Complexe Scolaire Zoodo de Kaya Année Scolaire : 2019 - 2020

Classe : $3^{ème}$ C et D

Prof : M. SAVADOGO

TRAVAUX DIRIGES RACINES CARREES

Exercice 1

1) Donner la valeur exacte des nombres suivants.
   a) $\sqrt{9}$; $\sqrt{25}$; $\sqrt{36}$; $\sqrt{100}$; $\sqrt{0,36}$; $\sqrt{0,49}$; $\sqrt{1,44}$; $\sqrt{10^{-2}}$; $\sqrt{10^6}$; $\sqrt{10^{-4}}$
   b) $\sqrt{3} \text{ x } \sqrt{12}$; $\sqrt{2^4} \text{ x } \sqrt{3^8}$; $\sqrt{75} \text{ x } \sqrt{32}$; $\sqrt{27} \text{ x } \sqrt{15}$; $\sqrt{99} \text{ x } \sqrt{165}$; $\sqrt{\frac{9}{25}}$; $\sqrt{\frac{144}{81}}$;

2) Réduire les nombres suivants.

$A = 5\sqrt{8} - 3\sqrt{18}$

$H = \sqrt{162} - \sqrt{98} + 2\sqrt{32} - \sqrt{8}$

$I = 2\sqrt{18} \text{ x } \sqrt{6} - \sqrt{147} + \sqrt{75}$

$B = \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{8} + \sqrt{32}$

$J = \sqrt{500} + \sqrt{25 \times 20} + 7\sqrt{5} + \sqrt{5^2 \times 3}$

$C = \sqrt{20} + \sqrt{125} - \sqrt{245} + \sqrt{5}$

$K = \sqrt{16 \times 10^{-6}} \text{ x } \sqrt{2 \times 10^4}$

$D = 2\sqrt{50} + 3\sqrt{162} - 5\sqrt{8}$

$L = \sqrt{4 \times 10^4} \text{ x } \sqrt{9 \times 10^6}$

$E = 5\sqrt{12} + 3\sqrt{48} - 2\sqrt{75}$

$M = \frac{1}{2}\sqrt{27} - \frac{1}{4}\sqrt{12} + \frac{2}{5}\sqrt{75} - \frac{1}{4}\sqrt{48}$

$F = \sqrt{112} - 2\sqrt{63} + \sqrt{847} - \sqrt{10} \text{ x} \sqrt{70}$

$G = 3\sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{45} - \sqrt{7} \text{ x } \sqrt{35}$

3) Développer et réduire les expressions suivantes.

$A = (1 + \sqrt{2})^2$ $B = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$ $C = (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$ $D = (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$

$E = (4 + 5\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2} - 3)(3\sqrt{5} + 5)$ $F = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)$

$G = \sqrt{2}(\sqrt{3} + 2) - \sqrt{3}(\sqrt{2} - 2)$ $H = \frac{1}{3}(\sqrt{3} - 1) - 2(1 - \sqrt{3}) + \frac{3}{2}\sqrt{3}$

$I = (\sqrt{7} - 2)^2 + (\sqrt{7} + 2)^2 - (\sqrt{7} + 2)(\sqrt{7} - 2)$

4) Ecrire sans radical au dénominateur.

$A = \frac{3}{\sqrt{3}}$ $B = \frac{1}{2\sqrt{2} - 3}$ $C = \frac{1}{3 - \sqrt{7}}$ $D = \frac{2}{3 - \sqrt{2}}$ $E = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ $F = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ $G = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ $H = \frac{2\sqrt{5} + 5}{\sqrt{5}}$

Exercice 2

1) Soit le réel $A = \sqrt{3} - 2\sqrt{5}$
   a) Comparer les nombres $\sqrt{3}$ - $2\sqrt{5}$ En déduire le signe de A.
   b) b) Calculer A^2.
   c) c) Soit $B = \sqrt{23 - 4\sqrt{15}}$. Donner une écriture simplifiée de B.

2) a) Calculer : $(1 + \sqrt{3})^2$ et $(1 - \sqrt{3})^2$. On donnera les résultats sous la forme $a + b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers.

b) En utilisant les résultats de la question a) simplifier les expressions suivantes :

$A = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ et $B = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$. c) Calculer A+B et A-B.

3) Soit A=3 +2$\sqrt{7}$ et B=3 - 2$\sqrt{7}$. a) Calculer A^2 et B^2. b) Simplifier D=$\sqrt{37-12\sqrt{7}}$ et C=$\sqrt{37+12\sqrt{7}}$.

c) Calculer C+D et C-D.

