - 2(y-1) = 0$

$3x - 2y + 5 = 0$

D'où $\quad (\mathbf{D})$: $\boldsymbol{3x - 2y + 5 = 0}$.

EXERCICE 3

1) **<u>Démontrons que</u> : SH** $= \frac{5}{2}\sqrt{7}$

SAH est un triangle rectangle en H. D'après la propriété de Pythagore ,

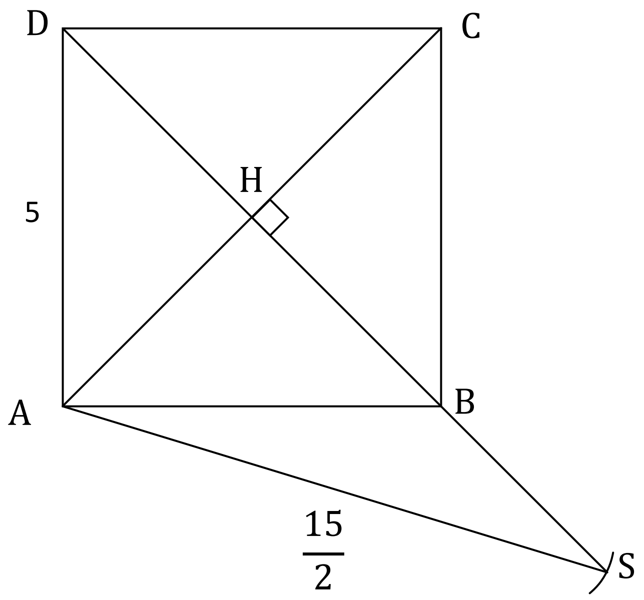
$SA^2 = SH^2 + AH^2$ avec $AH = \frac{AC}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

D'où $SH^2 = SA^2 - AH^2$.

$SH^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{175}{4}$

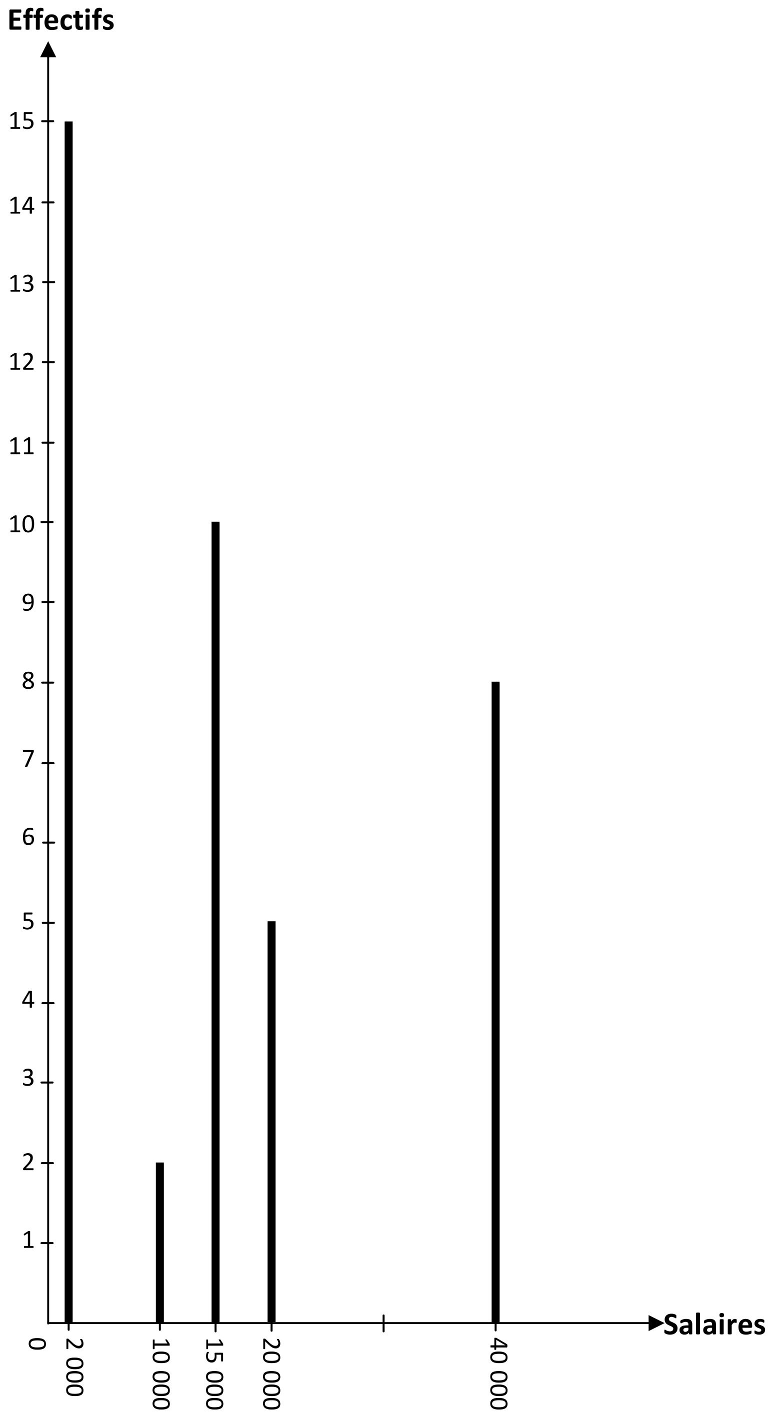
$SH = \sqrt{\frac{25 \times 7}{4}}$. Donc $\boxed{SH = \frac{5\sqrt{7}}{2}}$.

2) <u>Construisons en dimensions réelles le triangle SAH</u>.



EXERCICE 4

1) <u>Représentons le diagramme en bâtons des effectifs</u>.



2) <u>Calculons le salaire moyen</u>.

$$\textbf{Salaire moyen} = \frac{2000 \times 15 + 10000 \times 2 + 15000 \times 10 + 20000 \times 5 + 40000 \times 8}{40}$$

$$= \frac{30000 + 20000 + 150000 + 100000 + 320000}{40}$$

Salaire moyen $= \dfrac{620000}{40} = 15\,500$ FCFA .

Le salaire moyen est donc de 15 500 F.

PROBLEME

1) Justifions que le triangle ABC est rectangle en A.

ABC est un triangle inscrit tel que le côté [BC] est un diamètre du cercle $(\mathscr{C})$.
ABC est donc un triangle rectangle en A .

2) a) Justifions que F est le milieu du segment [AC].

ABC est un triangle, O est milieu de [BC] et (OF)//(AB) . F est donc le milieu de [AC] car dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support du second côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

b) **Démontrons que : $\mathbf{FC = \frac{3}{2}\sqrt{3}}$.**

Dans le triangle FOC rectangle en F,

$\cos\widehat{FCO} = \dfrac{FC}{OC}$; donc: $FC = OC.\cos\widehat{FCO}$.

$FC = 3 \times \cos 30°$.

$FC = 3 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $\boxed{FC = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}}$.

3) **Démontrons que mes $\widehat{BOE} = 60°$.**

ABC est un triangle rectangle en A et $\text{mes}\widehat{ACB} = 30°$. Donc $\text{mes}\widehat{ABC} = 60°$

Or les angles $\widehat{BOE}$ et $\widehat{ABC}$ sont alternes-internes, formés par deux droites parallèles (AB) et (Δ) et de la sécante (BC).

Donc $\text{mes}\widehat{BOE} = \text{mes}\widehat{ABC} = 60°$.

4) **Démontrons que mes $\widehat{BAE} = 30°$.**

$\widehat{BAE}$ est un angle aigu inscrit dans $(\mathscr{C})$ et $\widehat{BOE}$ est son angle au centre associé.

Donc mes $\widehat{BAE} = \dfrac{1}{2}$mes $\widehat{BOE}$

$\boxed{\text{mes}\widehat{BAE} = 30°}$

5) **Démontrons que le triangle ABE est isocèle en B.**

Les angles inscrits $\widehat{AEB}$ et $\widehat{ACB}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$.

Donc mes $\widehat{AEB}$ = mes $\widehat{ACB}$ = 30° .

Finalement, dans le triangle ABE,on a : $\text{mes}\widehat{AEB} = \text{mes}\widehat{BAE} = 30°$. ABE est par conséquent un triangle isocèle en B.

6) **Démontrons que les points A et E sont symétriques par rapport à la droite (OB).**

ABE est un triangle isocèle en B. Donc B appartient à la médiatrice de [AE]. Aussi OA = OE ; ce qui signifie que O appartient à la médiatrice de [AE].

On conclut que (OB) est la médiatrice de [AE]. Par conséquent A et E sont symétriques par rapport à (OB).

CORRIGE SESSION 2005 ZONE I

EXERCICE 1

1) a) **Justifions que** : $\mathbf{-0,12} < \mathbf{-5+2\sqrt{6}} < -0,1$.

$2,44 < \sqrt{6} < 2,45$ **équivaut à** : $2 \times 2,44 < 2\sqrt{6} < 2 \times 2,45$.

Donc $4,88 < 2\sqrt{6} < 4,9$.

On obtient : $-5 + 4,88 < -5 + 2\sqrt{6} < -5 + 4,9$

$\boxed{\mathbf{-0,12} < -5 + 2\sqrt{\mathbf{6}} < -0,1}$.

b) **Déduisons-en que** : $\mathbf{0,1} < 5 - 2\sqrt{\mathbf{6}} < 0,12$.

On a : $-0,12 < -5 + 2\sqrt{6} < -0,1$

$(-1) \times (-0,12) > (-1) \times \left(-5 + 2\sqrt{6}\right) > (-1) \times (-0,1)$

$0,12 > 5 - 2\sqrt{6} > 0,1$

D'où $\boxed{\mathbf{0,1} < 5 - 2\sqrt{\mathbf{6}} < 0,12}$.

2) **Rangeons dans l'ordre croissant les nombres** :

$\mathbf{0,5}$; $\mathbf{-5+2\sqrt{6}}$ **et** $\mathbf{5-2\sqrt{6}}$.

On a : $-0,12 < -5 + 2\sqrt{6} < -0,1$ et $0,1 < 5 - 2\sqrt{6} < 0,12$.

$-5 + 2\sqrt{6}$ est entre deux nombres négatifs, donc $-5 + 2\sqrt{6}$ est négatif.

$5 - 2\sqrt{6}$ est positif ; et plus petit que 0,12 ; donc $5 - 2\sqrt{6}$ est plus petit 0,5.

D'où $\boxed{\mathbf{-5+2\sqrt{6}} < 5 - 2\sqrt{\mathbf{6}} < 0,5}$.

EXERCICE 2

1) **Complétons le tableau**

On a :

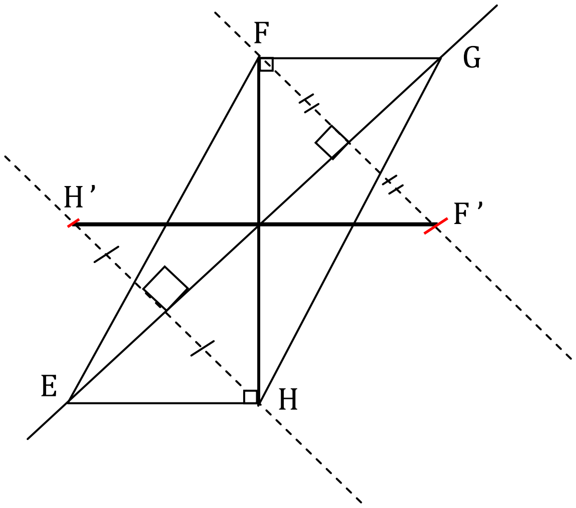
AVIS	F	D	A
Effectifs	14	8	3

2) Le pourcentage des conseillers favorables à la construction est : $\dfrac{14 \times 100}{25} = \mathbf{56\%}$.

On conclut que **le barrage sera construit.**

EXERCICE 3

1) **Figure :**



2) Construction : (voir figure)

La figure (K) est le segment [F'H'] .

EXERCICE 4

1) Justifions que l'apothème de cette pyramide est 3.

Soit H le point de [AB] tel que SH soit l'apothème de cette pyramide.
SAH est un triangle rectangle en H.

D'après la propriété de Pythagore $SA^2 = AH^2 + SH^2$ avec $AH = \frac{AB}{2}$.

Donc $SH^2 = SA^2 - AH^2$

$$= \left(\sqrt{13}\right)^2 - 2^2$$
$$= 13 - 4$$
$$SH^2 = 9$$

$SH = \sqrt{9}$. Ainsi $\boxed{SH = 3}$ ou $\boxed{a = 3}$.

2) Déterminons le nombre minimum de feuilles dont a besoin Aya pour recouvrir le toit de sa maison.
Recouvrir le toit de la maison, c'est parcourir l'aire latérale avec des feuilles de tôles.

Calculons donc l'aire latérale $\mathcal{A}$ de la pyramide SABCD.

$\mathcal{A} = \frac{\mathcal{P} \times a}{2}$ où $\mathcal{P}$est le Périmètre du carré ABCD.

$$\mathcal{A} = \frac{4 \times AB \times SH}{2}$$
$$\mathcal{A} = \frac{4 \times 4 \times 3}{2}$$
$$\boxed{\mathcal{A} = 24\ m^2}.$$

Comme les feuilles de tôles dont dispose Aya sont de $2m^2$ chacune, elle aura besoin de $\frac{\mathcal{A}}{2} = 12$ feuilles au minimum.

PROBLEME

1) Justifions que le triangle CIA est isocèle en I.

On a : I(1,0). Donc $AI = \sqrt{(5-1)^2 + (2-0)^2}$

$$\mathbf{AI = \sqrt{20}}\ .$$
$$CI = \sqrt{(-3-1)^2 + (2-0)^2}$$
$$= \sqrt{(-4)^2 + 2^2}$$
$$\mathbf{CI = \sqrt{20}}\ .$$

CIA est un triangle dont les côtés [AI] et [CI] ont la même longueur. CIA est donc isocèle en I.

2) Justifions qu'une équation de la droite (IC) est : $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}}$.

Soit $M(x, y)$ est un point du plan.

M appartient à (IC) équivaut à : $\overrightarrow{IM}$ et $\overrightarrow{IC}$ sont colinéaires.

Or $\overrightarrow{IM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Donc $\overrightarrow{IM}$ et $\overrightarrow{IC}$ sont colinéaires équivaut à : $2(x-1) - (-4y) = 0$

$$2x - 2 + 4y = 0$$
$$4y = -2x + 2.$$

D'où $\boxed{(\mathbf{IC}) : \quad \boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}}}$.

3) <u>Justifions que les droites (CI) et (Δ) sont perpendiculaires en I</u>.

On a : (Δ) : $y = 2x - 2$ et (IC): $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

$2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$. Donc (Δ)et (IC)sont perpendiculaires.

Par ailleurs : I ∈ (Δ) car $\mathbf{0} = 2 \times \mathbf{1} - 2$. *(les coordonnées de I vérifient l'équation de (Δ))*

Et : I ∈ (IC) ; donc (Δ) et (IC) sont perpendiculaires en I.

4) <u>Démontrons que les points C, I, A et B appartiennent à un même cercle dont on précisera le diamètre</u>.

• D'une part, le triangle ABC est rectangle en A ; donc les points A, B et C appartiennent à un même cercle $(\mathscr{C})$ de centre le milieu de [BC].

• D'autre part (IC) et (Δ) sont perpendiculaires en I avec B ∈ (Δ) . Donc le triangle IBC est rectangle en I . Par conséquent le cercle de diamètre [BC] passe aussi par I.

Finalement le cercle de diamètre [BC] passe par les points A, B, C et I.

5) <u>Démontrons que 27° est une valeur approchée de la mesure de l'angle</u> $\widehat{\mathbf{IBC}}$

Les angles $\widehat{\mathbf{IBC}}$ et $\widehat{\mathbf{IAC}}$ sont deux angles inscrits interceptant le même arc de cercle $\overset{\frown}{CI}$, donc

mes $\widehat{\mathbf{IBC}}$ = mes $\widehat{\mathbf{IAC}}$ **(1)**

Or le triangle CIA est isocèle en I, donc mes $\widehat{\mathbf{IAC}}$ = mes $\widehat{\mathbf{ICA}}$ = 27° **(2)**

De **(1)** et **(2)** on a : $\boxed{\text{mes } \widehat{\mathbf{IBC}} = \text{mes } \widehat{\mathbf{IAC}} = \text{mes } \widehat{\mathbf{ICA}} = 27°}$.

CORRIGE SESSION 2005 ZONE II

EXERCICE 1

1) <u>Justifions que le problème est traduit par le système suivant</u> :

$$\begin{cases} x + y - 91 = 0 \\ 5x + 4y - 420 = 0 \end{cases}$$

Soient x le nombre de lots de 300m^2 et y celui de 240m^2.
Comme chaque employé a droit à un seul lot, le nombre d'employés est égal au nombre total de lots.
On a donc **:** $\boldsymbol{x + y = 91}$ $\quad (\mathbf{1})$
Le terrain acquis étant de 25.200m^2, on obtient : $\mathbf{300x + 240y = 25.200}$ $\quad (\mathbf{2})$

D'où le système suivant : $\begin{cases} x + y = 91 \\ 300x + 240y = 25.200 \end{cases}$

En divisant chaque membre de la seconde ligne par 60 ont obtient le système équivalent suivant:

(S): $\begin{cases} \boldsymbol{x + y - 91 = 0} \\ \mathbf{5x + 4y - 420 = 0} \end{cases}$

2) a) <u>Résolvons le système (S)</u> **.**

<u>Procédons par combinaison</u> :

Pour cela, multiplions chaque membre de la première ligne de **(S)** par -5 On obtient :

$$\begin{cases} -5x - 5y + 455 = 0 \\ 5x + 4y - 420 = 0 \end{cases}$$

En additionnant membre à membre la première et la deuxième ligne de ce dernier système, on a : $-y + 35 = 0$ soit $y = 35$.
En remplaçant la valeur de y dans la première ligne du système **(S)** on a :
$x + 35 - 91 = 0$ et donc $x = 56$. **Le système (S) a alors pour solution (56 ; 35)** .

b) • Le nombre de lots de 300m^2 est : **56 .**
• Le nombre de lots de 240m^2 est : **35 .**

EXERCICE 2

1) <u>Nombre de clients qui préfèrent la sauce Gnangnan</u> **.**

Notons x le nombre de clients qui préfèrent la sauce Gnangnan .

$x = \frac{15}{100} \times 500$

$\boxed{x = 75}$.

Il y a donc 75 clients qui préfèrent la sauce Gnangnan .

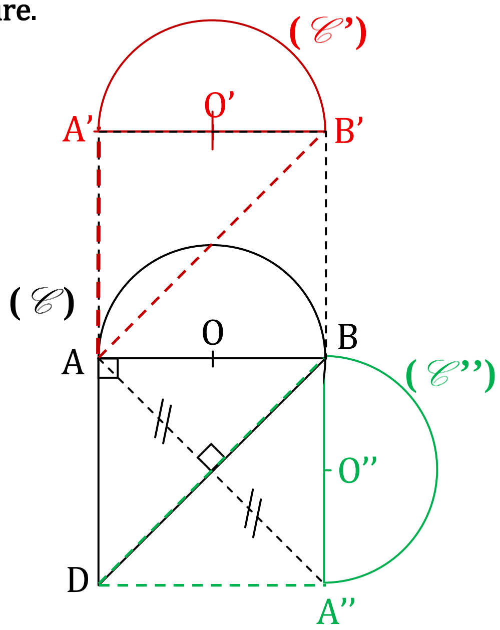
2) <u>La mesure de l'angle correspondant à la modalité "Arachide"</u>

100% correspondent à 180° sur le diagramme ; 40% vont donc correspondre à : $\dfrac{40 \times 180}{100} = 72°$.

La mesure de l'angle correspondant à "Arachide" est 72°.

EXERCICE 3

1) Figure.



$t_{(\overrightarrow{DA})}$	
A	A'
B	B'
O	O'
D	A

$S_{(BD)}$	
A	A''
B	B
O	O''
D	D

2) (Voir figure)

Méthode : *Par la translation, comme par la symétrie, l'image d'un demi-cercle ($\mathscr{C}$) est un demi-cercle ($\mathscr{C}_1$) de même diamètre que ($\mathscr{C}$) et dont le centre est l'image du centre de ($\mathscr{C}$). Il suffit donc de construire les images respectives du point A et celles du point B et pour trouver les images respectives de O, on prend les milieux respectifs des images respectives du segment [AB].*

EXERCICE 4

1) Justifions que le volume du verre est 381,51cm³.

$\boxed{V = \dfrac{\mathcal{B} \times h}{3}}$ avec $\mathcal{B} = \pi r^2$ et $h = 18$.

$V = \dfrac{4{,}5 \times 4{,}5 \times 3{,}14 \times 18}{3}$

$\boxed{V = 381{,}51 \text{cm}^3}$.

2) a)• **Soit v le volume de lait restant.**

Le lait restant est la partie hachurée.

On a : $\dfrac{v}{V} = k^3$ où k est le coéficient de réduction .

Donc $\boxed{v = V \times k^3}$.

Ainsi $v = V \times \left(\dfrac{9}{18}\right)^3$

$= 381{,}51 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$\boxed{v = 47{,}69 \text{ cm}^3}$.

b) • **Soit v_b le volume de lait bu .**

$\boxed{v_b = \mathrm{V} - v}$;

$v_b = 381{,}51 - 47{,}69$

$\boxed{v_b = 333{,}82\mathrm{cm}^3}$.

PROBLEME

1) **Justifions que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont orthogonaux.**

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4-2\\4-6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}4-2\\0-6\end{pmatrix}$ .Donc : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}$.

Comme $-6 \times 2 + (-2) \times (-6) = -6 + 6 = 0$, on conclut que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont orthogonaux.

2) **Justifions que AB = AE.**

On a:

$$\mathbf{AB} = \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{6^2 + 2^2}\ ; = \sqrt{40}\ ; \quad \boxed{\mathbf{AB} = 2\sqrt{10}}$$

et

$$\mathbf{AE} = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = \sqrt{2^2 + 6^2}\ ; = \sqrt{40}\ ; \quad \boxed{\mathbf{AE} = 2\sqrt{10}}$$

Donc $\boxed{\mathrm{AB} = \mathrm{AE}}$.

3) **Déduisons de 1) et 2) la nature du triangle ABE.**

De 1) et 2) on en déduit que le triangle ABE est un triangle rectangle isocèle en A (car $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AE}$ et AB = AE).

4) **Justifions que les points B, E, et M sont alignés.**

Il suffit de justifier que les vecteurs $\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{EM}$ sont colinéaires.

On a : $\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix}-4-4\\4-0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix}-2-4\\3-0\end{pmatrix}$ Donc $\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix}-8\\4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix}-6\\3\end{pmatrix}$.

Comme $-8 \times 3 - 4 \times (-6) = -24 + 24 = 0$, alors $\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{EM}$ sont colinéaires.

Par conséquent B, E et M sont alignés.

5) a) **Justifions que** : $\dfrac{\mathbf{EM}}{\mathbf{EB}} = \dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$.

On a: $\dfrac{\mathrm{EM}}{\mathrm{EB}} = \dfrac{\sqrt{(-6)^2 + 3^2}}{\sqrt{(-8)^2 + 4^2}}$

$$\frac{\mathrm{EM}}{\mathrm{EB}} = \frac{\sqrt{36+9}}{\sqrt{64+16}}$$

$$= \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{80}}. \qquad \boxed{\frac{\mathbf{EM}}{\mathbf{EB}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}}.$$

b) **Déduisons-en la distance MN.**

ABE est un triangle, $M \in (BE)$ et $N \in (AE)$ tels que $(AB)//(MN)$.
D'après la conséquence de la propriété de Thalès

$\frac{EM}{EB} = \frac{EN}{EA} = \frac{MN}{AB}$.

$\frac{EM}{EB} = \frac{MN}{AB}$ équivaut à: $MN = AB \times \frac{EM}{EB}$.

$$MN = \frac{2\sqrt{10} \times 3}{4}$$

$$\boxed{MN = \frac{3}{2}\sqrt{10}}.$$

6) **Déterminons la mesure de l'angle $\widehat{APE}$.**

Les angles $\widehat{APE}$ et $\widehat{ABE}$ sont des angles inscrits interceptant le même arc de cercle $\overset{\frown}{EA}$.
Alors mes $\widehat{APE}$ = mes $\widehat{ABE}$. (1)
Or le triangle ABE est isocèle et rectangle en A. Donc mes$\widehat{ABE}$ = mes $\widehat{AEB} = 45°$. (2)
De (1) et (2) on en déduit que : $\boxed{\text{mes } \widehat{APE} = 45°}$.

CORRIGE SESSION 2006 ZONE : I

EXERCICE 1

1) <u>Justifions que $\mathbf{A = 4 - 3\sqrt{3}}$.</u>

$A = (1-\sqrt{3})^2 - \sqrt{3}$

$= (1)^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - \sqrt{3}$

$= 1 - 2\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3}$

$\boldsymbol{A = 4 - 3\sqrt{3}}$

2) <u>Comparons les nombres $\mathbf{(1-\sqrt{3})^2}$ et $\mathbf{\sqrt{3}}$.</u>

On a: $(1-\sqrt{3})^2 - \sqrt{3} = 4 - 3\sqrt{3}$.

Déterminons le signe de $\mathbf{4 - 3\sqrt{3}}$, en comparant $\mathbf{4}$ et $\mathbf{3\sqrt{3}}$.

