# CONCOURS
# ENSA 2022
# Ecole national supérieur d'agriculture

https://youtube.com/@mbackeconcours

## MATHEMATIQUES

### ❖ EXERCICE N°1(/ 4 points)

Pour prévenir l'extension d'une épidémie virale, on décide de soumettre la population menacée à des tests. D'une façon générale, le résultat de chaque test est positif pour les porteur du virus, négatif pour les personnes qui ne sont pas atteintes ; mais il y'a des exceptions .Le but de l'exercice est de comparer deux procédures de dépistage, l'une n'utilisant qu'un test, l'autre consistant en la succession de deux tests identiques réalisés indépendamment l'un de l'autre.

On choisit un individu $X$ au hasard et on considère les évènements suivants :

$V$ : « X est porteur du virus » $\bar{V}$ : « X n'est pas porteur du virus »

$T$ : « Le test appliqué à X est positif » $\bar{T}$ : « Le test appliqué à X est négatif »

En désignant par $P(E)$ la probabilité de l'évènement $E$,on admet que :

$P(V) = 0{,}1$

$P(\bar{T})$ sachant $V = 0{,}05$

$P(T)$ sachant $\bar{V} = 0{,}03$

1. Dans cette question on étudie la procédure de contrôle qui n'utilise qu'un test.
   a. Calculer la probabilité des événements :
      - A « X est porteur du virus et le test appliqué à X est positif »
      - B « X n'est pas porteur du virus et le test appliqué à X est positif »
      
      En déduire la probabilité de $T$,puis celle de $\bar{T}$.
   
   b. Calculer la probabilité que X soit porteur du virus et que le test soit négatif. En déduire la probabilité que X soit porteur du virus sachant que le test appliqué à X est négatif.
2. On effectue maintenant deux tests identiques dans des conditions qui garantissent l'indépendance des résultats. On considère l'événement
   
   $\bar{T}_2$ : « Les résultats des deux tests appliqués à X sont négatifs »
   
   a. Quelle est la probabilité de $\bar{T}_2$
   Quelle est la probabilité que les deux tests soient négatifs sachant que X est porteur du virus
   
   b. Déduire de la question a. la probabilité que X soit porteur du virus et que les deux tests soient négatifs, puis la probabilité que X soit porteur du virus sachant que les deux tests ont été négatifs.

- **EXERCICE N°2 ( / 6points)**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(0;\vec{u};\vec{v})$,unité graphique 2cm.

1. Résoudre dans © l'équation suivante : $4z^2-(8-6i)z+1-5i=0$
2. On considère A , B , C et D d'affixes respectives $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$ , $\frac{3}{2}-i$,$i$ et $-\frac{3}{2}i$
   a. Placer les points A , B , C et D
   b. Déterminer le module et un argument de $\frac{Z_D-Z_A}{Z_B-Z_A}$.E déduire la nature du triangle ABD
3. On considère les suites $(Z_n)$ et $(a_n)$ définies par $\begin{cases} Z_0=i+2 \\ Z_{n+1}=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)Z_n+1-i \end{cases}$

   Et $a_n=Z_n-2$
   Montrer que $a_n$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

- **PROBLEME ( / 10 points)**

**PARTIE A**

Soit une fonction $f$ définie par $f(x)=\frac{1+e^x}{1+e^{2x}}$

1. Etudier les variations de $f$ et tracer sa courbe représentative dans un repére orthonormé $(0;\vec{\imath};\vec{\jmath})$
2. Montrer que $\forall\ x\ \in IR$, on a $0<f(x)\leq\frac{1+\sqrt{2}}{2}$
3. Montrer que $\forall\ x\ \in IR$, $(1+e^{2x})f'(x)+(e^{2x}-1)f(x)=-1$

**PARTIE B**

$\forall\ x\ \in IR$ On pose $F(x)=\int_0^x\frac{1+e^t}{1+t^2}dt$

1. Etablir que $\forall\ x \in IR,\ F(x)=\int_0^x\frac{dt}{1+t^2}+ln\left[\frac{\sqrt{2}e^x}{\sqrt{1+e^{2x}}}\right]$
2. Soit $\emptyset(x)=\int_0^{tanx}\frac{dt}{1+t^2}$, avec $x\ \in\ \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$. Montrer que $\forall\ x\ \in\ \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ , $\emptyset(x)=x$
3. En déduire que $I=\int_0^{\frac{ln3}{2}}f(t)dt=\frac{\pi}{12}+\frac{1}{2}ln\left(\frac{3}{2}\right)$
   Donner une interprétation géométrique de la valeur de I.

**PARTIE C**

1. On donne $J=\int_0^{\frac{ln3}{2}}\frac{1+e^t}{(1+e^{2t})^2}dt$
   a. Montrer qu'il existe deux réels $a\ et\ b$ tel que :

   $\forall\ t\in IR$ , $\frac{1}{1+e^{2t}}=a+\frac{be^{2t}}{1+e^{2t}}$ .En déduire $\int_0^{\frac{ln3}{2}}\frac{1+e^t}{(1+e^{2t})^2}$dt

   b. Montrer que : $\forall\ t\in IR,\ f'(t)=\frac{-1}{1+e^{2t}}-f(t)+\frac{2f(t)}{1+e^{2t}}$
2. Trouver alors la valeur de $J$ ;