4) On donne 3$\sqrt{3}$ -5 et 2$\sqrt{3}$ -3 deux nombres réels. a) Calculer $(3\sqrt{3}-5)^2$ et $(2\sqrt{3}-3)^2$. b) Comparer 3$\sqrt{3}$ et 5 d'une part ; 2$\sqrt{3}$ et 3 d'autre part. c) En déduire le signe de chacun des réels 3$\sqrt{3}$ -5 et 2$\sqrt{3}$ -3.

d) Simplifier $\sqrt{52-30\sqrt{3}}$ et $\sqrt{21-12\sqrt{3}}$.

5) On pose a= 3$\sqrt{2}$ -5 et b=$\sqrt{(43-30\sqrt{2})}$. a) Donner le signe de a. b) Calculer a^2 et b^2. c) Donner une écriture simplifiée de b. d) Calculer A+B. Que peut-on dire ? e) Sachant que 1,414< $\sqrt{2}$ <1,415,trouver un encadrement de B par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

6) Soit A=$2\sqrt{2}-3\sqrt{5}$. a) Comparer 2$\sqrt{2}$ et 3$\sqrt{5}$. b) En déduire le signe de A. c) On donne B=$\sqrt{53-12\sqrt{10}}$. Calculer A^2 puis en déduire une écriture simplifiée B. Calculer A+B et A-B.

7) a) Comparer les réels 7 et 4$\sqrt{3}$. b) En déduire le signe de A= $4\sqrt{3}-7$. c) Calculer A^2 et donner l'expression simplifiée de B=$\sqrt{97-56\sqrt{3}}$. d) Calculer A+B puis conclure. e) Donner un encadrement de A sachant que 1,732< $\sqrt{3}$ <1,733.

8) On donne E= $2\sqrt{5}-4\sqrt{3}$. a) Comparer 2$\sqrt{5}$et4$\sqrt{3}$ et en déduire le signe de E. b) Calculer E^2 et en déduire une simplification de F=$\sqrt{68-16\sqrt{15}}$.

Exercice 3

On donne A=$\frac{2}{2\sqrt{2}+3}$ B=$\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ et C=$\sqrt{2}$ -1. 1)a) Montrer que A et B sont inverses. b) Déterminer le signe de C. 2)a) Trouver le nombre D tel que A soit l'opposé de D. b) Donner un encadrement de D à l'ordre 2 sachant que 1,414< $\sqrt{2}$ < 1,415.

Exercice 4

Soit u =2 -$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ et v = $\frac{1}{3\sqrt{2}+4}$. a) Montrer que u et v sont opposés. b) Sachant que 1,414< $\sqrt{2}$ < 1,415. Encadrer v par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

Exercice 5

1) Soit U = 2 - $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ et V = $\frac{1}{3\sqrt{2}+4}$
   a) Montrer que U et V sont opposés.
   b) Sachant que 1,414 < $\sqrt{2}$ < 1,415 , encadrer V par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.
2) On donne les réels x , y et a tels que x = $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ et y = a + 3.
   a) Rendre rationnel dénominateur de x.
   b) Déterminer le réel a pour que x et y soient opposés.
   c) Déterminer le réel a pour que x et y soient inverses l'un de l'autre.
3) Soit A = $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$ et B = $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$. Calculer A×B. Que peut-on dire ?

TRAVAUX DIRIGES

COORDONNEES DE VECTEURS – REPERE ORTHONORME

Exercice 1

Soit A(2 ; 5) ; B(7 ; 0) et C(-5 ; 3).

1) Soit I milieu du segment [BC]. Calculer les coordonnées du point I.
2) Soit D le symétrique de A par rapport à I. Calculer les coordonnées de D.
3) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

Exercice 2

Placer dans un repère cartésien $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$ les points A(2 ; -1) ; B(-3 ;2) et M(1 ;1). On pose M'=$S_A(M)$ et M''=$t_{\overrightarrow{AB}}(M)$.
Calculer les coordonnées de M' et M''. Calculer x et y sachant que N(x+1 ; y+$\sqrt{2}$) et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AN}$.

Exercice 4

On donne A(5 ; 2) ;B(4 ;$-\frac{1}{2}$) ; C(-1 ; -1) ; D(0 ;1,5).

1) Quel est la nature du quadrilatère ABCD ?
2) Déterminer les coordonnées de M, N,J sachant que : N=$S_B(A)$; M=$t_{\overrightarrow{AC}}(D)$; I est le milieu du segment [AC].

Exercice 5

Dans le plan muni d'un repère cartésien $(o\,,\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$, on considère les points A,B,C tels que $\overrightarrow{OA} = 6\vec{\imath} + 6\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{BO} = -3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{BC} = 4(2\vec{\imath} + \vec{\jmath})$.