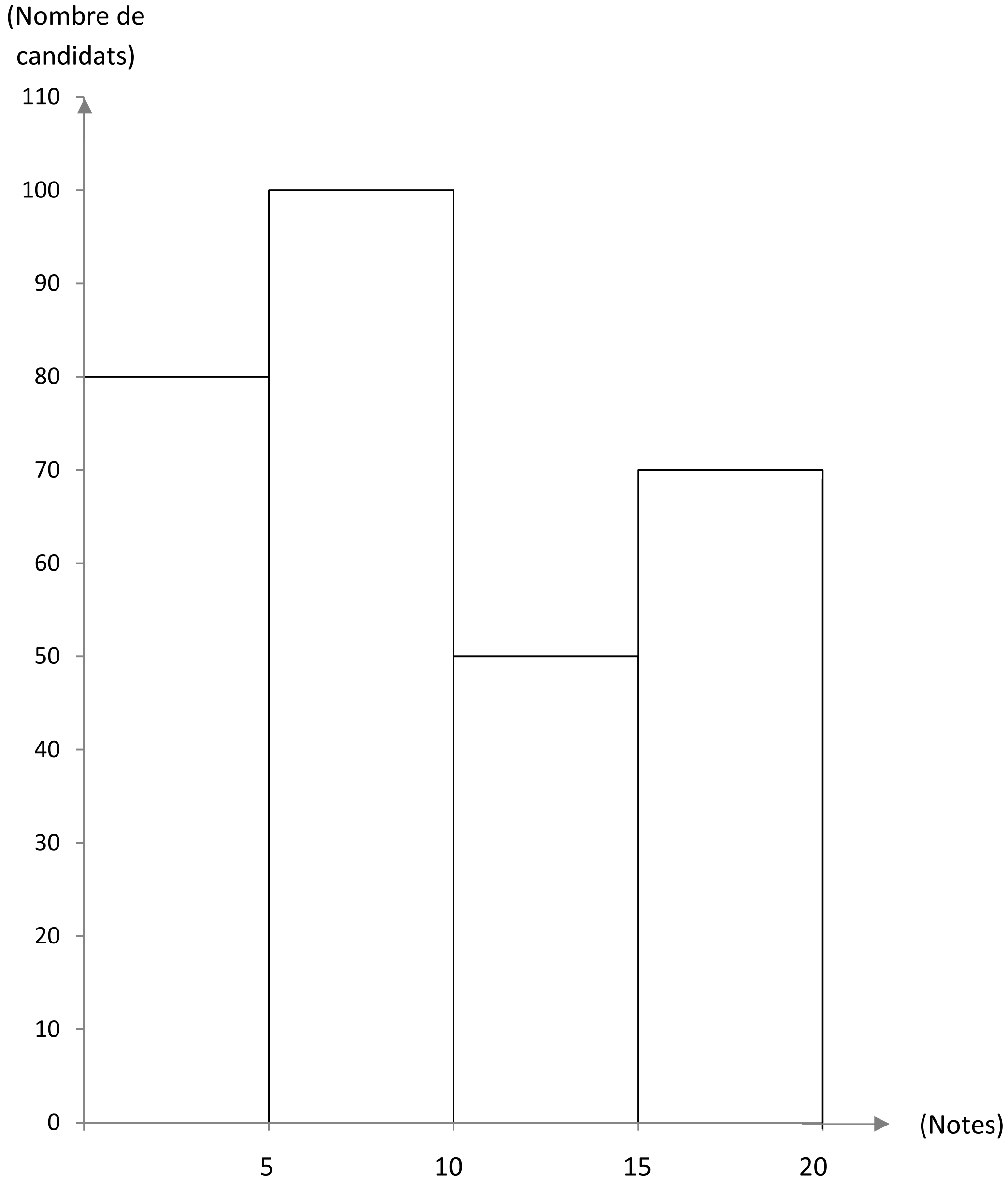
On a : $\mathbf{4^2 = 16}$ et $\mathbf{(3\sqrt{3})^2 = 27}$.

Comme 16<27, alors $4 < 3\sqrt{3}$; d'où $4 - 3\sqrt{3} < 0$.

On conclut que $(1-\sqrt{3})^2 - \sqrt{3} < 0$; c'est-à-dire $\mathbf{(1-\sqrt{3})^2 < \sqrt{3}}$.

EXERCICE 2

1) <u>Représentons la répartition des notes par un diagramme à bandes</u>



2) <u>Calculons le pourcentage des candidats qui ont obtenu une note supérieure ou égale à 10 en mathématiques</u>

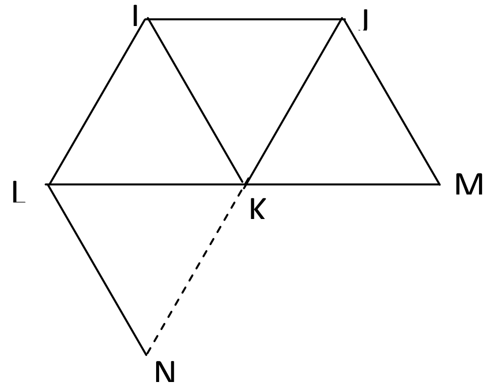
Le nombre d'élèves ayant obtenu une note supérieure ou égale à 10 est :
50+70 =120 élèves.
Comme $\frac{120}{300} \times 100 = 40\%$; donc **40% des élèves ont obtenu une note supérieure ou égale à 10.**

EXERCICE 3

1) On construit les triangles équilatéraux ILK , IJK et JKM , de cotés 3 cm.

2) <u>Programme de construction :</u>

Comme $\overrightarrow{IN} = \overrightarrow{IL} + \overrightarrow{JM}$, donc $\overrightarrow{IN} - \overrightarrow{IL} = \overrightarrow{JM}$.
$\overrightarrow{LI} + \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{JM}$.
$\overrightarrow{LN} = \overrightarrow{JM}$.
Le point N est tel que $\overrightarrow{LN} = \overrightarrow{JM}$.



EXERCICE 4

1) <u>Justifions que : OB = 2.</u>

Le périmètre du cercle de centre O et de rayon OB (dans la figure1) est égale à la longueur de l'arc de cercle intercepté par l'angle $\hat{S}$ de mesure 90° (dans la figure 2). On a alors :

$$2 \times \pi \times \mathbf{OB} = \frac{90°}{180°} \times \pi \times \mathrm{SB};$$

$$\mathbf{OB} = \frac{90° \times \pi \times \mathrm{SB}}{180° \times 2 \times \pi}$$

$$\text{D'où OB} = \frac{90° \times 8}{360°}$$

$\boxed{\mathbf{OB} = 2}$.

2) a) <u>Justifions que : $\mathbf{OS = 2\sqrt{15}}$.</u>

Le triangle SOB est rectangle en O ; d'après la propriété de Pythagore : $\mathrm{SB}^2 = \mathrm{SO}^2 + \mathrm{OB}^2$.
D'où : $\mathrm{SO}^2 = \mathrm{SB}^2 - \mathrm{OB}^2$.

$$\mathrm{SO}^2 = 8^2 - 2^2$$
$$\mathrm{SO} = \sqrt{60}$$
$$= \sqrt{4 \times 15}$$

$\boxed{\mathbf{SO = 2\sqrt{15}}}$.

b) <u>Calculons le volume de ce cône.</u>

$$\mathrm{V} = \frac{\mathcal{B} \times h}{3} \quad \text{où } \mathcal{B} = \pi \times \mathrm{OB}^2 \text{ et } h = \mathrm{SO}.$$

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{OB}^2 \times \pi \times \mathrm{SB}}{3}$$

$$\mathrm{V} = \frac{(2)^2 \times \pi \times 2\sqrt{15}}{3}$$

$$\boxed{\mathbf{V} = \frac{\mathbf{8\,\pi\sqrt{15}}}{\mathbf{3}}} \quad (\text{en cm}^3).$$

PROBLEME

1) **Justifions que le triangle AMI est rectangle en M.**

AMI est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ dont le côté [AI] est un diamètre de $(\mathscr{C})$. Alors AMI est rectangle en M.

2) a) **Justifions que : AI = 2.**

On a : A(-1 ; 0) et I(1 ; 0) . Donc : $AI = \sqrt{(-1-1)^2+(0-0)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2}$.

$\boxed{AI = 2}$

b) **Justifions que : mes $\widehat{MAI} = 30°$.**

Considérons le triangle AMI, rectangle en M.

$\sin \widehat{MAI} = \frac{MI}{AI} = \frac{1}{2}$. Or $\sin 30° = \frac{1}{2}$; alors mes $\widehat{MAI} = 30°$.

3) a) **Déterminons mes $\widehat{MNI}$.**

$\widehat{MNI}$ et $\widehat{MAI}$ sont deux angles inscrits dans le cercle $(\mathscr{C})$ qui interceptent le même arc $\widehat{MI}$; alors mes $\widehat{MNI}$ = mes $\widehat{MAI}$. On en déduit que $\boxed{\text{mes } \widehat{MNI} = 30°}$.

b) **Justifions que mes $\widehat{IOM} = 60°$.**

$\widehat{IOM}$ est un angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{MAI}$; alors mes $\widehat{IOM} = 2 \times$ mes $\widehat{MAI} = 2 \times 30° = 60°$.

4) a) **Justifions que $AM = \sqrt{3}$**

AMI est un triangle rectangle en M et mes $\widehat{MAI} = 30°$.

Comme $\cos \widehat{MAI} = \frac{AM}{AI}$, on a : $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AM}{2}$, c'est – à dire $2 \times AM = 2 \times \sqrt{3}$.

Donc $AM = \sqrt{3}$.

b) **Calculons AL.**

ALO est un triangle rectangle en O et mes $\widehat{LAO}$ = mes $\widehat{MAI} = 30°$.

Comme $\cos \widehat{LAO} = \frac{OA}{AL}$, on a : $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{AL}$; c'est – à dire $\sqrt{3} \times AL = 1 \times 2$.

Donc $AL = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

$\boxed{\mathbf{AL = \frac{2\sqrt{3}}{2}}}$.

5) a) Justifions que le couple de coordonnées du point G est $\left(\frac{1}{2}\ ;\mathbf{0}\right)$.

On a : $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AI}$. Soit $G(x; y)$.

$\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix} x+1 \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AI}\binom{2}{0}$

$\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\ \overrightarrow{AI}$ é**quivaut** à : $x - 1 = \frac{3}{4} \times 2$ **et** $y = \frac{3}{4} \times 0$. c'est – à – dire $x = \frac{1}{2}$ et $y = 0$.

Donc **G** $\left(\frac{1}{2}\ ;\mathbf{0}\right)$.

b) <u>Déterminons le couple de coordonnées du point M.</u>

(MG)//(OJ) , alors $x_G = x_M = \frac{1}{2}$. Ainsi **M** $\left(\frac{1}{2}\ ;\ \mathbf{y}_M\right)$. Trouvons y_M .

OM = OI é**quivaut** à :

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + {y_M}^2} = 1$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} + (\mathbf{y}_M)^2} = 1$$

$$\frac{1}{4} + (y_M)^2 = (1)^2$$

$$(y_M)^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

$$y_M = \sqrt{\frac{3}{4}} \quad car\ y_M > 0$$

$$y_M = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

On en déduit que $M\left(\frac{1}{2}\ ;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

CORRIGE SESSION 2006 ZONE II

EXERCICE 1

1) **Justifions que : $\mathbf{p - q = -3 + 2\sqrt{2}}$**

$$p - q = (1 - \sqrt{2}) - (4 - 3\sqrt{2})$$
$$= 1 - \sqrt{2} - 4 + 3\sqrt{2}$$
$$\mathbf{p - q = -3 + 2\sqrt{2}} .$$

2) **Comparons p et q.**

On a : $p - q = -3 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 3$.

Trouvons le signe de $\mathbf{2\sqrt{2} - 3}$

$(2\sqrt{2})^2 = 8$ et $(3)^2 = 9$.

Comme $8 < 9$, alors $2\sqrt{2} < 3$. D'où $2\sqrt{2} - 3 < 0$.

En conclusion, $p - q < 0$; c'est-à-dire $p < q$.

EXERCICE 2

1) a) **Déterminons le mode de cette série statistique.**

Le mode est la modalité 40 000 FCFA

b) **Calculons le salaire moyen M payé par cette PME.**

$$M = \frac{40\,000 \times 8 + 80\,000 \times 4 + 100\,000 \times 2 + 140\,000 \times 4 + 200\,000 \times 2}{20}$$

$\mathbf{M = 90\,000\ F\ CFA}$.

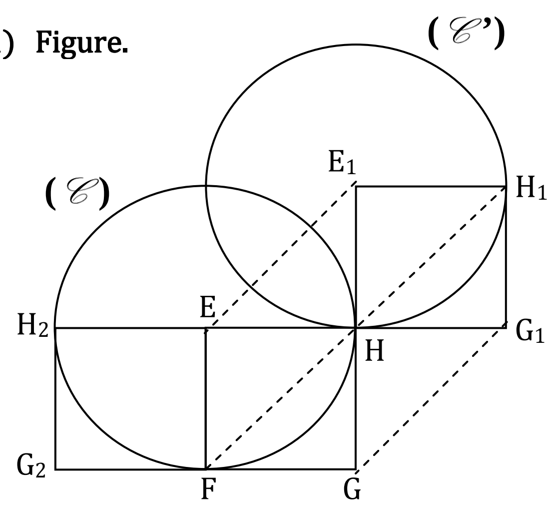
2) **Tableau des fréquences.**

Salaires (en FCFA)	40 000	80 000	100 000	140 000	200 000
Fréquence en %	40	20	10	20	10

Le pourcentage correspondant aux employés payés à 40 000 FCFA est : $\frac{8}{20} \times 100 = 40\%$

EXERCICE 3

1) **Figure.**



$t_{\overrightarrow{FH}}$	
E	E_1
F	H
G	G_1
H	H_1
$(\mathscr{C})$	$(\mathscr{C}')$

$S_{(EF)}$	
E	E
F	F
G	G_2
H	H_2
$(\mathscr{C})$	$(\mathscr{C})$

2) (voir figure)

EXERCICE 4

1) Justifions que le diamètre de la base du verre est égal à 13 cm.

Le périmètre du cercle de centre O et de rayon OA (dans la figure 2) est égale à la longueur de l'arc de cercle intercepté par l'angle $\hat{S}$ de mesure 180° (dans la figure 1). On a alors :

$$2 \times \pi \times OA = \frac{180°}{180°} \times \pi \times SA$$

$$OA = \frac{180° \times \pi \times SA}{180° \times 2 \times \pi}$$

$$\text{D'où } OA = \frac{13}{2}. \text{ Or } AC = 2 \times OA \text{ ; donc } AC = 2 \times \frac{13}{2}$$

$$\boxed{AC = 13}.$$

Le diamètre de la base est AC = 13 cm.

2) a) **Justifions que la hauteur du verre est égale à $\frac{13\sqrt{3}}{2}$ cm.**

SOA est un triangle rectangle en O ; d'après la propriété de Pythagore on a:
$SA^2 = SO^2 + OA^2$. D'où $SO^2 = SA^2 - OA^2$

$$SO^2 = (13)^2 - \left(\frac{13}{2}\right)^2$$

$$= \frac{4 \times 13^2 - (13)^2}{4}$$

$$SO = \frac{\sqrt{3 \times (13)^2}}{\sqrt{4}} = \frac{13\sqrt{3}}{2}.$$

La hauteur du verre est SO $= \frac{13\sqrt{3}}{2}$ cm.

b) Calculons le volume V du verre.

$$V = \frac{\mathcal{B} \times h}{3} \quad \text{où } \mathcal{B} = \pi \times OA^2 \text{ et } h = SO.$$

$$V = \frac{OA^2 \times \pi \times SO}{3}$$

$$V = \frac{\left(\frac{13}{2}\right)^2 \times 3{,}14 \times 6{,}5 \times 1{,}73}{3}$$

$\boxed{V = 497{,}27}$ (en cm^3).

PROBLEME

1) **Justifions que : $AC = \sqrt{58}$.**

$AC = \sqrt{(1-8)^2 + (4-1)^2}$
$= \sqrt{49+9}$
$\mathbf{AC = \sqrt{58}}$.

2) a) **Justifions que $HP = \frac{6}{7}AB$.**

ABC est un triangle , $H \in (AC)$, $P \in (BC)$ tel que $(HP)//(AB)$. D'après la conséquence de la propriété de Thalès : $\frac{CH}{CA} = \frac{CP}{CB} = \frac{HP}{AB}$.

Calculons CP et CB.

$CP = \sqrt{(8-2)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{6^2}$
$\mathbf{CP = 6}$.
$CB = \sqrt{(8-1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{7^2}$
$\mathbf{CP = 7}$.

On en déduit que : $\frac{HP}{AB} = \frac{CP}{CB} = \frac{6}{7}$. Par conséquent $\frac{HP}{AB} = \frac{6}{7}$; d'où $\mathbf{HP = \frac{6}{7}AB}$.

b) **Justifions que : $\overrightarrow{HP} = \frac{6}{7}\overrightarrow{AB}$.**

On a : HP)//(AB) et $HP = \frac{6}{7}AB$. De plus $\overrightarrow{HP}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont le même sens.

On conclut que : $\overrightarrow{HP} = \frac{6}{7}\overrightarrow{AB}$.

3) **Justifions que $H\left(2; \frac{25}{7}\right)$.**

On a : $\overrightarrow{HP} = \frac{6}{7}\overrightarrow{AB}$. Soit $H(x; y)$.

$\overrightarrow{HP}\binom{2-x}{1-y}$ et $\overrightarrow{AB}\binom{0}{3}$.

$\overrightarrow{HP} = \frac{6}{7}\overrightarrow{AB}$ équivaut à : $2 - x = \frac{6}{7} \times 0$ et $1 - y = \frac{6}{7} \times (-3)$

$2 - x = 0$ et $1 - y = -\frac{18}{7}$

$-x = -2$ et $-y = -\frac{18}{7} - 1$

$\boldsymbol{x = 2}$ et $\boldsymbol{y = \frac{25}{7}}$

D'où $\mathbf{H\left(2; \frac{25}{7}\right)}$.

4) a) **Justifions que $\tan \widehat{HCB} = \frac{3}{7}$**

On a $\overrightarrow{AB}\binom{0}{-3}$ et $\overrightarrow{BC}\binom{7}{0}$ puis $0 \times 7 + (-3) \times 0 = 0$; donc $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$.
Par conséquent le triangle ABC est rectangle en B.

On a alors : $\tan \widehat{\mathbf{ACB}} = \tan \widehat{\mathrm{HCB}} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$

$$= \frac{\sqrt{0^2 + (-3)^2}}{\sqrt{7^2 + 0^2}}$$

$\mathbf{\tan \widehat{HCB} = \frac{3}{7}}$.

b) **<u>Déterminons un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{\mathbf{HBR}}$ par deux entiers consécutifs</u>**.

$\widehat{\mathrm{HRB}}$ et $\widehat{\mathrm{HCB}}$ sont des angles inscrits dans le cercle $(\mathscr{C})$ qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{\mathrm{HB}}$ alors :

$\tan \widehat{\mathrm{HRB}} = \tan \widehat{\mathrm{HCB}} = \frac{3}{7} = 0{,}429$.

Comme $0{,}424 < 0{,}429 < 0{,}445$, donc $\tan 23° < \tan \widehat{\mathrm{HRB}} < \tan 24°$.

Par conséquent $23° < \text{mes}\, \widehat{\mathrm{HRB}} < 24°$.

CORRIGE SESSION 2006 ZONE III

EXERCICE 1

1) Calculons a^2.

$a^2 = \left(\sqrt{2} - 1\right)^2$

$= \left(\sqrt{2}\right)^2 - 2 \times \sqrt{2} \times 1 + (1)^2$

$\boxed{a^2 = 3 - 2\sqrt{2}}$.

2) a) Calculons l'inverse de b.

L'inverse de b est $\dfrac{1}{b}$.

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1 \times \left(3 - 2\sqrt{2}\right)}{\left(3 + 2\sqrt{2}\right)\left(3 - 2\sqrt{2}\right)}$$

$$= \frac{1 \times \left(3 - 2\sqrt{2}\right)}{(3)^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2}$$

$$= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8}$$

$\boxed{\dfrac{1}{b} = 3 - 2\sqrt{2}}$.

b) Encadrons $3 - 2\sqrt{2}$.

$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$ alors $-2 \times 1{,}415 < -2\sqrt{2} < -2 \times 1{,}414$

$-2{,}830 < -2\sqrt{2} < -2{,}828$

$3 - 2{,}830 < 3 - 2\sqrt{2} < 3 - 2{,}828$

$0{,}170 < 3 - 2\sqrt{2} < 0{,}172$

d'où $\boxed{0{,}17 < 3 - 2\sqrt{2} < 0{,}18}$.

EXERCICE 2

1) Déterminons le coefficient directeur a de la droite (AB).

$$a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

$$a = \frac{0 - 3}{2 - 0}$$

$$a = \frac{-3}{2}.$$

Le coefficient directeur de (AB) est $\dfrac{-3}{2}$.

2) Calculons les coordonnées du point K.

Soit $K(x; y)$. $K \in (OJ)$, alors $K(0; y)$.

Par ailleurs $K \in (D)$; donc $\overrightarrow{KC}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

On a : $\overrightarrow{KC}\begin{pmatrix}5-0\\0-y\end{pmatrix}$; c'est-à-dire $\overrightarrow{KC}\begin{pmatrix}5\\y\end{pmatrix}$. Et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{KC}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires é**quivaut** à : $5 \times 3 - (-y) \times (-2) = 0$

$$-2y + 15 = 0$$

$$y = \frac{15}{2}$$

En conclusion $\mathbf{K}\left(\mathbf{0};\ \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{2}}\right)$.

EXERCICE 3

1) Le mode de cette série statistique est la modalité Carpes.

2) Recopions et complétons le tableau des effectifs.

Modalité (poissons)	Brochets	Carpes	Machoirons	Mulets	Total
Effectifs	20	30	25	15	90

Exemple de calcul : **L'effectif correspondant la modalit**é **Brochets est** $\frac{\mathbf{90 \times 80°}}{\mathbf{360°}} = \mathbf{20}$.

EXERCICE 4

1) Justifions que OT $=5\sqrt{2}$.

On a : $V = \frac{OT^2 \times \pi \times OS}{3} = \frac{400\pi}{3}$. Alors : $OT^2 \times OS = 400$

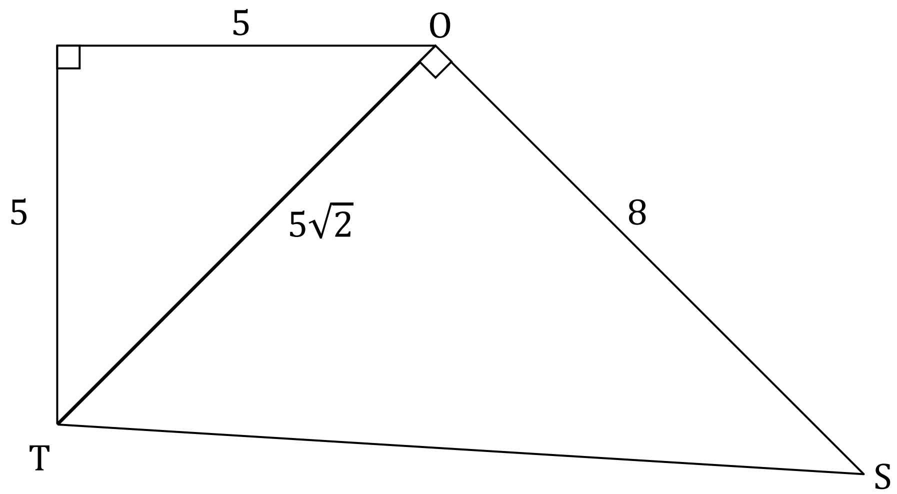
$$OT^2 = \frac{400}{OS} = \frac{400}{8} = 50$$

D'où $OT = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2}$

$$\mathbf{OT = 5\sqrt{2}}$$

2) $\left(5\sqrt{2}\right)^2 = 5^2 + 5^2$. **Construisons le triangle SOT en dimensions réelles.**

[OT] est l'hypoténuse d'un triangle rectangle et isocèle de cotés 5.



PROBLEME

1) **Démontrons que OB = 5.**

OAB est un triangle rectangle en A ; d'après la propriété de Pythagore,

$OB^2 = OA^2 + AB^2$.

$OB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$;

Donc $OB = \sqrt{25}$; $\boxed{\mathbf{OB = 5}}$.

2) a) **Démontrons que $53° < \text{mes}\ \widehat{AOB} < 54°$.**

Considérons le triangle AOB, rectangle en A.

$$\sin \widehat{AOB} = \frac{AB}{OB}.$$
$$= \frac{4}{5}$$
$$= 0{,}8$$

On a : $0{,}799 < 0{,}8 < 0{,}809$ $(\textit{Extrait de la table})$

Donc $\sin 53° < \sin \widehat{AOB} < \sin 54°$.

On en déduit que : $53° < \text{mes}\ \widehat{AOB} < 54°$.

b) **Encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{AUT}$ par deux entiers consécutifs.**

$\widehat{AUT}$ est un angle inscrit dans $(\mathscr{C})$ associé à l'angle au centre $\widehat{AOT}$, alors :

$\text{mes}\ \widehat{AUT} = \frac{1}{2}\text{mes}\ \widehat{AOT}$.

Comme $\text{mes}\ \widehat{AOT} = \text{mes}\ \widehat{AOB}$, $\text{mes}\ \widehat{AUT} = \frac{1}{2}\text{mes}\ \widehat{AOB}$

Ainsi d'après la question précédente, $53° < \text{mes}\ \widehat{AOB} < 54°$

$$\frac{53°}{2} < \frac{1}{2}\ \text{mes}\ \widehat{AOB} < \frac{54°}{2}$$
$$26{,}5° < \frac{1}{2}\ \text{mes}\ \widehat{AOB} < 27°$$

D'où : $\boxed{\mathbf{26° < \text{mes}\ \widehat{AUT} < 27°}}$.

3) **Démontrons que les angles $\widehat{TPA}$ et $\widehat{TUA}$ ont la même mesure.**

$\widehat{\mathbf{TPA}}$ et $\widehat{TUA}$ sont deux angles inscrits dans $(\mathscr{C})$ qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{TA}$

alors $\mathbf{mes}\ \widehat{\mathbf{TPA}} = \mathbf{mes}\ \widehat{\mathbf{TUA}}$.

4) **Calculons TF.**

OAB est un triangle, $T \in (OB)$ et $F \in (AB)$ tel que $(TF)//(OA)$. D'après la conséquence de la propriété de Thalès :

$$\frac{BT}{BO} = \frac{BF}{BA} = \frac{TF}{OA}.$$

$\frac{BT}{BO} = \frac{TF}{OA}$ équivaut à $TF = OA \times \frac{BT}{BO}$

$$TF = OA \times \frac{(OB - OT)}{BO} \quad (\text{car } T \in [OB])$$
$$TF = 3 \times \frac{(5-3)}{5}$$
$$\boxed{\mathbf{TF = \frac{6}{5} = 1{,}2}}.$$

CORRIGE SESSION 2007 ZONE I

EXERCICE 1

1) Développons et réduisons A.

$$
\begin{aligned}
A &= (3x)^2 - (3x-2)^2 \\
&= 9x^2 - [(3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + (2)^2] \\
&= 9x^2 - [9x^2 - 12x + 4] \\
&= 9x^2 - 9x^2 + 12x - 4
\end{aligned}
$$

$\boxed{\mathbf{A = 12x - 4}}$.

2) **Calculons la valeur numérique de A pour $x = \frac{7}{3}$.**

$$
\begin{aligned}
A &= 12 \times \frac{7}{3} - 4 \\
&= 28 - 4
\end{aligned}
$$

$\boxed{\mathbf{A = 24}}$.

EXERCICE 2

Résolvons l'équation suivante puis écrivons les solutions sans radical au dénominateur.

$\left((\sqrt{2}+1)x - 4\right)(3 - x\sqrt{3}) = 0$ **équivaut** à : $(\sqrt{2}+1)x - 4 = 0$ **ou** $3 - x\sqrt{3} = 0$

$(\sqrt{2}+1)x = 4$ **ou** $-x\sqrt{3} = -3$

$x = \dfrac{4}{\sqrt{2}+1}$ **ou** $x = \dfrac{-3}{-\sqrt{3}}$

$x = \dfrac{4(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2})^2 - (1)^2}$ **ou** $x = \dfrac{3\sqrt{3}}{3}$

$x = 4\sqrt{2} - 4$ **ou** $x = \sqrt{3}$.

L'ensemble des solutions de l'équation est $\{4\sqrt{2} - 4\ ;\ \sqrt{3}\}$.

EXERCICE 3

1) Dressons le tableau des effectifs .

