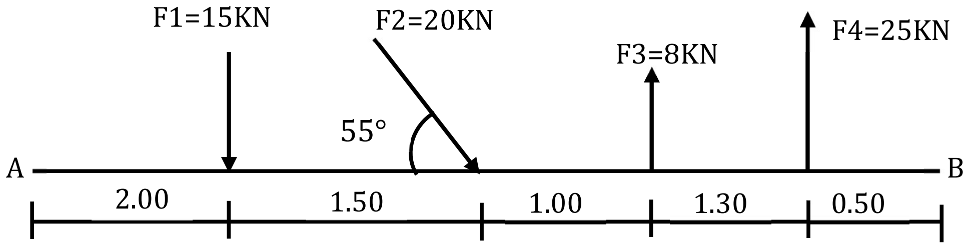
DEVOIR DE CLASSE

EXERCICE 1

1) Calculer le moment de toutes les forces par rapport au point A

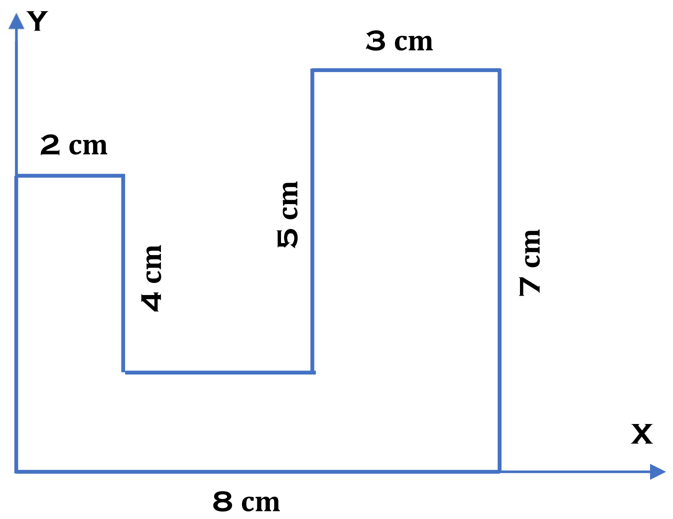


2) Citer deux charges permanentes et deux charges d'exploitation
3) Donner l'unité des charges suivantes :
- Charge concentrée
- Charge repartie linéaire
- Charge repartie surfacique
4) Quel est le poids volumique d'un ouvrage en béton armé ?

EXERCICE 2

1) Représenter la figure sur votre feuille de copie ou sur un papier millimétré à l'échelle réelle
2) Calculer les moments statiques $M_{s/ox}$ et $M_{s/oy}$ de la figure
3) Calculer ces coordonnées X_G et Y_G du centre de gravité G
4) Représenter le centre de gravité G sur la figure
5) Calculer les moments d'inertie I_{OX} et I_{OY}

NB : unité en cm



EXERCICE 3

Calculer les réactions d'appuis et le moment d'encastrement si possible dans les figures ci-dessous

Figure 1

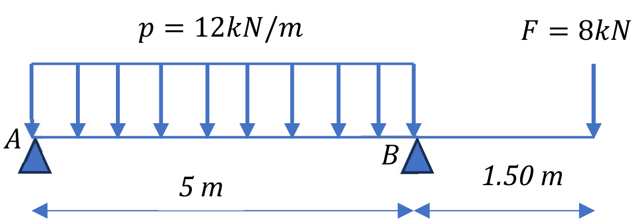
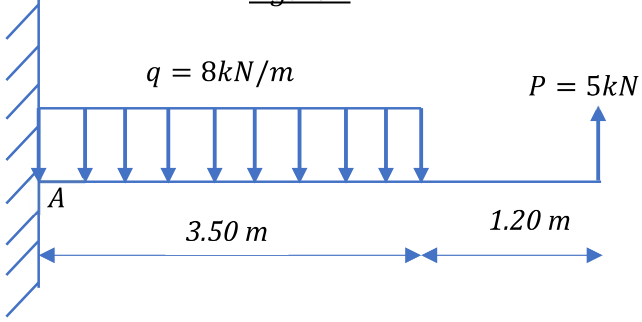


