

**CONCOURS D'ENTREE AU CYCLE DE CONTROLEUR DE LA
 CIRCULATION AERIEENNE DE L'ECOLE AFRICAINE DE LA
 METEOROLOGIE ET
 DE L'AVIATION CIVILE (EAMAC)
 SESSION 2013
 EPREUVE DE : MATHEMATIQUES
 DUREE : 4 HEURES**

Exercice 1 (5pts)

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 2m+1 & 3 & m+2 \end{pmatrix}$.

- Déterminer le déterminant et le rang de A .
- Discuter et résoudre le système suivant:
$$\begin{cases} mx + y + z = m + 2 \\ x + my + z = 4 - m \\ (2m + 1)x + 3y + (m + 2)z = 2m + 7. \end{cases}$$

Exercice 2 (4pts)

Soit $f \in C([0, +\infty[)$, $a_n = \int_0^1 f(n+x) dx$, $n \in \mathbb{N}$ et $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$.

Déterminer $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(nx) dx$.



Exercice 3 (5pts)

- Etudier la dérivabilité au point $x_0 = 0$ de la fonction f définie par:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x \ln 2} - \frac{1}{2^x - 1}, & \text{si } x \neq 0, \\ \frac{1}{2}, & x = 0. \end{cases}$$

- Déterminer le réel b pour que la fonction g définie par:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\arccos(1-x)}{\sqrt{x}}, & \text{si } x \in]0, 1], \\ b, & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

soit continue sur $[0, 1]$.

Exercice 4 (6pts)

Calculer la limite suivante: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln \operatorname{ctg} x + 2x - \frac{\pi}{2}}{(1 - \tan x)^3}$.