Sports	BB	FB	HB	R	VB	Total
Effectifs	15	18	12	6	9	60

Exemple de calcul: **L'effectif correspondant au sport Basket – ball est** $\dfrac{45° \times 60}{180°} = 15.$

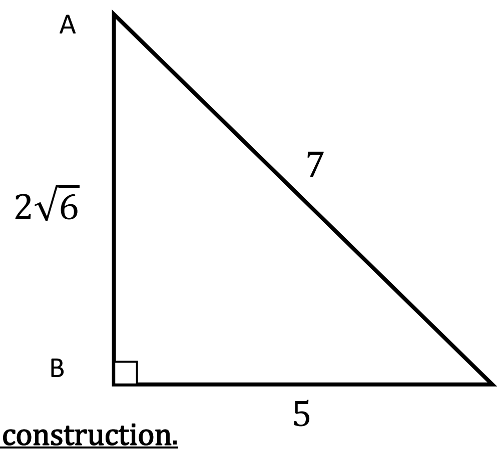
2) Le sport préféré par les élèves de cette classe est le Football car c'est la modalité qui a le plus grand effectif.

EXERCICE 4

1) **Justifions que $(2\sqrt{6})^2 = \mathbf{24}$.**

$(2\sqrt{6})^2 = (2)^2 \times (\sqrt{6})^2 = 4 \times 6 = 24$.

2) a) **Construisons [AB] de longueur $(2\sqrt{6})$.**



b) **Justifions la construction.**

Comme $49 - 24 = 25$, alors $(7)^2 - (2\sqrt{6})^2 = 5^2$.

Donc $(7)^2 = 5^2 + (2\sqrt{6})^2$.

$2\sqrt{6}$ est , d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, l'un des côtés d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse est 7 et l'autre côté est 5.

PROBLEME

1) **Justifions que le triangle ABE est rectangle en E.**

ABE est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ dont le coté [AB] est un diamètre, alors ABE est rectangle en E.

2) **Justifions que : EH = 4,8 ; BH = 3,6.**

•ABE est un triangle rectangle en E et $(EH) \perp (AB)$ alors d'après la propriété métrique déduite de l'aire :

$\mathrm{EH} \times \mathrm{AB} = \mathrm{EA} \times \mathrm{EB}$. Donc $\mathrm{EH} = \dfrac{\mathrm{EA} \times \mathrm{EB}}{\mathrm{AB}}$

$$\mathrm{EH} = \frac{8 \times 6}{10}$$

$$\boxed{\mathbf{EH = 4,8}} .$$

• EBH est un triangle rectangle en H alors d'après la propriété de Pythagore :

$\mathrm{EB}^2 = \mathrm{EH}^2 + \mathrm{BH}^2$. Donc $\mathrm{BH}^2 = \mathrm{EB}^2 - \mathrm{EH}^2$.

$$\mathrm{BH}^2 = 6^2 - (4{,}8)^2$$

$$= 36 - 23{,}04$$

$\mathrm{BH}^2 = 12{,}96$; $\mathbf{BH} = \sqrt{\mathbf{12,96}}$. D'où $\boxed{\mathbf{BH = 3,6}}$.

3) Démontrons que BI $= \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{3}}$.

BOI est un triangle, $E \in (BI)$et $H \in (BO)$ tel que $(EH)//(OI)$; alors d'après la propriété de Thalès : $\frac{BE}{BI} = \frac{BH}{BO}$. On a donc : $BI \times BH = BE \times BO$

$$BI = \frac{BE \times BO}{BH}$$

$$BI = \frac{6 \times 5}{3{,}6} = \frac{30}{3{,}6}$$

$$\boxed{\mathbf{BI = \frac{25}{3}}}$$

Déduisons AI.

(Δ) est la médiatrice du segment [AB] et $I \in (\Delta)$, alors $AI = BI$.

D'où $\boxed{\mathbf{AI = \frac{25}{3}}}$.

4) **Démontrons que 36° est la valeur approchée par défaut de $\widehat{\mathbf{EAB}}$.**

Considérons le triangle AEB, rectangle en E.

$\sin \widehat{\mathbf{EAB}} = \frac{EB}{AB} = \frac{6}{10} = 0{,}6$.

Comme $0{,}588 < 0{,}6 < 0{,}602$, donc : $\sin 36° < sin\widehat{\mathbf{EAB}} < sin 37°$.

D'où $36° < \text{mes}\widehat{\mathbf{EAB}} < 37°$.

36° est par conséquent la valeur approchée par défaut de mes$\widehat{\mathbf{EAB}}$.

Déduisons la valeur approchée par défaut de mes$\widehat{\mathbf{EFB}}$.

$\widehat{\mathbf{EFB}}$ et $\widehat{\mathbf{EAB}}$ sont des angles inscrits qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{EB}$ alors $\mathbf{mes}\widehat{\mathbf{EFB}} = \mathbf{mes}\widehat{\mathbf{EAB}}$.

On conclut que la valeur approchée par défaut de mes$\widehat{\mathbf{EAB}}$ est égale à la valeur approchée par défaut de mes$\widehat{\mathbf{EFB}}$.

Ainsi, la valeur approchée par défaut de mes$\widehat{\mathbf{EFB}}$ est 36° .

5) **Démontrons que le quadrilatère AEBF est un rectangle.**

[AB] et [EF] sont des diamètres du cercle $(\mathscr{C})$; alors AEBF est un rectangle car d'une part les diagonales du quadrilatère AEBF ont même mesure puis se coupent en leur milieu et d'autre part, $(AE) \perp (EB)$.

CORRIGE SESSION 2007 ZONE II

EXERCICE 1

1) **Développons et réduisons A.**

$A = 15 - 3(x+1)^2$

$= 15 - 3[x^2 + 2 \times x \times 1 + (1)^2]$

$= 15 - 3x^2 - 6x - 3$

$\boxed{\mathbf{A = -3x^2 - 6x + 12}}$.

2) a) **Calculons la valeur numérique de A pour $x = \sqrt{3}$.**

$A = -3 \times \left(\sqrt{3}\right)^2 - 6 \times \sqrt{3} + 12$

$= -9 - 6\sqrt{3} + 12$

$= 3 - 6\sqrt{3}$

Ainsi, pour $x = \sqrt{3}$, $\boxed{\mathbf{A = 3 - 6\sqrt{3}}}$.

b) **Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, donnons un encadrement de $3 - 6\sqrt{3}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.**

$1,732 < \sqrt{3} < 1,733$ alors on a : $-6 \times 1,732 > -6\sqrt{3} > -6 \times 1,733$

$-10,398 < -6\sqrt{3} < -10,392$

$3 - 10,398 < 3 - 6\sqrt{3} < 3 - 10,392$

$-7,398 < 3 - 6\sqrt{3} < -7,392$

D'où $\boxed{\mathbf{-7,40 < 3 - 6\sqrt{3} < -7,39}}$.

EXERCICE 2

1) **Calculons les coordonnées de F.**

Soit $F(x; y)$. Comme $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ on a, $x - x_A = 2$ et $y - y_A = 3$.

$x - (-2) = 2$ et $y - 1 = 3$

$x + 2 = 2$ et $y = 3 + 1$

$x = 2 - 2$ et $y = 4$

$x = 0$

D'où $\boxed{\mathbf{F(0; 4)}}$.

2) **Equation de (D).**

Soit $M(x; y)$.

$M \in (D)$ équivaut à : $\overrightarrow{BM} \perp \overrightarrow{AF}$. On a: $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}x-2\\y-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$.

$M \in (D)$ **équivaut** à : $2(x-2) + 3(y-2) = 0$

$2x - 4 + 3y - 6 = 0$

$2x + 3y - 10 = 0$.

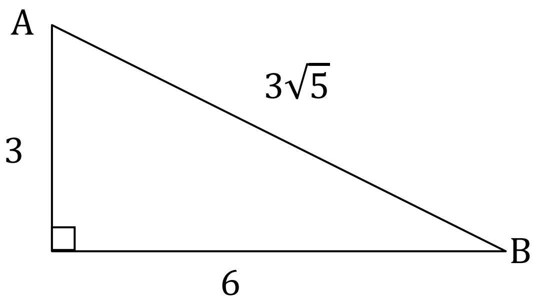
D'où $\boxed{\mathbf{(D):\ 2x + 3y - 10 = 0}}$.

EXERCICE 3

1) a) **Justifions que $\left(3\sqrt{5}\right)^2 = 45$.**

$\left(3\sqrt{5}\,\right)^2 = (3)^2 \times \left(\sqrt{5}\right)^2 = 9 \times 5 = 45$.

b) **Construisons le segment [AB] de longueur $3\sqrt{5}$.**



2) **Justifions la construction .**

Comme $45 = 9 + 36$, on a : $\left(3\sqrt{5}\right)^2 = (3)^2 + (6)^2$.

Le segment [AB] de longueur $3\sqrt{5}$ est, d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux autres côtés mesurent 3 et 6.

EXERCICE 4

1) **Dressons le tableau des effectifs**

Ages	[20 ; 26[	[26 ; 32[	[32 ; 38[	[38 ; 44[	[44 ; 50[
Effectifs	15	26	20	10	4

2) **La classe modale est [26 ; 32[** .

PROBLEME

1) **Démontrons que AB = 4.**

Considérons le triangle ABC , rectangle en A .

$\sin \widehat{\mathbf{BCA}} = \sin 30° = \dfrac{AB}{BC}$. Donc $AB = BC \times \sin 30° = 8 \times \dfrac{1}{2}$.

$\boxed{AB = 4}$.

2) **Justifions que $AC = 4\sqrt{3}$.**

Le triangle ABC étant rectangle en A, d'après la propriété de Pythagore :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$. Donc $AC^2 = BC^2 - AB^2$.

$AC^2 = 8^2 - 4^2 = 48$

$AC = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3}$

$\boxed{AC = 4\sqrt{3}}$.

3) **Calcule BD.**

BCD est un triangle, $A \in (BD)$ et $H \in (BC)$ tel que $(AH)//(DC)$. Alors d'après la propriété de Thalès :

$\frac{BA}{BD} = \frac{BH}{BC}$; c'est-à-dire: $BD \times BH = BA \times BC$

$$BD = \frac{BA \times BC}{BH}$$

$$BD = \frac{4 \times 8}{2}$$

$$\boxed{BD = 16}.$$

4) a) **Justifions que $mes\,\widehat{ACD} = 60°$.**

BCD étant rectangle en C car E et B sont symétriques par rapport à (DC).
Donc : $mes\,\widehat{BCD} = 90°$.
Comme $mes\,\widehat{\mathbf{BCA}} + mes\,\widehat{ACD} = mes\,\widehat{BCD}$ alors : $mes\,\widehat{ACD} = mes\,\widehat{BCD} - mes\,\widehat{\mathbf{BCA}}$

$$mes\,\widehat{ACD} = 90° - 30°$$

$$\boxed{mes\,\widehat{ACD} = 60°}$$

b) **Calculons $mes\widehat{AOD}$.**

ADC est un triangle rectangle en A tel que le coté [DC] est un diamètre de $(\mathscr{C})$, donc $A \in (\mathscr{C})$. Par conséquent $\widehat{AOD}$ est un angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{ACD}$.
Ceci étant, $mes\,\widehat{AOD} = 2 \times mes\,\widehat{ACD} = 2 \times 60°$.

$$\boxed{\mathbf{mes\,\widehat{AOD} = 120°}}$$

5) **Justifions que le point A appartient au cercle $(\mathscr{C})$**

Le triangle ADC est rectangle en A et [DC] est un diamètre du cercle $(\mathscr{C})$,
alors $A \in (\mathscr{C})$.

6) **Démontrons que les droites (AF) et (BC) sont parallèles.**

Considérons la symétrie orthogonale d'axe (DC). On a :

$S_{(DC)}$	
D	D
B	E
$(\mathscr{C})$	$(\mathscr{C})$

L'image de la droite (DB) par $S_{(DC)}$ est donc la droite (DE).
Par conséquent, comme $(\mathscr{C})$ coupe (DB) en A et (DE) en F, F est le symétrique de A par rapport à (DC). On a alors $(AF)\perp(DC)$. Par ailleurs $(BC)\perp(DC)$.
On en déduit que $(AF)//(BC)$, car deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

CORRIGE SESSION 2007 ZONE III

EXERCICE 1

1) Démontrons que A et B sont inverses l'un de l'autre.

$$A \times B = \frac{1}{9-4\sqrt{5}} \times \frac{1}{9+4\sqrt{5}}$$

$$= \frac{1}{(9-4\sqrt{5})(9+4\sqrt{5})}$$

$$= \frac{1}{(9)^2-(4\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{1}{81-80}$$

$A \times B = 1$.

Comme $\mathbf{A \times B = 1}$, alors A et B sont inverses l'un de l'autre.

2) Donnons un encadrement de $\mathbf{9-4\sqrt{5}}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

On a: $2{,}236 < \sqrt{5} < 2{,}237$. Alors : $-4 \times \mathbf{2{,}237} < -4\sqrt{5} < -4 \times \mathbf{2{,}236}$

$$-8{,}948 < -4\sqrt{5} < -8{,}944$$

$$9-8{,}948 < 9-4\sqrt{5} < 9-8{,}944$$

$$0{,}052 < 9-4\sqrt{5} < 0{,}056$$

Donc $\boxed{\mathbf{0{,}05} < 9-4\sqrt{\mathbf{5}} < \mathbf{0{,}06}}$.

EXERCICE 2

1) Démontrons que les droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires.

Il suffit de montrer que les vecteurs directeurs des droites (D_1) et (D_2) sont orthogonaux.

Calculons donc $\mathbf{3 \times (-2) + 2 \times 3}$.

$3 \times (-2) + 2 \times 3 = -6 + 6 = 0$.

Le vecteur directeur de (D_1) et celui de (D_2) sont orthogonaux. (D_1) et (D_2) sont par conséquent perpendiculaires.

2) Equation de (D).

Soit $M(x; y)$.

$M \in (D)$ **équivaut** à : $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires avec $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$.$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+1\\y-2\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires **équivaut** à : $2(x+1) - 3(y-2) = 0$

$2x + 2 - 3y + 6 = 0$

$2x - 3y + 8 = 0$.

D'où $\boxed{(\mathbf{D}):\ \ \mathbf{2x - 3y + 8 = 0}}$.

EXERCICE 3

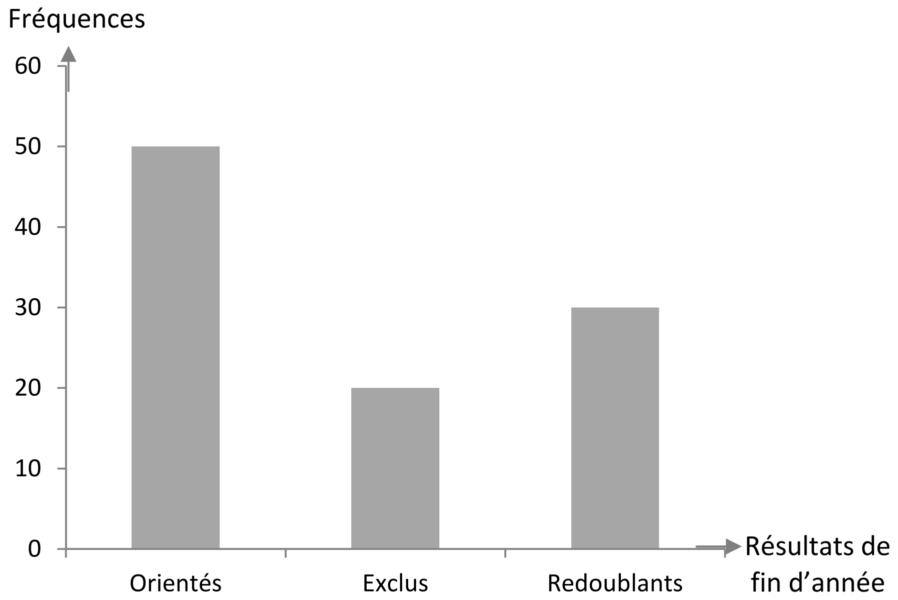
1) <u>Tableau des fréquences en pourcentage.</u>

Résultats de fin d'année	Orientés	Exclus	Redoublants	Total
Fréquence en %	50	20	30	100

<u>Exemple de calcul</u> : la fréquence en pourcentage correspondante aux élèves orientés

est : $\frac{\mathbf{30 \times 100}}{\mathbf{60}} = \mathbf{50\%}$.

2) <u>Construisons le diagramme à bandes des résultats de la classe.</u>



EXERCICE 4

1) a) <u>Justifions que SH = 0,9.</u>

$SH = SH' + HH'$ car S, H et H' sont alignés.

$SH = \frac{1}{3}SH + HH'$

$SH - \frac{1}{3}SH = HH'$

$\frac{2}{3}SH = HH'$

$SH = \frac{3}{2}HH' = \frac{3}{2} \times 0,6$

$\boxed{\mathbf{SH = 0,9}}$.

b) **Justifions que le volume V du cône est 8,37 m³**

$$V = \frac{\mathcal{B} \times h}{3} \quad \text{où } \mathcal{B} = AH^2 \times \pi \text{ et } h = SH.$$

$$V = \frac{AH^2 \times \pi \times SH}{3}$$

$$= \frac{3^2 \times 3{,}1 \times 0{,}9}{3}$$

$$\boxed{\mathbf{V = 8,37cm^3}}.$$

2) **Calculons la quantité d'eau de l'abreuvoir**

Il s'agit de calculer le volume du tronc.

$SH' = \frac{1}{3}SH$. Le coefficient de réduction est donc $k = \frac{1}{3}$.

Déterminons le volume V_1 du cône réduit.

$$V_1 = k^3 V = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times 8{,}37 = \frac{8{,}37}{27} = 0{,}31\text{cm}^3.$$

La quantité d'eau que contient l'abreuvoir lorsqu'il est plein est donc : $8{,}37\text{cm}^3 - 0{,}31\text{cm}^3 = \mathbf{8,05cm^3}$.

PROBLEME

1) a) **Justifions que le triangle ABE est rectangle en A.**

ABE est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ dont le coté [BE] est un diamètre, alors ABE est rectangle en A.

b) **Justifions que mes $\widehat{ABE} = 60°$.**

Considérons le triangle ABE, rectangle en A.

$$\sin \widehat{ABE} = \frac{AE}{BE} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Or $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, donc $\text{mes}\widehat{ABE} = 60°$.

c) **Déduisons la mesure de l'angle $\widehat{AOE}$.**

$\widehat{AOE}$ est un angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{ABE}$, alors

$$\text{mes}\widehat{AOE} = 2 \times \text{mes}\widehat{ABE}.$$

$\text{mes}\widehat{AOE} = 2 \times 60° = 120°$.

2) a) **Démontrons que (RP)//(AB).**

On a: $\frac{OA}{OP} = \frac{2}{3{,}5}$ et $\frac{OB}{OR} = \frac{2}{3{,}5}$, alors $\frac{OA}{OP} = \frac{OB}{OR}$.

OPR est un triangle, $A \in [OP]$, $B \in [OR]$ et $\frac{OA}{OP} = \frac{OB}{OR}$.

Donc, d'après la réciproque de la propriété de Thalès, (AB)//(PR).

b) **Justifions que AB = 2.**

Le triangle ABE est rectangle en A et mes$\widehat{ABE} = 60°$.

Donc : $\cos\widehat{ABE} = \cos 60° = \frac{AB}{BE}$

$AB = BE \times \cos 60°$

$AB = 4 \times \frac{1}{2}$

$\boxed{\mathbf{AB = 2}}$

c) **Justifions que RP = 3,5.**

ORP est un triangle, $A \in (OP)$ et $B \in (OR)$ tel que $(AB) // (PR)$. D'après la conséquence de la propriété de Thalès : $\frac{OA}{OP} = \frac{OB}{OR} = \frac{AB}{RP}$.

$\frac{AB}{RP} = \frac{OA}{OP}$ équivaut à : $RP \times OA = AB \times OP$

$RP = \frac{AB \times OP}{OA}$

$= \frac{2 \times 3{,}5}{2}$

D'où $\boxed{\mathbf{RP = 3,5}}$.

d) **Justifions que le triangle ORP est équilatéral.**

$OP = OR = 3{,}5$ car $[\mathbf{OP}]$ et $[\mathbf{OR}]$ sont des rayons du cercle $(\mathscr{C}')$.

De plus $RP = 3{,}5$. D'où $OP = OR = RP$, et par conséquent le triangle ORP est équilatéral.

3) **Démontre que les droites (KE) et (KB) sont perpendiculaires.**

$A \in (\mathscr{C})$ et K est le symétrique de A par rapport à O, le centre de $(\mathscr{C})$. Alors $K \in (\mathscr{C})$. [BE] étant un diamètre de $(\mathscr{C})$, le triangle KBE est donc rectangle en K. Par conséquent (KE) et (KB) sont perpendiculaires.

CORRIGE SESSION 2008 ZONE :I

EXERCICE 1

1) Calculons le produit A×B.

$$A \times B = (1-\sqrt{3})(1-2\sqrt{3})$$
$$= 1 - 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + 6$$
$$\mathbf{A \times B = 7 - 3\sqrt{3}}$$

2) Écrivons E sans radical au dénominateur.

$$E = \frac{1}{1-\sqrt{3}}$$
$$= \frac{1(1+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}$$
$$= \frac{1}{(1)^2 - (\sqrt{3})^2}$$
$$= \frac{1+\sqrt{3}}{-2}$$
$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{-1-\sqrt{3}}}{\mathbf{2}} \text{ ou } \mathbf{E} = -\frac{\mathbf{1+\sqrt{3}}}{\mathbf{2}}$$

EXERCICE 2

1) Tableau des fréquences en pourcentage.

Maladies	Paludisme	Diarrhée	Méningite	MST	Fièvre Typhoïde	Total
Fréquence en %	41,67	25	12,5	16,67	4,16	100

Exemple de calcul : la fréquence en pourcentage correspondante au Paludisme est :

$$\frac{\mathbf{150° \times 100}}{\mathbf{360°}} = \mathbf{41,67}$$

2) La maladie la plus fréquente est le paludisme.

EXERCICE 3

1) Soit x le nombre de femme et y le nombre d'hommes.
On a 392 agents, alors $\boldsymbol{x + y = 392}$.
Le nombre de femmes restant en décembre est : $\boldsymbol{x - 20}$.
Le nombre d'hommes restant en décembre est : $\boldsymbol{y - 12}$. Le nombre d'hommes est le double du nombre de femmes restant ; alors on a :

$$\boldsymbol{y - 12 = 2(x - 20)}$$
$$y - 12 = 2x - 40$$
$$2x - y = 40 - 12$$
$$\boldsymbol{2x - y = 28}.$$

On obtient le système $\begin{cases} \boldsymbol{x + y = 392} \\ \boldsymbol{2x - y = 28} \end{cases}$

Donc le nombre d'homme et de femmes est solution du système :

$$(S) : \begin{cases} x + y = 392 & (1) \\ 2x - y = 28 & (\mathbf{2}) \end{cases}$$

2) a) <u>Résolvons le système</u>

Procédons par la méthode de substitution :

De la ligne (1) du système (S) on a : $y = 392 - x$. En introduisant cette expression dans la ligne (2) de ce système on a : $2x - (\mathbf{392 - x}) = 28$; ainsi $3\boldsymbol{x} - \mathbf{392} = \mathbf{28}$; et : $\boldsymbol{x} = \mathbf{140}$.

<u>Calculons y</u>

En remplaçant x par 140 dans la ligne $(\mathbf{1})$, on a: $y = 392 - 140$.

D'où $\mathbf{y = 252}$.

Le système a pour solution (140 ; 252) .

b) $x = 140$ et $y = 252$. La société emploie donc **140 femmes** et **252 hommes .**

EXERCICE 4

1) <u>Justifions que $\mathbf{SO = 10\sqrt{2}}$.</u>

Le triangle SOA est rectangle en O ; alors d'après la propriété de Pythagore :

$$\mathrm{SA}^2 = \mathrm{SO}^2 + \mathrm{OA}^2$$
$$\mathrm{SO}^2 = \mathrm{SA}^2 - \mathrm{OA}^2$$
$$\mathrm{SO}^2 = (15)^2 - (5)^2$$
$$\mathrm{SO} = \sqrt{200}$$
$$= \sqrt{100 \times 2}$$
$$\boxed{\mathrm{SO} = 10\sqrt{2}}$$

2) <u>Calculons V.</u>

$$\mathrm{V} = \frac{\mathcal{B} \times h}{3} \quad \text{où } \mathcal{B} = \mathrm{OA}^2 \times \pi \text{ et } h = \mathrm{SO} .$$

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{OA}^2 \times \pi \times \mathrm{SO}}{3}$$
$$= \frac{5^2 \times 3{,}1 \times 10 \times 1{,}4}{3}$$
$$\boxed{\mathbf{V = 361{,}67\ cm^3}} .$$

PROBLEME

1. a) **Justifions que $AB = 4\sqrt{5}$; $AC = 5\sqrt{5}$ et $BC = 3\sqrt{5}$.**

- $AB = \sqrt{(2-6)^2 + (-3-5)^2}$
  $= \sqrt{80}$
  $= \sqrt{16 \times 5}$
  $\boxed{\mathbf{AB = 4\sqrt{5}}}$.

- $AC = \sqrt{(-4-6)^2 + (0-5)^2}$

  $AC = \sqrt{125}$
  $= \sqrt{25 \times 5}$
  $\boxed{\mathbf{AC = 5\sqrt{5}}}$.

- $BC = \sqrt{(-4-2)^2 + \left(0-(-3)\right)^2}$
  $= \sqrt{36+9}$
  $= \sqrt{45}$
  $= \sqrt{9 \times 5}$
  $\boxed{\mathbf{BC = 3\sqrt{5}}}$.

b) <u>Déduisons-en que le triangle ABC est rectangle en B</u>.

$AB^2 = \left(4\sqrt{5}\right)^2 = 80$.

$AC^2 = \left(5\sqrt{5}\right)^2 = 125$.

$BC^2 = \left(3\sqrt{5}\right)^2 = 45$.

$\mathbf{80 + 45 = 125}$ alors $\mathbf{AB^2 + BC^2 = AC^2}$ **.** Ainsi, d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

2) a) **Justifions que** $\sin \widehat{\mathbf{ACB}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}$.

Considérons le triangle ABC, rectangle en B.

$\sin \widehat{\mathbf{ACB}} = \frac{AB}{AC}$

$= \frac{4\sqrt{5}}{5\sqrt{5}}$

$\boxed{\sin \widehat{\mathbf{ACB}} = \frac{4}{5}}$.

b) <u>Encadrons mes $\widehat{\mathbf{ACB}}$.</u>

$\sin \widehat{\mathbf{ACB}} = \frac{4}{5} = 0{,}8$.

On a: $0{,}799 < \sin \widehat{\mathbf{ACB}} < 0{,}809$. (*extrait de la table trigonométrique)*

Donc $\sin 53° < \sin \widehat{\mathbf{ACB}} < \sin 54°$

D'où: $\mathbf{53°} < mes\, \widehat{\mathbf{ACB}} < 54°$.

