DEC – MESTFP **2026**

BREVET D'ETUDES DU PREMIER CYCLE - SESSION NORMALE

EPREUVE : MATHEMATIQUES
DUREE : 2 H
COEF : 3

SUJET

Contexte : Approvisionnement en eau.

L'eau est une ressource vitale et son accès constitue un droit fondamental. Pour répondre aux besoins des habitants du village de Singnon, une ONG a construit un château d'eau moderne. Son réservoir, en forme de tronc de cône, est obtenu en sectionnant un cône de révolution de rayon de base $r = 6\ m$, par un plan parallèle à celui de sa base.

Le plan du site du château est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité $1\ m$. Pour l'éclairage du site, deux lampadaires solaires sont positionnés :

- en un point $P(a\ ;\ b)$ où a est un entier relatif et b un réel ;
- en un point Q tel que $\overrightarrow{OQ} = q\overrightarrow{OI} - 3\overrightarrow{OJ}$ où q est un nombre réel à déterminer et Q appartient à la droite (IP).

Les valeurs a et b sont définies comme suit :

- a est le plus petit entier relatif vérifiant $-2a + 3 < 9$;
- b est donné par : $b = -\frac{1}{2}|a| + 3$.

Une zone de contrôle est réalisée autour d'un thermomètre placé en un point F, situé sur un diamètre du disque de la grande base du château et qui affiche la température de l'eau. Guétido, la directrice chargée du suivi et de l'évaluation du projet, a pris connaissance de toutes les informations y afférentes. Elle cherche à repérer les positions des lampadaires, connaître la hauteur du réservoir du château d'eau et situer la position du thermomètre.

Tâche : Tu es invité(e) à trouver les réponses aux préoccupations de la directrice, en résolvant les trois problèmes suivants.

Problème 1

1. Résous dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $-2x + 3 < 9$ où x est l'inconnue.
2. Déduis que $a = -2$ puis justifie que le point P a pour coordonnées $(-2; 2)$ dans le repère (O, I, J).
3. Démontre qu'une équation de la droite (IP) est : $2x + 3y - 2 = 0$.
4. Détermine les coordonnées du point Q.

Problème 2

L'échelle de réduction k ayant permis d'obtenir le réservoir du château d'eau est telle que : $9k^2(k+3) - 4(k+3) = 0$ avec $0 < k < 1$.

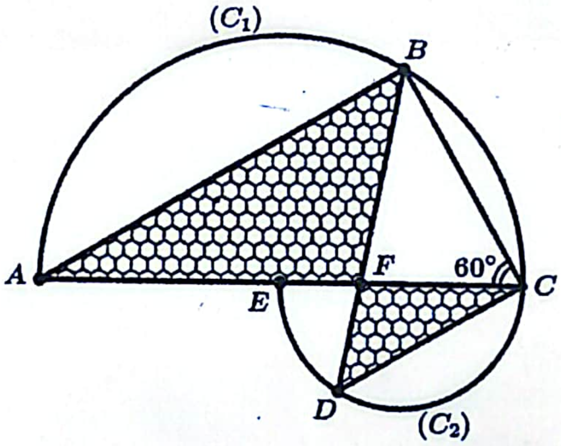
L'écoulement de l'eau du réservoir du château est régulier. À l'instant initial ($t = 0$), le réservoir est plein. Au bout de 8 heures, il reste $712\ m^3$ d'eau, et au bout de 12 heures, il reste $232\ m^3$. On note t le temps d'écoulement (en heures) et $f(t) = ut + v$ la quantité d'eau restante (en m^3) ; f étant une application affine.

5. Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système $\begin{cases} 8u + v = 712 \\ 12u + v = 232 \end{cases}$, d'inconnue $(u\,;v)$.
6. Justifie que : $f(t) = -120t + 1672$ et déduis-en que le volume du réservoir du château est $V = 1672\ m^3$.
7. a. Factorise l'expression $T = 9k^2(k+3) - 4(k+3)$.

   b. Déduis-en que $k = \frac{2}{3}$.
8. Détermine la hauteur du réservoir du château d'eau. (Tu prends $\pi = \frac{22}{7}$).

Problème 3

La zone de contrôle de la température de l'eau est délimitée par les triangles ABF et CDF (voir figure, ci-dessous).



(C_1) est un demi-cercle de centre E et de diamètre $[AC]$; (C_2) est un demi-cercle de diamètre $[EC]$. Les droites (AB) et (CD) sont parallèles telles que $mes\ \widehat{ACB} = 60°$ et $BC = 6\ m$.

9. Démontre que les triangles ABC et CDE sont semblables.
10. Justifie que $\frac{CD}{AB} = \frac{1}{2}$.
11. Démontre que $\frac{CF}{AF} = \frac{CD}{AB}$ et que $AF = 2CF$.
12. Calcule les longueurs CF et AF.

BONNE CHANCE !