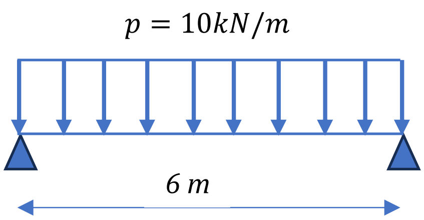
Figure 2

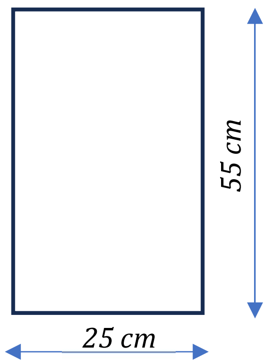


EXERCICE 4

Soit une poutre de longueur 6 m appuyée à ses extrémités supportant une charge uniformément repartie p de **10 kN/m**

1) Calculer les réactions aux appuis de la poutre
2) Déterminer les expressions des efforts internes T(x) et M(x)
3) Tracer les diagrammes de T(x) et M(x)
4) Déduire les valeurs maximales du moment fléchissant et de l'effort tranchant
5) Calculer la contrainte normale maximale dans la section de la poutre
6) Calculer la contrainte tangentielle maximale





Section de la poutre

CORRECTION

EXERCICE 1

1) Calculons le moment de toutes les forces par rapport au point A

$M_{\vec{F}_{ext/A}} = M_{\vec{F}_{1/A}} + M_{\vec{F}_{2/A}} + M_{\vec{F}_{3/A}} + M_{\vec{F}_{4/A}}$

- $M_{\vec{F}_{1/A}} = -F_1 \times d_1 = -15 \times 2.00 = \mathbf{-30\ kN.m}$ **0,25 point**
- Composantes de F2

$F_{2X} = F_2 cos55° = 20 \times cos55° = 11{,}47\ kN$ **0,25 point**

$F_{2Y} = F_2 sin55° = 20 \times sin55° = 16{,}38\ kN$ **0,25 point**

$M_{\vec{F}_{2/A}} = M_{\vec{F}_{2X/A}} + M_{\vec{F}_{2Y/A}} = 0 - F_{2Y} \times 3{,}50 = -16{,}38 \times 3{,}50 = \mathbf{-57.33\ kN.m}$ **0,25 point**

- $M_{\vec{F}_{3/A}} = F_3 \times d_3 = 8 \times 4{,}50 = \mathbf{36\ kN.m}$ **0,25 point**
- $M_{\vec{F}_{4/A}} = F_4 \times d_4 = 25 \times 5{,}80 = \mathbf{145\ kN.m}$ **0,25 point**

$M_{\vec{F}_{ext/A}} = -30 - 57{,}33 + 36 + 145\ kN.m$

$\boldsymbol{M_{\vec{F}_{ext/A}} = 93,67\ kN.m}$ **0,25 point**

2) Deux charges permanentes

- Poteau **0,25 point**
- Poutre **0,25 point**

Deux charges d'exploitation

- Personnes **0,25 point**
- Mobiliers **0,25 point**

3) Unité des charges suivantes

- Charge concentrée : N ; KN ; DaN **0,25 point**
- Charge repartie : N/m ; kN/m ; DaN/m **0,25 point**
- Charge surfacique : N/m² ; kN/m² ; DaN/m² **0,25 point**

4) Le poids volumique d'un ouvrage en béton armé est 25 kN/m^3 **0,25 point**

EXERCICE 2

1) Représentation (Voir figure) **0,5 point**
2) Calculons les moments statiques $M_{s/ox}$ et $M_{s/oy}$ de la figure **4 points**