3) a) <u>Justifions qu'une équation de (AC) est : $\boldsymbol{x-2y+4=0}$.</u>

Soit $\mathrm{M}(x;y)$ tel que $\mathrm{M} \in (\mathrm{AC})$. Alors $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont colinéaires .

On a : $\overrightarrow{\mathrm{AM}}\begin{pmatrix} x-6 \\ y-5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{pmatrix} -10 \\ -5 \end{pmatrix}$.

Comme $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont colinéaires alors on a : $[-5(x-6)]-[-10(y-5)]=0$

$$[-5x+30]-[-10y+50]=0$$
$$10y-50-5x+30=0$$
$$-5x+10y-20=0$$
$$x-2y+4=0$$

D'où: $\boxed{(\mathbf{AC}): \boldsymbol{x-2y+4=0}}$.

b) <u>Déterminons les coordonnées du point P.</u>

(AC) coupe (OJ) en P. Donc P $(0\ ; y)$.

Déterminons-y.

On a :P $\in$ (AC) ; alors $0-2\,y+4=0$

$$-2y+4=0$$
$$-2y=-4$$
$$y=\frac{-4}{-2}=2$$

Finalement: $\boxed{\mathrm{P}(0;2)}$.

4) <u>Coordonnées de G.</u>

ACBG est un parallélogramme si $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{GB}}$. Soit $\mathrm{G}(x\ ;y)$.

On a: $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{pmatrix} -10 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{GB}}\begin{pmatrix} 2-x \\ -3-y \end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{GB}}$ **signifie** : $2-x=-10$ et $-3-y=-5$

$$-x=-10-2 \text{ et } -y=-5+3$$
$$x=12 \quad \text{et} \quad y=2.$$

Ainsi $\boxed{\mathbf{G}(\mathbf{12};\mathbf{2})}$

En conclusion, pour $\mathrm{G}(12;2)$, le quadrilatère ACBG est un parallélogramme .

CORRIGE SESSION 2008 ZONE : II

EXERCICE 1

1) **Vérifions que $5^2 + 3^2 = 34$.**

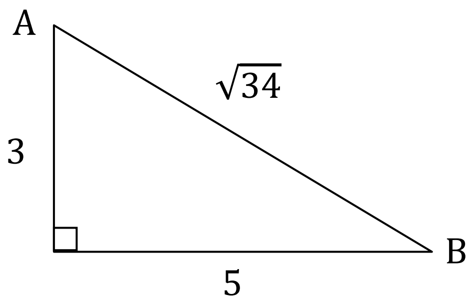
On a : $5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

2) a) **Programme de construction du segment [AB] de longueur $\sqrt{34}$.**

On a :$34 = 25 + 9$. Donc : $\left(\sqrt{34}\right)^2 = 5^2 + 3^2$.

Par conséquent le segment [AB] de longueur $\sqrt{34}$ est, d' après la réciproque de la propriété de Pythagore, l'hypoténuse du triangle rectangle dont les deux autres côtés mesurent respectivement 5 et 3.

b) **Construisons le segment [AB] .**



EXERCICE 2

1) **Justifions que $SQ = 10\sqrt{10}$.**

SHQ est un triangle rectangle en H. D'après la propriété de Pythagore,

$SQ^2 = SH^2 + HQ^2$.

$SQ^2 = (30)^2 + (10)^2$

$SQ = \sqrt{1000}$

$= \sqrt{100 \times 10}$

Donc $\boxed{SQ = 10\sqrt{10}}$.

2) **Calculons l'aire latérale $\mathcal{A}$ du chapeau.**

$\mathcal{A} = HQ \times \pi \times SQ$.

$= 10 \times 3{,}1 \times 10 \times 3{,}2$

$\boldsymbol{\mathcal{A} = 992\ \mathrm{cm}^2}$.

EXERCICE 3

1) **Factorisons A.**

$A = \left(x + \sqrt{2}\right)^2 - 9$

$A = \left(x + \sqrt{2}\right)^2 - (3)^2$

$\mathbf{A = \left(x + \sqrt{2} - 3\right)\left(x + \sqrt{2} + 3\right)}$.

2) Résolvons l'équation $(x+3+\sqrt{2})(x-3+\sqrt{2})=0$.

$(x+3+\sqrt{2})(x-3+\sqrt{2})=0$ **équivaut** à: $x+3+\sqrt{2}=0$ ou $x-3+\sqrt{2}=0$

$x=-3-\sqrt{2}$ ou $x=3-\sqrt{2}$

L'ensemble des solutions de l'équation est $\{-3-\sqrt{2}\ ;\ 3-\sqrt{2}\}$.

EXERCICE 4

1) Tableau des effectifs.

Recettes	3000	5000	7000	10 000	Total
Effectifs	11	12	2	1	26

2) **Calculons la moyenne des recettes journalières de Anne.**

$$\mathrm{M}=\frac{3000\times 11+5000\times 12+7000\times 2+10000\times 1}{26}=4500\,.$$

La moyenne des recettes journalières de Anne est 4 500 FCFA .

PROBLEME

1) Démontrons que le triangle BMD est rectangle en M.

BMD est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre [BD] alors BMD est rectangle en M.

2) Justifions que BH = 6.

Le triangle ABC est isocèle en A et H est le pied de la hauteur issu de A ; alors H est milieu de[BC].

D'où $\mathrm{BH}=\frac{\mathrm{BC}}{2}=\frac{12}{2}$

$\boxed{\mathrm{BH}=6}$.

3) a) Justifions que AB = 10.

Le triangle ABH est rectangle en H ; alors d'après la propriété de Pythagore :

$\mathrm{AB}^2=\mathrm{AH}^2+\mathrm{BH}^2$.

$\mathrm{AB}^2=8^2+6^2$

$\mathrm{AB}=\sqrt{100}$

Donc $\boxed{\mathrm{AB}=10}$.

b) **Justifions que** $\cos\widehat{\mathbf{ABC}}=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}$.

Considérons le triangle ABH, rectangle en H.

$\cos\widehat{\mathbf{ABC}}=\cos\widehat{\mathrm{ABH}}=\frac{\mathrm{BH}}{\mathrm{AB}}=\frac{6}{10}$

$\boxed{\cos\widehat{\mathbf{ABC}}=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}}$.

Déduisons-en que BM = 6 .

BMD est rectangle en M. De plus $\cos\widehat{\mathrm{MBD}}=\cos\widehat{\mathbf{ABC}}=\frac{3}{5}$

Enfin, comme $\cos \widehat{MBD} = \dfrac{BM}{BD}$, on a : $\dfrac{BM}{BD} = \dfrac{3}{5}$; donc $BM = \dfrac{3}{5} \times BD$.

$$= \frac{3}{5} \times (5+5)$$

D'où $\boxed{BM = 6}$ . .

4) <u>Justifions que 53° est la valeur approchée par défaut de $\widehat{\mathbf{ABC}}$.</u>

$\cos \widehat{\mathbf{ABC}} = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$.

$0{,}588 < \cos \widehat{\mathbf{ABC}} < 0{,}602$ (***extrait de la table trigonométrique***)

Donc : $\cos 54° < \cos \widehat{\mathbf{ABC}} < \cos 53°$.

D'où : $\mathbf{53}° < \cos \widehat{\mathbf{ABC}} < \mathbf{54}°$.

53° est par conséquent la valeur approchée de mes $\widehat{\mathbf{ABC}}$.

5) a) <u>Démontrons (CK)//(DM).</u>

Considérons le triangle BKC. M ∈ (BK), D ∈ (BC) et on a :

$\dfrac{BM}{BK} = \dfrac{6}{7{,}2} = \dfrac{60}{72} = \dfrac{5}{6}$, $\dfrac{BD}{BC} = \dfrac{10}{12} = \dfrac{5}{6}$.

Donc $\dfrac{BM}{BK} = \dfrac{BD}{BC}$.

Alors d'après la réciproque de la propriété de Thalès, (MD)// (CK) .

b) <u>Déduisons-en que (AB)⊥(CK).</u>

BMD est un triangle rectangle en M , donc (BM)⊥(MD).

Comme A ∈ (BM), on a : (AB)⊥(MD). De plus, (MD)// (CK) .

On conclut ainsi que (AB)⊥(CK) car lorsque deux droites sont perpendiculaires, toute droite parallèle à l'une est perpendiculaire à l'autre.

CORRIGE SESSION 2008 ZONE : III

EXERCICE 1

1) a) **Comparons $7\sqrt{3}$ et $4\sqrt{5}$.**

$\mathbf{7\sqrt{3}}$ **et** $\mathbf{4\sqrt{5}}$ sont deux nombres réels positifs. Comparorons leurs carrés.

$$\left.\begin{array}{l}(7\sqrt{3})^2 = 147\\ (4\sqrt{5})^2 = 80\end{array}\right\} \text{comme } 147 > 80 \ alors\ (7\sqrt{3})^2 > (4\sqrt{5})^2. \text{ Ainsi, } \mathbf{7\sqrt{3} > 4\sqrt{5}}.$$

b) **Déduisons-en le signe de $4\sqrt{5} - 7\sqrt{3}$.**

Comme $7\sqrt{3} > 4\sqrt{5}$, on a : $4\sqrt{5} < 7\sqrt{3}$ et donc $4\sqrt{5} - 7\sqrt{3} < 0$.

2) **Ecrivons $|4\sqrt{5} - 7\sqrt{3}|$ sans le symbole de la valeur absolue.**

$|4\sqrt{5} - 7\sqrt{3}| = -(4\sqrt{5} - 7\sqrt{3})$ car $4\sqrt{5} - 7\sqrt{3} < 0$.

Donc : $\mathbf{|4\sqrt{5} - 7\sqrt{3}| = -4\sqrt{5} + 7\sqrt{3}}$.

EXERCICE 2

1) **Justifions qu'une équation de la droite (AB) est : $2x - 3y + 5 = 0$.**

Soit $M(x; y)$ tel que $M \in (AB)$. Alors $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires.

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-10-2\\-5-3\end{pmatrix}$. Donc : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-12\\-8\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-2\\y-3\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ colinéaire équivaut à: $[-12(y-3)] - [-8(x-2)] = 0$.

$[-12y + 36] - [-8x + 16] = 0$

$-12y + 36 + 8x - 16 = 0$

$8x - 12y + 20 = 0$

$2x - 3y + 5 = 0$

D'où une équation de **(AB) est :** $\mathbf{2x - 3y + 5 = 0}$.

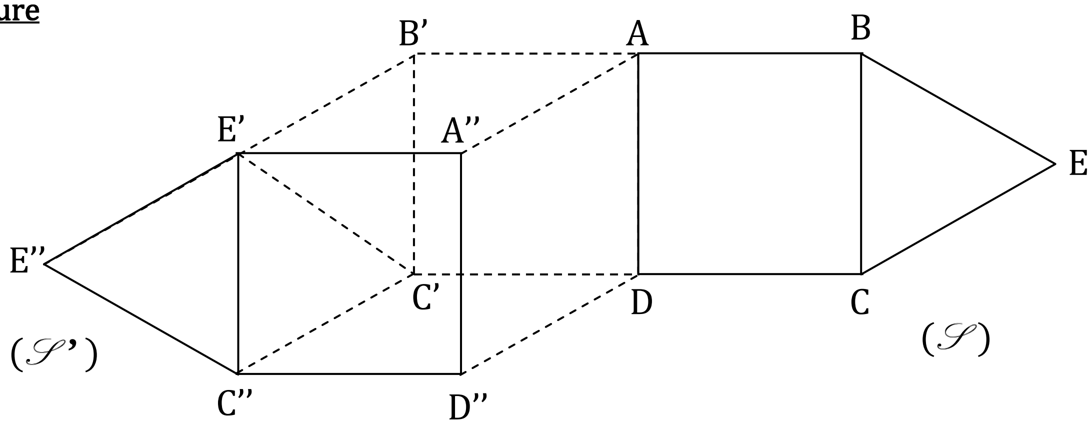
2) **Déduisons-en que $C \notin (AB)$.**

On a : C(4 ;6) et $2\times(4) - 3\times(6) + 5 = 8 - 18 + 5 = -5$.

Alors le couple (4 ; 6) n'est pas solution de $\mathbf{2x - 3y + 5 = 0}$. D'où $C \notin (AB)$.

EXERCICE 3

1) **Voir figure**



2) <u>Voir figure (ci-dessus)</u>

$S_{(AD)}$		$t_{\overrightarrow{EC}}$
A	A	A’’
B	B’	E’
C	C’	C’’
D	D	D’’
E	E’	E’’

EXERCICE 4

1) <u>Tableau des fréquences en pourcentage</u>.

Maladie	Fièvre typhoïde	Méningite	Drépanocytose	Paludisme	Total
Fréquence en %	2,22	16,67	33,33	27,78	100

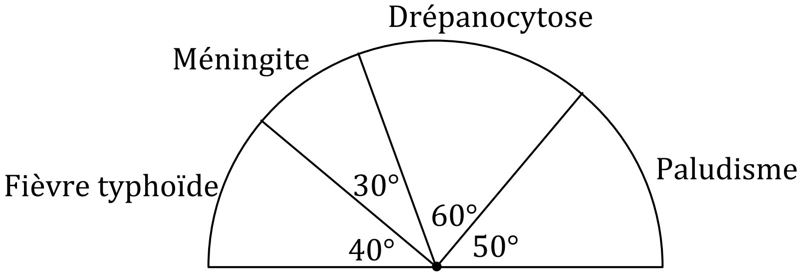
<u>Exemple de calcul</u> : la fréquence en pourcentage correspondante au Paludisme est :

$$\frac{\mathbf{25 \times 100}}{\mathbf{90}} = \mathbf{27,78\%}$$

2) <u>Diagramme semi-circulaire des effectifs.</u>

Maladie	Fièvre typhoïde	Méningite	Drépanocytose	Paludisme	Total
Effectif	20	15	30	25	90
Mesure en degré	40	30	60	50	180

<u>Exemple de calcul</u> :
la mesure en degré correspondante
au Paludisme est : $\frac{\mathbf{25\times180°}}{\mathbf{90}} = \mathbf{50°}$



PROBLEME

1) a) <u>Justifions que le triangle SOT est rectangle en T</u>.

$(\mathscr{C}')$ est le cercle de centre A et de rayon [AO].
Comme S est le symétrique de O par rapport à A alors [SO] est un diamètre de $(\mathscr{C}')$. Or $T \in (\mathscr{C}')$, donc SOT est rectangle en T.

b) <u>**Justifions que $ST = 4\sqrt{3}$.**</u>

On a: $OA = OT = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2}$ et $SO = 2 \times OA = 2 \times 4 = 8$.
Le triangle SOT est rectangle en T. D'après la propriété de Pythagore :

$$SO^2 = ST^2 + OT^2$$
$$ST^2 = SO^2 - OT^2$$
$$ST^2 = 8^2 - 4^2 = 48$$
$$ST = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3}.$$

Donc $\boxed{ST = 4\sqrt{3}}$

2) <u>Démontrons que la droite (ST) est tangente à $(\mathscr{C})$ en T</u>.

Le triangle SOT est rectangle en T ; alors $(ST) \perp (OT)$. Comme [OT] est un rayon du cercle $(\mathscr{C})$ de centre O, (ST) est donc tangente à $(\mathscr{C})$ en T.

3) <u>**Justifions que mes $\widehat{SOT} = 60°$.**</u>

Considérons le triangle SOT, rectangle en T.

$\sin \widehat{\mathbf{SOT}} = \frac{ST}{SO} = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Comme $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, mes $\widehat{\mathbf{SOT}} = 60°$.

4) <u>Calculons BP.</u>

SBP est un triangle, $T \in (SP)$, $O \in (SB)$ et $(OT)//(BP)$. Donc, d'après la conséquence de la propriété de Thalès: $\frac{OT}{BP} = \frac{SO}{SB}$.

D'où : $BP \times SO = OT \times SB$

$$BP = OT \times \frac{SB}{SO}$$
$$BP = 4 \times \frac{12}{8}$$

Par conséquent $\boxed{BP = 6}$.

5) <u>**Justifions que mes $\widehat{SBP} = 60°$.**</u>

<u>$\widehat{\mathbf{SOT}}$</u> et<u>$\widehat{\mathbf{SBP}}$</u> sont des angles correspondants formés par deux droites parallèles (OT) et (BP) et une sécante (SB). Alors mes $\widehat{\mathbf{SBP}}$ = mes $\widehat{\mathbf{SOT}}$. Or mes $\widehat{\mathbf{SOT}} = 60°$, on conclut que mes $\widehat{\mathbf{SBP}} = 60°$.

6) <u>Démontrons que le quadrilatère ATOT' est un losange.</u>

T et T' appartiennent à $(\mathscr{C})$; alors OT = OT' = 4. Aussi T et T' appartiennent à $(\mathscr{C}')$; donc AT=AT' = 4. Finalement : OT=OT'=AT=AT'.
Par conséquent le quadrilatère ATOT' est un losange (**car ses quatre côtés ont la même longueur**).

CORRIGE SESSION 2009 ZONE :I

EXERCICE 1

1) Ecrivons A sans radical au dénominateur.

$$A = \frac{5}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{5(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{5(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}$$

$$A = \frac{5(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{10}$$

$$\boxed{\mathbf{A = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}}}.$$

2) Encadrement de $\mathbf{1-2\sqrt{3}}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

On a: $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$. Donc : $-2\times 1{,}733 < -2\sqrt{3} < -2\times 1{,}732$

$-3{,}466 < -2\sqrt{3} < -3{,}464$

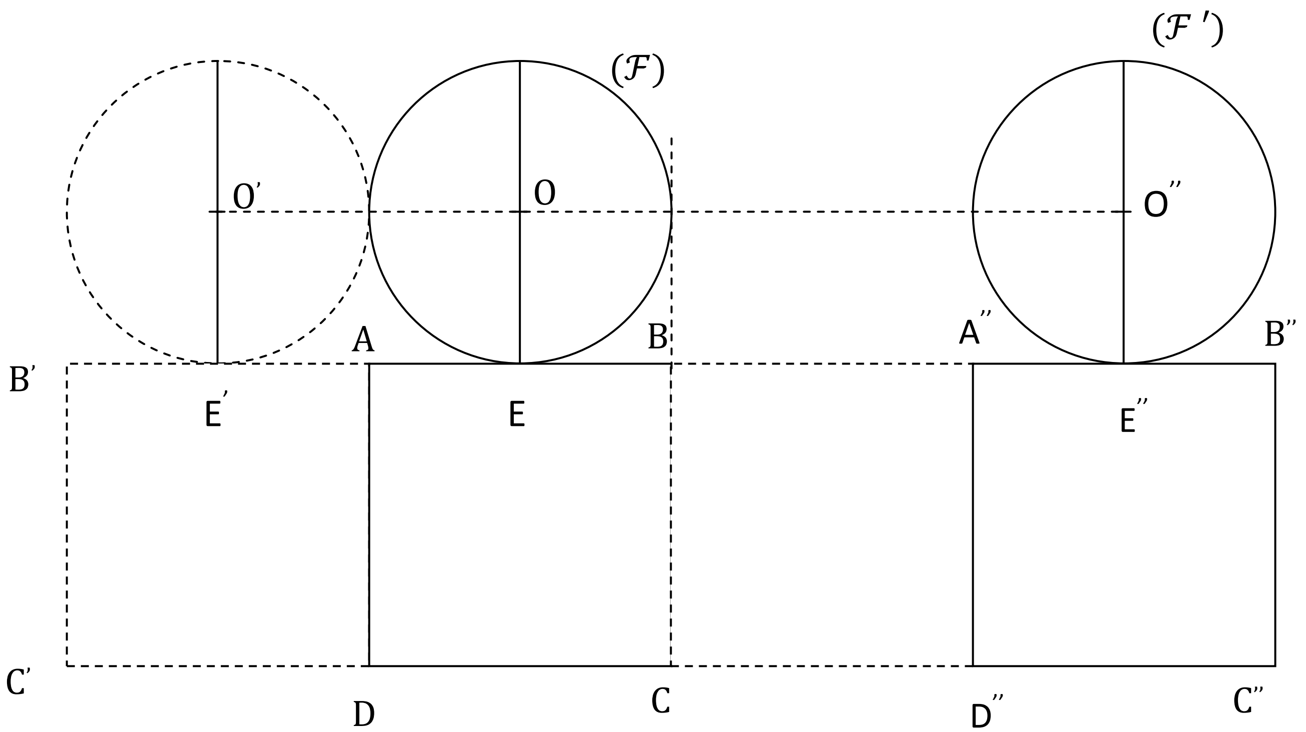
$1-3{,}466 < 1-2\sqrt{3} < 1-3{,}464$

$-2{,}466 < 1-2\sqrt{3} < -2{,}464$

D'où $-2{,}47 < 1-2\sqrt{3} < -2{,}46$.

EXERCICE 2

1) (voir figure)



2) (Voir figure ci-dessus)

	$S_{(AD)}$	$S_{(BC)}$
A	A	A’’
B	B’	B’’
C	C’	C’’
D	D	D’’
E	E’	E’’
O	O’	O’’

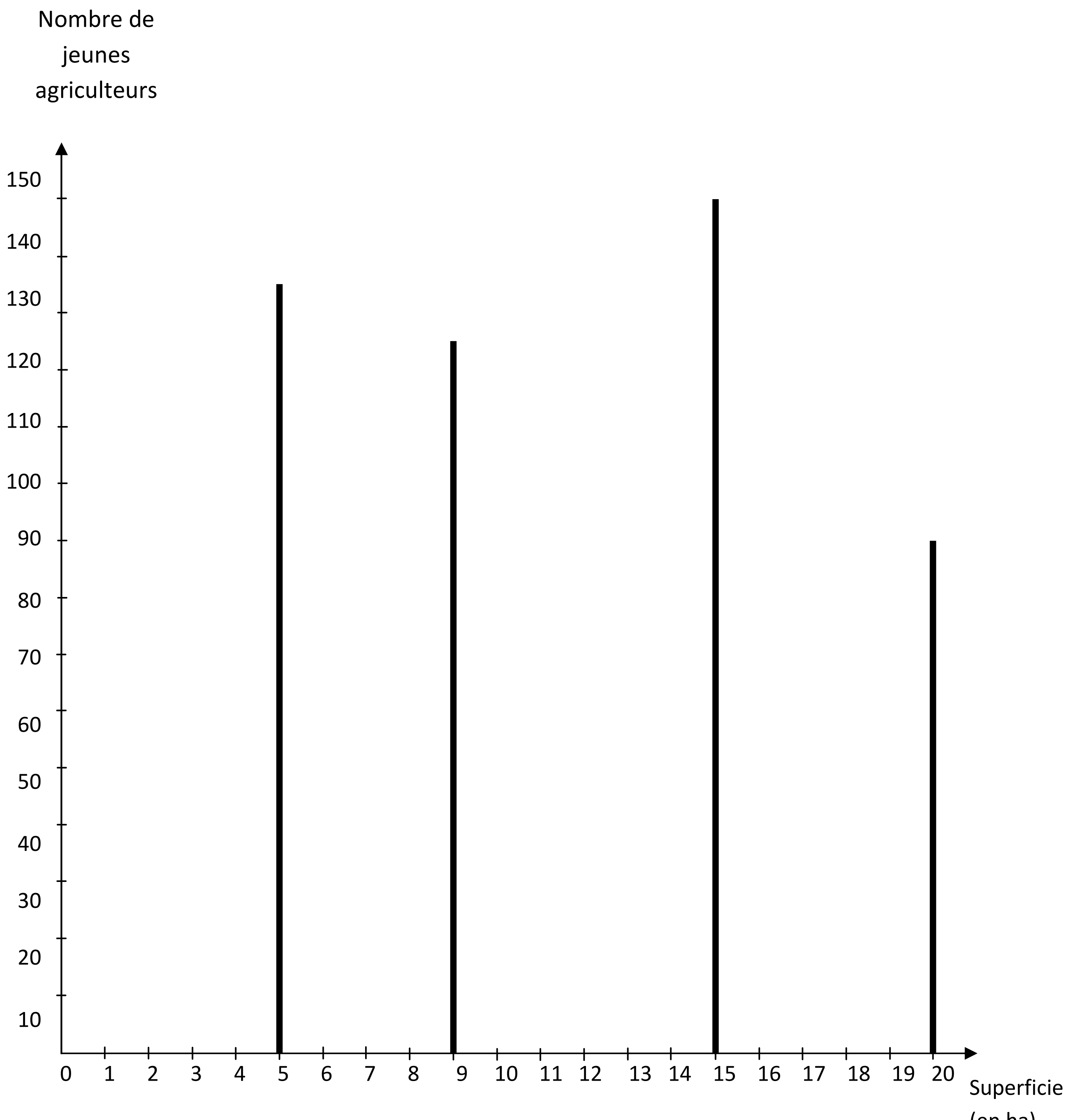
EXERCICE 3

1) <u>Calculons la superficie moyenne exploitée par chaque jeune agriculteur.</u>

$$M = \frac{5x135 + 9x125 + 15x150 + 20x90}{500} = 11{,}7 \text{ ha}$$

La superficie exploitée par chaque jeune agriculteur est de 11,7ha.

2) Construisons le diagramme en bâtons de cette série statistique



EXERCICE 4

1) a) Justifions que A'B'=2.

$\frac{SA'}{SA} = \frac{1}{3}$; alors le coefficient de réduction est $k = \frac{1}{3}$. Donc $A'B' = k \times AB = \frac{1}{3} \times 6$. D'où $\boxed{A'B' = 2}$

b) Justifions que l'aire latérale de la pyramide SA'B'C'D' est égale à 8cm².

$$\mathcal{A}\ell_{SA'B'C'D'} = \frac{4 \times A'B' \times SI'}{2} = \frac{4 \times 2 \times 2}{2} = 8 \text{ cm}^2 .$$

2) Calculons l'aire latérale A du tronc de pyramide.

L'aire latérale de SABCD est : $\mathcal{Al}_{SABCD} = \frac{4\times AB\times SI}{2} = \frac{4\times 6\times 6}{2} = 72 \text{ cm}^2$.
Donc l'aire latérale du tronc est $A = 72\text{cm}^2 - 8\text{cm}^2$. $\boxed{A = 64\text{cm}^2}$.

PROBLEME

1) Justifions que $PN = 2\sqrt{3}$

Le triangle OPN est rectangle en P. Alors d'après la propriété de Pythagore :

$$ON^2 = OP^2 + PN^2$$
$$PN^2 = ON^2 - OP^2$$
$$= 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12.$$

D'où $PN = \sqrt{12} = \sqrt{4\times 3} = 2\sqrt{3}$.

$\boxed{PN = 2\sqrt{3}}$

2) a) Justifions que $\tan \widehat{AON} = \sqrt{3}$

Le triangle OPN étant rectangle en P, $\tan \widehat{AON} = \tan \widehat{PON} = \frac{PN}{OP} = \frac{2\sqrt{3}}{2}$.

Donc $\boxed{\tan \widehat{AON} = \sqrt{3}}$.

b) Déduisons-en mes $\widehat{AON}$.

$\widehat{AON}$ est un angle aigu et $\tan \widehat{AON} = \sqrt{3}$.

