***Exercice 1***

1. La fonction $x \mapsto e^x$ est l'unique fonction $\varphi$ dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $\varphi' = \varphi$, et $\varphi(0) = 1$.
   a. Montrer que la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{ax}$ où $a \in \mathbb{R}$ est solution de l'équation $y' = a\, y$.
   b. Soit *g* une solution de l'équation $y' = a\, y$. Soit *h* la fonction définie sur R par $h(x) = g(x)e^{-ax}$.
   Montrer que *h* est une fonction constante.
   c. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $y' = a\, y$.
2. On considère l'équation différentielle (E) : $y' = 2y + \cos x$.
   a. Déterminer deux nombres réels *a* et *b* tels que la fonction $f_0$ définie sur $\mathbb{R}$ par: $f_0(x) = a\cos x + b\sin x$ soit une solution de (E).
   b. Résoudre l'équation différentielle ($E$0) : $y' = 2y$. En déduire les solutions de (E).
   c. Déterminer la solution $f$ de (E) vérifiant $f(\pi / 2) = 0$.