	Surface (cm²)	X_i	Y_i	$M_{s/ox} = S_i.Y_i$	$M_{s/oy} = S_i.X_i$
S1	8x2=16	$\frac{8}{2} = 4$	$\frac{2}{2} = 1$	16x1=16	16x4=64
S2	4x2=8	$\frac{2}{2} = 1$	$\frac{4}{2} + 2 = 4$	8x4=32	8x1=8
S3	5x3=15	$\frac{3}{2} + 5 = 6{,}5$	$\frac{5}{2} + 2 = 4{,}5$	15x4,5=67,5	15x6,5=97,5
Σ	39	-	-	115,5	169,5

3) Calculons les coordonnées X_G et Y_G

$X_G = \frac{\Sigma M_{s/oy}}{\Sigma Si}$ **0,25 point**

$X_G = \frac{169{,}5}{39}$

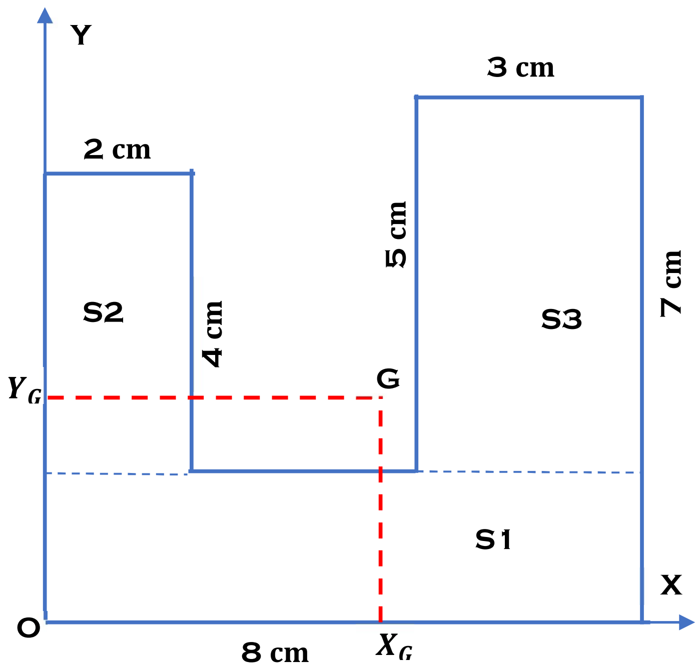
$\boldsymbol{X_G = 4,35\ cm}$ **0,25 point**

$Y_G = \frac{\Sigma M_{s/Ox}}{\Sigma Si}$ **0,25 point**

$Y_G = \frac{115{,}5}{39}$

$\boldsymbol{Y_G = 2,96\ cm}$ **0,25 point**

4) Représentons le centre de gravité G sur la figure **0,25 point**



5) Calculons les moments d'inertie I_{OX} et I_{OY}

$I_{OX} = \boldsymbol{\Sigma} I_{OXi} = I_{OX1} + I_{OX2} + I_{OX3}$

. $I_{OX1} = I_{GX1} + S_1 * Y_1^2 = \frac{B.H^3}{12} + S_1 * Y_1^2 = \frac{8\times2^3}{12} + 16 \times 1^2 = 21{,}3333\ cm^4$ **0,25 point**

. $I_{OX2} = I_{GX3} + S_2 * Y_2^2 = \frac{a^4}{12} + S_2 * Y_2^2 = \frac{2\times4^3}{12} + 8 \times 4^2 = 138{,}6667\ cm^4$ **0,25 point**

. $I_{OX3} = I_{GX3} + S_3 * Y_3^2 = \frac{B.H^3}{12} + S_3 * Y_3^2 = \frac{3\times5^3}{12} + 15 \times 4{,}5^2 = 335\ cm^4$ **0,25 point**

$\boldsymbol{I_{OX} = 21,3333 + 138,6667 + 335 = 495\ cm^4}$ **0.25 point**

$I_{OY} = \boldsymbol{\Sigma} I_{OYi} = I_{OY1} + I_{OY2} + I_{OY3}$

. $I_{OY1} = I_{GY1} + S_1 * X_1^2 = \frac{H.B^3}{12} + S_1 * X_1^2 = \frac{2\times 8^3}{12} + 16 \times 4^2 = 341{,}3333\ cm^4$ **0,25 point**