Et comme $\tan 60° = \sqrt{3}$, $\boxed{\text{mes } \widehat{AON} = 60°}$.

c) Démontrons que le triangle AON est équilatéral.

On a : $OA = ON$. Le triangle AON est donc isocèle en O.
Comme mes $\widehat{AON} = 60°$, alors AON est équilatéral.

3) Calculons AE.

ABE est un triangle, $P \in (AB)$, $N \in (EB)$ et $(PN)//(AE)$. D'après la conséquence de la propriété de Thalès :

$$\frac{BP}{BA} = \frac{BN}{BE} = \frac{PN}{AE}.$$

$\frac{PN}{AE} = \frac{BP}{BA}$ **équivaut** à : $AE = \frac{BA}{BP}\times PN$. Donc : $AE = \frac{8}{6}\times 2\sqrt{3}$. $\boxed{\mathbf{AE = \frac{8\sqrt{3}}{3}}}$.

4) Démontrons que le quadrilatère KONG est un losange.

On a : $(OK)//(NG)$ car $G \in (AN)$ et $OK = NG = 4$. Donc le quadrilatère KONG est un parallélogramme.
Par conséquent $ON = KG$. Or $ON = 4$; donc $ON = KG = OK = NG = 4$.
En conclusion KONG est un losange.

5) Démontrons que les angles $\widehat{ABN}$ et $\widehat{AMN}$ ont la même mesure.

$\widehat{ABN}$ et $\widehat{AMN}$ sont des angles inscrits qui interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{AN}$. Donc mes $\widehat{ABN}$ = mes$\widehat{AMN}$.

6) Montrons que la droite (BE) est la bissectrice de l'angle ABG.

Le triangle ABN est inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre [AB] . Alors ABN est rectangle en N ; c'est-à-dire $(BN) \perp (AN)$. Comme N est le milieu de [AG], (BN) est la médiatrice de [AG] et par conséquent (BN) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABG}$. Or $E \in (BN)$, on conclut alors que (BE) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABG}$.

CORRIGE SESSION 2009 ZONE II

EXERCICE 1

1) <u>Ecrivons A sans radical au dénominateur.</u>

$$A = \frac{2}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{2(2-\sqrt{3})}{(2)^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$\mathbf{A = 2(2-\sqrt{3}) = 4 - 2\sqrt{3}}$$

2) <u>Encadrons $2\sqrt{3}-4$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.</u>

On a: $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$. Alors $2 \times 1{,}732 < 2\sqrt{3} < 2 \times 1{,}733$

$3{,}464 < 2\sqrt{3} < 3{,}466$

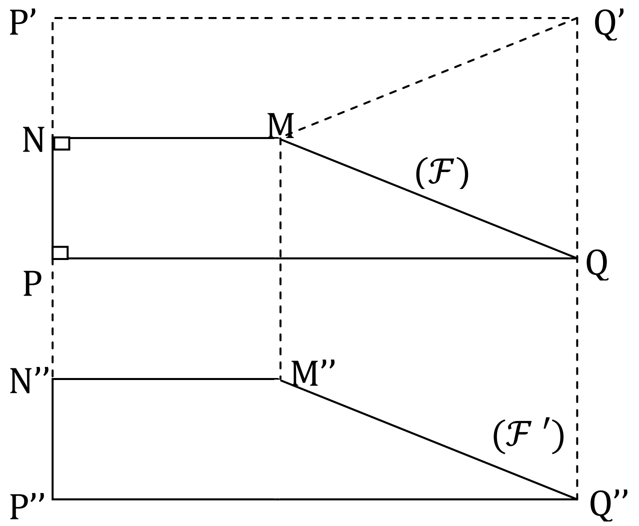
$3{,}464 - 4 < 2\sqrt{3} - 4 < 3{,}466 - 4$

$-0{,}536 < 2\sqrt{3} - 4 < -0{,}534.$

D'où $\quad -0{,}54 < 2\sqrt{3} - 4 < -0{,}53$

EXERCICE 2

1) <u>(Voir figure).</u>



2) <u>(Voir figure)</u>

	$S_{(MN)}$	$S_{(PQ)}$
M	M	M''
N	N	N''
P	P'	P''
Q	Q'	Q''

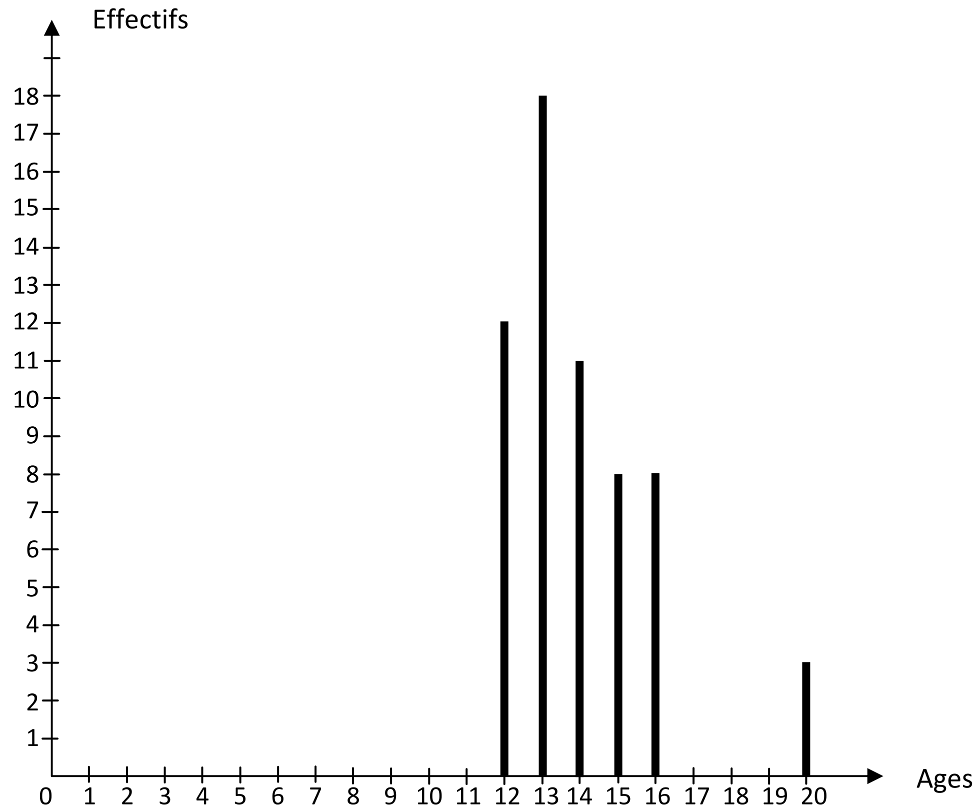
EXERCICE 3

1) Calculons l'âge moyen M des membres de ce club de karaté.

$$M = \frac{12 \times 12 + 13 \times 18 + 14 \times 11 + 15 \times 8 + 16 \times 8 + 20 \times 3}{60} = 14$$

L'âge moyen des membres du club est 14 ans.

2) Diagramme en bâtons des effectifs de cette série statistique.



EXERCICE 4

1) Justifions que SB' = 3.

Soit k le coefficient de réduction . Alors $k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Par ailleurs $k = \frac{SB'}{SB}$, donc $SB' = k \times SB = \frac{1}{2} \times 6$.

$\boxed{\mathbf{SB' = 3}}$.

2) a) Justifions que l'aire latérale $\mathcal{A}\ell$ de la pyramide SABCD est $32\sqrt{2}\,\text{cm}^2$.

$$\mathcal{A}\ell_{\text{SABCD}} = \frac{4 \times BC \times SI}{2} \qquad (BC = AB = 4)$$

$$= \frac{4 \times 4 \times 4\sqrt{2}}{2}$$

$\boxed{\mathcal{A}\ell_{\text{SABCD}} = 32\sqrt{2}\ \text{cm}^2}$.

b) Calculons l'aire latérale du tronc .

Déterminons l'aire latérale de SA'B'C'D'.

$\mathcal{A}\ell_{SA'B'C'D'} = \dfrac{4 \times A'B' \times SI'}{2}$ avec $SI' = k \times SI = \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

Donc $\mathcal{A}\ell_{SA'B'C'D'} = \dfrac{4 \times 2 \times 2\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}\ \text{cm}^2$.

Ainsi l'aire latérale A du tronc est : $A = \mathcal{A}\ell_{SABCD} - \mathcal{A}\ell_{SA'B'C'D'}$

$= 32\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$

$= 24 \times 1{,}4$

$\boxed{A = 33{,}6\ \text{cm}^2}$

L'aire latérale du tronc est : $\mathbf{33,6\ cm^2}$.

PROBLEME

1) Justifions que ABC est un triangle rectangle en B.

Le triangle ABC est inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre [AC] ; alors ABC est rectangle en B.

2) Justifions que $= 6\sqrt{3}$.

Le triangle ABC étant rectangle en B, d'après la propriété de Pythagore :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$.

D'où: $AB^2 = AC^2 - BC^2$

$= (12)^2 - (6)^2$

$AB^2 = 108$

$AB = \sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3}$.

Donc $\boxed{AB = 6\sqrt{3}}$

3) a) Justifions que mes $\widehat{\mathbf{BAC}} = \mathbf{30°}$.

Considérons le triangle ABC, rectangle en B.

$\sin \widehat{\mathbf{BAC}} = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$. Or $\sin 30° = \dfrac{1}{2}$, donc mes $\widehat{\mathbf{BAC}} = 30°$.

b) Déduisons-en mes $\widehat{\mathbf{BEC}}$.

Les angles $\widehat{\mathbf{BAC}}$ et $\widehat{\mathbf{BEC}}$ sont des angles inscrits qui interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{BC}$.

Alors mes $\widehat{\mathbf{BEC}}$ = mes $\widehat{\mathbf{BAC}}$. On conclut que mes $\widehat{\mathbf{BEC}} = 30°$.

4) Justifions que BPC est un triangle équilatéral.

On a: $PB = PC = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{12}{2} = 6$. Comme $BC = 6$, alors $PB = PC = BC$.

Par conséquent, BPC est un triangle équilatéral.

5) a) Justifie que (EP) est la médiatrice de [AB].

On a: PA = PB. Le triangle PAB est donc isocèle en P. Or I est milieu de [AB] , donc (PI) est médiatrice de [AB]. On conclut que (EP) est la médiatrice de [AB] puisque $E \in (PI)$.

b) Démontrons que le quadrilatère BEPC est un losange.

(EP) médiatrice de [AB], alors $(EP) \perp (AB)$. Or $(AB) \perp (BC)$ donc (EP)//(BC). En plus, on a : EP = BC = PC. On en déduit que EP = BC = PC = EB . Le quadrilatère BEPC est un losange.

CORRIGE SESSION 2009 ZONE III

EXERCICE 1

1) Démontrons que $\mathbf{A = \frac{\sqrt{6}}{2} - \sqrt{3}}$

$$A = \frac{-\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{3}(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = \frac{-\sqrt{3}(2-\sqrt{2})}{(2)^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{2}$$

Donc $\boxed{A = \frac{\sqrt{6}}{2} - \sqrt{3}}$

2) a) Justifions que $\mathbf{1,224 < \frac{\sqrt{6}}{2} < 1,225}$.

$2,449 < \sqrt{6} < 2,450$. Alors $\frac{2,449}{2} < \frac{\sqrt{6}}{2} < \frac{2,450}{2}$. Donc $\mathbf{1,224 < \frac{\sqrt{6}}{2} < 1,225}$

b) **Encadrons A.**

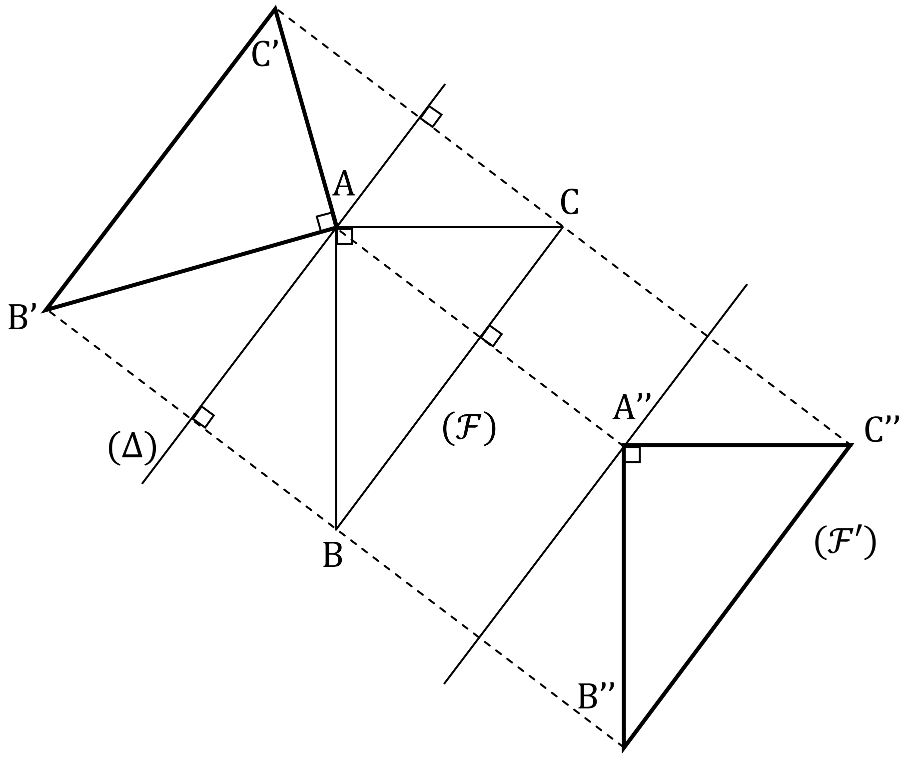
$A = \frac{\sqrt{6}}{2} - \sqrt{3}$ et $-1,733 < -\sqrt{3} < -1,732$.

$$\left.\begin{array}{l} 1,224 < \frac{\sqrt{6}}{2} < 1,225 \\ -1,733 < -\sqrt{3} < -1,732 \end{array}\right\} \text{alors } 1,224 - 1,733 < \frac{\sqrt{6}}{2} - \sqrt{3} < 1,225 - 1,732$$

$-0,509 < A < -0,507$. Donc $\mathbf{-0,51 < A < -0,50}$

EXERCICE 2

1) (voir figure) :



2) <u>(voir figure)</u>

	$S_{(\Delta)}$	$S_{(BC)}$
A	A	A’’
B	B’	B’’
C	C’	C’’

EXERCICE 3

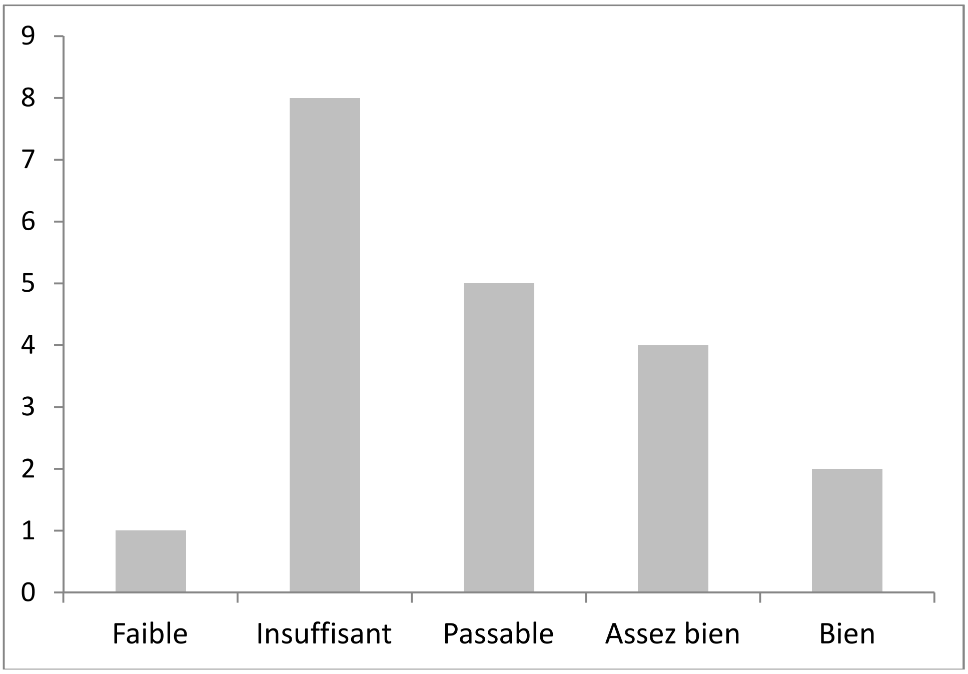
1) <u>Calculons la moyenne M de cette classe.</u>

$$M = \frac{7+8+9+8+10+8+9+10+9+15+9+10+9+11+12+11+12+13+12+15}{20}$$

$\boxed{M = 10{,}35}$.

La moyenne de cette classe est 10,35.

2) <u>Diagramme à bandes.</u>



EXERCICE 4

1) Justifions que SB $= \dfrac{26}{3}$.

Soit k le coefficient de réduction.

On a: $k = \dfrac{SB}{SA} = \dfrac{O'B}{OA} = \dfrac{\frac{10}{3}}{5} = \dfrac{10}{3} \times \dfrac{1}{5} = \dfrac{2}{3}$.

D'où: $SB = k \times SA = \dfrac{2}{3} \times 13$. $\boxed{SB = \dfrac{26}{3}}$

2) <u>Calculons l'aire latérale du tronc.</u>

Déterminons l'aire latérale $\mathcal{A}\ell$ du cône réduit :

$$\frac{\mathcal{A}\ell}{201,5} = k^2. \text{ Donc } \mathcal{A}\ell = k^2 \times 201,5 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 201,5$$

$$= \frac{4 \times 201,5}{9}$$

$$\mathcal{A}\ell = \frac{806}{9} = 89,5\text{cm}^2$$

Donc **l'aire latérale du tronc est** : $201,5 - 89,5 = \mathbf{112\ cm^2}$ **.**

PROBLEME

1) <u>Démontrons que AC $= 3\sqrt{3}$</u>

Le triangle ABC est rectangle en A ; alors d'après la propriété de Pythagore :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

D'où: $AC^2 = BC^2 - AB^2$

$= 6^2 - 3^2$

$= 27$

$AC = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3}$.

Donc $\boxed{AC = 3\sqrt{3}}$

2) Justifions que AH $= \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Le triangle ABC est rectangle en A et (AH) est la hauteur issue de A . Alors d'après la propriété métrique déduite de l'aire : $AH \times BC = AB \times AC$.

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC}$$

$$AH = \frac{3 \times 3\sqrt{3}}{6}.$$

Donc $\boxed{AH = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}}$

3) **Démontrons que $\mathbf{DE = 3\sqrt{3}}$.**

CED est un triangle, A ∈ (DC) , H ∈ (CE)et (AH)//(DE) . Alors d'après la conséquence de la propriété de Thalès :

$$\frac{CA}{CD} = \frac{CH}{CE} = \frac{AH}{DE} .$$

$$\frac{AH}{DE} = \frac{CA}{CD} \text{ équivaut à : } DE = AH \times \frac{CD}{CA}$$

$$\text{Donc } DE = \frac{6\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} .$$

$$DE = \frac{6 \times \sqrt{3} \times 3 \times \sqrt{3}}{3 \times \sqrt{3} \times 2}$$

$$\boxed{DE = 3\sqrt{3}} .$$

4) **Justifions que mes $\widehat{\mathbf{ACB}}$ = 30°.**

Considérons le triangle ABC, rectangle en A.

$\sin \widehat{\mathbf{ACB}} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Comme $\sin 30° = \frac{1}{2}$, alors **mes $\widehat{\mathbf{ACB}} = \mathbf{30°}$** .

5) a) **Démontrons que A est le milieu de [CD]**

On a : $CD = 6\sqrt{3}$ et $AC = 3\sqrt{3}$. Donc $AC = \frac{1}{2}CD$.

De plus A, C et D sont alignés, on en déduit que A est milieu de [CD] .

Déduisons que A' est milieu de [CD'] .

Le symétrique de [CD] par rapport à (BC) est [CD'] .

A est milieu de [DC] et A' est le symétrique de A par rapport à (BC) . On conclut que A' est le milieu de [CD'].

b) **Démontrons que $\overrightarrow{\mathbf{DD'}} = 2\overrightarrow{\mathbf{AA'}}$.**

$$\text{On a : } \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'D'}$$
$$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{CA'} \quad \left(car\ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} \quad et \quad \overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{A'D'}\right)$$
$$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{AA'}$$
$$= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AA'}$$
$$\overrightarrow{\mathbf{DD'}} = \mathbf{2}\overrightarrow{\mathbf{AA'}} .$$

6) a) **Démontrons que le cercle $(\mathscr{C})$ passe par A et A'.**

La droite (CE) est la médiatrice du segment [AA'] , donc EA = EA'.

Par ailleurs : $\overrightarrow{DD'} = 2\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{DD'} = 2\overrightarrow{DE}$. Donc $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DE}$. Par conséquent AA'ED est un parallélogramme. En plus, AA' $= 3\sqrt{3} = DE = AD$.

On en déduit que AA' = DE = AD = EA' $= 3\sqrt{3}$.

En conclusion EA' = EA = ED = ED' $= 3\sqrt{3}$. Les points A et A' appartiennent à $(\mathscr{C})$.

b) **Justifions que mes $\widehat{\mathbf{HAD'}}$ = mes $\widehat{\mathbf{EDA'}}$**

$\widehat{HAD'}$ et $\widehat{EDA'}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{A'D'}$. Alors mes $\widehat{HAD'}$ = mes $\widehat{EDA'}$.

CORRIGE SESSION 2010 ZONE I

EXERCICE 1

1) Ecrivons l'ensemble A sous forme d'intervalle.

$A = \left]\leftarrow; \frac{-3}{2}\right[$.

2) **Ecrivons l'ensemble $[-2; \rightarrow[\cap \left]\leftarrow; \frac{-3}{2}\right[$ sous forme d'un intervalle.**

- $[-2; \rightarrow[$ est l'ensemble des x tels que $-2 \leq x$.
- $\left]\leftarrow; \frac{-3}{2}\right[$ est l'ensemble des x tels que $x < \frac{-3}{2}$.

Donc $[-2; \rightarrow[\cap \left]\leftarrow; \frac{-3}{2}\right[$ est l'ensemble des x tels que $-2 \leq x < \frac{-3}{2}$;

c'est l'ensemble $\left[-2; \frac{-3}{2}\right[$.

EXERCICE 2

1) Déterminons le coefficient directeur a de la droite (D).

On a : $A \in (D)$ et $B \in (D)$, donc $\boxed{a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}}$

$$a = \frac{0-2}{3-0}$$

$$\boxed{a = -\frac{2}{3}}$$

2) Déterminons l'expression de l'application affine f .

Déterminons une équation de la droite (D).

D'après 1) on a : $(D) : y = -\frac{2}{3}x + b$. Trouvons b.

Comme $B \in (D)$, $2 = -\frac{2}{3} \times 0 + b$. D'où $b = 2$.

On en déduit que $(D) : -\frac{2}{3}x + 2$.

Par conséquent $\boxed{\boldsymbol{f(x) = -\frac{2}{3}x + 2}}$

EXERCICE 3

1) Justifions que ABC est un triangle rectangle en B.

ABC est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ dont le côté [AC] est un diamètre de $(\mathscr{C})$. Donc ABC est rectangle en B.

2) a) **Justifions que** $\mathbf{Sin}\widehat{\mathbf{ACB}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\mathbf{2}}$.

Considérons le triangle ABC, rectangle en B.

$$\text{Sin}\widehat{\mathbf{ACB}} = \frac{\text{AB}}{\text{AC}}$$

$$\text{Sin}\widehat{\mathbf{ACB}} = \frac{4\sqrt{3}}{8}$$

$$\boxed{\text{Sin}\widehat{\mathbf{ACB}} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

b) **Déduisons-en la mesure de l'angle $\widehat{\mathbf{ACB}}$.**

On a : $\text{Sin}\widehat{\mathbf{ACB}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\text{Sin}60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. On en déduit que :

mes $\widehat{\mathbf{ACB}} = 60°$ puisque l'angle $\widehat{\mathbf{ACB}}$ est aigu.

EXERCICE 4

1) Justifions que le rayon $\boldsymbol{r}$ de la base de ce cône est 2

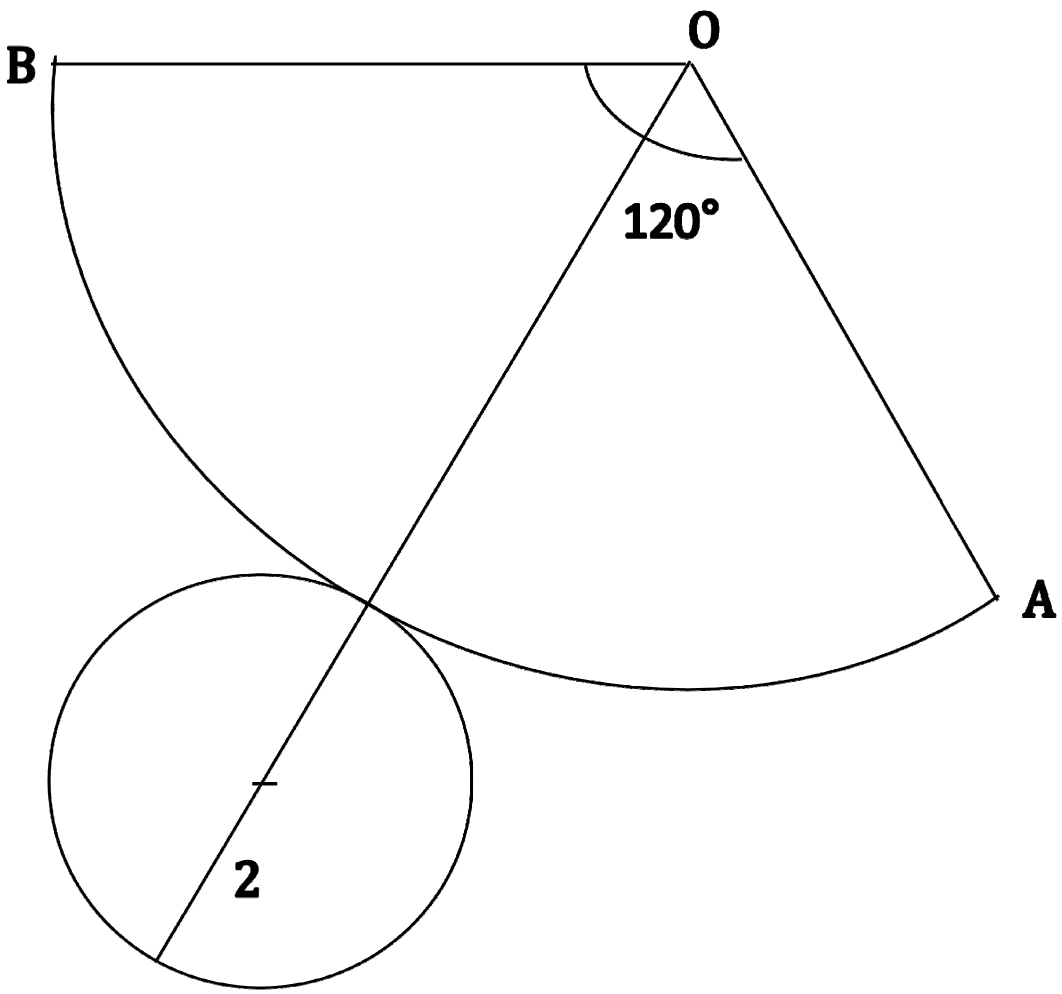
Le périmètre du cercle formé par la base de ce cône est la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{\text{BA}}$.