1) Déterminer les coordonnées des points A ,B et C .
2) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
3) Déterminer les coordonnées de D pour que ACBD soit un parallélogramme.
4) Soit I le milieu de [BC] et K(10 ; -2). Les points A, I et K sont-ils alignés ?

Exercice 6

Dans le plan muni d'un repère cartésien $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\,)$, on considère les points A(-3 ;2) ; B(2 ;1) et C(1 ;-4).

1) Placer ces points dans le repère.
2) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
3) Calculer les coordonnées du point I milieu [AC].
4) Construire et déterminer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ puis en déduire la nature du quadrilatère ABCD.
5) Montrer que les points B, I et D sont alignés.

Exercice 7

Dans le plan muni d'un repère $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les vecteurs $\vec{u}\binom{4}{-5}$; $\vec{v}\binom{x+1}{2x-3}$ et $\vec{w} = 3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$.

1) Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont-ils colinéaires ?
2) a) Déterminer x pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.
   b) Dans le cas où $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, calculer le réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.

Exercice 8

Dans le plan muni d'un repère $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points A, B, C et D tel que $\overrightarrow{AO} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB} = 4\vec{\imath}$; $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{4\imath + 4\jmath}$ et $\overrightarrow{OD} = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$.

1) Démontrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
2) Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AB}$.
3) Que peut-on dire des points A, B et E ? Justifier votre réponse.
4) Calculer les coordonnées du point F pour que le quadrilatère BCFD soit un parallélogramme.
5) Démontrer que les points C, E et F sont alignés.

Exercice 9

Dans le plan muni d'un repère cartésien $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne A(-1 ;2) ; B(3 ;1)et C(-4 ; -4).

1) Placer les points A,B et C dans le repère (on complètera la figure au fur et à mesure).
2) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$ et exprimer ces vecteurs sous forme de combinaison linéaire.
3) Soit I le milieu du segment [BC], calculer les coordonnées de I.
4) Soit D le symétrique de A par rapport à I. calculer les coordonnées de D.
5) Quelle est la nature du quadrilatère ABDC. Justifier.
6) Soit E tel que $E = t_{\overrightarrow{IA}}(B)$. Calculer les coordonnées de E. Montrer que les droites (AE) et (CB) sont parallèles.

Exercice 10

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. On donne : A(-1 ;1) ; B(-2 ; -1) ; $\overrightarrow{OC} = 3\vec{\imath} + \overrightarrow{3\jmath}$ et E(-5 ; x).

1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2) Calculer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
3) Calculer les coordonnées du centre K du parallélogramme ABMC.
4) Calculer les coordonnées du point D milieu du segment [AB].
5) Calculer les coordonnées du point G image de D par la symétrie de centre K.
6) Calculer les coordonnées du point F image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.
7) Trouver l'ordonnée de E tel que les points A,M et E soient alignés.

Exercice 11

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ prendre unité : 0,5cm. On donne les points A(-2 ;-3) ; B(-4 ;4) et C(3 ;6).

1) a) Placer ces points puis calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{BC}$.

b) Ecrire ces vecteurs sous forme de combinaison linéaire des vecteurs unitaire $\vec{\imath}$ *et* $\vec{\jmath}$.

2) Soit I le Milieu de [AC], calculer les coordonnées du point I.

3) Construire le point D symétrique de B par rapport à I.

a) Calculer les coordonnées de D.

b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

4) Soit E l'image de D par la translation du vecteur $\overrightarrow{CA}$.

a) Déterminer les coordonnées de E.

b) Montrer que les points B, A et E sont alignés.

c) Montrer que ACDE est un parallélogramme.

Exercice 12

Dans un repère $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On considère les points A(2 ; -5) ; B(-2 ; -2) et D(7 ; 1).

1) Placer les points A,B et D dans le repère $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
2) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ *et* $\overrightarrow{BD}$ puis exprimer ces vecteurs sous forme de combinaison linéaire de $\vec{\imath}$ *et* $\vec{\jmath}$.
3) a) Construire le point C image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$. Calculer les coordonnées de C.

   b) En déduire la nature du quadrilatère ABCD.
4) a) Calculer les coordonnées de M milieu de [AB] ; placer M.

   b) Construire le point E symétrique de D par rapport au point M ; calculer les coordonnées de E.

   c) Quelle est la nature du quadrilatère ADBE.

   d) Démontrer que B est le milieu de [EC].