. $I_{OY2} = I_{GY2} + S_2 * X_2^2 = \frac{a^4}{12} + S_2 * X_2^2 = \frac{4\times 2^4}{12} + 8 \times 1^2 = 10{,}6667\ cm^4$ **0,25 point**

. $I_{OY3} = I_{GY3} + S_3 * X_3^2 = \frac{H.B^3}{12} + S_3 * X_3^2 = \frac{5\times 3^3}{12} + 15 \times 6.5^2 = 645\ cm^4$ **0,25 point**

$\boldsymbol{I_{OY} = 341.3333 + 10.6667 + 645 = 997\ cm^4}$ **0.25 point**

EXERCICE 3

Calculons les réactions aux appuis et si possible le moment d'encastrement

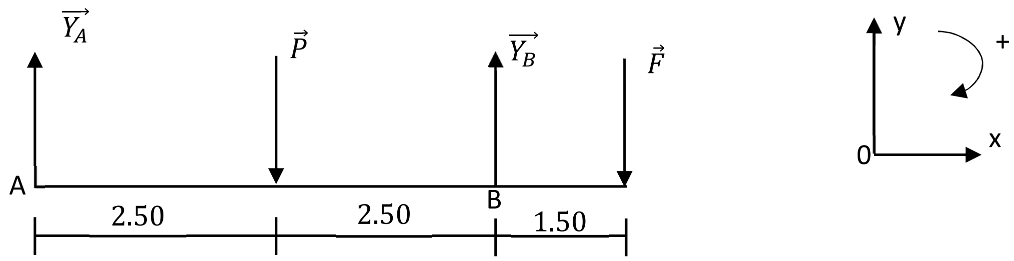
FIGURE 1 :

- Convertir la charge repartie en charge concentrée P

$\boldsymbol{P = p_u \times L = 12 \times 5 = 60\ kN}$ **0,25 point**

- Etape 2 : isolation du système

0,25 point



- Appliquons le Principe Fondamental de la Statique
- Equation 1 :

$\Sigma \vec{F}_{ext/0x} = 0$

- Equation 2 :

$\Sigma \vec{F}_{ext/0y} = 0 \Leftrightarrow Y_A - P + Y_B - F = 0$

$\Sigma \vec{F}_{ext/0y} = 0 \Leftrightarrow Y_A + Y_B = F + P = 60 + 8 = 68\ kN$ **0,25 point**

- Equation 3 :

$\Sigma M_{\vec{F}\,ext/A} = 0 \Leftrightarrow Y_A \times 0 + P \times 2{,}50 - Y_B \times 5{,}00 + F \times 6{,}50 = 0$ **0,25 point**

$\Sigma M_{\vec{F}\,ext/A} = 0 \Leftrightarrow 0 + 60 \times 2{,}50 - Y_B \times 8{,}00 + 8 \times 6{,}5 = 0$

$\Sigma M_{\vec{F}\,ext/A} = 0 \Leftrightarrow 150 + 52 - Y_B \times 8{,}00 = 0$

$\Sigma M_{\vec{F}\,ext/A} = 0 \Leftrightarrow Y_B = \frac{202}{5}$

$\Sigma M_{\vec{F}\,ext/A} = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{Y_B = 40{,}4\ kN}$ **0,25 point**

