

**Exercice 5**

1.  $a(x) = 1+x$  ;  $b(x) = 1$  ;  $\frac{b(x)}{a(x)} = \frac{1}{1+x}$  ;  $G(x) = \ln(1+x)$ .

Les solutions sont de la forme :  $f_0(x) = ke^{-G(x)} = ke^{-\ln(1+x)} = \frac{k}{e^{\ln(1+x)}} = \frac{k}{1+x}$

2°  $g'(x) = \frac{\frac{1}{x+1} \times (x+1) - \ln(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{1 - \ln(x+1)}{(x+1)^2}$ .

$(1+x)g'(x) + g(x) = \frac{1 - \ln(x+1)}{(x+1)^2}(1+x) + \frac{\ln(1+x)}{(1+x)} = \frac{1 - \ln(x+1) + \ln(1+x)}{(x+1)} = \frac{1}{1+x}$  cqfd.

3° En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

les solutions sont de la forme  $f(x) = f_0(x) + g(x) = \frac{k}{1+x} + \frac{\ln(1+x)}{(1+x)}$

4° Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale  $f(0) = 2$ .

$f(0) = \frac{k}{1+0} + \frac{\ln(1+0)}{(1+0)} = k + 0 = 2 \Leftrightarrow \boxed{k=2}$ , et  $f(x) = \frac{2 + \ln(1+x)}{(1+x)}$ .