On a : $\mathcal{P} = 2\pi r$. Donc $longueur\overset{\frown}{\text{BA}} = 2\pi r$.

Par ailleurs $longueur\overset{\frown}{\text{BA}} = \dfrac{120}{180}\pi \times \text{OA}$ c'est-à-dire $longueur\overset{\frown}{\text{BA}} = \dfrac{2}{3}\pi \times 6 = 4\pi$

On en déduit que : $2\pi\boldsymbol{r} = 4\pi$. D'où $\boxed{\boldsymbol{r} = \mathbf{2}}$.

2) a) (voir figure)



b) (voir figure ci-dessus)

PROBLEME

1) Démontrons que AB = 10.

[AH] étant hauteur du triangle isocèle ABC, le triangle ABH est un triangle rectangle en H.
D'après la propriété de Pythagore, on a : $AB^2 = BH^2 + AH^2$.

$AB^2 = BH^2 + AH^2$ **équivaut à** $AB = \sqrt{BH^2 + AH^2}$.

D'où: $AB = \sqrt{6^2 + 8^2}$ (*BH = 6 car H est milieu de [BC]*)

$= \sqrt{36 + 64}$

$= \sqrt{100}$

$\boxed{\mathbf{AB = 10}}$

2) a) **Justifions que** $\mathbf{Sin\widehat{ABC} = \frac{4}{5}}$.

Considérons le triangle ABH, rectangle en H.

$\mathrm{Sin}\widehat{\mathbf{ABC}} = \mathrm{Sin}\widehat{\mathrm{ABH}} = \dfrac{\mathrm{AH}}{\mathrm{AB}}$

$\mathrm{Sin}\widehat{\mathbf{ABC}} = \dfrac{8}{10}$

$\boxed{\mathrm{Sin}\widehat{\mathbf{ABC}} = \dfrac{4}{5}}$

b) <u>**Déduisons-en une valeur approchée par défaut de la mesure de l'angle** $\widehat{\mathbf{ABC}}$**.**</u>

On a : $\mathrm{Sin}\widehat{\mathbf{ABC}} = \frac{4}{5} = 0{,}8$. Comme $0{,}799 < 0{,}8 < 0{,}809$, on a : $0{,}799 < \mathrm{Sin}\widehat{\mathbf{ABC}} < 0{,}809$

$\mathrm{Sin}53° < \mathrm{Sin}\widehat{\mathbf{ABC}} < \mathrm{Sin}54°$

$53° < mes\widehat{\mathbf{ABC}} < 54°$.

Ainsi par défaut, $\mathbf{mes}\widehat{\mathbf{ABC}} = \mathbf{53°}$.

3) <u>**Démontrons que DE = 8.**</u>

Dans le triangle rectangle BED,

$\mathrm{Sin}\ \widehat{\mathrm{EBD}} = \dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{BD}} = \ \mathrm{Sin}\ \widehat{\mathbf{ABC}}(car\ E \in [AB]\ et\ D \in [BC])$

Donc $\dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{BD}} = \dfrac{4}{5}$; $\boxed{\mathrm{DE} = \dfrac{4}{5}\ \mathrm{BD}}$

$\mathrm{DE} = 10 \times \dfrac{4}{5}$

$\boxed{\mathrm{DE} = 8}$

4) a) <u>**Justifions que (ED) // (CK).**</u>

- Le triangle BED est rectangle en E, donc (ED) ⊥ (EB). D'où (ED) ⊥ (AB).
- La hauteur issue du sommet C du triangle ABC coupe [AB] en K, donc (CK) ⊥ (AB) .

Finalement (ED) et (CK) sont perpendiculaires à la même droite (AB), elles sont parallèles.

b) <u>**Calculons CK**</u>.

BKC est un triangle, E ∈ [BK] et D ∈ [BC] tel que (ED) // (CK). D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$\dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BC}} = \dfrac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BK}} = \dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{CK}}$.

$\dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BC}} = \dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{CK}}$ équivaut à : $\mathrm{CK} \times \mathrm{BD} = \mathrm{BC} \times \mathrm{DE}$

D'où : $\mathrm{CK} = \dfrac{\mathrm{BC} \times \mathrm{DE}}{\mathrm{BD}}$. $\mathrm{CK} = \dfrac{12 \times 8}{10}$. $\boxed{\mathbf{CK} = \dfrac{\mathbf{48}}{\mathbf{5}}}$.

5) a) **Démontrons que le point J appartient au cercle $(\mathscr{C})$.**

Il suffit de montrer que le triangle BJD est rectangle en J.
On a : BD = 10 et AB = 10. Le triangle ABD est donc isocèle en B. Ses hauteurs issues respectivement des sommets D et A se coupent en I. Par conséquent
I est l'orthocentre du triangle isocèle ABD. Ainsi la droite (BI) est la médiatrice du segment [AD]. Par la suite le triangle BJD est un triangle rectangle en J. D'où les points B, J et D appartienne au cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre [BD].

b) **Justifions que mes $\widehat{\text{JED}} = \text{mes } \widehat{\text{IBC}}$.**

Les angles inscrits $\widehat{\text{JED}}$ et $\widehat{\text{JBC}}$ interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{\text{DJ}}$.

Donc mes $\widehat{\text{JED}} = \text{mes } \widehat{\text{JBC}}$.

Comme les angles $\widehat{\text{JBC}}$ et $\widehat{\text{IBC}}$ sont les mêmes, on a : mes $\widehat{\text{JED}} = \text{mes } \widehat{\text{IBC}}$.

6) **Démontrons que BEDF est un rectangle.**

- O est le milieu de [BD].
- O est le milieu de [EF] car E et F sont symétriques par rapport à O.
  On en déduit que le quadrilatère BEDF est un parallélogramme.
  Enfin, comme (BE) $\perp$ (ED), BEDF est un rectangle.

CORRIGE SESSION 2010 ZONE II

EXERCICE 1

1) Ecrivons sous forme d'intervalle l'ensemble E des nombres réels x tels que $-1 < x \leq 2$.

On a : $E =]-1; 2]$

2) Calculons la distance AB.

$AB = |-1-2|$

$= |-3|$

$\boxed{AB = 3}$

EXERCICE 2

1) Déterminons le coefficient directeur a de la droite (AB).

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$a = \frac{5-0}{0-4}$$

$$\boxed{\boldsymbol{a = -\frac{5}{4}}}$$

2) Déterminons l'expression de l'application affine f

Déterminons une équation de (AB)

On a : $y = -\frac{5}{4}x + b$. Trouvons b.

Comme $A \in (AB)$, $y_A = -\frac{5}{4}x_A + b$.

Donc : $0 = -5 + b$; $b = 5$ et par conséquent $\boxed{y = -\frac{5}{4}x + 5}$.

D'où: $\boxed{f(x) = -\frac{5}{4}x + 5}$.

EXERCICE 3

1) a) Justifions que ABC est un triangle rectangle en A.

Comparons BC^2 à AB^2+AC^2.

On a : $\left.\begin{array}{l} BC^2 = 5^2 = 25 \\ AC^2 + AB^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \end{array}\right\}$ donc $BC^2 = AC^2 + AB^2$.

D'après la réciproque de la propriété de Pythagore le triangle ABC est rectangle en A.

b) **Calculons $\text{Sin}\widehat{\mathbf{ABC}}$.**

On a : $\text{Sin}\widehat{\mathbf{ABC}} = \frac{\text{AC}}{\text{BC}}$. Donc : $\text{Sin}\widehat{\mathbf{ABC}} = \frac{4}{5}$

2) Déterminons un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$.

On a : $\text{Sin}\widehat{\text{ABC}} = \frac{4}{5} = 0{,}8$.

Comme $\mathbf{0,779} < 0{,}8 < 0{,}809$ **.**

Donc $\text{Sin } 53° < Sin\ \widehat{\text{ABC}} < \text{Sin } 54°$.

On en déduit que $\mathbf{53°} < mes\ \widehat{\mathbf{ABC}} < \mathbf{54°}$ **.**

EXERCICE 4

1) a) **Justifions que SA = 5.**

SAO est un triangle rectangle en O et d'après la propriété de Pythagore

$\text{SA}^2 = \text{SO}^2 + \text{OA}^2$. Donc : $\text{SA} = \sqrt{\text{SO}^2 + \text{OA}^2}$.

$\text{SA} = \sqrt{4^2 + 3^2}$

$\text{SA} = \sqrt{25}$

$\boxed{\text{SA} = 5}$.

b) **Justifions que le périmètre $\mathcal{P}$ de la base est égale à 18.**

$\mathcal{P} = 2\pi r$, avec $2r = 6\text{cm}$ et $\pi = 3$.

D'où $\mathcal{P} = 3 \times 6$

$\boxed{\mathcal{P} = 18\ cm}$

2) Patron du cône en dimensions réelles.

Déterminons d'abord la mesure de l'angle $\widehat{\text{ASB}}$.

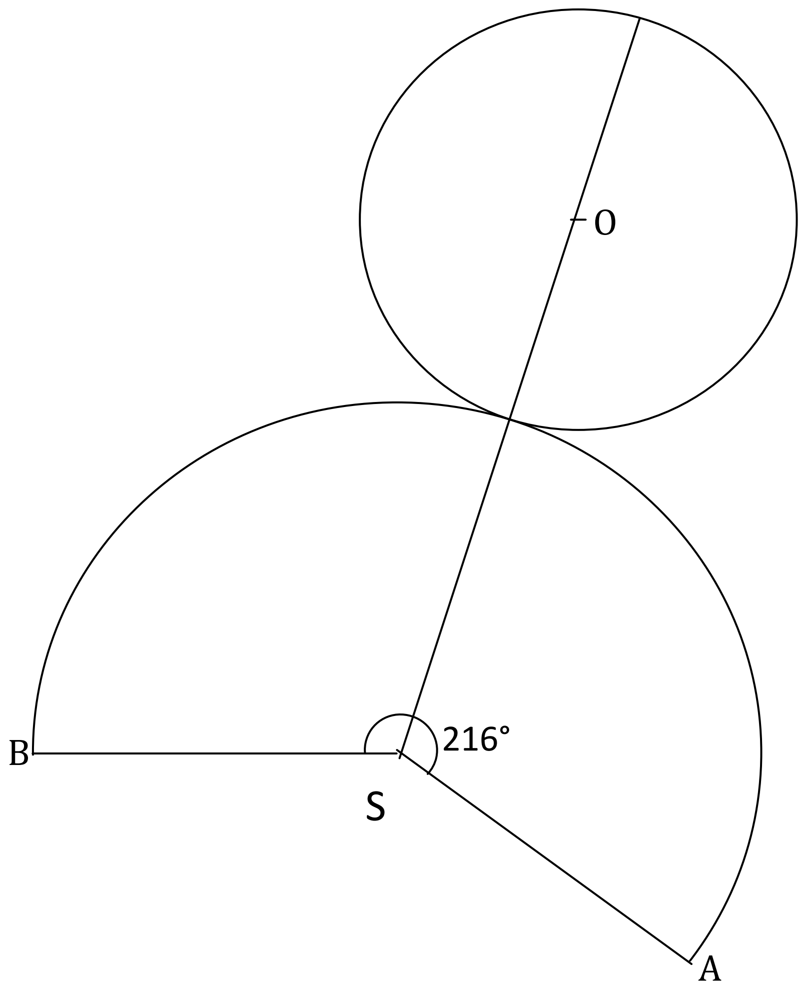
On a : $\mathcal{P} = \overset{\frown}{\text{AB}}$.

Par ailleurs, $longueur\overset{\frown}{\text{AB}} = \frac{\text{mes } \widehat{\mathbf{ASB}}}{180°} \times \pi \times \text{SA}$. Donc : $\text{mes } \widehat{\mathbf{ASB}} = \frac{longueur\overset{\frown}{\text{AB}} \times 180°}{\pi \times \text{SA}}$

Ainsi $\text{mes } \widehat{\mathbf{ASB}} = \frac{18 \times 180°}{3 \times 5}$

$\text{mes } \widehat{\mathbf{ASB}} = 216°$.

Figure :



PROBLEME

1) **Justifions que le triangle OAB est équilatéral.**

D'une part on a : OB = BA et d'autre part OB = OA car A appartient au cercle $(\mathscr{C})$.
On conclu que OB = OA = BA. Le triangle OAB est équilatéral.

2) **Démontrons que mes $\widehat{AEB} = 30°$.**

mes $\widehat{AOB} = 60°$ car OAB est un triangle équilatéral. De plus $\widehat{AEB}$ est un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{AOB}$; donc :

$$\text{mes } \widehat{AEB} = \frac{1}{2} \text{ mes } \widehat{AOB} \ .$$

$$\text{mes } \widehat{AEB} = \frac{60°}{2}$$

$$\boxed{\textbf{mes } \widehat{\mathbf{AEB}} = \mathbf{30°}}\,.$$

3) **Justifions que BI $= \frac{3}{4}$BC.**

Les points B, O, I et C sont alignés avec O est milieu de [BC] et I est milieu de [OC].
Donc BI = BO + OI.

$$\mathrm{BI} = \frac{1}{2}\mathrm{BC} + \frac{1}{2}\mathrm{OC}$$

$$= \frac{1}{2}\mathrm{BC} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\mathrm{BC}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\mathrm{BC} + \frac{1}{4}\mathrm{BC}$$

$$\mathrm{BI} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)\mathrm{BC}$$

$$\mathbf{BI} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\mathbf{BC}\,.$$

4) **Démontrons que** $\mathbf{BK} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\mathbf{BA}$.

ABC est un triangle, $\mathrm{K} \in (\mathrm{AB}), \mathrm{I} \in (\mathrm{BC})$ tels que (AC) // (IK).

D'après la propriété de Thalès : $\frac{\mathrm{BK}}{\mathrm{BA}} = \frac{\mathrm{BI}}{\mathrm{BC}}$.

Or $\frac{\mathrm{BI}}{\mathrm{BC}} = \frac{4}{3}$, donc : $\frac{\mathrm{BK}}{\mathrm{BA}} = \frac{4}{3}$

$$\boxed{\mathbf{BK} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\mathbf{BA}}$$

5) a) **<u>Démontre que FA = IC.</u>**

OAC est un triangle isocèle en O, I est milieu de [OC] et (IK) // (AC).

Car dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté. Donc F est le milieu de [OA] ; ce qui veut dire que : OF = FA = OI = IC.

D'où: $\boxed{\mathrm{FA} = \mathrm{IC}}$.

b) **<u>Déduisons-en que AFIC est un trapèze isocèle.</u>**

Le quadrilatère AFIC a deux côtés [FI] et [AC] de supports parallèles et deux côtés [FA] et [IC] égaux , et de supports sécants : c'est un trapèze isocèle.

6) **<u>Calculons AC.</u>**

Le triangle ABC est inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre [BC] ; alors ABC est rectangle en A.

D'après la propriété de Pythagore on a : $\mathrm{BC}^2 = \mathrm{AC}^2 + \mathrm{BA}^2$.

$\mathrm{BC}^2 = \mathrm{AC}^2 + \mathrm{BA}^2$ équivaut à : $\mathrm{AC}^2 = \mathrm{BC}^2 - \mathrm{BA}^2$

$$\mathrm{AC} = \sqrt{\mathrm{BC}^2 - \mathrm{BA}^2}$$

$$\mathrm{AC} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{100 - 25}{4}}$$

$$\boxed{\mathrm{AC} = \frac{5}{2}\sqrt{3}}\,.$$

CORRIGE SESSION 2010 ZONE III

EXERCICE 1

1) <u>Factorisons A.</u>

$A = (2x)^2 - 2 \times (3 \times 2x) + 3^2$

$\boxed{\mathbf{A = (2x-3)^2}}$.

2) a) **La fraction rationnelle C existe si seulement si** $(\boldsymbol{x+1})(\boldsymbol{2x-3}) \neq \mathbf{0}$.

$(x+1)(2x-3) \neq 0$ **équivaut à** $x+1 \neq 0$ et $2x-3 \neq 0$.

$$x+1 \neq 0 \text{ et } x \neq -1$$
$$2x \neq 3 \text{ et } x \neq \frac{3}{2}$$

Donc la fonction rationnelle C existe si seulement si $x \neq -1$ et $x \neq \frac{3}{2}$.

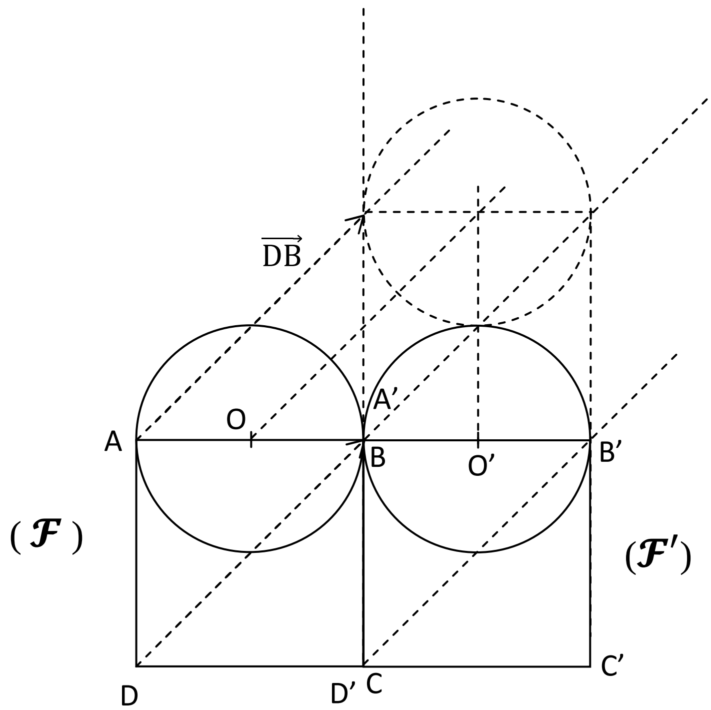
b) <u>Simplifions C.</u>

Pour $x \neq -1$ et $x \neq \frac{3}{2}$, $\quad C = \frac{(2x-3)(2x-3)}{(x+1)(2x-3)}$

Pour $x \neq -1$ et $x \neq \frac{3}{2}$, $\boxed{C = \frac{2x-3}{x+1}}$.

EXERCICE 2

1) <u>Reproduisons la figure ($\mathcal{F}$).</u>



2) <u>(voir figure ci-dessus)</u>

EXERCICE 3

1) **Donnons, dans un tableau, le pourcentage des actions de chacun des opérateurs .**

Ce tableau est un tableau de proportionnalité, de coefficient $\frac{100}{360}$; soit $\frac{5}{18}$.
(le diagramme est circulaire).
On obtient ainsi le tableau suivant.

Tableau

Modalité	Moussa	Akpoué	Séri	Guéi	Totaux
Mesure du secteur circulaire	54°	90°	72°	144°	360°
Pourcentage	15%	25%	20%	40%	100%

$\times \frac{5}{18}$

2) **Calculons le nombre d'actions de monsieur Séri**
Le pourcentage des actions de Monsieur Séri est 20% ; cela signifie que Monsieur Série a les $\frac{20}{100}$, soit le $\frac{1}{5}$ des actions .

EXERCICE 4

1) a) **Justifions que SO = 15.**

Soit k le coefficient de réduction. Alors : $k = \frac{\mathrm{A'B'}}{\mathrm{AB}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Par ailleurs $k = \frac{\mathrm{SO'}}{\mathrm{SO}}$. Donc : $\mathrm{SO} = \frac{\mathrm{SO'}}{k}$

$\mathrm{SO} = 7{,}5 \times \frac{2}{1}$

$\boxed{\mathrm{SO} = 15}$

b) **Démontrons que le volume V du cône est égal à 240 m³.**

On a : $\mathrm{V} = \frac{\mathcal{B} \times \mathrm{SO}}{3}$ $\quad avec\ \mathcal{B} = \pi \times \mathrm{OA}^2$.

$$\mathrm{V} = \frac{3 \times 4^2 \times 15}{3}$$

$\boxed{\mathrm{V} = 240\ \mathrm{cm}^3}$.

2) **Calculons le volume V' du verre.**
Soit $\mathrm{V_P}$ le volume du petit cône de sommet S et de base le disque de diamètre [A′B′].

On a : $\mathrm{V_P} = k^3 \times \mathrm{V} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 240 = 30\ \mathrm{cm}^3$.

On en déduit que $\mathrm{V'} = \mathrm{V} - \mathrm{V_P}$

$\mathrm{V'} = 240 - 30$

$\mathrm{V'} = 210\ \mathrm{cm}^3$.

Le volume du verre est 210 cm³ .

PROBLEME

1) a) **Déterminons l'expression de l'application affine g dont la représentation graphique est la droite (Δ).**

On a: $(\Delta): 4x - y + 11 = 0$. Or $4x - y + 11 = 0$ é**quivaut** à : $-y = -4x - 11$
$y = 4x + 11$

Donc $(\Delta) : y = 4x + 11$.
On en déduit que $\boxed{g(x) = 4x + 11}$.

b) **Justifions que l'application affine g est croissante .**

On a : $g(x) = 4x + 11$.
Le coefficient directeur est 4. Comme 4 est strictement positif, g est croissante.

2) **Justifions qu'une équation de la droite (Δ') est : $2x - 3y - 6 = 0$.**

• Comme (Δ') et (AB) sont parallèles, leurs coefficients directeurs sont égaux.
Déterminons donc le coefficient directeur a de la droite (AB).

$$a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$
$$a = \frac{3 - 7}{-2 - 4}$$
$$\boxed{a = \frac{2}{3}}.$$

Donc le coefficient directeur de (Δ') est égal à $\frac{2}{3}$. Par conséquent,
une équation de (Δ') est $y = \frac{2}{3}x + b$. Trouvons b.
Comme $F \in (\Delta')$ et $F(3 ; 0)$ donc : $\mathbf{0} = \frac{2}{3} \times \mathbf{3} + b$. Ainsi $b = -2$.

On conclut que $(\Delta'): y = \frac{2}{3}x - 2$ et $(\Delta'): y - \frac{2}{3}x + 2 = 0$. En multipliant cette dernière équation par -3 on obtient : $(\Delta'): 2x - 3y - 6 = 0$.

3) **Calculons les coordonnées du point d'intersection des droites (Δ) et (Δ').**

Soit $M(x; y)$ le point d'intersection des droites (Δ) et (Δ').
Comme $M \in (\Delta)$ et $M \in (\Delta')$, les coordonnées de M vérifient le système :

$$(S): \begin{cases} 4x - y + 11 = 0 \\ 2x - 3y - 6 = 0 \end{cases}$$

Résolvons (S) :

D'après les questions précédentes, (S) équivaut à: $\begin{cases} y = 4x + 11 & (1) \\ y = \frac{2}{3}x - 2 & (2) \end{cases}$

La soustraction membre à membre des relations (1) et (2) donne :

$$0 = \left(4 - \frac{2}{3}\right)x + 11 - (-2)$$
$$\frac{10}{3}x = -13$$

$x = -13 \times \dfrac{3}{10}$

$\boxed{x = -\dfrac{39}{10}}$

En remplaçant x par $-\dfrac{39}{10}$ dans l'équation (1)on a : $y = -\dfrac{78}{5} + 11$

$\boxed{y = -\dfrac{23}{5}}$

D'où $\mathrm{M}\left(-\dfrac{39}{10}\ ;\ -\dfrac{23}{5}\right)$.

4) <u>Démontrons que ABCD est un parallélogramme</u>.

Calculons les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{DC}}$.

On a : $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix} 4-(-2) \\ 7-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{DC}}\begin{pmatrix} 4-(-2) \\ 3-(-1) \end{pmatrix}$. Donc $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{DC}}\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Par la suite $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{DC}}$. ABCD est donc un parallélogramme.

5) <u>Démontrons que ABC est un triangle rectangle en C.</u>

Calculons les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\mathbf{AC}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{BC}}$.

On a : $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{pmatrix} 4-(-2) \\ 3-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}\begin{pmatrix} 4-4 \\ 3-7 \end{pmatrix}$. Donc $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$.

En plus, on a : $6 \times 0 + 0 \times (-4) = 0$

Donc $\overrightarrow{\mathbf{AC}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{BC}}$ sont orthogonaux. Par conséquent le triangle ABC est rectangle en C.

6) a) **Justifions que $\tan \widehat{\mathbf{BAC}} = \dfrac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$**

Considérons le triangle ABC, rectangle en C.

$\tan \widehat{\mathrm{BAC}} = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}$.

$\tan \widehat{\mathrm{BAC}} = \dfrac{\sqrt{0^2 + (-4)^2}}{\sqrt{0^2 + 6^2}}$

$= \dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt{36}}$

$\boxed{\tan \widehat{\mathrm{BAC}} = \dfrac{2}{3}}$.

b) **<u>Déduisons-en un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{\mathbf{BAC}}$ par deux nombres entiers naturels consécutifs.</u>**

On a : $\tan \widehat{\mathrm{BAC}} = 0{,}667$. De l'extrait de la table trigonométrique, on a :

$0{,}649 < 0{,}667 < 0{,}675$. Donc $\tan 33° < \tan \widehat{\mathrm{BAC}} < \tan 34°$.

D'où $\boxed{\mathbf{33° < mes\ \widehat{BAC} < 34°}}$.

CORRIGE SESSION 2011 ZONE I

EXERCICE 1

1- Justifions que $\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$ est négatif.

Il s'agit de comparer $\sqrt{7}$ et $2\sqrt{2}$.
$\sqrt{7}$ et $2\sqrt{2}$ sont deux nombres réels positifs , on a : $\left(\sqrt{7}\right)^2 = 7$ et $\left(2\sqrt{2}\right)^2 = 8$.
Comme $7 < 8$, donc $\left(\sqrt{7}\right)^2 < \left(2\sqrt{2}\right)^2$ et $\sqrt{7} < 2\sqrt{2}$; ce qui veut dire $\boldsymbol{\sqrt{7} - 2\sqrt{2}} < 0$.
D'où $\boldsymbol{\sqrt{7} - 2\sqrt{2}}$ **est négatif.**

2- a) **Donnons un encadrement de $2\sqrt{2} - \sqrt{7}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.**

On a : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$. Donc : $2 \times 1{,}414 < 2\sqrt{2} < 2 \times 1{,}415$
$2{,}828 < 2\sqrt{2} < 2{,}830$. **(1)**
Par ailleurs, $2{,}645 < \sqrt{7} < 2{,}646$. **Alors** $-2{,}646 < -\sqrt{7} < -2{,}645$. **(2)**
En additionnant membre à membre les inégalités **(1)** et **(2),** on a :
$2{,}828 - 2{,}646 < 2\sqrt{2} - \sqrt{7} < 2{,}830 - 2{,}645$
$0{,}182 < 2\sqrt{2} - \sqrt{7} < 0{,}185$
D'où $\boxed{\mathbf{0{,}1} < 2\sqrt{\mathbf{2}} - \sqrt{\mathbf{7}} < \mathbf{0{,}2}}$.

b) **Déduisons-en un encadrement de $\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$.**

D'après la question précédente, $0{,}1 < 2\sqrt{2} - \sqrt{7} < 0{,}2$.
Donc $-0{,}2 < -\left(2\sqrt{2} - \sqrt{7}\right) < -0{,}1$
$\boxed{-0{,}2 < \sqrt{7} - 2\sqrt{2} < -0{,}1}$

EXERCICE 2

Représentons graphiquement les droites (L) et (D) .