Puisque : $Y_A + Y_B = F + P = 68\ kN$

Alors : $Y_A = 68 - Y_B = 68 - 40,4$

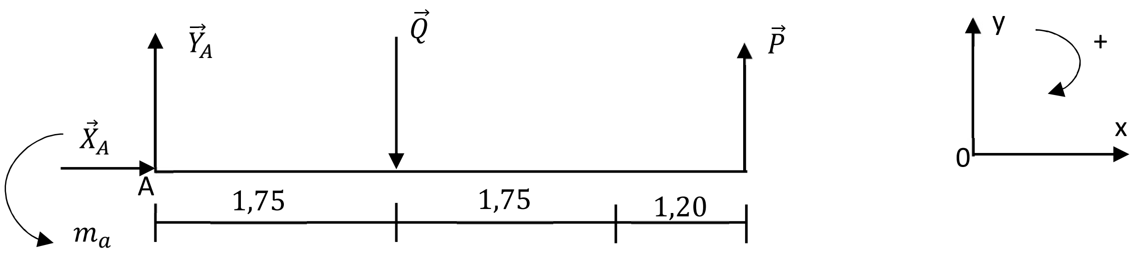
$\boldsymbol{Y_A = 27,6\ kN}$ **0,25 point**

FIGURE 2 :

- Convertir la charge repartie en charge concentrée P

$\boldsymbol{Q = q \times L = 8 \times 3,5 = 28\ \ kN}$ **0,25 point**

- Isolation du système
0,25 point



- Appliquons le Principe Fondamental de la Statique
- Equation 1 :

$\Sigma\vec{F}_{ext/0x} = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{X_A = 0}$ **0,25 point**

- Equation 2 :

$\Sigma\vec{F}_{ext/0y} = 0 \Leftrightarrow Y_A - Q + P = 0$

$\Sigma\vec{F}_{ext/0y} = 0 \Leftrightarrow Y_A = Q - P = 28 - 5$

$\Sigma\vec{F}_{ext/0y} = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{Y_A = 23\ kN}$ **0,25 point**

- Equation 3 :

$\Sigma M_{\vec{F}\,ext/A} = 0 \Leftrightarrow Y_A \times 0 + Q \times 1,75 - P \times 4,70 - m_a = 0$ **0,25 point**

$\Sigma M_{\vec{F}\,ext/A} = 0 \Leftrightarrow 28 \times 1,75 - 5 \times 4,70 - m_a = 0$

$\Sigma M_{\vec{F}\,ext/A} = 0 \Leftrightarrow 49 - 23,50 - m_a = 0$

$\Sigma M_{\vec{F}\,ext/A} = 0 \Leftrightarrow 25,5 - m_a = 0$

$\Sigma M_{\vec{F}\,ext/A} = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{m_a = 25,5\ kN.m}$ **0,25 point**

EXERCICE 4

1) Calculons les réactions aux appuis A et B

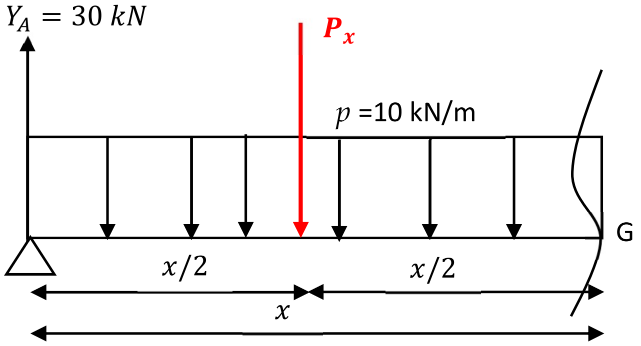
Charge uniformément linéaire sur les deux appuis

Donc $Y_A = Y_B = \frac{p \times L}{2} = \frac{10 \times 6}{2}$ **0,25 point**

$\boldsymbol{Y_A = Y_B = 30\ kN}$ **2 points**

2) Déterminons les expressions de T(x) et M(x)

