Exercice 5

On considère l'équation différentielle (E) : $(1+x)y'(x)+y(x)=\dfrac{1}{1+x}$ où y est une fonction de la variable réelle x, définie et dérivable sur $]-1;+\infty[$ et y' sa fonction dérivée.

1° Démontrer que les solutions sur $]-1;+\infty[$ de l'équation différentielle (E_0) : $(1+x)y'(x)+y(x)=0$

sont les fonctions définies Par $h(x)=\dfrac{k}{1+x}$ où k est une constante réelle quelconque.

2° Soit g la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par : $g(x)=\dfrac{\ln(1+x)}{1+x}$

Démontrer que la fonction g est une solution particulière de l'équation différentielle (E)

3° En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E)

4° Déterminer la solution, f de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale $f(0)=2$.