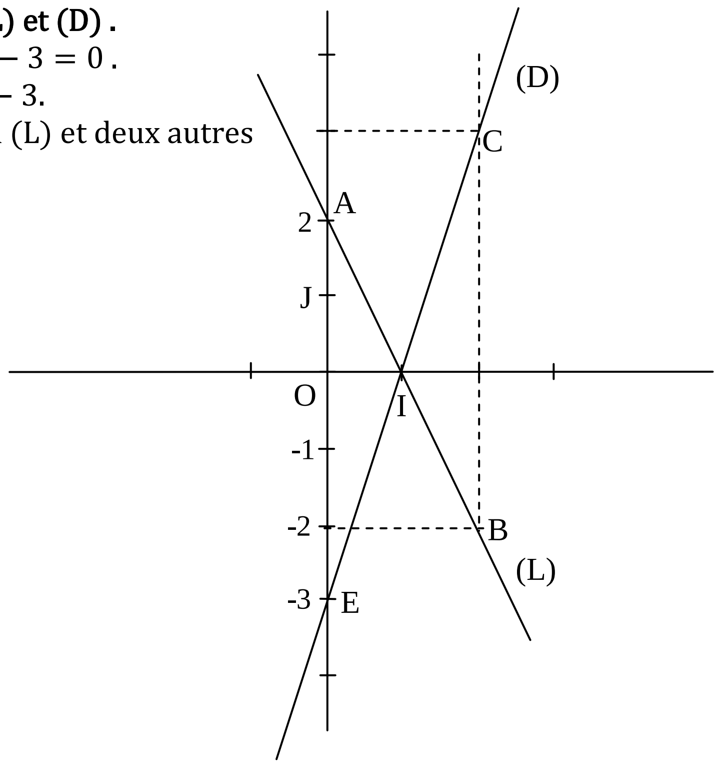
On a : (L) : $2x + y = 2$ et (D) : $3x - y - 3 = 0$.
Donc : (L) : $y = -2x + 2$ et (D) : $y = 3x - 3$.
Il suffit de deux points A et B appartenant à (L) et deux autres Points C et D appartenant à (D). On a :

(L) :

	A	B
x	0	2
y	2	-2

(D) :

	C	E
x	2	0
y	3	-3



Les droites (D) et (L) se coupent au point I (1 ;0).

EXERCICE 3

1) **Le mode de la série statistique est la note 14.**

2) <u>Tableau des effectifs</u>

Pour trouver le nombre d'élèves associé à une note, on multiplie la mesure du secteur angulaire associé à la note par $\frac{36}{360}$; donc par $\frac{1}{10}$. on obtient ainsi le tableau des effectifs.

Notes	7	8	10	12	14
Nombre d'élèves	4	8	7	5	12

EXERCICE 4

1) **<u>Démontrons que SH $= 3\sqrt{7}$.</u>**

Comme H est le pied de la hauteur du triangle SBC issue du sommet S, le triangle SHB est rectangle en H, d'après la propriété de Pythagore, on a : $\mathrm{SB}^2 = \mathrm{SH}^2 + \mathrm{HB}^2$. Donc :

$\mathrm{SH}^2 = \mathrm{SB}^2 - \mathrm{HB}^2$;

$\mathrm{SH} = \sqrt{\mathrm{SB}^2 - \mathrm{HB}^2}$.

Or $\mathrm{SB} = \mathrm{SA} = 6\sqrt{2}$ (**car la pyramide SABCD est régulière**) et $\mathrm{HB} = \dfrac{\mathrm{BC}}{2} = \dfrac{\mathrm{AB}}{2} = 3$.

Donc : $\mathrm{SH} = \sqrt{36 \times 2 - 3^2} = \sqrt{63}$

$\boxed{\mathrm{SH} = \sqrt{9 \times 7} = 3\sqrt{7}}$

2) <u>Calculons l'aire latérale $\mathcal{A}$ de la pyramide SABCD.</u>

On a : $\mathcal{A} = \dfrac{\mathcal{P} \times a}{2}$ avec $a = \mathrm{SH}$ et $\mathcal{P} = 4 \times \mathrm{AB}$.

$$\mathcal{A} = \frac{6 \times 4 \times 3\sqrt{7}}{2}$$

$\boxed{\mathcal{A} = 97{,}2\mathrm{cm}^2}$

PROBLEME

1) a) <u>Justifions que le triangle ABC est rectangle en A</u>

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1-(-3) \\ 6-4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1-(-3) \\ 0-4 \end{pmatrix}$.

Donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$.

De plus $4 \times 2 + 2 \times (-4) = 8 - 8) = 0$.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont alors orthogonaux. Par conséquent le triangle est rectangle en A.

b) **Déterminons les coordonnées du point H.**

D'après la question précédente, H est le milieu de [BC] .

Soit $H(x_H\ ,\ y_H\ )$. On a :

$x_H = \dfrac{x_B + x_C}{2}$ et $y_H = \dfrac{y_B + y_C}{2}$. $H\left(\dfrac{1-1}{2} ; \dfrac{6+0}{2}\right)$.

D'où $\boxed{H(0\ ;\ 3\ )}$.

2) a) **Justifions que $\mathbf{AC = 2\sqrt{5}}$.**

On a : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1-(-3) \\ 0-4 \end{pmatrix}$, ce qui donne : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ et donc $AC = \sqrt{2^2 + (-4)^2}$.

$AC\ = \sqrt{2^2 + 4^2}$

$= \sqrt{20}$

$\boxed{AC = 2\sqrt{5}}$

b) **Calculons $\sin \widehat{\mathbf{ABC}}$.**

Considérons le triangle ABC, rectangle en A.

$\sin \widehat{\mathbf{ABC}} = \dfrac{AC}{BC}$

$\sin \widehat{\mathbf{ABC}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{10}}$

$\boxed{\mathbf{\sin \widehat{ABC} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}}}$

c) **Déduisons-en que mes $\widehat{\mathbf{ABC}} = \mathbf{45°}$.**

$\widehat{\mathbf{ABC}}$ est un angle aigu avec $\sin \widehat{\mathbf{ABC}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Or $\sin 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, donc mes $\widehat{\mathbf{ABC}} = 45°$.

3) **Justifions que mes $\widehat{\mathbf{AKC}} = \mathbf{45°}$.**

Les angles $\widehat{\mathbf{ABC}}$ et $\widehat{\mathbf{AKC}}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{AC}$. On a ainsi $\boxed{\text{mes } \widehat{\mathbf{AKC}} = \text{mes } \widehat{\mathbf{ABC}} = 45°}$.

4) **Déterminons les coordonnées du point F.**

F est l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$ équivaut à $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CA}$.

Soit $F(x\ ,y)$. On a : $\overrightarrow{BF}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CA}$ implique alors : $\begin{cases} x-1=-2 \\ y-6=4 \end{cases}$. Ensuite : $\begin{cases} x=-1 \\ y=10 \end{cases}$. On a donc : $\boxed{\mathbf{F(-1\ ,10)}}$.

5) **Démontrons que le quadrilatère ABKC est un carré.**

D'après 1°a) et 2°c), ABC est un triangle isocèle en A.

Ainsi $AB = AC$ et $(AB) \perp (AC)$. De plus, K est le symétrique de A par rapport à (BC), donc $BA = BK$ et $CA = CK$.

Finalement, $AB = AC = BK = CK$ et $(AB) \perp (AC)$. Le quadrilatère ABKC est un carré.

CORRIGE SESSION 2011 ZONE II

EXERCICE 1

1) **Donnons un encadrement de $-3a$.**

On a : $-1 < a < 2$

$-3 \times 2 < -3 \times a < -3 \times (-1)$.

$-6 < -3a < 3$.

2) **Justifions que $-5 < b - 3a < 3 + \sqrt{2}$.**

On a $1 < b < \sqrt{2}$ et $-6 < -3a < 3$.

Donc : $1 - 6 < b - 3a < \sqrt{2} + 3$

$\boxed{-5 < b - 3a < 3 + \sqrt{2}}$.

EXERCICE 2

Résolvons graphiquement le système d'équations : $\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ -x + y - 3 = 0 \end{cases}$

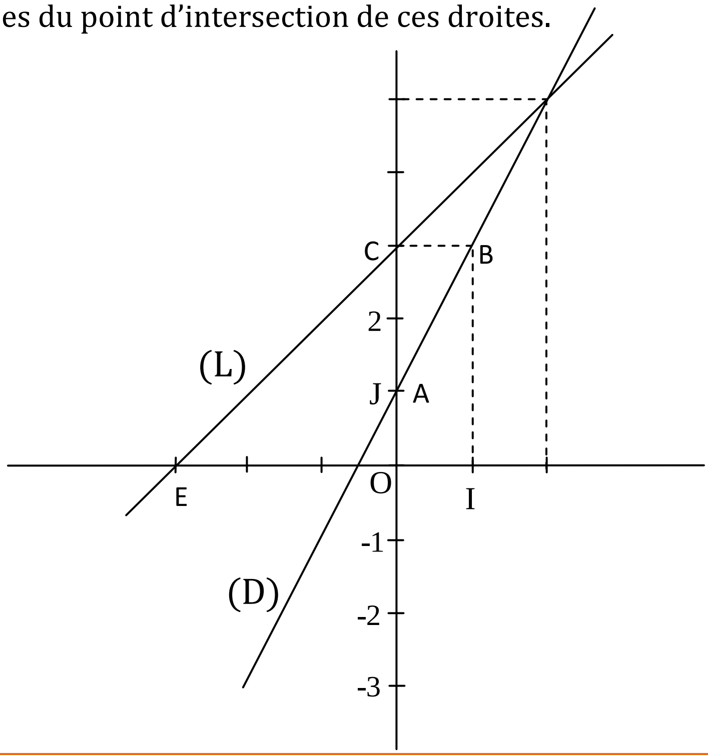
Il s'agit de tracer les droites (D) et (L) d'équations respectives $2x - y + 1 = 0$ et $-x + y - 3 = 0$ et de déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de ces droites.

On a (D) :

	A	B
x	0	1
y	1	3

(L) :

	C	E
x	0	-3
y	3	0



On trouve $\boxed{S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(2\,;5)\}}$

EXERCICE 3

1) **La marchandise la plus vendue est : la chaussure**

2) **Tableau.**

Pour trouver la quantité en tonnes associée à une Marchandise, on multiplie la mesure du secteur angulaire associé à la Marchandise par $\frac{150\,000}{360}$. On obtient ainsi le tableau ci-dessous.

Marchandises	chaussures	bassines	chaises	seaux	Totaux
Quantité en tonnes	50 000	30 000	45 000	25 000	150 000

EXERCICE 4

1) **Démontrons que $SH = 5\sqrt{10}$.**

Comme la pyramide SABCD est une pyramide régulière, le triangle SBC est isocèle en S . La perpendiculaire au support de [BC], passant par le sommet S, passe donc par le milieu de [BC]. H est alors milieu de [BC].

SBH étant un triangle rectangle en H, d'après la propriété de Pythagore,

on a : $SB^2 = BH^2 + SH^2$. D'où $\boxed{SH = \sqrt{SB^2 - BH^2}}$.

$$SH = \sqrt{(5\sqrt{11})^2 - 25}$$

$$SH = \sqrt{25 \times 11 - 25}$$

$$\boxed{SH = 5\sqrt{10}}$$

2) **Calculons l'aire latérale de la pyramide.**

On a : $\mathcal{A} = \dfrac{\mathcal{P} \times a}{2}$ avec $a = SH$ et $\mathcal{P} = 4 \times BC$.

$$\mathcal{A} = \frac{10 \times 4 \times 5\sqrt{10}}{2}$$

$\boxed{\boldsymbol{\mathcal{A} = 100\sqrt{10}\ \mathbf{cm^2}}}$.

PROBLEME

1) a) **Justifions que le point B appartient au cercle $(\mathscr{C})$.**

On a : AB= $\sqrt{(-2-2)^2 - (0-0)^2}$

$$= \sqrt{(-4)^2}$$

$$= \sqrt{4^2}$$

$\boxed{AB = 4}$. Donc B appartient au cercle $(\mathscr{C})$ de centre A et de rayon 4.

b) **Déduisons-en que le triangle BFG est rectangle en B.**

Le triangle BFG est inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ dont le coté [FG] est un diamètre. BFG est par conséquent un triangle rectangle en B.

2) **Démontrons que $BG = 4\sqrt{3}$.**

Considérons le triangle BFG, rectangle en B.

D'après la propriété de Pythagore, on a :

$FG^2 = BG^2 + BF^2$. D'où $BG = \sqrt{FG^2 - BF^2}$

$BG = \sqrt{8^2 - 4^2}$ (BF est un rayon de $(\mathscr{C}')$)

$= \sqrt{48}$

$= \sqrt{16 \times 3}$

$\boxed{BG = 4\sqrt{3}}$.

3) **Démontrons que $mes\widehat{BGF} = 30°$.**

Considérons le triangle BFG, rectangle en B.

$\sin \widehat{\mathbf{BGF}} = \dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{GF}} = \dfrac{4}{8}$

$\boxed{\sin \widehat{\mathbf{BGF}} = \dfrac{1}{2}}$

De l'extrait de la table trigonométrique, on déduit que : $\boxed{\text{mes}\,\widehat{\mathbf{BGF}} = 30°}$.

4) <u>Justifions que le quadrilatère BFAE est un losange.</u>

On a : $\mathrm{BE} = \mathrm{BF} = 4$ et $\mathrm{AF} = \mathrm{AE} = 4$ donc le quadrilatère BFAE a ses quatre côtés de même longueur : c'est losange.

5) <u>Démontrons que le triangle EAG est équilatéral.</u>

On sait que $\mathrm{AE} = \mathrm{AG} = 4$. Il suffit donc de montrer que $\mathrm{EG} = 4$.
On a $(\mathrm{BE})//(\mathrm{FA})$ car BFAE est un losange. Par conséquent $(\mathrm{BE})//(\mathrm{AG})$.
De plus $\mathrm{BE} = \mathrm{AG} = 4$, donc AGEB est un parallélogramme .
Ainsi $\mathrm{EG} = \mathrm{BA} = 4$ puisque $\mathrm{BA} = \sqrt{\left(2-(-2)\right)^2 - (0-0)^2} = \sqrt{16} = 4$.
En conclusion, EAG est un triangle équilatéral.

CORRIGE SESSION 2011 ZONE III

EXERCICE 1

1- Justifions que $\frac{1}{a} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

On a: $\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$

$= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2}$

$= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1}$

$\frac{1}{a} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$.

2- <u>Donnons un encadrement de $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.</u>

On a : $1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$. (1)

Par ailleurs : $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$.

Donc $-1{,}42 < -\sqrt{2} < -1{,}41$. (2)

En additionnant membre à membre les inégalités (1) et (2) , on a :

$1{,}73 - 1{,}42 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 1{,}74 - 1{,}41$

$0{,}31 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0{,}33$

D'où : $\boxed{0{,}3 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0{,}4}$

EXERCICE 2

<u>Résolvons graphiquement dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système</u> : $\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ -x + y - 5 = 0 \end{cases}$

Soit (D_1) : $x + 2y - 1 = 0$ et (D_2) : $-x + y - 5 = 0$.

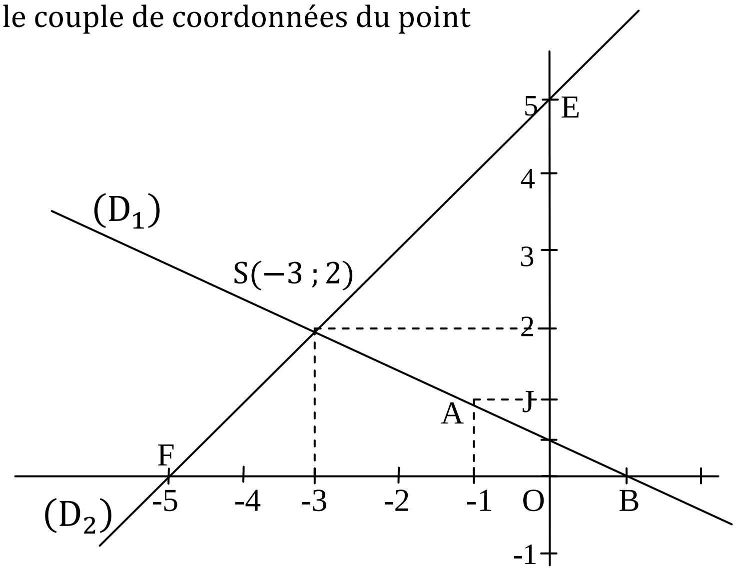
Le couple de solution du système est le couple de coordonnées du point d'intersection de (D_1) et (D_2) . On :

(D_1)

	A	B
x	-1	1
y	1	0

(D_2)

	E	F
x	0	-5
y	5	0



Graphiquement, on trouve $\boxed{S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(-3\,;2)\}}$.

EXERCICE 3

1) **Le moyen de transport le plus utilisé par ces élèves est “A pied”.**

2) **Tableau**

Pour trouver le nombre d'élèves associé à un moyen de transport, on multiplie la mesure du secteur angulaire associé au moyen de transport par $\frac{72}{360}$. On obtient ainsi le tableau ci-dessous.

Moyen de transport	A pied	A vélo	En transport commun	En voiture des parents	Total
Nombre d'élèves	27	18	15	12	72

EXERCICE 4

1) **Justifions que SB = 5.**

SOB est un triangle rectangle en O. D'après la propriété de Pythagore, on a : $\mathrm{SB}^2 = \mathrm{SO}^2 + \mathrm{OB}^2$

avec $\mathrm{OB} = \frac{\mathrm{AB}}{2} = 3$.

Donc $\mathrm{SB}^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$.

D'où : $\mathbf{SB} = \sqrt{\mathbf{25}} = \mathbf{5}$.

2) **Calculons l'aire latérale $\mathcal{A}_\mathrm{L}$ de ce cône.**

On a : $\mathcal{A}_\mathrm{L} = \pi \times r \times a$ où $r = \mathrm{OB}$ et $a = \mathrm{SB}$.

$\mathcal{A}_\mathrm{L} = \pi \times \mathrm{OB} \times \mathrm{SB}$

$= 3{,}1 \times 3 \times 5$

$\boxed{\mathcal{A}_\mathrm{L} = 46{,}5 \text{ cm}^2}$

PROBLEME

1) **Justifions que les points E et I appartiennent à la droite (D).**

E(5; 4) et on a : $5 - 4 - 1 = 5 - 5 = 0$. Donc $\mathrm{E} \in (\mathrm{D})$.

De même I(1; 0) et $1 - 0 - 1 = 1 - 1 = 0$. Donc $\mathrm{I} \in (\mathrm{D})$.

2) **Démontrons que les coordonnées du point P sont (6 ; -1) .**

P et B sont symétriques par rapport à A donc $\overrightarrow{\mathrm{PA}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$.

On a : $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix}0-3\\5-2\end{pmatrix}$; c'est-à-dire $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{PA}} = \begin{pmatrix}3-x_\mathrm{P}\\2-y_\mathrm{P}\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{\mathrm{PA}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$ équivaut à : $3 - x_\mathrm{P} = -3$ et $2 - y_\mathrm{P} = 3$.

$-x_\mathrm{P} = -6$ et $-y_\mathrm{P} = 1$.

$x_\mathrm{P} = 6$ et $y_\mathrm{P} = -1$.

En conclusion $\mathbf{P}(\mathbf{6}\,;\mathbf{-1})$.

3) a) **Justifions que le point A est milieu du segment [IE].**

On a : $\frac{x_\mathrm{E} + x_\mathrm{I}}{2} = \frac{5+1}{2} = 3 = x_\mathrm{A}$ et $\frac{y_\mathrm{E} + y_\mathrm{I}}{2} = \frac{4+0}{2} = 2 = y_\mathrm{A}$

Donc A est le milieu du segment [IE].

b) **Démontrons que les droites (AB) et (AE) sont perpendiculaires.**

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0-3\\5-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}5-3\\4-2\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$.

De plus $-3\times 2+3\times 2=-6+6=0$.

On conclut que $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AE}$. Ainsi, les droites (AB) et (AE) sont perpendiculaires.

4) Démontrons que le quadrilatère BEPI est un losange.

P et B sont symétriques par rapport à A donc A est le milieu de [BP] . De plus A est le milieu de [IE] avec (AB) perpendiculaire à (AE) .

En conclusion le quadrilatère BEPI est tel que ses diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires : c'est un losange.

5) a) **Justifions que $\mathbf{AB = 3\sqrt{2}}$.**

On a : $AB=\sqrt{(0-3)^2+(5-2)^2}$

$=\sqrt{9+9}=\sqrt{2\times 9}$

$AB=3\sqrt{2}$

b) **Démontrons que $\mathbf{33° < mes\ \widehat{ABI}\ 34°}$**

ABI est un triangle rectangle en A, donc on a :

$$\tan\ \widehat{\mathbf{ABI}}=\frac{AI}{AB}=\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}=\frac{2}{3}=0{,}667.$$

Ainsi de l'extrait de la table trigonométrique, on a :

$$0{,}649<\tan\ \widehat{\mathbf{ABI}}<0{,}675$$

$$\tan 33°<\tan\ \widehat{\mathbf{ABI}}<\tan 34°$$

$$33°<\text{mes}\ \widehat{\mathbf{ABI}}<34°$$

6) Donnons un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{\mathbf{BEC}}$.

Les angles $\widehat{\mathbf{PBI}}$ et $\widehat{\mathbf{BPE}}$ sont alterne-internes car BEPI est un losange. D'où :

mes $\widehat{\mathbf{BPE}}$ = mes $\widehat{\mathbf{PBI}}$ = mes $\widehat{\mathbf{ABI}}$. Ainsi d'après 5°b), $33°<$ mes $\widehat{\mathbf{BPE}}<34°$; c'est-à-dire $33°<$ mes $\widehat{\mathbf{BPC}}<34°$.

Par ailleurs $\widehat{\mathbf{BEC}}$ est un angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{\mathbf{BPC}}$.

Donc mes $\widehat{\mathbf{BEC}}=2\times$ mes $\widehat{\mathbf{BPC}}$.

On en déduit que $2\times 33°<$ mes $\widehat{\mathbf{BEC}}<2\times 34°$

$$\boxed{\mathbf{66°<mes\ \widehat{BEC}<68°}}.$$

CORRIGE SESSION 2012 ZONE I

EXERCICE 1

1- **Résolution dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ du système :** $\begin{cases} x - 2y - 12 = 10 & (1) \\ x = 3y & (2) \end{cases}$

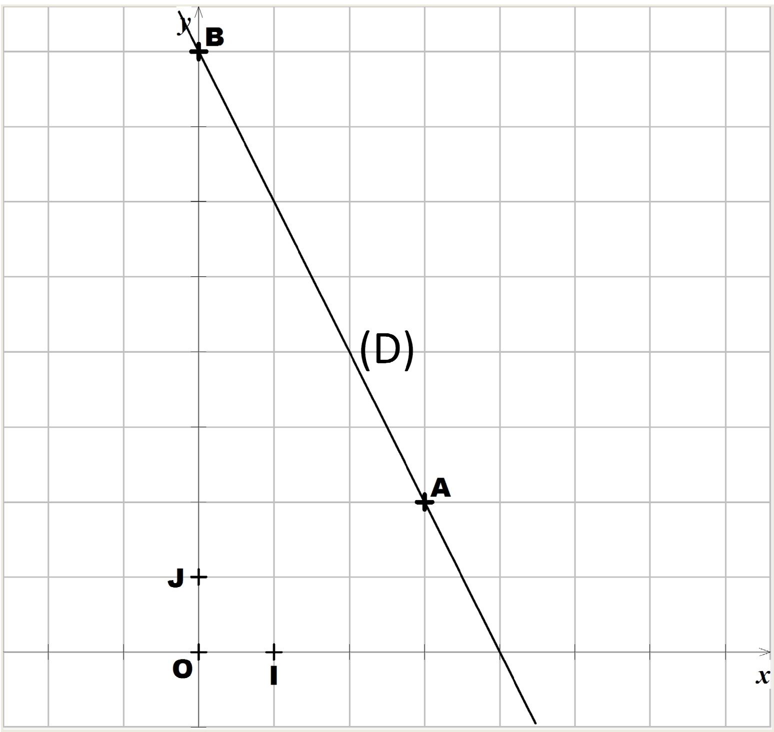
En remplaçant x par $3y$ dans la ligne (1), on a : $3y - 2y - 12 = 10$. D'où : $y - 12 = 10$.
$y = 10 + 12$
$\boxed{y = 22}$.
Enfin, pour $y = 22$ et on obtient : $x = 3 \times 22$ $\boxed{x = 66}$.
En conclusion, **(66 ; 22) est la solution du système.**

2- **Trouvons l'âge du père et celui de Lorice.**
Désignons par x l'âge du père et y celui du cousin.
Trouvons le système traduisant le problème posé.
Le père dit :
" j'ai le triple de l'âge de ton cousin Lorice''. Alors, on a : $x = 3y$.
" si je retranche 12 ans à mon âge, j'aurai le double de son âge ''
D'où : $x - 12 = 2y$.
On obtient ainsi le système : $\begin{cases} x = 3y \\ x - 2y - 12 = 0 \end{cases}$
Résolution du système traduisant le problème posé.

On obtient $\boxed{y = 12}$ et $\boxed{x = 36}$ (la résolution est pareille à celle de **1)**.
Ainsi, (36 ; 12) est la solution du système.
En conclusion, l'âge du père est **36 ans** et celui de Lorice est **12 ans.**

EXERCICE 2

1- Plaçons le point A(3 ; 2).



2- **Construisons la droite (D) passant par le point A et de coefficient directeur -2 .**

Première méthode

Il convient de préciser que deux points suffisent pour tracer la droite (D).
De plus, le coefficient directeur de la droite (D) étant non nul, la droite (D) coupe nécessairement l'axe (OJ) en un point B de coordonnées $(0\,;y_{\mathrm{B}})$.

Déterminons y_{B}.

On sait que le coefficient directeur a est tel que : $a = \dfrac{y_{\mathrm{B}} - y_{\mathrm{A}}}{x_{\mathrm{B}} - x_{\mathrm{A}}}$.

D'où : $-2 = \dfrac{y_{\mathrm{B}} - 2}{0 - 3}$; $et\ y_{\mathrm{B}} - 2 = 6$;

$\boldsymbol{y_{\mathrm{B}} = 8}$.

