MARS 1998

Exercice 1:

On laisse tomber un corps de masse m d'une certaine altitude mesurée à partir du sol.

1.1. Etablir la loi de variation de la vitesse de chute v, si le corps éprouve une résistance de freinage de la part de l'air proportionnelle à la vitesse ($\vec{f} = k.\vec{v}$), $v(t = 0) = v_0$

1.2. Calculer la vitesse limite.

1.3. .a). Etablir la loi de variation de la vitesse dans le cas particulier où la résistance de l'air est négligeable. Ecrire l'équation horaire du mouvement. $Z = f(t)$.

$$v(t = 0) = v_0 \qquad Z(t = 0) = Z_0$$

1.3. b) Démontrer que dans de tel mouvement, les espaces parcourus en des intervalles de temps successifs de même valeur θ, forment une suite arithmétique de raison $r = a.\theta^2$ où a est l'accélération prise par le point matériel.

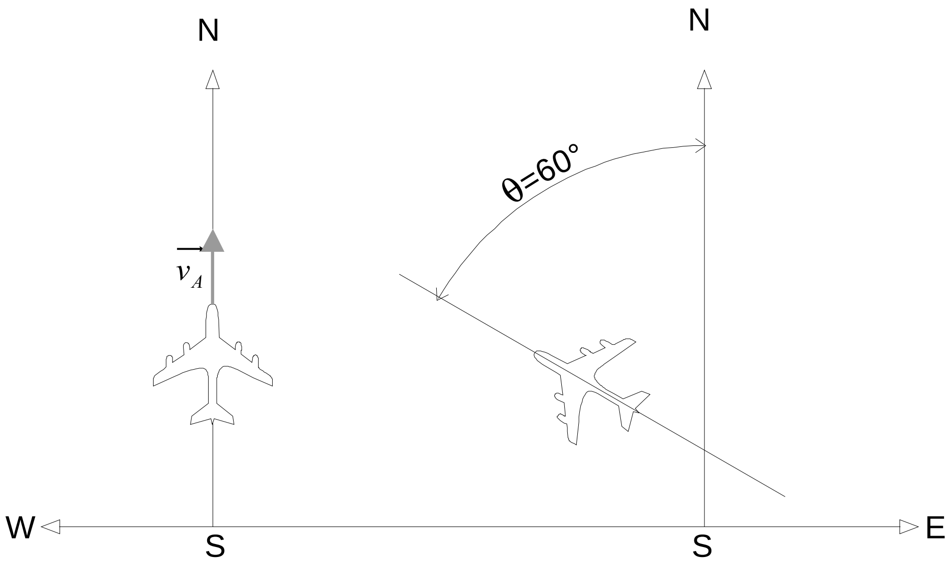
1.4. L'expérience est ramenée au sol. Déterminer la vitesse avec laquelle il faut lancer verticalement le corps de masse m pour qu'il échappe à l'attraction terrestre. On néglige la résistance de l'air. On donne :

$R = 6400 \text{ km}$, le rayon de la terre

$K = 6{,}66 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{gs}^2$, la constante d'intégration gravitationnelle

$g = 9{,}81 \text{ m.s}^{-2}$

1.5. Par rapport au même repère (sol), on se propose de déterminer la vitesse de deux avions. Le service de contrôle fournit les informations suivantes :



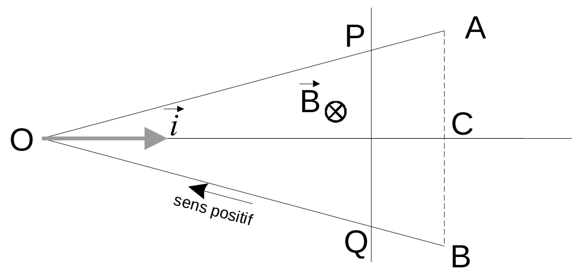
l'avion A vole vers le Nord à 300 km/h par rapport au repère sol. Au même moment, un autre avion B vole dans la direction N 60° W à 200 km/h par rapport au sol.

1.5.1. Calculer la vitesse relative de l'avion A par rapport à l'avion B (c'est à dire la vitesse de l'avion A telle qu'elle apparaît à un passager de l'avion B).

1.5.2. Calculer aussi la vitesse relative de B par rapport à A

EXERCICE 2

Circuits oscillants, signaux périodiques, électromagnétisme.



