

Epreuve de Mathématiques

Durée : 2 heures

- L'usage des téléphones portables est interdit. Les téléphones doivent être éteints. Tout contrevenant sera exclu
- Les exercices sont indépendants

Exercice 1

Soit $a \in \mathbb{R}$, on considère la fonction f_a , définie par

$$f_a(x) = xe^{\frac{1}{x+a}},$$

C_a la courbe représentative de f_a dans un repère (O, I, J) .

- 1) Montrer que C_a admet une asymptote oblique que l'on précisera.
- 2) Etudier les variations de f_a .
- 3) Déterminer les points d'inflexion de C_a .
- 4) Tracer C_{-4} , C_0 et C_1 .

Exercice 2

Quatre campeurs A , B , C , et D tirent à la courte paille celui d'entre eux qui fera la vaisselle. Le campeur A présente aux trois autres campeurs quatre allumettes dont l'une a déjà servi. Ils tirent à tour de rôle et celui qui tire l'allumette qui a déjà servi fera la vaisselle (A prendra l'allumette qui restera après que les trois autres aient tiré). Ils procédèrent au tirage.

Le campeur B proteste, il prétend que c'est parce qu'il a tiré après C et D qu'il a l'allumette qui a déjà servi.

On désigne par E l'événement " le premier tire l'allumette qui a déjà servi" , F l'événement "le deuxième tire l'allumette qui a déjà servi" et G l'événement "le troisième tire l'allumette qui a déjà servi".

- 1) Calculer les probabilités des événements E , F et G . (On pourra s'aider d'un arbre de probabilité).
- 2) Commenter la réaction du campeur B .

Exercice 3

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points :

$$A(1; 2; 7), \quad B(2; 0; 2), \quad C(3; 1; 3), \quad D(3; -6; 1) \text{ et } E(4; -8; -4).$$

- 1) Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés.
- 2) Soit $\vec{u}(1; b; c)$ un vecteur de l'espace, où b et c désignent deux nombres réels.
 - 2-a) Déterminer les valeurs de b et c telles que \vec{u} soit un vecteur normal au plan (ABC) .
 - 2-b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $x - 2y + z - 4 = 0$.
- 3) On considère la droite \mathcal{D} de l'espace dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -4t + 5 \\ z = 2t - 1 \end{cases} \text{ où } t \text{ est un nombre réel.}$$

- 3-a) La droite \mathcal{D} est-elle orthogonale au plan (ABC) ?
- 3-b) Déterminer les coordonnées du point H , intersection de la droite \mathcal{D} et du plan (ABC) .