DRAE/MTFP

ANNEE 2017

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'APE AU PROFIT DU MEF

CORPS : AGENTS DE CONSTATATION ET D'ASSIETTE DES IMPOTS (BEPC)

EPREUVE : MATHEMATIQUES

DUREE : 2 H

SUJET

Exercice 1 Les questions 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes

1/ a- Détermine la valeur exacte du nombre réel $(499\,999)^2 + 999\,999$.

b- Démontre que $(333\,333)^2 + (444\,444)^2 = (555\,555)^2$.

2/ Résous dans $\mathbb{R}$ le système d'inéquations ci-après:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{4(2x-3)}{9} \leq \frac{5x+1}{8} \\ \frac{5x+9}{3} + \frac{7x+5}{9} \geq \frac{3x+21}{4} \end{cases}$$

3/ Résous par la méthode des combinaisons le système ci-après:

$$\begin{cases} \left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)x + \left(3+2\sqrt{2}\right)y = 1+3\sqrt{5} \\ \left(3-2\sqrt{2}\right)x + \left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)y = 5-\sqrt{5} \end{cases}$$

4/ On découpe tout autour d'un tapis rectangulaire une bande usagée de $20cm$ de largeur. Il reste une surface rectangulaire utilisable de $4{,}0344m^2$ dont la largeur est les $2/3$ de la longueur.

Détermine les dimensions du tapis initial.

Exercice 2

1. Soit x un nombre réel.

   Développe l'expression $\left(x - \frac{3(\sqrt{5}-1)}{2}\right)\left(x + \frac{3(\sqrt{5}+1)}{2}\right)$

2. ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB = 3$ et $\widehat{BAC} = 36°$

   Soit D un point, distinct de A, de la droite (AB) tel que $CD = CA$.

   (a) Fais une figure.

   (b) Démontre que les triangles ACD et BCD sont semblables.

(c) On pose $BC = a$.

Démontre que a vérifie la relation $a^2 + 3a - 9 = 0$

(d) Démontre que $a = 6\cos 36° - 3 = \frac{3}{2\cos 36°}$.

3. Déduis de tout ce qui précède la valeur exacte de $\cos 36°$.

4. Soit E le milieu de $[BC]$. Pour tout point P du segment $[BC]$, on mène la parallèle à (AE) qui coupe (AB) et (AC) respectivement en I et en J.

Démontre que $PI + PJ = 2AE$

Exercice 3

m est un nombre réel strictement positif.

Dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J), on considère les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $y = mx + 1$ et $y = -\frac{x}{m} + 1$.

1. Détermine les coordonnées du point d'intersection P des deux droites.

2. Soit Q et R les points où les deux droites rencontrent respectivement la droite (OI).

   (a) Détermine les coordonnées des points Q et R.

   (b) Démontre que le triangle PQR est rectangle.

3. Détermine les coordonnées du centre ainsi que le rayon du cercle circonscrit au triangle PQR.