Deux fils rigides (OA) et (OB) sont soudés en O et forment un triangle isocèle, rectangle en O ; on pose $OA = OB = a$.
Un fil rigide (PQ) de même nature et de même section que les deux premiers, se déplace sur (OA) et (OB) à une vitesse constante v.
On suppose que les contacts électriques P et Q de la barre (PQ) sur (OA) et (OB) sont parfaits.
Au cours du déplacement, la barre (PQ) reste toujours parallèle à (AB). L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$, orthogonal au plan (O, A, B) (voir figure).
Soit un axe $(O, \vec{i})$ perpendiculaire à (AB) ; on désigne par M l'intersection de (PQ) avec l'axe $(O, \vec{i})$ et l'on pose $\overline{OM} = x$. Le déplacement de la tige (PQ) s'effectue jusqu'en C, point situé sur l'axe $(O, \vec{i})$ et sur (AB).
La résistance linéaire des tiges (OA), (OB) et (PQ)est égale à u.
On donne $u = 1{,}24\ \Omega.m^{-1}$
$a = 0{,}80\ m$
$B = 0{,}12\ Tesla$
$v = 0{,}65\ m.s^{-1}$

2.1. Le sens positif du circuit électrique est choisi arbitrairement dans le sens $O \rightarrow P \rightarrow Q$
Question : donner l'expression de la force électromotrice induite en fonction du temps $e = f(t)$, lorsque la barre (PQ) se déplace de O à C.

2.2. Représenter graphiquement $e = f(t)$.

2.3. Question : donner l'expression de l'intensité du courant induit en fonction du temps $i = g(t)$ pendant le même déplacement que celui effectué en 2.1.

2.4. Représenter graphiquement $i = g(t)$.

2.5. Question : calculer la quantité d'électricité induite au cours de cette expérience.

****

MARS 1998 II

EXERCICE1:

On se propose de déterminer la masse de Jupiter, en étudiant le mouvement de ses principaux satellites : Io, Europe, Gamym et Cailist.

1) Le mouvement d'un satellite de masse m est étudié dans un repère considéré comme galiléen, ayant pour origine le centre de Jupiter et ses axes dirigés vers des étoiles lointaines, considérées comme fixes. On supposera que Jupiter et ses satellites ont une répartition de masse à système sphérique. Le satellite se déplace sur une trajectoire circulaire, à la distance R du centre de Jupiter.

1.1) Déterminer la nature de son mouvement, puis sa vitesse v en fonction de R, de la masse M de Jupiter et de G, constante de gravitation universelle.

1.2) En déduire l'expression de la période T du satellite.

1.3) Montrer que la 3ème loi de Kepler est vérifiée.

1.4) Les périodes de révolution et les rayons des principaux satellites de Jupiter ont été déterminés et ont les valeurs suivantes :

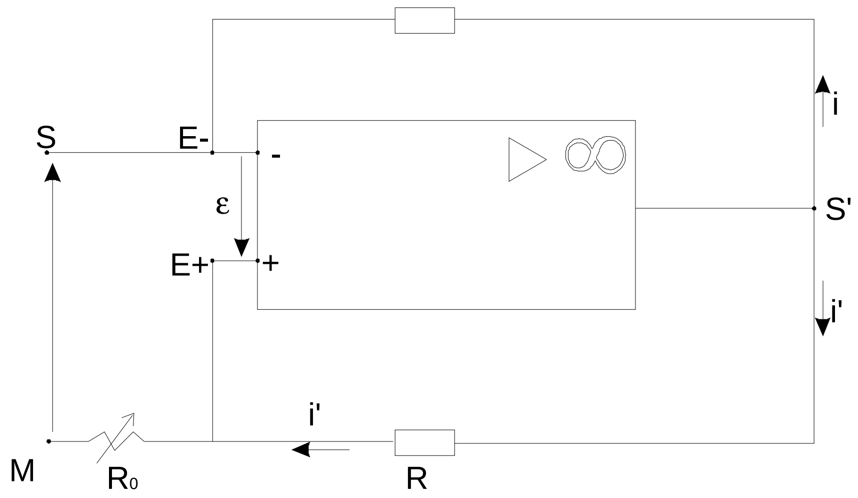
	Io	**Europe**	**Gamym**	**Calisto**
T (en heure)	42,5	85,2	171,7	400,5
R (en km)	422×10^3	671×10^3	1070×10^3	1883×10^3

1.4.1) Tracer sur papier millimétrique la représentation graphique donnant les variations de T^2 en fonction de R^3.
Echelle : 1 cm représente 1011 s2.
1 cm représente 4×10^{26} m
Conclure.

1.4.2) En reliant ces résultats à ceux déjà obtenus, déterminer la masse M de Jupiter. On donne $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ $N.m^2.kg^2$

.**EXERCICE 2**

Un amplificateur opérationnel (A.O.) que l'on suppose parfait est utilisé dans le montage suivant :



Nous avons la tension $V_{E+} - V_{E-} = \varepsilon = 0$

1.1°) Montrer que :
$i = i'$
$u_g = R_o \cdot i$

1.2°) On branche en série, entre les points S et M :
une bobine de résistance R = 22 Ω et d'auto-inductance
L = 160 mH.
un condensateur de capacité C = 80 nF
Déterminer l'équation différentielle qui régit les oscillations électriques dans le circuit.

1.3°) Calculer R_o pour obtenir les oscillations électriques sinusoïdales.
Résoudre l'équation d'oscillation.

1.4°) Calculer la fréquence propre f_o des oscillations électriques.

****