Section : $x\ \epsilon [0\ ;6]$ **0,25 point**



$P_x = p.x = 10x$

$T(x) = Y_A - P_x$

$\boldsymbol{T(x) = 30 - 10x}$ **0,25 point**

$M(x) = Y_A.x - P_x.\frac{x}{2}$

$M(x) = 30.x - 10x.\frac{x}{2}$

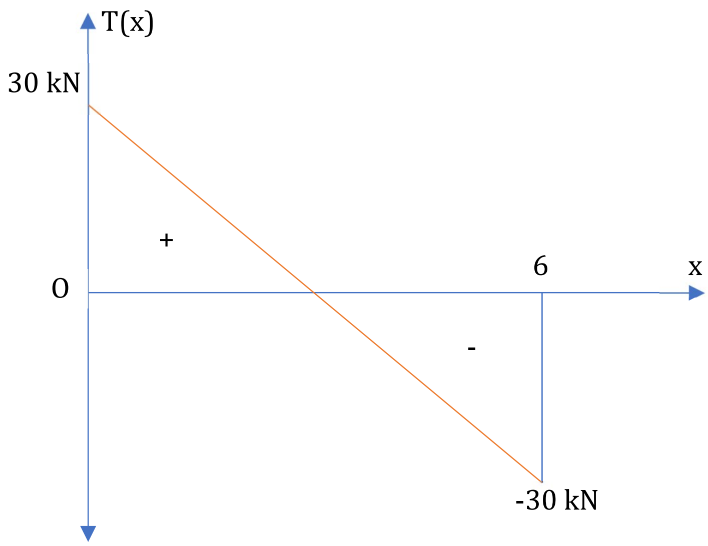
$\boldsymbol{M(x) = 30.x - 5x^2}$ **0,25 point**

3) Traçons les diagrammes
- Diagramme de T(x)

$T(0) = 30 - 10 \times 0 = 30\ kN$

$T(6) = 30 - 10 \times 6 = -30\ kN$

0,25 point

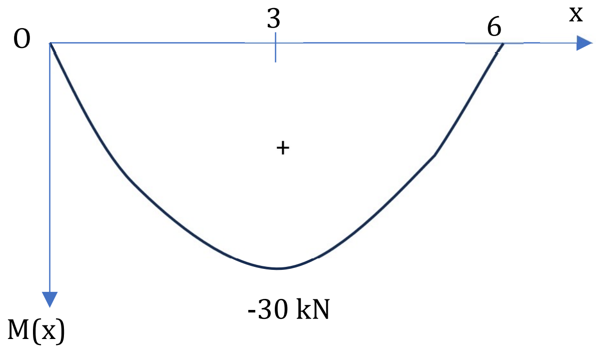


- Diagramme de M(x)

$M(0) = 30 \times 0 - 5 \times 0^2 = 0\ kN$

$M(6) = 30 \times 6 - 5 \times 6^2 = 0\ kN$

0,25 point



4) Valeurs maxi du moment fléchissant et l'effort tranchant
- Effort tranchant maximal

$\boldsymbol{Tmax = 30\ kN}$ **0,25 point**

- Moment fléchissant maximal

M est maxi lorsque T(x)=0

$30 - 10x = 0 \Longrightarrow x = \frac{30}{10} = 3{,}00\ m$

$M(3) = 30 \times 3 - 5 \times 3^2 = 45\ kN.m$

$\boldsymbol{M_{max} = 45\ kN.m}$ **0,25 point**

5) Calculons la contrainte normale maximale

$\sigma_{max} = \frac{M_{max}.Y}{I_{GX}}$ **0,25 point**

$I_{GX} = \frac{B.H^3}{12} = \frac{25 \times 55^3}{12} = 346614{,}5833\ cm^4$ **0,25 point**

$Y = \frac{H}{2} = \frac{55}{2} = 27{,}5\ cm$ **0,25 point**

A.N : $\sigma_{max} = \frac{45.10^4 \times 27{,}5}{346614{,}5833} = 35{,}70\ Bars$

$\boldsymbol{\sigma_{max} = 3{,}57\ MPa}$ **0,25 point**

6) Calculons la contrainte tangentielle maximale

$\tau_{max} = \frac{T_{max}}{S}$ **0,25 point**

A.N : $\tau_{max} = \frac{30.10^4}{25 \times 55} = 218{,}18\ Bars$

$\boldsymbol{\tau_{max} = 21{,}818\ MPa}$ **0,25 point**