On en déduit que la droite (D) passe par les points A (3 ; 2) et B (0 ; 8). D'où le tracer obtenu sur la figure ci-dessus.

Deuxième méthode

Une équation de la droite (D) passant par un point M de coordonnées ***x*** et ***y*** et de coefficient directeur -2 est (D) : $\boldsymbol{y = -2x} + b$ avec $b \in \mathbb{R}$.

Déterminons *b*.

Comme (D) passe par le point A (3 ; 2), alors : $\mathbf{2} = -2 \times \mathbf{3} + b$ et $-6 + b = 2$

$\boldsymbol{b = 8}$

On en déduit que $\boxed{(\mathrm{D}) : y = -2x + 8}$.

Ainsi, de l'équation de la droite (D), on tire qu'elle passe aussi par le point B (0 ; 8). D'où le tracer obtenu sur la figure ci-dessus.

EXERCICE 3

1- **Justifions que les points P ; B et C ne sont pas alignés.**

Les points P ; B et C sont alignés si et seulement les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{PB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{PC}}$ sont colinéaires.

On a : $\overrightarrow{\mathrm{PB}}\begin{pmatrix}3-(-1)\\0-(-2)\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{PC}}\begin{pmatrix}1-(-1)\\2-(-2)\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{\mathrm{PB}}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{PC}}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$.

De plus, $4 \times 4 - 2 \times 2 = 16 - 4 = 12$. Par conséquent, les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{PB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{PC}}$ ne sont pas colinéaires ($12 \neq 0$).

En conclusion, les points P ; B et C ne sont pas alignés.

2- **Déterminons le couple de coordonnées du point E.**

Le quadrilatère BEPC un parallélogramme si $\overrightarrow{\mathrm{BE}} = \overrightarrow{\mathrm{CP}}$.

On a : $\overrightarrow{\mathrm{BE}}\begin{pmatrix}x_{\mathrm{E}}-3\\y_{\mathrm{E}}-0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CP}}\begin{pmatrix}-1-1\\-2-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{\mathrm{BE}}\begin{pmatrix}x_{\mathrm{E}}-3\\y_{\mathrm{E}}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CP}}\begin{pmatrix}-2\\-4\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{\mathrm{BE}} = \overrightarrow{\mathrm{CP}}$ é**quivaut** à $\begin{cases}x_{\mathrm{E}} - 3 = -2\\ y_{\mathrm{E}} = -4\end{cases}$

On conclut que le point E a pour coordonnées: $E\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$.

EXERCICE 4

1- **Calculons la production moyenne annuelle M des planteurs.**

$$M = \frac{1 \times 4 + 2 \times 8 + 6 \times 7 + 9 \times 10 + 12 \times 13 + 13 \times 8}{50}$$
$$M = \frac{412}{50}$$
$\boxed{\mathbf{M = 8,24}}$.

La production moyenne annuelle des planteurs est de 8,24 tonnes.

2- Comme $8,24 > 5$, l'industriel va installer son usine dans cette ville.

PROBLEME

1- **Justifions que AC = 10.**

ABC est un triangle rectangle en B, alors d'après la propriété de Pythagore :
$AC^2 = BA^2 + BC^2$.
$AC = \sqrt{BA^2 + BC^2}$
$AC = \sqrt{8^2 + 6^2}$
$AC = \sqrt{100}$
$\boxed{AC = 10}$.

2- a) **Justifions que le triangle ABE est rectangle en E.**

ABE est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$ dont le coté [AB] est un diamètre, alors ABE est rectangle en E.

b) **Démontrons que AE = 6,4.**

Considérons le triangle ABC, rectangle en B.
$* \ \cos \widehat{\mathbf{BAC}} = \frac{BA}{AC}$.
De même, en considérant le triangle ABE, rectangle en E, on a :
$* \ \cos \widehat{\mathbf{BAE}} = \cos \widehat{\mathbf{BAC}} = \frac{AE}{BA}$.
On en déduit que : $\frac{AE}{BA} = \frac{BA}{AC}$
$AE \times AC = BA \times BA$
$AE = \frac{BA^2}{AC}$. $\boxed{AE = \frac{8^2}{10} = 6,4}$.

3- a) **Justifions que les droites (BC) et (HE) sont parallèles.**

- Le triangle ABC est rectangle en B ; alors $(BC) \perp (AB)$.
- (HE) est une hauteur du triangle ABE ; donc $(HE) \perp (AB)$.

On conclut que les droites (BC) et (HE) sont parallèles car deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

b) Calculons HE.

ABC est un triangle, $H \in (AB)$ et $E \in (AC)$ tel que (HE)//(BC) ; alors d'après la conséquence de la propriété de Thalès : $\frac{AH}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{HE}{BC}$.

$\frac{HE}{BC} = \frac{AE}{AC}$ é**quivaut** à $HE \times AC = BC \times AE$.

$$HE = \frac{BC \times AE}{AC}$$

$$HE = \frac{6 \times 6{,}4}{10}$$

$$\boxed{HE = 3{,}84} \ .$$

4- Calculons Sin $\widehat{CAB}$ et déduisons-en un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$.

Considérons le triangle ABC, rectangle en B.

On a : $\text{Sin}\ \widehat{CAB} = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{10} = 0{,}6$.

Or d'après l'extrait de la table, $0{,}588 < 0{,}6 < 0{,}602$.

Donc $\sin 36° < \sin \widehat{CAB} < \sin 37°$.

On en déduit que : $36° < \text{mes}\ \widehat{CAB} < 37°$.

5- a) Justifions que mes $\widehat{BCA}$ = mes $\widehat{FEA}$.

D'après la question 3-a), les droites (BC) et (EF) sont parallèles. De plus, la droite (AC) coupe respectivement (BC) en C et (EF) en E. D'où les angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{FEA}$ sont des angles correspondants.

Par conséquent mes $\widehat{BCA}$ = mes $\widehat{FEA}$.

b) Démontrons que mes $\widehat{FKA}$ = mes $\widehat{BCA}$.

Les angles inscrits $\widehat{FEA}$ et $\widehat{FKA}$ interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{FA}$;

alors mes $\widehat{FEA}$ = mes $\widehat{FKA}$.

Par ailleurs, d'après la question précédente, mes $\widehat{BCA}$ = mes $\widehat{FEA}$.

On en déduit que mes $\widehat{BCA}$ = mes $\widehat{FKA}$

CORRIGE SESSION 2012 ZONE II

EXERCICE 1

1- a) **Calculons $f(3+\sqrt{2})$.**

On a : $f(3+\sqrt{2}) = f(3) + f(\sqrt{2})$ $(car\ f\ est\ une\ application\ linéaire)$.

$\boxed{f(3+\sqrt{2}) = 3\sqrt{2} + 2}$

b) **Calculons $f(\sqrt{6})$.**

$f(\sqrt{6}) = f(\sqrt{3}\times\sqrt{2})$.

$= \sqrt{3}\times f(\sqrt{2})$ (comme f est une application linéaire on a : $f(ax) = af(x)$)

$= \sqrt{3}\times 2$

$\boxed{f(\sqrt{6}) = 2\sqrt{3}}$

2- **Justifie que f est une application linéaire croissante.**

Par hypothèse, $f(\sqrt{2}) = 2$ et $f(3) = 3\sqrt{2}$.

De plus, on a : $\left.\begin{array}{l}(\sqrt{2})^2 = 2\\ (3)^2 = 9\end{array}\right\} \sqrt{2} < 3.$

$\left.\begin{array}{l}(2)^2 = 4\\ (3\sqrt{2})^2 = 18\end{array}\right\} 2 < 3\sqrt{2}$. Alors $f(\sqrt{2}) < f(3)$.

En conclusion, l'application linéaire f est telle que $\sqrt{2} < 3$ et $f(\sqrt{2}) < f(3)$; c'est une application linéaire croissante.

EXERCICE 2

1- **Calculons le nombre réel x**

Le point A $(x\ ;\ 1)$ appartienne à la droite (D) si ces coordonnées vérifient son équation ; c'est-à-dire $\boldsymbol{x} - 2\times\mathbf{1} + 3 = 0$.

$\boldsymbol{x} - 2\times\mathbf{1} + 3 = 0$ é**quivaut** à $\boldsymbol{x} - 2 + 3 = 0$ *et donc* à $\boldsymbol{x} + 1 = 0$

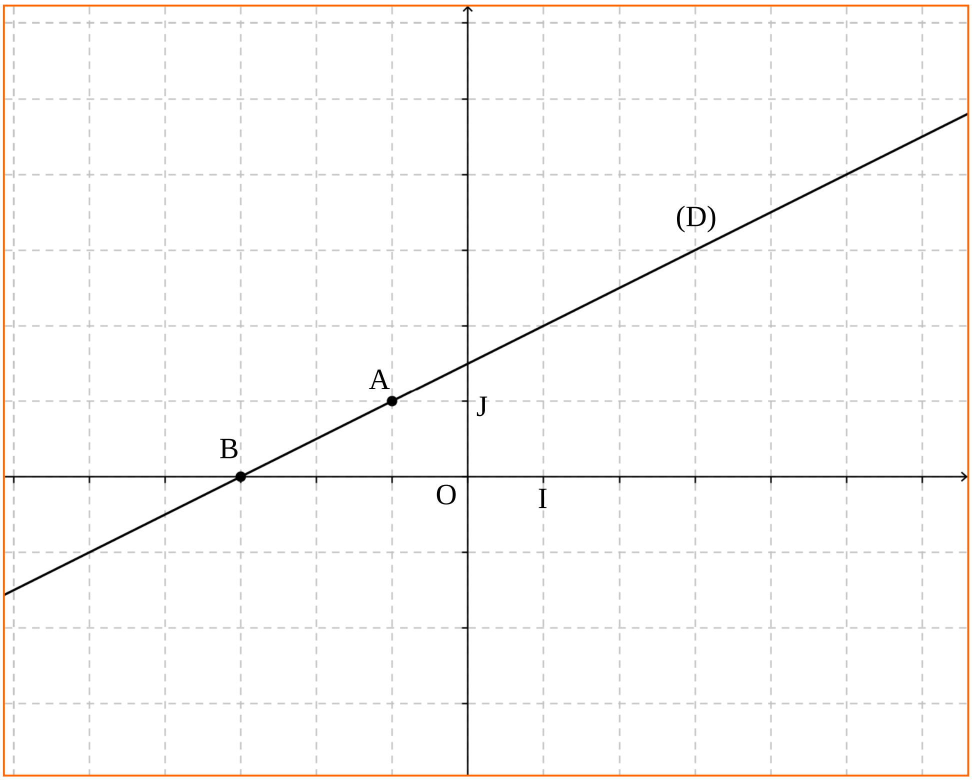
En conclusion, A appartient à (D) pour $\boldsymbol{x} = -1$.

2- **Construisons la droite (D).**

On a :

	B
x	-3
y	0

La droite (D) passe donc par les points A (-1 ; 1) et B (-3 ; 0). D'où la construction ci-dessous.



EXERCICE 3

1- Trouvons l'infrastructure que le COGES devra choisir.

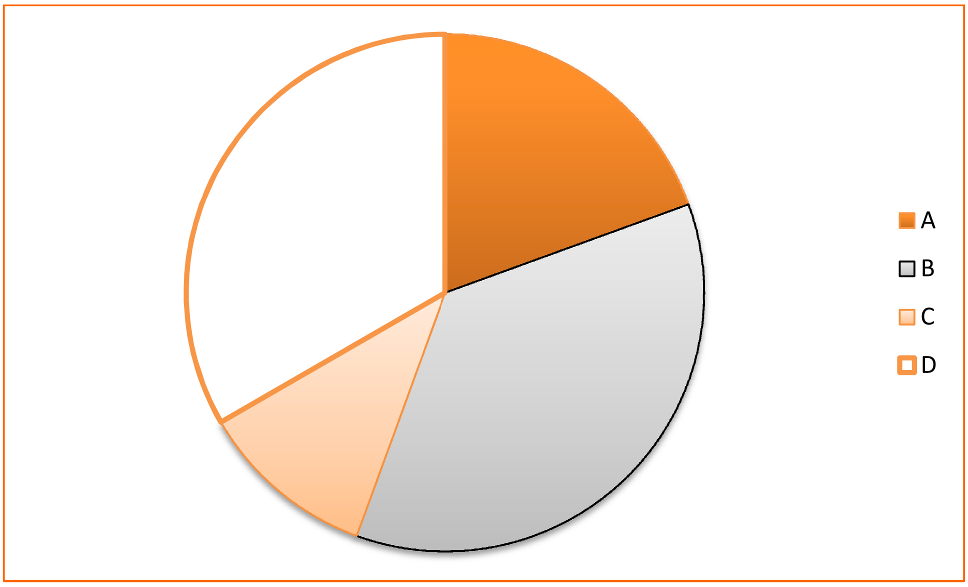
Il y a 650 élèves qui sont favorables pour la construction d'une salle informatique avec Internet. Ainsi, en tenant compte des avis des élèves, le COGES devra choisir l'infrastructure B : « une salle informatique avec Internet ».

2- Construction du diagramme circulaire.

Exemple de calcul : la mesure du secteur angulaire correspondante à la modalité A est $\frac{\mathbf{350} \times 360°}{1800} = 70°$. D'où le tableau ci-dessous.

Modalités	A	B	C	D
Mesure du secteur angulaire en degré	70°	130°	40°	120°

On en déduit le diagramme circulaire ci-dessous :



EXERCICE 4

1- <u>Démontrons que les droites (EF) et (BK) sont parallèles.</u>

On a : $\frac{AE}{AB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ et $\frac{AF}{AK} = \frac{4,8}{8} = \frac{48}{80} = \frac{3}{5}$, alors $\frac{AF}{AK} = \frac{AE}{AB}$.

ABK est un triangle, $E \in [AB]$, $F \in [AK]$ et $\frac{AF}{AK} = \frac{AE}{AB}$.

Donc, d'après la réciproque de la propriété de Thalès, (EF)//(BK).

2- <u>Calculons EF.</u>

ABK est un triangle, $E \in (AB)$et $F \in (AK)$ tel que (EF)//(BK) ; alors d'après la conséquence de la propriété de Thalès : $\frac{AF}{AK} = \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BK}$.

$\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BK}$ équivaut à $AB \times EF = AE \times BK$.

$EF = \frac{AE \times BK}{AB}$

$$EF = \frac{6 \times 6}{10}$$
$$\boxed{EF = 3,6}$$

PROBLEME

1- a) <u>Démontrons que le triangle AEF est rectangle en F.</u>

Considérons le triangle AEF. On a : $EF^2 = (2,4)^2 = 5,76.$

$AE^2 = (4)^2 = 16.$

$AF^2 = (3,2)^2 = 10,24.$

D'où, $AF^2 + EF^2 = 10{,}24 + 5{,}76 = 16$

$AF^2 + EF^2 = AE^2$.

En conclusion, le triangle AEF est tel que $AF^2 + EF^2 = AE^2$; alors d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, AEF est rectangle en F.

b) <u>Justifions que $\mathrm{Cos}\,\widehat{EAF} = 0{,}8$ et déduisons-en un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{EAF}$.</u>

Considérons le triangle AEF, rectangle en F.

On a : $\mathrm{Cos}\,\widehat{EAF} = \dfrac{AF}{AE}$.

$\mathrm{Cos}\,\widehat{EAF} = \dfrac{3{,}2}{4}$

$\boxed{\mathrm{Cos}\,\widehat{EAF} = 0{,}8}$.

Par ailleurs, d'après l'extrait de la table, 0,799 < 0,8 < 0,809.

$\mathrm{Cos}\,37° < \mathrm{Cos}\,\widehat{EAF} < Cos\,36°$.

On en déduit que : $\mathbf{36}° < mes\,\widehat{\mathbf{EAF}} < 37°$.

2- <u>Justifions que mes $\widehat{BPK}$ = mes $\widehat{BAK}$.</u>

Les angles inscrits $\widehat{BPK}$ et $\widehat{BAK}$ interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{BK}$; alors mes $\widehat{BPK}$ = mes $\widehat{BAK}$ car deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.

3- <u>Justifions que le triangle ABK est rectangle en K</u>.

ABK est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$ dont le côté [AB] est un diamètre. ABK est donc un triangle rectangle en K.

4- a) <u>Démontrons que les droites (EF) et (BK) sont parallèles.</u>

D'après les questions 1-a) et 3-), les triangles AEF et ABK sont rectangles respectivement en F et en K ; donc $(EF) \perp (AK)$ et $(BK) \perp (AK)$.

On en déduit que $(EF)//(BK)$ car deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

b) <u>Démontrons que AK = 4,8.</u>

ABK est un triangle, $E \in (AB)$ et $F \in (AK)$ tel que (EF)//(BK) ; alors d'après la propriété de Thalès : $\dfrac{AF}{AK} = \dfrac{AE}{AB}$.

$\dfrac{AF}{AK} = \dfrac{AE}{AB}$ é**quivaut** à $AK \times AE = AF \times AB$.

$AK = \dfrac{AF \times AB}{AE}$

$AK = \dfrac{3{,}2 \times 6}{4}$

$\boxed{AK = 4{,}8}$.

5- Démontrons que les droites (MN) et (BK) sont parallèles.

On a : $\frac{AM}{AK} = \frac{1,6}{4,8} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$ et $\frac{AN}{AB} = \frac{1}{3}$, alors $\frac{AM}{AK} = \frac{AN}{AB}$.

ABK est un triangle, $N \in [AB]$, $M \in [AK]$ et $\frac{AM}{AK} = \frac{AN}{AB}$.

Donc, d'après la réciproque de la propriété de Thalès, on a : $(MN)//(BK)$.

CORRIGE SESSION 2012 ZONE III

EXERCICE 1

1- **<u>Résolution dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ du système</u> :** $\begin{cases} \boldsymbol{x+2y-49=0} & (\mathbf{1}) \\ \boldsymbol{3x-y=0} & (\mathbf{2}) \end{cases}$

$3x - y = 0$ donne : $\boxed{3x = y}$.

En remplaçant y par $3x$ dans la ligne (1), on a :

$$x + 2\times 3x - 49 = 0. \quad \text{D'où :} \quad x + 6x = 49.$$
$$7x = 49$$
$$x = \frac{49}{7}$$
$$\boxed{x = 7}$$

Enfin, pour $x = 7$, on obtient : $y = 3\times 7 = 21$.

On conclusion, (7 ; 21) est la solution du système.

2- **<u>Trouvons les nombres *a* et *b*.</u>**

<u>Trouvons d'abord le système traduisant le problème posé</u>.
L'expression :

" l'un des nombres est le tiers de l'autre '' signifie que :

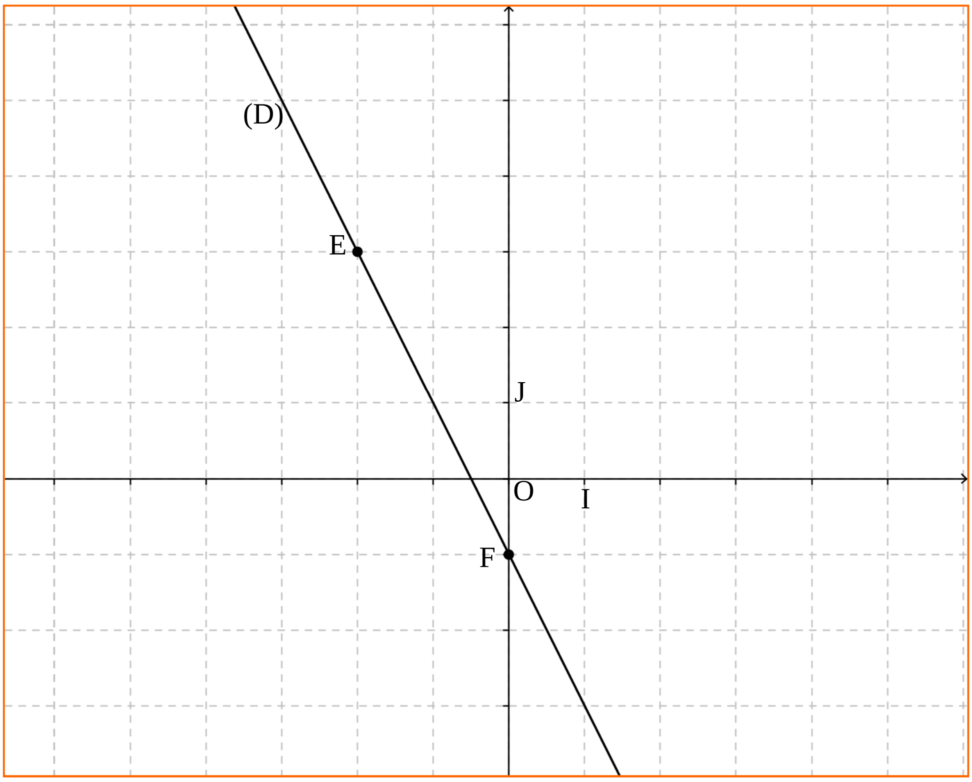
$a = \frac{1}{3}b$ c'est – à – dire $\boxed{3a = b}$.
" la somme de l'un et du double de l'autre est égale à 49'' se traduit par : $\boxed{a + 2b = 49}$.

On obtient ainsi le système : $\begin{cases} \boldsymbol{a+2b=49} \\ \boldsymbol{3a=b} \end{cases}$ ou bien $\begin{cases} \boldsymbol{a+2b-49=0} \\ \boldsymbol{3a-b=0} \end{cases}$.

<u>Résolution du système traduisant le problème posé</u>.
Le système trouvé est celui obtenu dans la question 1°) avec $a = x$ et $b = y$.
Ceci étant, on en déduit que $\boxed{a = 7}$ et $\boxed{b = 21}$.

EXERCICE 2

1- **Plaçons le point E.**



2- **Construction de la droite (D).**

Une équation de la droite (D) passant par un point M de coordonnées $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ et de coefficient directeur -2 est (D) : $\boldsymbol{y} = -\boldsymbol{2x} + b$ avec $b \in \mathbb{R}$.

Déterminons *b*.

On trouve : $\boxed{b = -1}$.

On en déduit que $\boxed{(\mathrm{D}) : y = -2x - 1}$.

Ainsi, de cette équation de la droite (D), on conclut qu'elle passe par le point F (0 ; -1) en plus du point E. D'où le tracer obtenu sur la figure ci-dessus.

EXERCICE 3

1- **Justifions que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées (3 ; - 4).**

On a : $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix} 2-(-1) \\ -3-(1) \end{pmatrix}$. D'où : $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$

2- **Trouvons *y* que les points A ; B et C soient alignés.**

Les points A ; B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont colinéaires.

On a : $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{pmatrix} 4-(-1) \\ y-(1) \end{pmatrix}$. Alors : $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{pmatrix} 5 \\ y-1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires **équivaut à** : $3(y-1)-(-4)\times 5=0$.

$$3y-3+20=0.$$
$$3y=-17.$$

$\boxed{y=-\dfrac{17}{3}}$.

En conclusion, pour $y=-\dfrac{17}{3}$, les points A ; B et C sont alignés.

EXERCICE 4

1- Le mode d'une série statistique est la modalité qui correspond à l'effectif le plus élevé. Par conséquent, le mode est **0.**

2- **<u>Trouvons le nombre moyen M de romans lus par chaque élève.</u>**

$$\mathrm{M}=\frac{0\times 24+1\times 19+2\times 12+3\times 3+4\times 2}{60}$$
$$\mathrm{M}=\frac{60}{60}$$
$\boxed{\mathrm{M}=1}$.

Chaque élève a lu en moyenne **1 roman.**

PROBLEME

1- a) <u>Justifions que le triangle ABC est rectangle en A.</u>

ABC est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$ dont le côté [BC] est un diamètre. ABC est donc un triangle rectangle en A.

b) <u>Justifions que $\mathrm{AC}=3\sqrt{3}$.</u>

Considérons le triangle ABC, rectangle en A. D'après la propriété de Pythagore : $\mathrm{AC}^2+\mathrm{AB}^2=\mathrm{BC}^2$.

$\mathrm{AC}^2+\mathrm{AB}^2=\mathrm{BC}^2$ donne : $\mathrm{AC}^2=\mathrm{BC}^2-\mathrm{AB}^2$.

$$\mathrm{AC}=\sqrt{\mathrm{BC}^2-\mathrm{AB}^2}$$
$$\mathrm{AC}=\sqrt{6^2-3^2}$$
$$\mathrm{AC}=\sqrt{27}=\sqrt{9\times 3}$$
$$\mathrm{AC}=\sqrt{9}\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}\ .$$

2- a) <u>Justifions que le quadrilatère ABDI est un losange.</u>

Par hypothèse, AB = 3 et BD = 3. De plus, [IA] et [ID] sont des rayons du cercle $(\mathcal{C})$; alors IA = 3 et ID = 3.

Ainsi, le quadrilatère ABDI est tel que AB = BD = DI = IA : c'est un losange.

b) <u>Déduisons-en que les droites (AB) et (DE) sont parallèles</u>.

D'après la question précédente, (AB)//(DI). Or les droites (DI) et (DE) sont les mêmes ($E\in(\mathrm{DI})$) ; on conclut alors que (AB)//(DE).

3- **Calculons la longueur IJ.**

ABC est un triangle tel que $J \in (AC)$ et $I \in (BC)$.
De plus, on déduit de la question précédente que (IJ)//(AB).
Alors d'après la conséquence de la propriété de Thalès : $\frac{CI}{CB} = \frac{CJ}{CA} = \frac{IJ}{AB}$.

$\frac{CI}{CB} = \frac{IJ}{AB}$ équivaut à $CB \times IJ = CI \times AB$.

$IJ = \frac{CI \times AB}{CB}$

$IJ = \frac{3 \times 3}{6}$

$\boxed{IJ = 1{,}5}$

4- **Démontrons que le quadrilatère ABDE est un trapèze isocèle.**

***** Le quadrilatère ABDE est tel que (AB)//(DE) (d'après la question 2-b)) : c'est un trapèze.

***** De plus [DE] est un diamètre de $(\mathcal{C})$ et [AB] est une corde de $(\mathcal{C})$ qui n'est pas un diamètre. Par conséquent, le trapèze ABDE est tel que les droites (BD) et (AE) sont sécantes.

***** Enfin, justifions que BD = AE.
On déduit de la question 2-b) que (AB)//(IE). Et comme IE = AB = 3, alors le quadrilatère ABIE est un parallélogramme. D'où : IB = AE = 3. Et par la suite, AE = BD.
De ces trois astérisques, il ressort que ABDE est un trapèze isocèle.

5- **Démontrons que $\text{mes}\,\widehat{BED} = 30°$.**

Le triangle BID est équilatéral car BI = ID = BD = 3. D'où: $\text{mes}\,\widehat{BID} = 60°$.
Par ailleurs, l'angle inscrit $\widehat{BED}$ intercepte le même arc de cercle $\overset{\frown}{BD}$ que l'angle au centre $\widehat{BID}$; donc : $\text{mes}\,\widehat{BED} = \frac{1}{2}\,\text{mes}\,\widehat{BID}$.

On en déduit que : $\text{mes}\,\widehat{BED} = \frac{1}{2} \times 60°$

$\boxed{\text{mes}\,\widehat{BED} = 30°}$.