Exercice 2

Soit l'équation différentielle (E) : $y' + y = x$, où y désigne une fonction dérivable de la variable réelle x et y' sa dérivée.

1. Résoudre l'équation différentielle (H) : $y' + y = 0$.
2. Déterminer les deux nombres réels a et b tels que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = a\,x + b$, est solution de l'équation (E).
3. a. Le nombre k désignant une constante réelle, on considère la fonction I définie sur $\mathbb{R}$ par:
   $f(x) = k\,e^{-x} + x - 1$. Vérifier que la fonction f est solution de l'équation (E).

   b. Déterminer le réel k pour que $f(0) = 0$.
4. Dans cette question, on prend $k = 1$.

   a. Calculer la valeur moyenne m de f sur l'intervalle [0 ; 2] .

   b. En déduire une valeur approchée de m à 10^{-2} près.