GÉNIE ÉLECT: EXERCICE 2 : AUTOMATIQUE - MSP

1- DETERMINONS la FONCTION DE TRANSFERT DU REGULATEUR $C(P) = \frac{U(P)}{\varepsilon(P)}$

$$\frac{V_S}{R} + \frac{U(P)}{R} = 0 \Rightarrow \frac{U(P)}{R} = \frac{-V_S}{R} \Rightarrow R.U(P) = -V_S.R$$

$$U(P) = \frac{-V_S.R}{R} \Rightarrow U(P) = -V_S(P)$$

$$V_S(P) = -U(P)$$

$$\frac{V_S(P)}{R_2 + \frac{1}{C_2P}} + \frac{\varepsilon(P)}{R_1} = 0$$

$$\frac{\varepsilon(P)}{R_1} = \frac{-V_S(P)}{R_2 + \frac{1}{C_2P}} \Rightarrow \varepsilon(P) = \frac{-V_S(P).R_1}{R_2 + \frac{1}{C_2P}}$$

$$-V_S(P).R_1 = \varepsilon(P).(R_2 + \frac{1}{C_2P})$$

$$V_S(P) = \frac{-\varepsilon(P).R_2 + \frac{1}{C_2P}}{R_1}$$

On a : $V_S(P) = -U(P) \Rightarrow -U(P) = \frac{-\varepsilon(P).(R_2 + \frac{1}{C_2P})}{R_1}$

$$U(P) = \frac{\varepsilon(P).[R_2 + \frac{1}{C_2P}]}{R_1}$$

$$\frac{U(P)}{\varepsilon(P)} = \frac{R_2 + \frac{1}{C_2P}}{R_1} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{\frac{1}{C_2P}}{R_1}$$

$$\boxed{\frac{U(P)}{\varepsilon(P)} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1C_2P}}$$

2) Donnons la nature du régulateur et la forme

$$C(P) = K_P + \frac{K_i}{P}$$

• Nature du régulateur : correcteur PI (Proportionnelle intégrale)

$$C(P) = \frac{U(P)}{\varepsilon(P)} = K_p + \frac{K_i}{P} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 \cdot C_2 P}$$

Avec $K_1 = \frac{R_2}{R_1}$ $\quad K_i = \frac{1}{R_1 C_2}$

3) Déterminons la fonction de commande $u(t) = f(\varepsilon(t))$ pour $t > 0$.

$$u(t) = \frac{R_2}{R_1} \varepsilon(t) + \frac{1}{R_1 C_2} \int \varepsilon(t)$$

4.1) Calculons la fonction de transfert en boucle ouverte

$$T(P) = C(P) \times \frac{1}{(P+1)(2P+1)}$$

$$T(P) = \left(K_P + \frac{K_i}{P}\right) \times \frac{1}{(P+1)(2P+1)}$$

$$\boxed{T(P) = \frac{5 + \frac{K_i}{P}}{(P+1)(2P+1)} = \frac{K_i + 5P}{2P^3 + 3P^2 + P}}$$

4.2. Déterminons la fonction de transfert en boucle fermée

$$F(P) = \frac{T(P)}{1 + T(P)} = \frac{\frac{5 + \frac{K_i}{P}}{(P+1)(2P+1)}}{1 + \frac{5 + \frac{K_i}{P}}{(P+1)(2P+1)}}$$

$$\boxed{F(P) = \frac{5 + \frac{K_i}{P}}{5 + \frac{K_i}{P} + (P+1)(2P+1)} = \frac{K_i + 5P}{2P^3 + 3P^2 + 6P + K_i}}$$

4.3. Déterminons l'écart $\varepsilon(p) = f(E(p); K_i)$

$$\varepsilon(p) = E(p)\left[1 - F(p)\right]$$

$$\varepsilon(p) = E(p)\left[1 - \frac{5 + \frac{K_i}{p}}{5 + \frac{K_i}{p} + (p+1)(2p+1)}\right]$$

$$\boxed{\varepsilon(p) = \frac{(p+1)(2p+1)}{5 + \frac{K_i}{p} + (p+1)(2p+1)} \times E(p)}$$

ou

$$\boxed{\varepsilon(p) = \frac{2p^3 + 3p^2 + p}{2p^3 + 3p^2 + 6p + K_i} \times E(p)}$$

- l'erreur de position $\varepsilon_p = \lim\limits_{p \to 0} p\,\varepsilon(p)$ Avec $E(p) = \frac{2}{p}$

$$\boxed{\varepsilon_p = 0}$$

- l'erreur de vitesse $\varepsilon_v = \lim\limits_{p \to 0} p\,\varepsilon(p)$ Avec $E(p) = \frac{2}{p^2}$

$$\boxed{\varepsilon_v = \frac{2}{K_i}}$$

4.4) Etudions la stabilité du système en fonction de K_i en boucle fermée

$$F(p) = \frac{K_i + 5p}{2p^3 + 3p^2 + 6p + K_i} \quad ; \quad D(p) = 2p^3 + 3p^2 + 6p + K_i = 0$$

Etudions la stabilité selon Routh:

p^3	2	6
p^2	3	K_i
p^1	$\frac{18 - 2K_i}{3}$	0
p^0	K_i	0

le système est stable ssi $\frac{18 - 2K_i}{3} \geq 0$ et $K_i \geq 0$

$18 - 2K_i \geq 0 \Rightarrow K_i \leq \frac{18}{2} = 9$ et $K_i \geq 0$

donc $K_i \in [0 ; 9]$