Exercice 13

Dans un repère cartésien $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$; placer les points A,B,C définis par : $\overrightarrow{OA} = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB} = -2\vec{\imath} + \vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC} = 3\vec{\imath} - \vec{\jmath}$

1) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.
2) Soit le point E(x ; 5), déterminer x tel que $\overrightarrow{AD}$ *et* $\overrightarrow{BE}$ soient colinéaires.
3) Dans la suite du problème on prendra x = 4. Calculer les coordonnées du point K milieu de [BE].
4) Démontrer que les points C,A et K sont alignés.
5) Soit F l'image de A par la symétrie de centre K. Calculer les coordonnées de F.
6) Quelle est la nature du quadrilatère BAEF ? Justifier.
7) Démontrer que AEKD est un parallélogramme.

Exercice 14

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$. Placer les points A et B tels que :
$\overrightarrow{OA} = 5\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}\ \ et\ \ \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{\imath - \jmath}$.

1) Déterminer les coordonnées des points A et B.
2) Soit E l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$. Calculer les coordonnées de E.
3) Déterminer les coordonnées de F symétrique de E par rapport à A.
4) Calculer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.
5) Calculer les coordonnées du point N tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$.

Exercice 15

Dans le plan muni d'un repère cartésien $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$, on donne :
$\overrightarrow{AO} = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}\,;\ \overrightarrow{OB} = -2\vec{\imath} + \vec{\jmath}\,;\ \ \overrightarrow{OC} = -\vec{\imath} - \overrightarrow{3\jmath}$.

1) Calculer $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}\ et\ \overrightarrow{BC}$.
2) Soient D le symétrique de C par rapport à A ; E l'image de B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$ et le point F tel que ABCF soit un parallélogramme. Calculer les coordonnées des points D,E et F.
3) Soit G le point de l'axe des abscisses tel que C,A et G soient alignés. Soit le point K tel que ABKD et ACBK soient des parallélogrammes.
   a) Calculer les coordonnées de G puis l'ordonnée de K.
   b) Soit I est le centre de ACBK et J celui de CEKD. Trouver les coordonnées de I et celles de J. Quelles remarques faites-vous ?

Exercice 16

Le plan est muni d'un repère cartésien $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$. On donne A(2 ;1) ; B(4 ;0) et C(1 ; -1).

1) Calculer les coordonnées $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}\ et\ \overrightarrow{AC}$ et les exprimer en fonction des vecteurs $\vec{\imath}\ et\ \vec{\jmath}$.
2) Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
3) Calculer les coordonnées du point I centre du parallélogramme ABCD.
4) Les points B,I,D sont-ils alignés ? Justifier.

Exercice 17

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$ unité=1cm. On donne A(-2 ;3) ; B(2 ; -3) et C(3 ;0).

1)a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

b) Ecrire ces coordonnées sous forme de combinaison linéaire des vecteurs unitaires $\vec{\imath}\ et\ \vec{\jmath}$.

2)a) Déterminer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme.

b) Montrer que le point O est le milieu de [AB].

3)a) Déterminer les coordonnées de E tel que E soit le symétrique de B par rapport à C.

b) Déterminer les coordonnées de F image de O par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

4) Montrer que $\overrightarrow{AE}$ *et* $\overrightarrow{AF}$ sont colinéaires.

Exercice 18

Dans le plan muni d'un repère cartésien $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. On donne les points A(2 ;3) ; B(5 ;5) et C(5 ; -3).

1) Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure.
2) a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{BC}$.
   b) Exprimer ces vecteurs en fonction de $\vec{\imath}$ *et* $\vec{\jmath}$.
3) Soit le point I milieu du segment [AC]. Calculer les coordonnées de I.
4) Déterminer les coordonnées du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.
5) a) Soit K le symétrique de C par rapport à D. Calculer les coordonnées du point K.
   b) Soit E l'image de I dans la translation du vecteur $\overrightarrow{AB}$, calculer les coordonnées du point E.
6) Démontrer que les droites (EI) et (KC) sont parallèles.

Exercice 8

Dans le plan muni d'un repère $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne les points A(3 ;5) ; B(-1 ; $\frac{5}{2}$) et C(2 ; -$\frac{3}{4}$).

1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{BC}$.
2) a) Calculer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
   b) Calculer les coordonnées du point E tel que ABEC soit un parallélogramme.
   c) Calculer les coordonnées du point M milieu de [AB].
   d) Calculer les coordonnées du points F, symétrique de C par rapport à M. En déduire la nature du quadrilatère ACBF.

3) Soit G(6 ;$\frac{7}{6}$) et H(0 ; $\frac{53}{6}$), calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{GA}$ *et* $\overrightarrow{AH}$. Que peut-on en déduire ?

FIN